

MATHS SPECIALITE

FICHE D'EXERCICES N°2 SUITES ET RAISONNEMENT PAR RECURRENCE

EXERCICE N°1

Soit la suite (u_n) , définie par : pour n entier naturel, $u_n = \frac{-6n-2}{2n+3}$

1) Calculez les deux premiers termes de cette suite.

2) Démontrer que *pour n entier naturel*, $u_n = -3 + \frac{7}{2n+3}$

3) Etudiez le sens de variation de cette suite

Indication : On pourra en utilisant la question 2, calculer $u_{n+1} - u_n$

EXERCICE N°2 Une association créée le 1er janvier 2011, constate que chaque année : elle perd 15% de ses adhérents et que 300 nouveaux adhérents s'inscrivent.

Au 1er janvier 2011, cette association compte 600 adhérents

On note u_n le nombre d'adhérents au 1 janvier de l'année 2011 + n . Ainsi $u_0 = 600$

1)a) Calculez u_1 et u_2 .

b) Montrez que : $u_{n+1} = 0.85u_n + 300$.

2) On introduit la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2000$

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Précisez sa raison et son premier terme (Il faut déterminer q tel que pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = qv_n$, en utilisant la définition de la suite (v_n)).

b) Exprimez v_n en fonction de n . (Utilisez les propriétés des suites géométriques)

3) Montrez que $u_n = -1400 (0.85)^n + 2000$

4) Donnez le nombre d'adhérents au 1 janvier 2018.

5) Indiquez à partir de quelle année, le nombre d'adhérents de cette association dépassera 1800 adhérents ?

Pour cette question vous utiliserez la calculatrice en indiquant les différents réglages.

6) Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

EXERCICE N°3

1) Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $r = \frac{1}{2}$

a) Donnez l'expression de u_n en fonction de n .

b) Quel est le sens de variation de cette suite ?

c) Simplifiez la somme suivante : $u_0 + u_1 + \dots + u_n$

2) Reprendre la question précédente dans le cas où la suite est géométrique de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $r = \frac{1}{2}$

EXERCICE N°4

La population d'un village compte 2000 habitants au 01/01/2015. Chaque année cette population augmente de 10% et 20 habitants quittent ce village.

Pour n entier naturel, on note u_n , la population de ce village au 01/01/(2015+n)

Ainsi $u_0 = 2000$

1) Quelle est la population de ce village au 01/01/2016 ?

2) Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1.1 \times u_n - 20$.
5 points

3) En utilisant le raisonnement par récurrence démontrer que :

Pour tout entier naturel n , $u_n = 1800 \times 1.1^n + 200$

4) Quelle sera la population de cette ville au 01/01/2020 ? Arrondir à l'unité