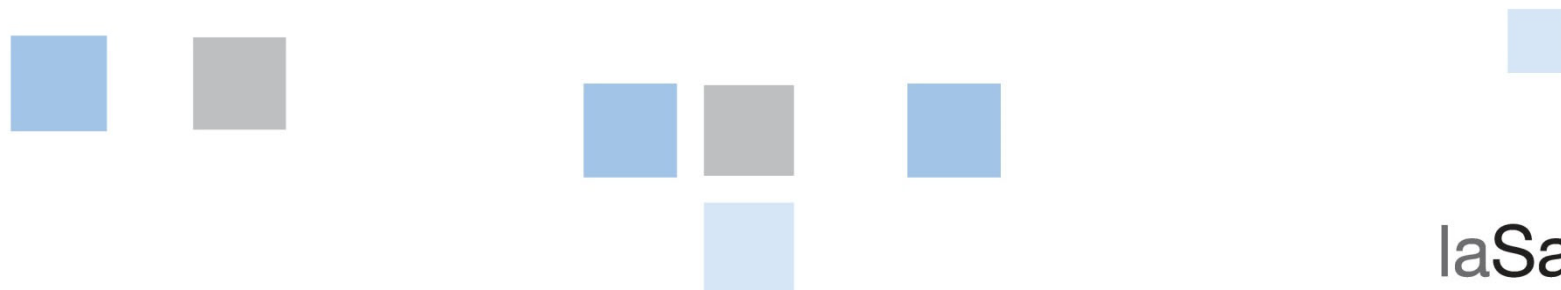


Capítol 2:

Teoremes d'anàlisi de circuits lineals

Electrònica bàsica

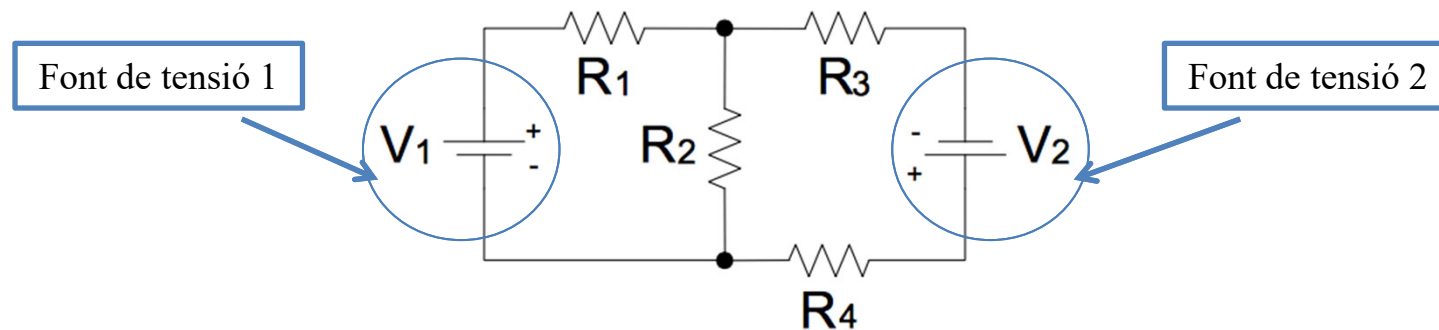


Circuits lineals

- Entenem per circuit lineal aquell que està format per elements lineals, és a dir, que la relació entre la diferència de potencial aplicada i el corrent que circula és proporcional.
- També, de manera informal, és aquell que no canvien els valors dels components, com per exemple la resistència, al variar el voltatge aplicat al circuit.
- Aleshores quan un circuit sigui lineal li podrem aplicar els diferents teoremes que veurem a continuació.

