

Tema 1. Los números

Colección de ejercicios

Versión: 2

Cálculo

1º Ingeniería

Problema 1. Halla los números reales $x \in \mathbb{R}$ que verifican $|x - 3| \leq |x + 1|$ y haz una representación gráfica sobre un eje cartesiano con eje de abscisas x de las funciones $y = |x - 3|$ e $y = |x + 1|$ para comprobar el resultado.

Problema 2. Halla los números reales $x \in \mathbb{R}$ que verifican $|2x + 1| < |x - 1|$.

Problema 3. Halla los números reales $x \in \mathbb{R}$ que verifican $\frac{|x+1|}{|x+3|} \leq 1$.

Problema 4. Dos rayos de luz paralelos inciden en un espejo plano con un ángulo de 45° en los puntos $x=2$ y $x=4$ del eje de los reales, respectivamente. Si los rayos salen rebotados del espejo con el mismo ángulo, ¿cuáles son las ecuaciones de las trayectorias de éstos?

Problema 5. Transforma los siguientes números complejos a forma polar y además exprésalos en forma de exponencial compleja:

a) $z = 2j$

b) $z = 8$

c) $z = 2 + 2j$

d) $z = -1 + \sqrt{3}j$

e) $z = \sqrt{3} - j$

f) $z = -1 - j$

Problema 6. Transforma los siguientes números complejos a forma binómica:

a) $z = 2_{30^\circ}$

b) $z = 3_{120^\circ}$

c) $z = 5_{225^\circ}$

d) $z = 2_{75^\circ}$

e) $z = 4_{-60^\circ}$

f) $z = 8e^{j\frac{\pi}{4}}$

g) $z = 2e^{j\frac{5\pi}{3}}$

h) $z = e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Problema 7. Calcula:

$$\frac{(2i)^2}{(-1-i)^3}$$

Problema 8. Calcula las raíces cúbicas del complejo $z = -i$.

Problema 9. Resuelve la siguiente ecuación en el conjunto de los números complejos:

$$x^4 + 81 = 0$$

Problema 10. Calcular el valor de x e y para que los números complejos siguientes sean iguales:

$$2x + 7xyi = 18 - 63i$$

Problema 11 Calcular el valor de k para que $\frac{k-2i}{3+4i}$ sea:

a) Un número real b) Un número imaginario

Problema 12 Escribe en forma binómica $\frac{1+i}{1-i}$

Problema 13 Calcula $\sqrt[3]{i}$ y expresa las soluciones en forma binómica.

Problema 14 Calcula y representa las 3 raíces cúbicas de $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

Problema 15 Calcular y representar en el plano complejo las soluciones de la ecuación siguiente: $x^2 - 4x + 13 = 0$

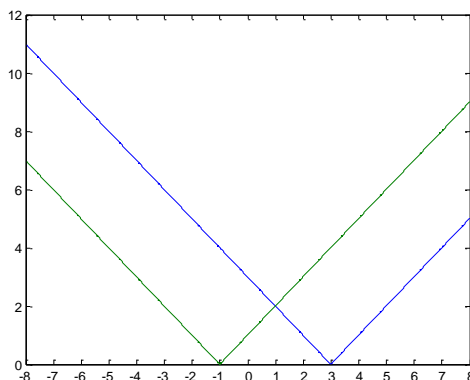
Problema 16 Calcular y representar en el plano complejo las soluciones de la ecuación siguiente: $x^4 + 1 = 0$

Problema 17 Una de las raíces cuartas de un número complejo z es $z' = \sqrt{3} + i$. Encontrar z y las otras tres raíces.

Problema 18 Expresa en forma polar y binómica el resultado de la operación $(1 - \sqrt{3}i)^5$

Soluciones

1) $\forall x \in [1, \infty)$



2) $\forall x \in (-2, 0)$

3) $\forall x \in [-2, \infty)$

4) $y = |x - 2|$ e $y = |x - 4|$

5) $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{P}$

a. 2_{90°

b. 8_{0°

c. $\sqrt{8}_{45^\circ}$

d. 2_{120°

e. 2_{330°

f. $\sqrt{2}_{225^\circ}$

6) $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{B}$

a. $\sqrt{3} + j$

b. $-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}j$

c. $-\frac{5\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}j$

d. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}j$

e. $2 - 2\sqrt{3}j$

f. $4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}j$

g. $1 - \sqrt{3}j$

h. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}j$

7) $-1 - i$

8) $1e^{i\frac{\pi}{2}}, 1e^{i\frac{7\pi}{6}}, 1e^{i\frac{11\pi}{6}}$

9) $3_{45^\circ}, 3_{135^\circ}, 3_{225^\circ}$ y 3_{315°

10) $x = 9, y = -1$

11)

a) $k = -\frac{3}{2}$ b) $k = \frac{8}{3}$

12) i .

13) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + i), \frac{1}{2}(-\sqrt{3} + i), -i$.

14) $1e^{i\frac{\pi}{4}}, 1e^{i\frac{11\pi}{12}}, 1e^{i\frac{19\pi}{12}}$.

15) $x_1 = 2 + 3i$ $x_2 = 2 - 3i$.

16) $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$ $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1 + i)$ $x_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1 - i)$ $x_4 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - i)$.

17) El número es 16_{120° y las raíces son $2_{30^\circ}, 2_{120^\circ}, 2_{210^\circ}$ y 2_{300°

18) $32_{60^\circ}, 16 + 16\sqrt{3}j$