$$\left|5+\frac{4}{x+3}\right| \leq 2 \rightsquigarrow \left|\frac{5x+19}{x+3}\right| \leq 2$$

$$|5x+19| \leq 2|x+3|$$

$$\frac{|5x+19|}{|x+3|} \leq 2$$

$$\left|5+\frac{4}{x+3}\right| = \begin{cases} & \text{Si } x \geq 0 \\ & \text{Si } x < 0 \end{cases}$$

MAL

1° caso:

$$5+\frac{4}{x+3} \geq 0$$

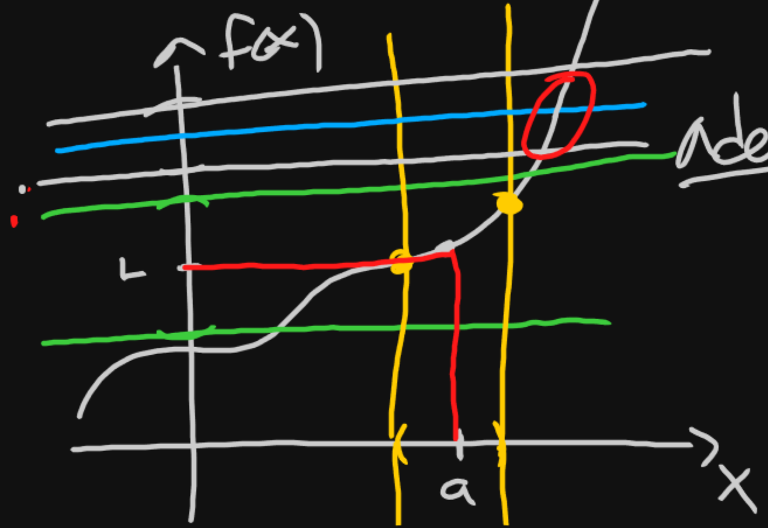
$$\frac{4}{x+3} \geq -5 \rightarrow 4 \geq -5(x+3)$$

2° caso.

$$5+\frac{4}{x+3} < 0$$

$$\frac{\sqrt{3}-i}{(\sqrt{3}+i)^5}$$

Límites



$f(a) = L$

además, $\lim_{x \to a} f(x) = L$

↳ Para todo entorno de L $(E(L))$, existe un entorno de a $(E(a))$ / si $x \in E(a) \Rightarrow f(x) \in E(L)$

Límites laterales

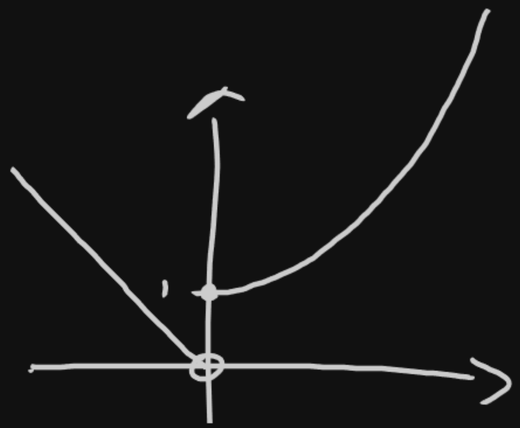
$\lim_{x \to a^+} f(x) \rightarrow$ me acerco a a por derecha

$\lim_{x \to a^-} f(x) \rightarrow$ me acerco a a por izquierda $\rightarrow$ $\lim_{x \to a} f(x)$ existe

$\iff \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)$

ej: $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{si } x\geq 0 \\ -x & \text{si } x<0 \end{cases}$

