IO – Introducció als Ordinadors

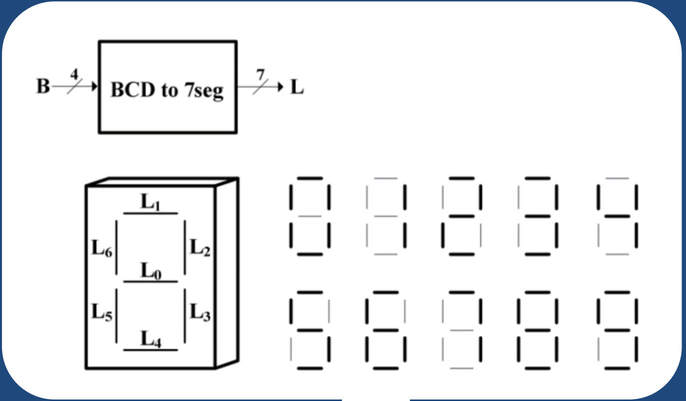
GRUP A – Sessió 17

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques (II)

laSalle
UNIVERSIDAD RAMON LLULL

EXERCICI 6

Convertidor a seven segments (7S)



"a" → Forma canònica abreujada de **Minterms**

"b" → Forma canònica de **Maxterms**.

"c" → Forma canònica abreujada de **Maxterms.**

"d" → Forma canònica de **Minterms.**

"e" → Forma algebraica simplificada.

"f" → Forma algebraica per implementar amb **NANDs** de **2 entrades**.

"g" → Forma algebraica per implementar amb **NORs** de **2 entrades**.

** En el cas de "f" i "g" no cal fer els diagrames.*

	B_3	B_2	B_1	B_0	L_1 a	L_2 b	L_3 c	L_4 d	L_5 e	L_6 f	L_0 g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

	$B_3B_2B_1B_0$				a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1

"a" → Forma canònica **abreujada** de **Minterms**:

$$a\,(B_3B_2B_1B_0) = \sum_4(0,2,3,5,6,7,8,9)$$

"b" → Forma canònica de **Maxterms:**

$$b\,(B_3B_2B_1B_0) = (B_3 + \overline{B_2} + B_1 + \overline{B_0}) \times (B_3 + \overline{B_2} + \overline{B_1} + B_0)$$

"c" → Forma canònica **abreujada** de **Maxterms:**

$$c\,(B_3B_2B_1B_0) = \prod_4(2)$$

"d" → Forma canònica de **Minterms:**

$$d\,(B_3B_2B_1B_0) = (\overline{B_3}\,\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) + (\overline{B_3}\,\overline{B_2}B_1\overline{B_0}) + (\overline{B_3}\,\overline{B_2}B_1B_0) + (\overline{B_3}B_2\overline{B_1}B_0) + (\overline{B_3}B_2B_1\overline{B_0}) + (B_3\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) + (B_3\overline{B_2}\,\overline{B_1}B_0)$$

"e" → Forma algebraica simplificada :

Optem per **Minterms:**

$$e\,(B_3B_2B_1B_0) = (\overline{B_3}\,\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) + (\overline{B_3}\,\overline{B_2}B_1\overline{B_0}) + (\overline{B_3}B_2B_1\overline{B_0}) + (B_3\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) =$$

$$((\overline{B_3} + B_3)\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) + (\overline{B_3}(\overline{B_2} + B_2)B_1\overline{B_0}) = (\overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0}) + (\overline{B_3}B_1\overline{B_0}) = \overline{B_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_0} + \overline{B_3}B_1\overline{B_0}$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

	B_3	B_2	B_1	B_0	f	g
0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	1
6	0	1	1	0	1	1
7	0	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1

"f" → Forma algebraica per implementar amb NANDs de 2 entrades.

Optem per **Maxterms**

$$f(B_3B_2B_1B_0) = (B_3+B_2+B_1+\overline{B_0}) \times (B_3+B_2+\overline{B_1}+B_0) \times (B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0}) =$$

$$\overline{\overline{(B_3+B_2+B_1+\overline{B_0})}} \times \overline{\overline{(B_3+B_2+\overline{B_1}+B_0)}} \times \overline{\overline{(B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0})}} =$$

$$\overline{(\overline{B_3}\,\overline{B_2}\,\overline{B_1}B_0)} \times \overline{(\overline{B_3}\,\overline{B_2}B_1\overline{B_0})} \times \overline{(\overline{B_3}B_2B_1B_0)} =$$

$$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{(\overline{\overline{\overline{B_3}\,\overline{B_2}}}\ \overline{\overline{B_1B_0}})} \times \overline{(\overline{\overline{\overline{B_3}\,\overline{B_2}}}\ \overline{\overline{B_1\overline{B_0}}})}}}} \times \overline{(\overline{\overline{\overline{B_3}B_2}}\ \overline{\overline{B_1B_0}})}}}$$