Teorema de Superposició

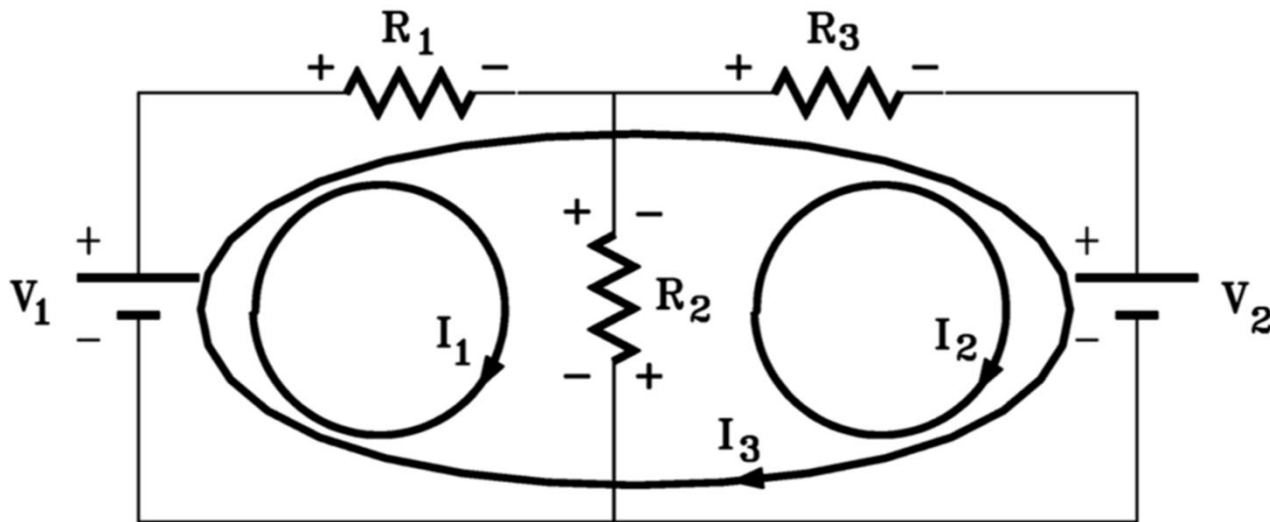
- Útil per circuits amb més d'una font.



- Es pot avaluar els efectes de dues o més fonts com la suma dels efectes individuals de cada font, ja siguin de tensió o de corrent.
- Per dur a terme l'anàlisi deixarem una sola font cada cop substituint les altres per un curtcircuit (fonts de tensió) i per un circuit obert (fonts de corrent).
- El resultat final serà la suma de tots els resultats parcials.

Lleis de Kirchoff: Malles (I)

- Considerem una **mall**a a qualsevol llaç tancat.
- La suma de diferències de potencial en una mall
- Per realitzar l'anàlisi haurem de definir-nos intensitats de mall hipotètiques.



Circuit on tenim definides tres intensitats hipotètiques (I_1 , I_2 , I_3) amb un determinat sentit que nosaltres hem triat. En aquest exemple només en necessitarem dues que farem servir per poder plantejar un sistema d'equacions, ja que la tercera mall no ens aporta informació addicional. Sempre necessitarem les mínimes que passen per totes les branques del circuit.

Lleis de Kirchoff: Malles (II)

- En primer lloc, definim els sentits de corrent de cada malla.
- Triem de totes les malles definides només les necessàries perquè per tots els elements hi passi com a mínim un corrent. En el nostre cas, el corrent I_3 no ens aporta cap mena d'informació addicional.
- Un cop definit el sentit del corrent de les dues malles, hom assenyala la polaritat de totes les diferències de potencial existents a la primera malla, originades per I_1 . Tot seguit, donem una volta completa a la malla sumant les diferències de potencial que porten el mateix sentit i restem les que porten el sentit contrari. Així doncs, obtenim una primera equació:

$$V_1 - V_{R1} - V_{R2} = 0$$

- El càlcul de les tensions V_{R1} i V_{R2} es basa en la llei d'Ohm, és a dir:

$$V_{R1} = I_1 R_1$$
$$V_{R2} = (I_1 - I_2) R_2$$

Lleis de Kirchoff: Malles (III)

- Indiquem la polaritat de totes les diferències de potencial existents a la segona malla originades pel corrent I_2 i repetim els mateixos passos.

