# Composición de funciones

$$x \to \boxed{f} \to f(x) \to \boxed{g} \to g(f(x)) = g \circ f(x)$$

$$Dm(g \circ f) = \{ x \in \mathbb{R} \,/\, x \in Dm(f) \wedge f(x) \in Dm(g) \}$$

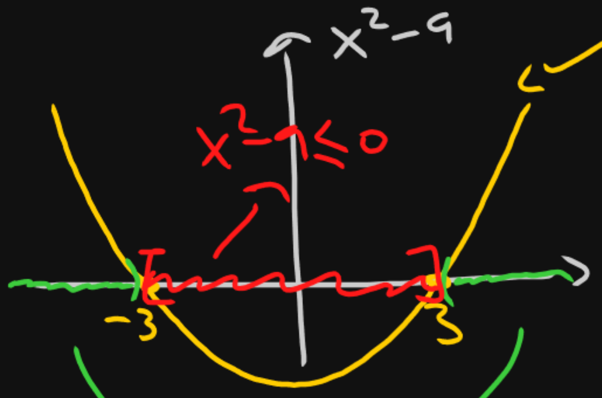
Ej: Si $f(x) = x^2 - 9$ y $g(x) = \ln(x)$

Calcular $h(x) = g \circ f(x)$ y dar el dominio

y $\ell(x) = f \circ g(x)$ de ambas

$f(x)=x^2-9$ ; $g(x)=\ln(x) \rightsquigarrow \mathrm{Dm}(\ln(x))=(0,+\infty)$

$$h(x)=g\circ f(x)=g(f(x))=\ln(x^2-9)$$




$$\boxed{\mathrm{Dm}(h)=(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)}$$

) aquí (

$x^2-9>0$

$\Rightarrow$ esto es el $\mathrm{Dm}(h)$

$$l(x)=f\circ g(x)=f(g(x))=\ln^2(x)-9$$

$\ln^2(x) \neq \ln(x^2)$ no!!!

$$\mathrm{Dm}(l)=(0,+\infty)$$

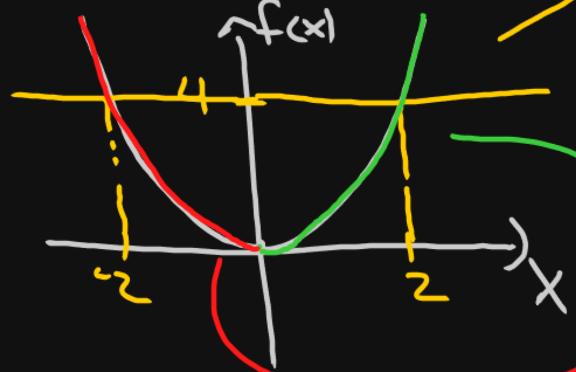
# Función inversa

$$x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow f(x) \longrightarrow \boxed{f^{-1}} \longrightarrow x$$


$\hookrightarrow f \circ f^{-1}(x) = x = id(x)$

ej: si $f(x) = e^x \Longrightarrow f^{-1}(x) = \ln(x)$

ej: $f(x) = x^2$ → ¡NO ES INYECTIVA!



