MATHS SPECIALITE

FICHE D'EXERCICES N°1 SUITES ET RAISONNEMENT PAR RECURRENCE

Exercice N°1

On donne la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \; et \; pour \; n \; entier \; naturel \; , u_{n+1} = 0.25 \times u_n + 2$$

1) Donner les trois premiers termes de cette suite.

2) Comment cette suite est-elle définie ?

3) En utilisant le raisonnement par récurrence démontrez que :

Pour tout entier naturel n , $u_n \leq 3$

Exercice N°2

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \; et \; pour \; n \; entier \; naturel : u_{n+1} = u_n + 2n + 2$$

1) Donner les trois premiers termes de cette suite.

2) Etudier le sens de variation de cette suite .

3) Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que :

Pour tout entier naturel n , $u_n = n(n+1)$

Exercice N°3 Quelques sommes :

en utilisant le raisonnement par récurrence démontrez que :

1) Pour tout entier naturel n , non nul :$1 + 2 + \cdots \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2) Pour tout entier naturel n , non nul :$1^2 + 2^2 + \cdots \ldots . . n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

EXERCICE N°4 On considère la suite (v_n) , définie par :

$$v_0 = 1 \; et \; pour \; n \; entier \; naturel \; , v_{n+1} = \frac{9}{6 - v_n}$$

1°Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, v_{n+1} - v_n = \frac{(3 - v_n)^2}{6 - v_n}$

2) Démontrer en utilisant le raisonnement par récurrence que : pour tout $n \in \mathbb{N}$

$0 < v_n < 3$

3) en utilisant les questions précédentes , étudiez le sens de variation de cette suite .

4) On considère la suite (w_n) définie par ,pour $n \in \mathbb{N}$: $w_n = \frac{1}{v_n - 3}$

a) démontrer que la suite (w_n) est une suite arithmétique : précisez la raison et le premier terme .

b) Déduire l'expression de w_n puis de v_n en fonction de n .

Exercice N°5 : démontrer que pour tout entier naturel n ,$4^n - 1$ *est divisible par* 3

Définition : un entier relatif b est divisible par un autre entier relatif a , s'il existe un entier relatif k tel que :$b = a \times k$

EXERCICE N°6 Soit la suite (u_n) définie par :

$u_o = 0$ et $u_1 = 1$ et pour n entier naturel , $u_{n+2} = 4u_{n+1} - 3u_n$

Démontrer par récurrence double que : pour tout n entier naturel , $u_n = \frac{3^n - 1}{2}$

EXERCICE N°7 :(u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 2 - 3 \times 0.85^n$$

1)a) Calculez les 3 premiers termes de cette suite

b) Montrez que cette suite n'est pas arithmétique

c) Montrez que cette suite n'est pas géométrique(comparez deux quotients)

2) Etudiez le sens de variation de cette suite.

3) Démontrer que pour tout entier n , $u_n \leq 2$

3) Déterminez le plus petit entier naturel n tel que :$u_n > 1.99$ .Utilisez la calculatrice