"g" → Forma algebraica per implementar amb NORs de 2 entrades

$$g(B_3B_2B_1B_0) = (B_3+B_2+B_1+B_0) \times (B_3+B_2+B_1+\overline{B_0}) \times (B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0})$$

$$= (B_3+B_2+B_1+(B_0\overline{B_0}) \times (B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0}) = \overline{\overline{(B_3+B_2+B_1) \times (B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0})}}$$

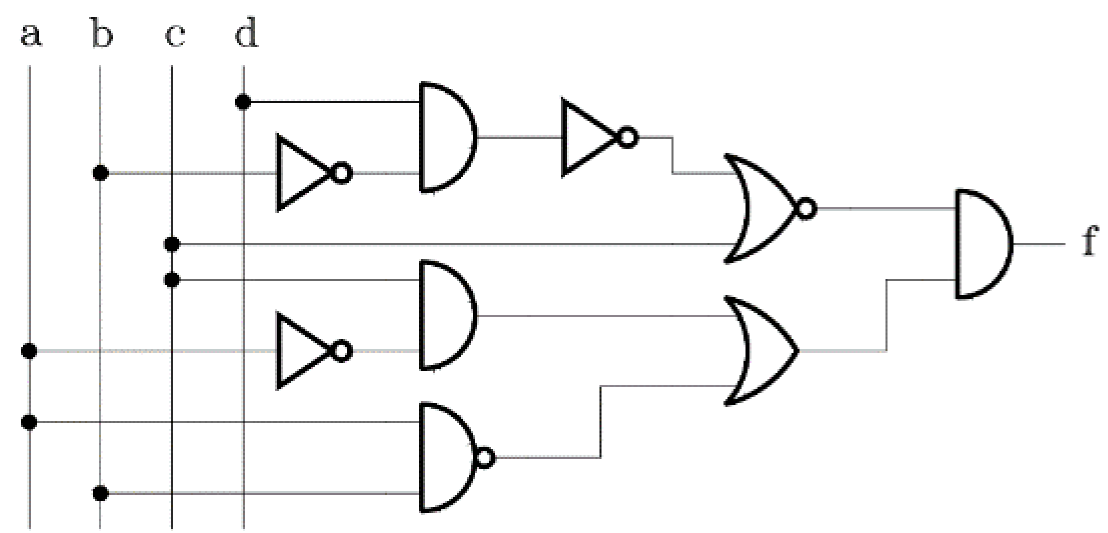
$$= \overline{\overline{(B_3+B_2+B_1)} + \overline{(B_3+\overline{B_2}+\overline{B_1}+\overline{B_0})}} = \overline{\overline{(\overline{\overline{B_3+B_2}}+B_1)} + \overline{(\overline{\overline{B_3+\overline{B_2}}}+\overline{\overline{\overline{B_1}+\overline{B_0}}})}}$$

EXERCICI 7: Implementació amb portes lògiques

a) Implementa la funció usant únicament portes **NAND** de 2 entrades (**NAND2**):

$$f(a,b,c,d) = \bar{a}c\bar{d} + a\bar{c} + abcd$$

b) Obtenir (sense realitzar cap transformació ni simplificació posterior) l'expressió algebraica corresponent a la funció f descrita en el diagrama de portes lògiques de la figura.