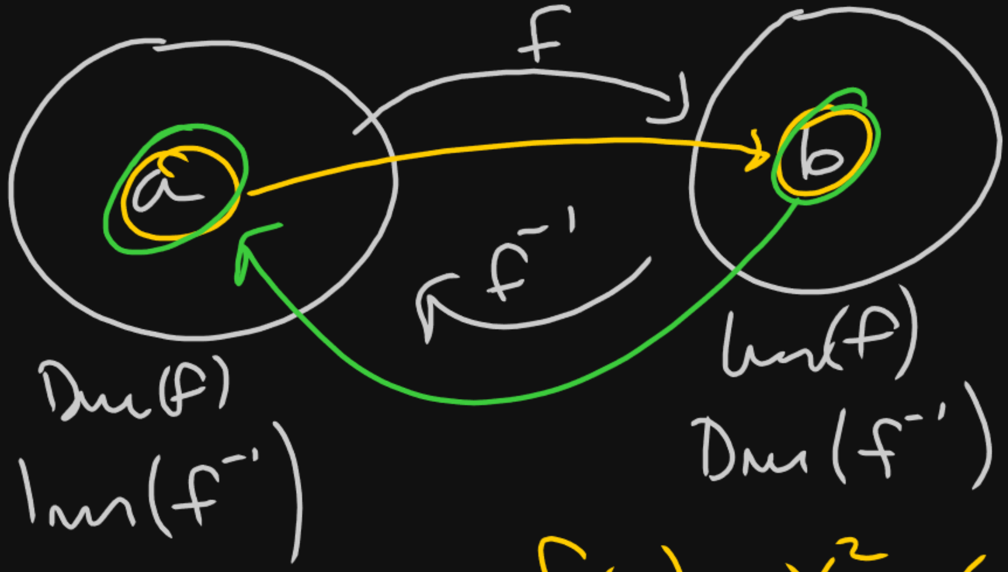

$\to f(x) = x^2$ con $[0, +\infty)$

$$\Downarrow$$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

$\to f(x) = x^2$ con $(-\infty, 0]$

$f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$




$$f(a) = b$$

$$f^{-1}(b) = a$$

Si $(a,b)$ pertenece al gráfico de $f$

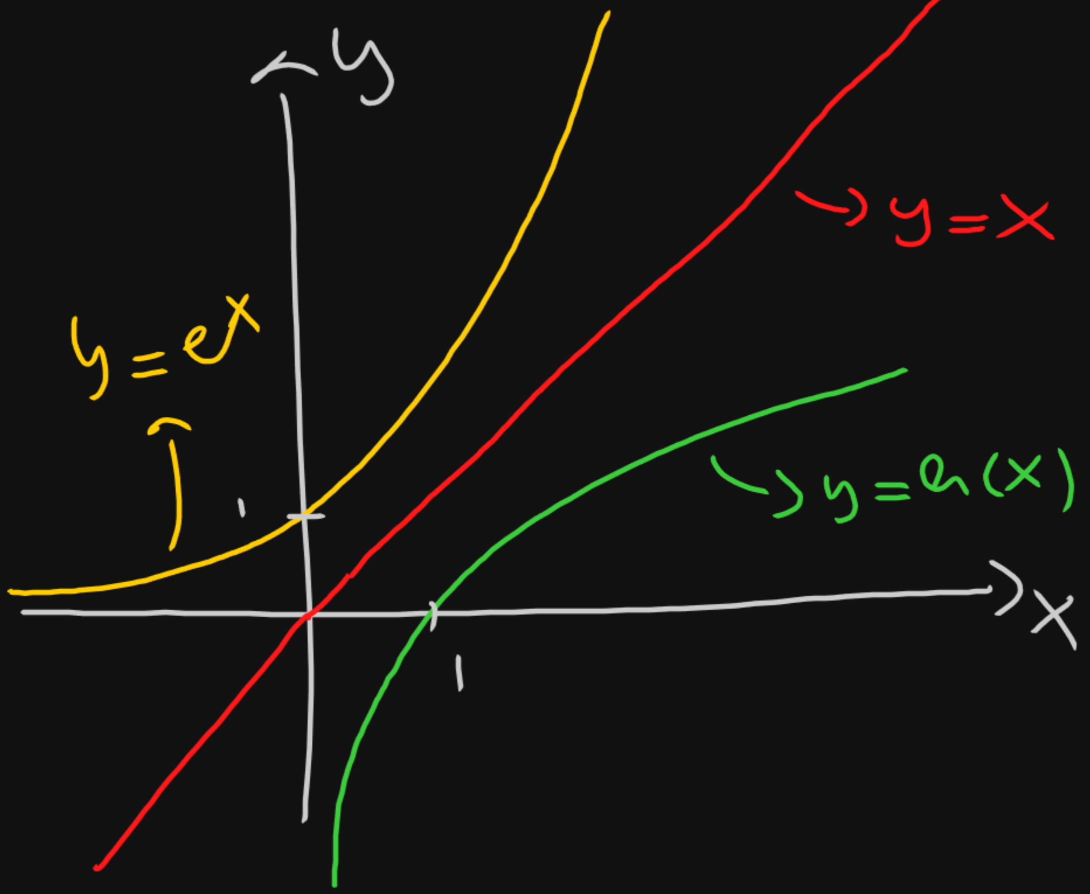
$\Rightarrow$ el punto $(b,a)$ pertenece al gráfico de $f^{-1}$