$$-V'_{R2} - V_{R3} - V_2 = 0$$

- Cal advertir que la tensió sobre la resistència 2 té ara la polaritat invertida respecte el càlcul anterior ($V_{R2} = -V'_{R2}$).
- En qualsevol cas si es vol mantenir la polarita de la tensió d' R_2 com a la malla 1 també es pot, aleshores:

$$V_{R2} - V_{R3} - V_2 = 0$$

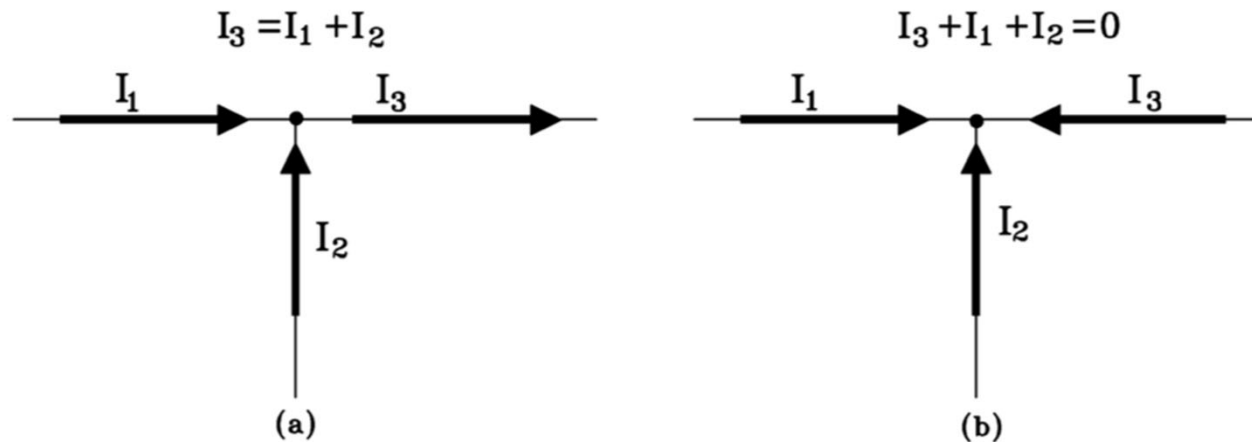
- Finalment, obtenim dues equacions lineals amb dues incògnites (I_1 i I_2), que podem solucionar fàcilment:

$$V_1 = R_1 I_1 + R_2 (I_1 - I_2) = (R_1 + R_2) I_1 - R_2 I_2$$

$$-V_2 = -R_2 (I_1 - I_2) + R_3 I_2 = -R_2 I_1 + (R_1 + R_2) I_2$$

Lleis de Kirchoff: Nusos (I)

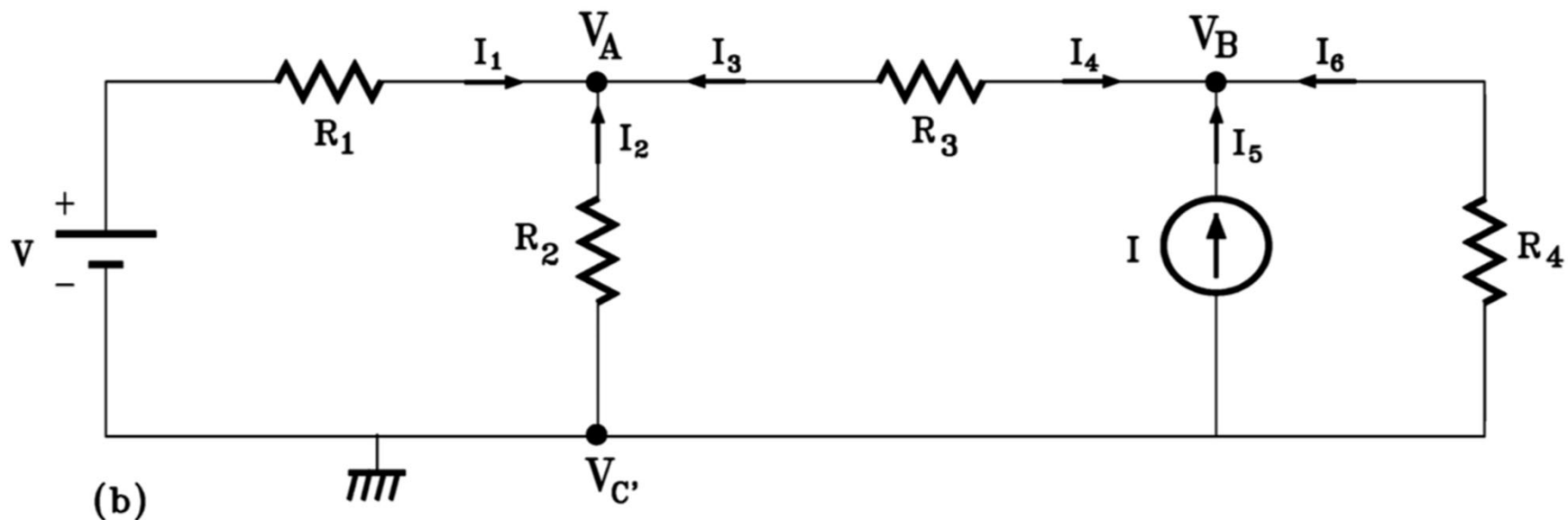
- Considerem una **nus** (node) com la connexió de més de dues branques.
- La suma d'intensitats que tenim en un nus ha de ser 0 tenint en compte el sentit (signe).