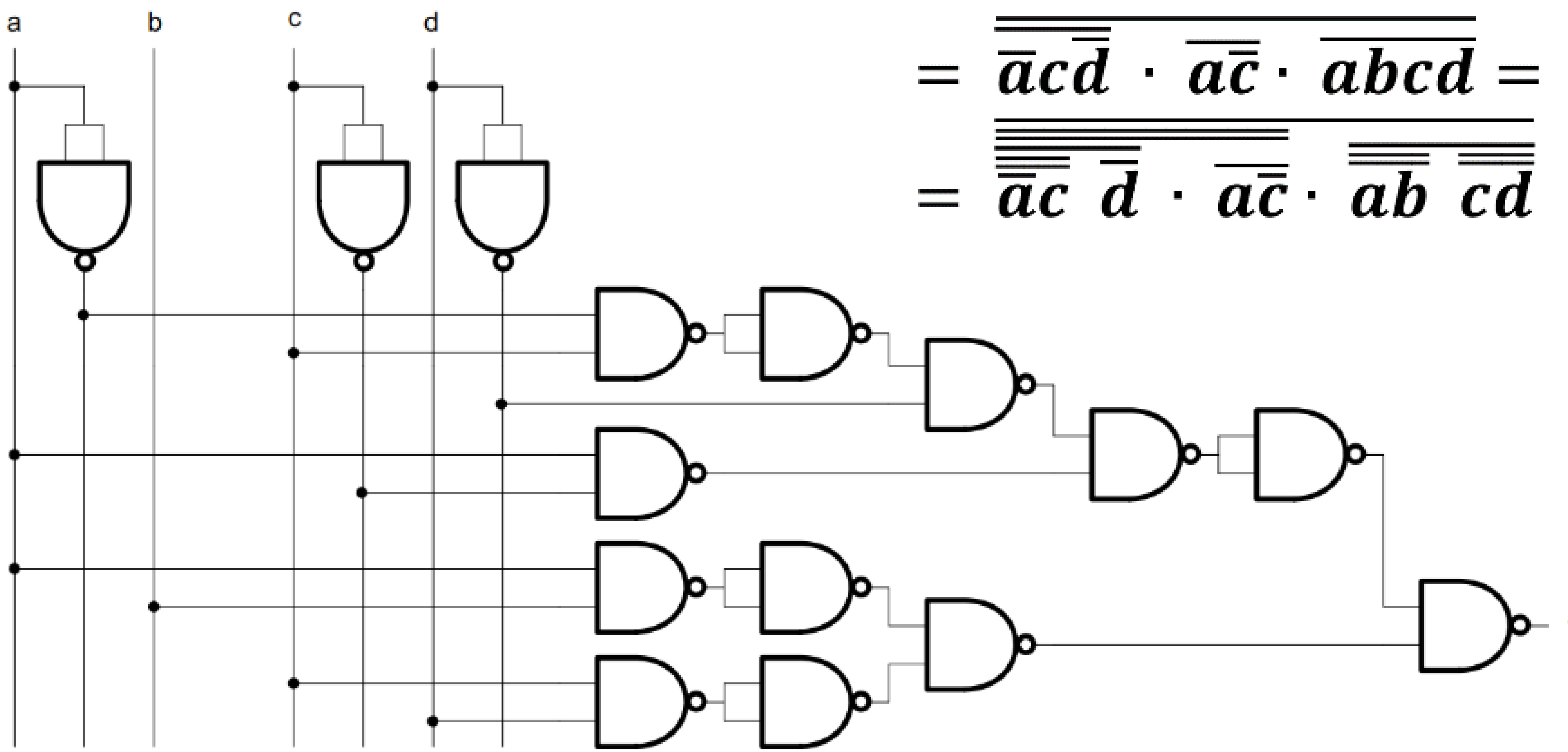
Convolució + Morgan

$$f(a,b,c,d) = \bar{a}c\bar{d} + a\bar{c} + abcd =$$

$$= \overline{\overline{\bar{a}c\bar{d} + a\bar{c} + abcd}} =$$

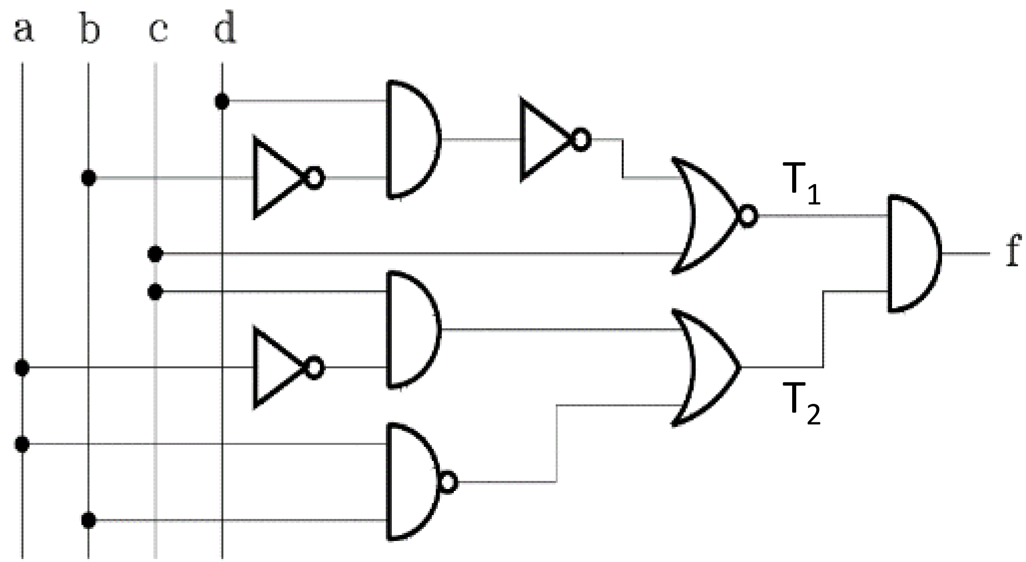
$$= \overline{\overline{\bar{a}c\bar{d}} \cdot \overline{a\bar{c}} \cdot \overline{abcd}} =$$

$$= \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\bar{a}c}}\;\bar{d}} \cdot \overline{a\bar{c}}}} \cdot \overline{\overline{\overline{ab}}\;\overline{\overline{cd}}}}$$