$f(x) = x^2$ con $[0, +\infty)$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$


Método gráfico para hallar inversas

$f(x) = e^x$




$Dom(f) = \mathbb{R}$

$Im(f) = (0, +\infty)$

$Dom(f^{-1}) = (0, +\infty)$ ✓

$Im(f^{-1}) = \mathbb{R}$ ✓

¿Analíticamente?

ej: $f(x) = e^x \rightsquigarrow y = e^x$

1°) Cambiamos $x \longleftrightarrow y$

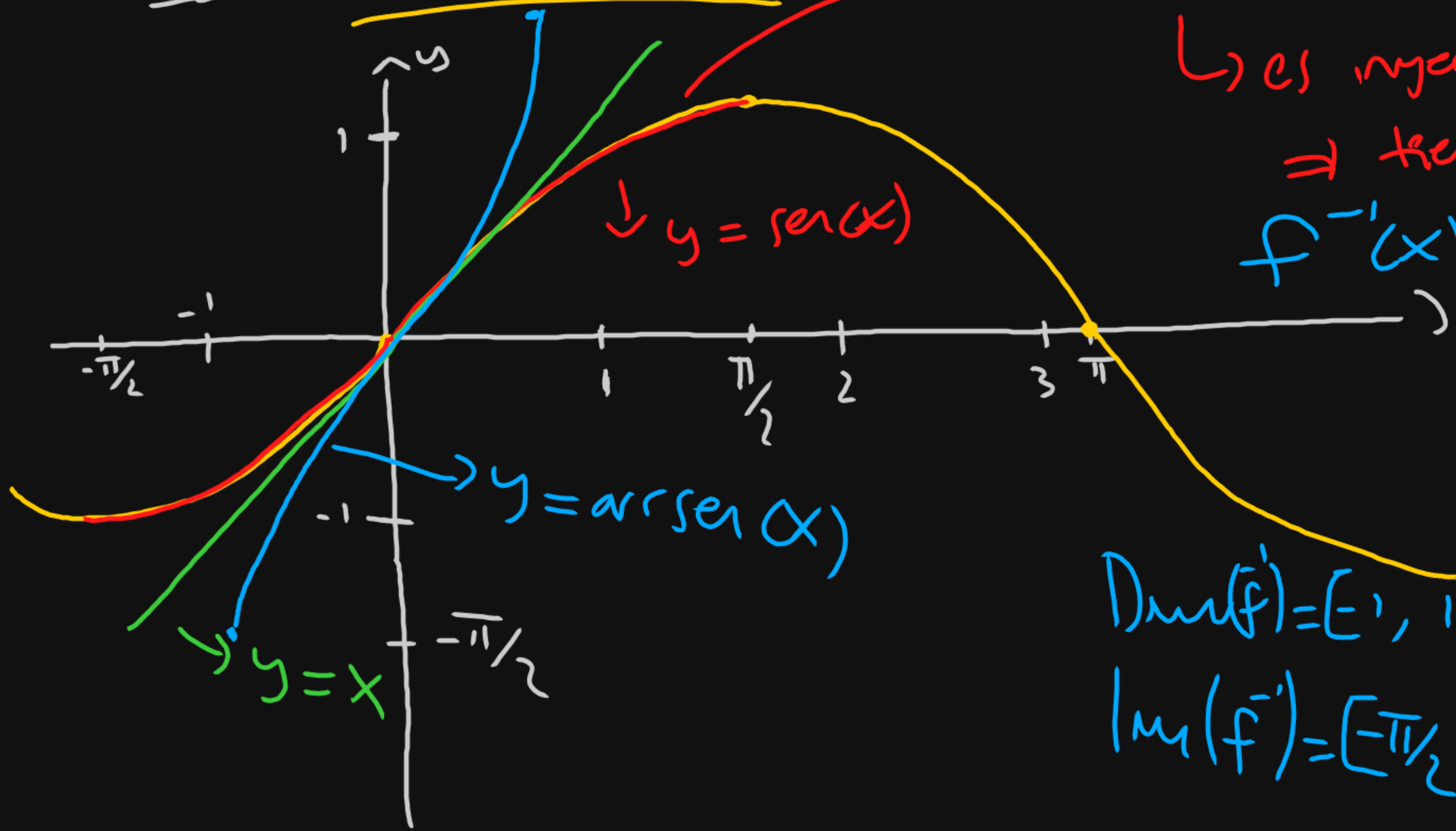
$x = e^y$.