La suma de corrents que entren en un nus és igual a la suma dels que en surten (a). Si en canvi, definim tots els corrents entrants, la seva addició serà zero (b).

Lleis de Kirchoff: Nusos (II)

- El primer que farem serà trobar els nusos i decidir a quin d'ells li assignarem un potencial zero de referència (punt de massa), per així poder definir potencials a la resta de nusos. A aquests els assignarem un nom de potencial (en l'exemple V_A i V_B). En els circuits elèctrics, sovint escollirem el pol negatiu de la bateria com a punt de massa. Així doncs, direm que el valor del potencial al node C' és zero. Ara caldrà justament calcular els valors d'aquests potencials.



Lleis de Kirchoff: Nusos (III)

- Per a trobar els potencials en els nusos A i B definim ara els diferents corrents entrants a aquests nusos i apliquem la segona llei de Kirchoff:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

- Els corrents els calcularem en funció dels potencials definits al circuit de la següent forma:

$$I_1 = \frac{(V - V_A)}{R_1} \quad I_2 = \frac{(V_{C'} - V_A)}{R_2} = -\frac{V_A}{R_2} \quad I_3 = \frac{(V_B - V_A)}{R_3} \quad I_4 = \frac{(V_A - V_B)}{R_3}$$

Lleis de Kirchoff: Nusos (IV)

- El corrent I_5 , ve fixat per la font de corrent, i val per tant, I . En quant a I_6 , es calcula de forma anàloga a I_2 .

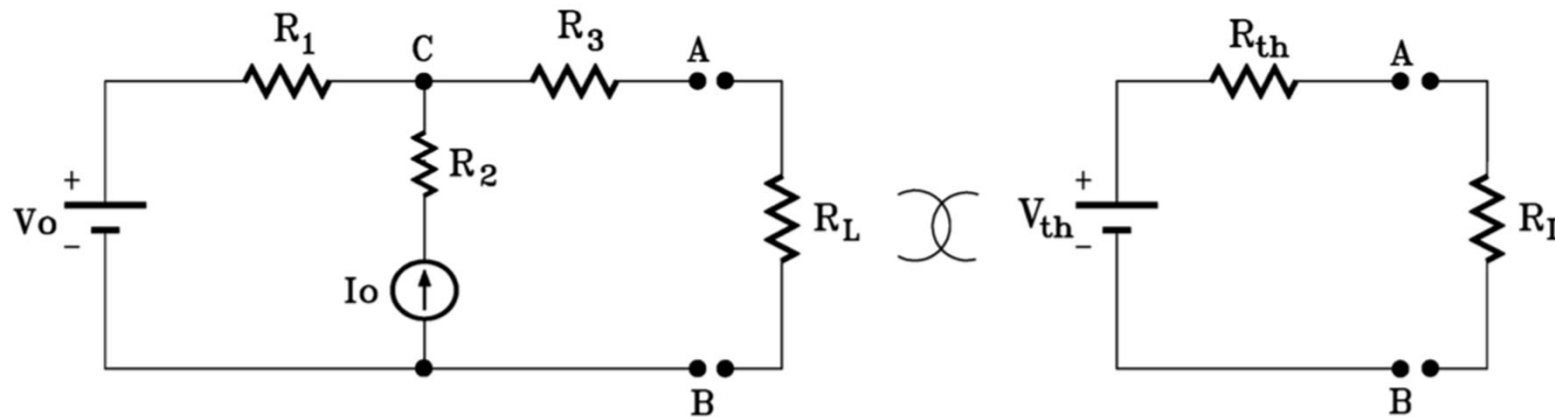
$$I_6 = \frac{(V_{C'} - V_B)}{R_4} = - \frac{V_B}{R_4}$$

