

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Изучение алгоритма Евклида нахождения Наибольший общий делитель и его вариаций.

Выполнение лабораторной работы

Наибольший общий делитель

Наибольший общий делитель (НОД) – это наибольшее целое число, на которое два или более целых числа можно поделить без остатка. Например, НОД чисел 12 и 18 равен 6, потому что 6 является наибольшим числом, которое делит оба этих числа на целое.

Алгоритм Евклида

Вход. Целые числа a, b ; $0 < b < a$. Выход. $d = \text{НОД}(a, b)$.

- шаг 1. Положить $r_0 = a$, $r_1 = b$, $i = 1$.
- шаг 2. Найти остаток r_{i+1} от деления r_{i-1} на r_i .
- шаг 3. Если $r_{i+1} = 0$, то положить $d = r_i$. В противном случае положить $i = i + 1$ и вернуться на шаг 2.
- шаг 4. Результат: d .

Бинарный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа a, b ; $0 < b \leq a$.
 - Выход. $d = \text{НОД}(a, b)$.
1. Положить $g = 1$.
 2. Пока оба числа a и b четные, выполнять $a = a/2$, $b = b/2$, $g = 2g$ до получения хотя бы одного нечетного значения a или b .
 3. Положить $u = a$, $v = b$.
 4. Пока $u \neq 0$, выполнять следующие действия.
 - Пока u четное, полагать $u = u/2$.
 - Пока v четное, полагать $v = v/2$.
 - При $u \geq v$ положить $u = u - v$. В противном случае положить $v = v - u$.
 5. Положить $d = gv$.
 6. Результат: d .

Расширенный алгоритм Евклида

- Вход. Целые числа a, b ; $0 < b \leq a$.
 - Выход: $d = \text{НОД}(a, b)$; такие целые числа x, y , что $ax + by = d$.
1. Положить $r_0 = a$, $r_1 = b$, $x_0 = 1$, $x_1 = 0$, $y_0 = 0$, $y_1 = 1$, $i = 1$
 2. Разделить с остатком r_{i-1} на r_i : $r_{i-1} = q_i r_i + r_{i+1}$

3. Если $r_{i+1} = 0$, то положить $d = r_i$, $x = x_i$, $y = y_i$. В противном случае положить $x_{i+1} = (x_{i-1} - q_{ix_i})$, $y_{i+1} = (y_{i-1} - q_{iy_i})$, $i = i + 1$ и вернуться на шаг 2.
4. Результат: d, x, y .

Пример работы алгоритма

```
[23]: a = 48  
      b = 12
```

```
[24]: print("вызываем функция евклида : ")  
      euklid_simply(a, b)
```

вызываем функция евклида :

```
[24]: 12
```

```
[25]: print("вызываем функция расширенного евклида :")  
      euklid_ext(a, b)
```

вызываем функция расширенного евклида :

```
[25]: (12, 0, 1)
```

```
[26]: print("вызываем Функция бинарного евклида : ")  
      euklid_bin(a, b)
```

вызываем Функция бинарного евклида :

```
[26]: 12.0
```

```
[27]: print("вызываем функция расширенного бинарного евклида : ")  
      euklid_bin_ext(a, b)
```

вызываем функция расширенного бинарного евклида :

```
[27]: (12.0, 0, 1)
```

Выводы

Результаты выполнения лабораторной работы

Изучил алгоритм Евклида нахождения Наибольший общий делитель.