$f^{-1}(x) = \ln(x)$

2°) Despejar $y \rightarrow \ln(x) = \ln(e^y)$

$\ln(x) = y$

ej: $f(x) = sen(x)$




→ $f(x) = sen(x)$ con $x \in [-\pi/2, \pi/2]$

↳ es inyectiva

$\Rightarrow$ tiene inversa

$f^{-1}(x) = arcsen(x)$

$Dom(f^{-1}) = [-1, 1]$

$Im(f^{-1}) = [-\pi/2, \pi/2]$

$Dom(f) = [-\pi/2, \pi/2]$

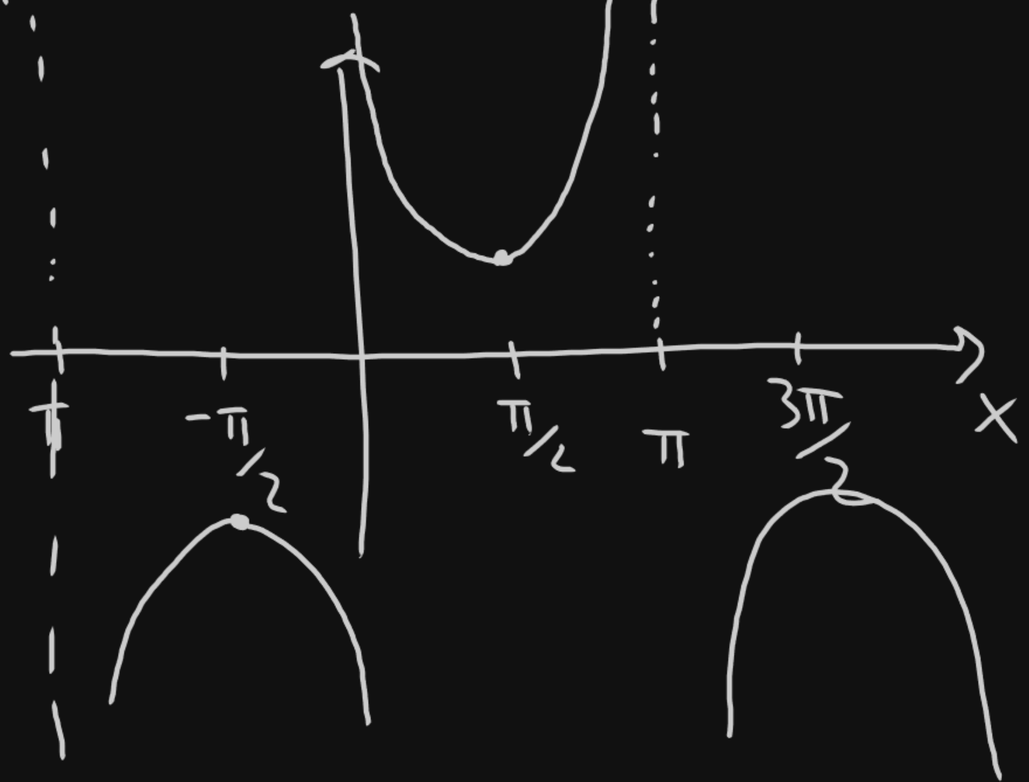
$Im(f) = [-1, 1]$

IMPORTANTE $\quad f^{-1}(x) \neq \dfrac{1}{f(x)}$

Si $f(x) = \operatorname{sen}(x) \Rightarrow f^{-1}(x) = \operatorname{arcsen}(x)$

Pero $\dfrac{1}{f(x)} = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(x)}$

Cosec $(x)$



ej: $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+5}$. Hallar $f^{-1}(x)$, hallar Dominio e imagen de ambas

$\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-5\} \longrightarrow \mathrm{Im}(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{-5\}$