- Finalment, substituint a les equacions, obtenim:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(V - V_A)}{R_1} + \frac{-V_A}{R_2} + \frac{(V_B - V_A)}{R_3} = 0 \\ \frac{(V_A - V_B)}{R_3} + I + \frac{-V_B}{R_4} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_A \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_B \left(\frac{1}{R_3} \right) = \frac{V}{R_1} \\ -V_A \left(\frac{1}{R_3} \right) + V_B \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = I \end{array} \right.$$

Equivalent de Thevenin (I)

- Gràcies a l'equivalent de Thevenin busquem un circuit més simple que faci exactament el mateix



- R_{TH} : Resistència equivalent del circuit inicial un cop anul·lades les fonts del circuit.
- V_{TH} : Diferència de potencial entre A i B si deixem els terminals en circuit obert

Model equivalent de Thevenin

Equivalent de Thevenin (II)

- La tensió de Thevenin és la diferència de potencial existent en els borns del circuit ($V_A - V_B$) sense connectar R_L . Prenent B com el terminal de referència (massa), el càlcul de $V_A - V_B$, es redueix al càlcul de la tensió en el punt A. Donat que per R_3 no circula corrent, aquest potencial V_A és igual a l'existent en el punt C i ens queda una sola malla on hi circula I_0 . Per tant:

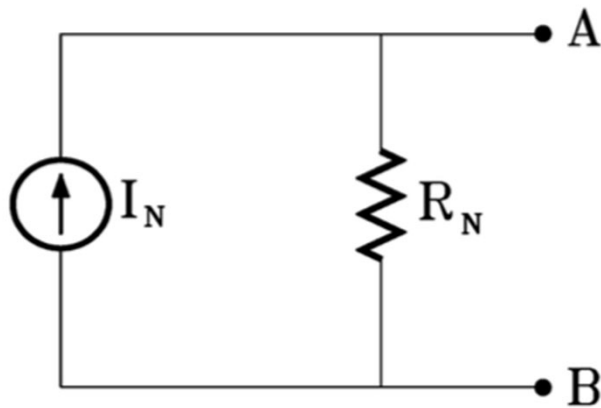
$$V_A = V_0 + I_0 R_1 = V_{th}$$

- Per calcular la resistència de Thevenin cal primer que anul·lem totes les fonts existents al circuit. En concret, substituïrem totes les fonts de tensió per la seva resistència interna que idealment és un curtcircuit, i totes les fonts de corrent per la seva resistència interna que idealment és un circuit obert.

$$R_{th} = R_1 + R_3$$

Equivalent de Northon

- Gràcies a l'equivalent de Northon busquem un circuit més simple que faci exactament el mateix.
- El corrent de Northon és el corrent que circula pels terminals del circuit quan aquests estan curtcircuitats.



Model equivalent de
Norton

- R_N : Resistència equivalent del circuit inicial un cop anul·lades les fonts del circuit.
- V_N : Intensitat que circula des de A fins a B quan curtcircuitem els terminals A i B.

Relació entre el model de Thevenin i el de Northon

- Un cop hem realitzat o bé, l'equivalent de Thevenin, o bé, l'equivalent de Northon, és possible passar de l'un a l'altre sense necessitat de calcular-los per separat. Per fer-ho, utilitzarem la llei d'Ohm, ja que la resistència equivalent en ambdós casos serà la mateixa.

$$R_{TH} = R_N$$

$$V_{th} = I_N \cdot R_N$$

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$