$f(0)=1$



$\lim_{x\to 0^-} f(x)=0$; $\lim_{x\to 0^+} f(x)=1$

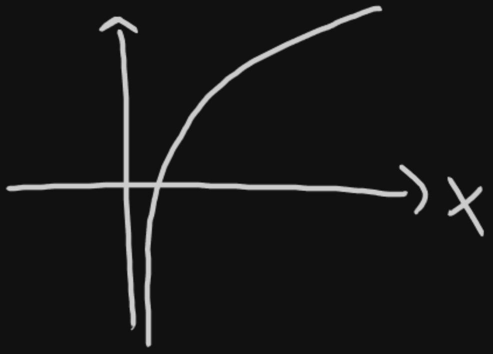
$\nexists \lim_{x\to 0} f(x)$

$\in \to$ Pertenece

$\exists \to$ existe

— o —

ej: $f(x)=\ln(x)$

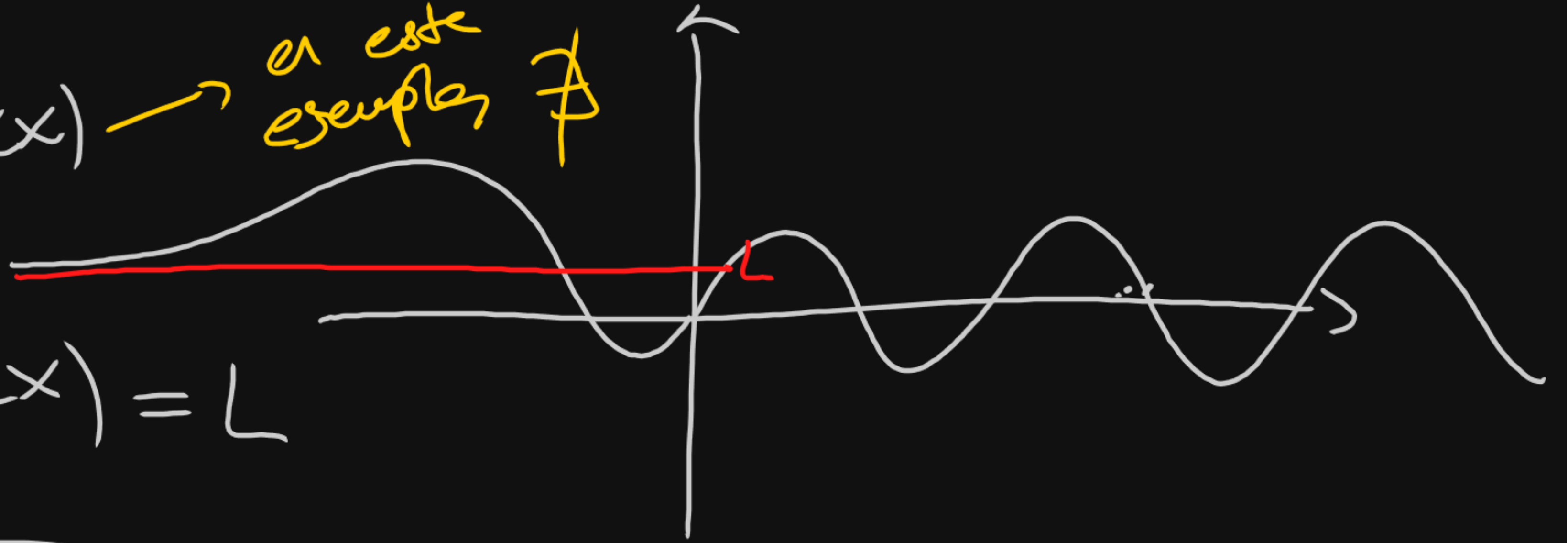


$\nexists \lim_{x\to 0^-} f(x)$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$

* Límites en el infinito

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ → en este ejemplo $\nexists$



- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$

— o —

Ej: $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$

Reglas para operar límites

Supongamos $\lim_{x \to a} f(x) = L$ y $\lim_{x \to a} g(x) = K$

Entonces:

1) $\lim_{x \to a} \left(f(x) \pm g(x) \right) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x) = L \pm K$

2) $\lim_{x \to a} \left(f(x) \cdot g(x) \right) = L \cdot K$

3) $\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{L}{K}$ (siempre y cuando $K \neq 0$)

4) $\lim_{x \to a} \left(f(g(x)) \right) = f(K)$

(siempre y cuando $K \in Dom(f)$)

Algunos límites importantes

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \; ; \; \lim_{x\to 0^\pm} \frac{1}{x} = \pm\infty$$

$$\lim_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to \infty} \ln(x) = +\infty$$

(luego vemos más)