Exercici a entregar (proper dilluns) 3/3 (B):

Obtenir l'expressió algebraica corresponent



$$f(a,b,c,d) =$$

$$T_1 \times T_2$$

$$\overline{(T_{11} + T_{12})} \cdot (T_{21} + T_{22})$$

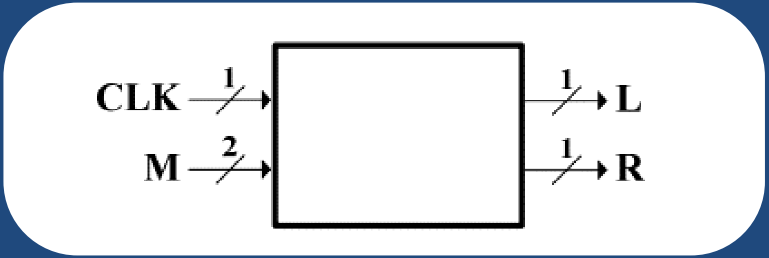
$$\overline{(\overline{T_{11}} + T_{12})} \cdot (T_{21} + T_{22})$$

$$\overline{(\overline{T_{111} \cdot T_{112}} + c)} \cdot (T_{211} \cdot T_{212} + \overline{T_{221} \cdot T_{222}})$$

$$\overline{(\overline{d \cdot \overline{b}} + c)} \cdot (c \cdot \overline{a} + \overline{a \cdot b})$$

PROBLEMA DE DISSENY

EXERCICI 8: Llums intermitents



Dissenyar un circuit lògic que implementi el control de **llums intermitents** d'un vehicle a partir de les següents especificacions.

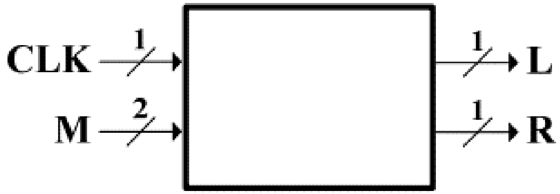
El sistema disposarà de 2 entrades:

- ***CLK:*** serà una entrada per la qual en el sistema s'introduirà una seqüència alternada 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, etc.
- ***M:*** serà un bus d'entrada de 2 bits que indicarà la manera de funcionament.

El sistema tindrà 2 sortides:

- ***L:*** serà la línia que activarà l'intermitent de l'esquerra per lògica positiva, això vol dir que quan valgui 1 l'intermitent estarà encès mentre que estarà apagat quan valgui 0.
- ***R:*** funcionarà com la sortida ***L*** però per l'intermitent de la dreta.

EXERCICI 8: Llums intermitents



La manera de funcionament serà la següent segons el que valgui ***M***:

- Quan M_1 = 0 i M_2 = 0, els llums estaran sempre apagats.
- Quan M_1 = 0 i M_2 = 1, els llums s'activaran de manera alternada, és a dir, quan ***CLK*** = 1 s'activarà un d'ells i quan ***CLK*** = 0 s'activarà l'altre.
- Quan M_1 = 1 i M_2 = 0, els llums s'activaran de manera simultània, és a dir, quan ***CLK*** = 1 s'activaran els dos llums i quan ***CLK*** = 0 s'apagaran els dos.
- Quan M_1 = 1 i M_2 = 1 els llums estaran sempre encesos.

Implementar:
- **El circuit amb portes lògiques NAND (<u>no fa falta simplificar la funció</u>).**

EXERCICI 8: Intermitents d'un cotxe

PAS 1: Construir la taula de la veritat del sistema.

M_1	M_0	CLK	L	R
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

EXERCICI 8: Intermitents d'un cotxe

PAS 2: Transformar l'expressió per implementar amb portes NAND.