$\rightarrow$ busco $f^{-1}(x)$: $\quad y = \dfrac{2x-1}{x+5}$

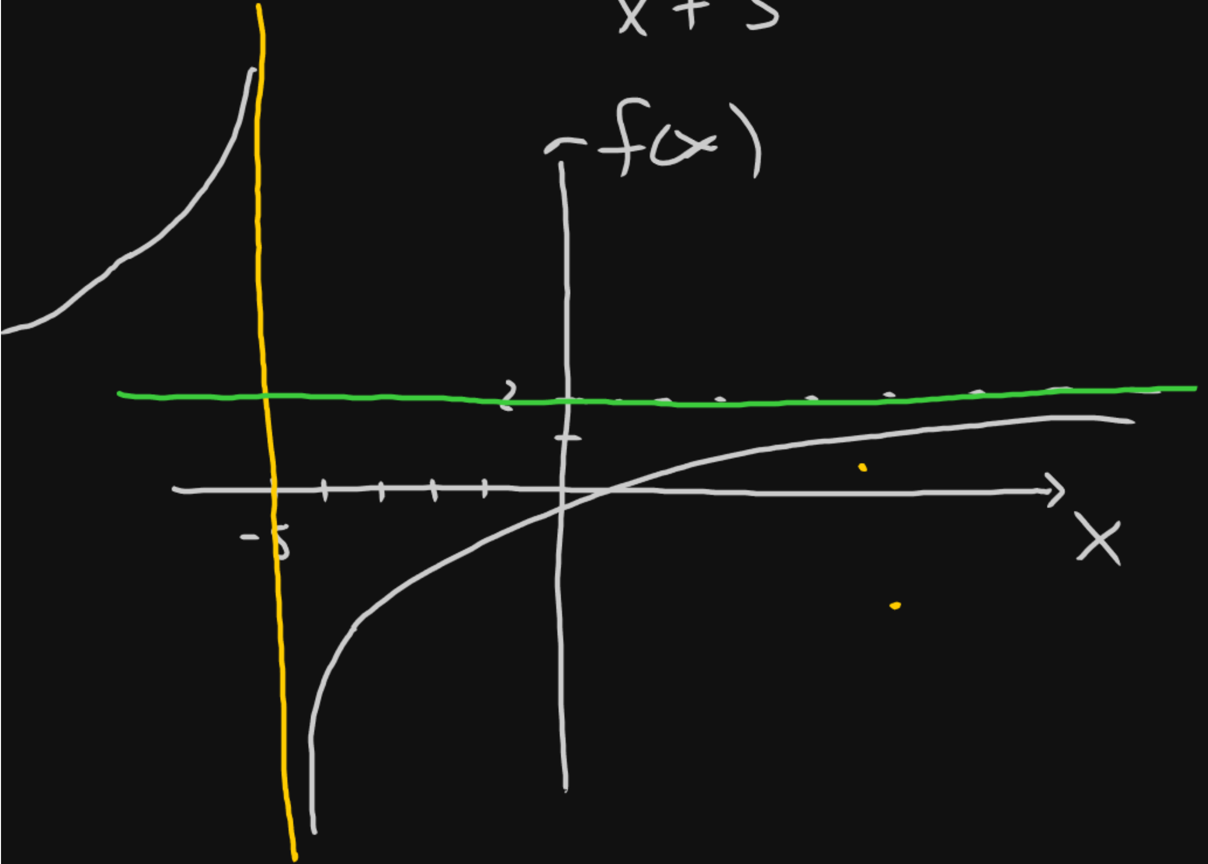
$\rightarrow x = \dfrac{2y-1}{y+5} \rightarrow$ despejo $y \rightarrow x(y+5) = 2y-1$

$\rightarrow xy + 5x = 2y - 1 \rightarrow 5x + 1 = 2y - xy = y(2-x)$

$\rightarrow 5x+1 = y(2-x) \rightarrow \dfrac{5x+1}{2-x} = y \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{5x+1}{2-x}$

$$Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow Im(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+5}, \quad f^{-1}(x) = \frac{5x+1}{2-x}$$




**TAREA (PARA EL LUNES)**

Hallar dominio, imagen, inversa, dominio e imagen de la misma para:

1) $f(x) = \ln(5x+2)$

2) $f(x) = \dfrac{3x+7}{2x-5}$