— o —

Más reglas

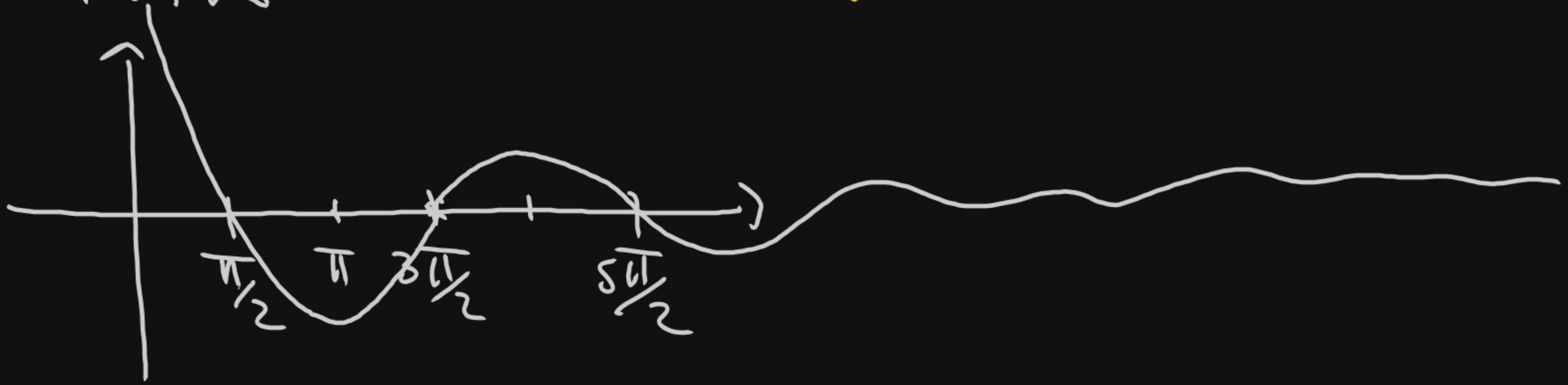
1) "cero por acotado": si $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ y $g(x)$ está acotada en un entorno de $a \Longrightarrow \lim_{x\to a} f(x)\cdot g(x) = 0$

ej: $h(x) = \dfrac{\cos x}{x}$

$$\lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\overset{\to 1}{\cos x}}{\underset{\to 0^+}{x}} = +\infty$$

¡ACOTADA!

$$\lim_{x\to +\infty} h(x) = \lim_{x\to +\infty} \underset{\to 0}{\frac{1}{x}} \cdot \cos x = 0$$

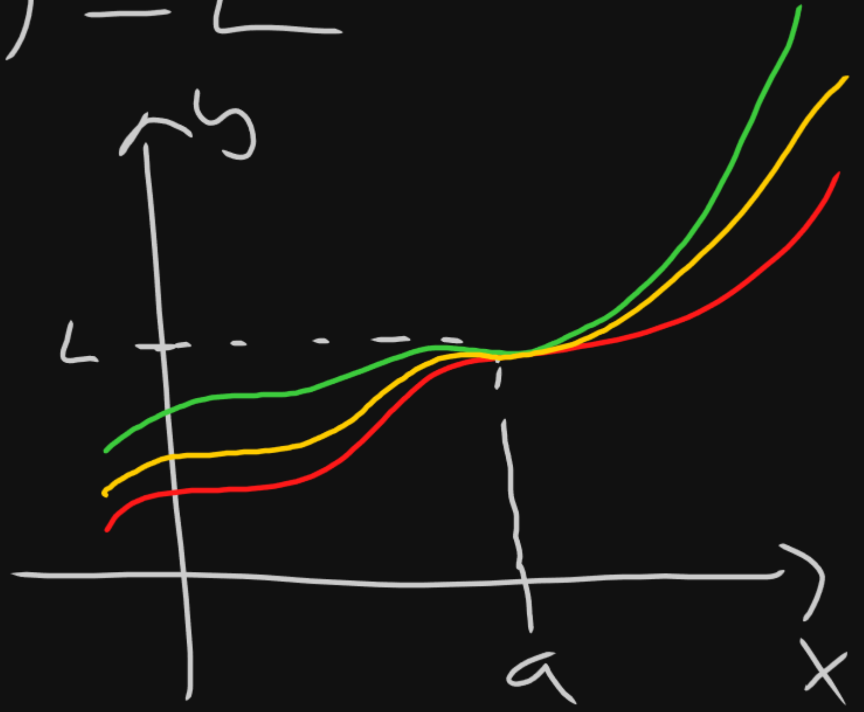


2) Regla de l'entrepà

Si tenemos $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$

y $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = L$

$\Longrightarrow \lim_{x \to a} h(x) = L$



Jerarquía de infinitos

ej: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\underbrace{x^2+5}_{\to+\infty}}{\underbrace{x^3-100}_{\to+\infty}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cancel{x^2}\left(1+\overbrace{5/x^2}^{\to 0}\right)}{x^{\cancel{3}}\left(1-\underbrace{100/x^3}_{\to 0}\right)} = 0$

CUANDO $x\to+\infty$

$\ln(x) \ll x^p \ll a^x \ll x^x$

$p>0$

$a>1$

ej: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(x)} = \infty$