A partir de la taula de veritat busquem una funció algebraica per a ambdues sortides en qualsevol format (Minterms o Maxterms).
Per exemple, la sortida L per **Minterms** seria:

$$L = (\overline{M_1} \cdot M_0 \cdot CLK) + (M_1 \cdot \overline{M_0} \cdot CLK) + (M_1 \cdot M_0 \cdot \overline{CLK}) + (M_1 \cdot M_0 \cdot CLK)$$

Per exemple, la sortida R per **Maxterms** seria:

$$\mathrm{R} = (M_1 + M_0 + CLK) \cdot (M_1 9 + M_0 + \overline{CLK}) \cdot (M_1 + \overline{M_0} + \overline{CLK}) \cdot (\overline{M_1} + M_0 + CLK)$$

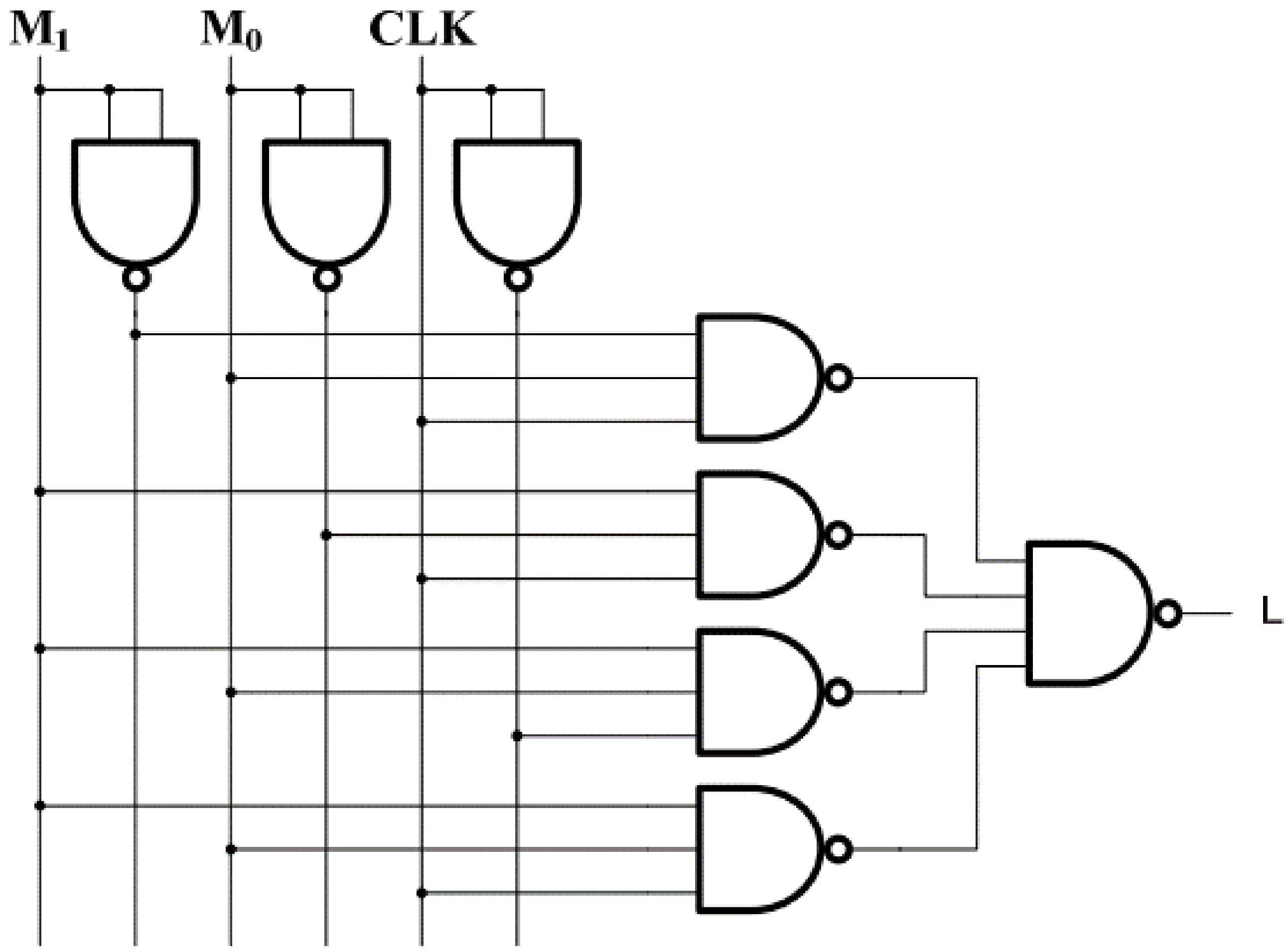
Finalment, implementarem les 2 funcions mitjançant portes lògiques. Si hem de fer la implementació amb portes NAND, primer haurem de reescriure les dues funcions perquè aquestes només incloguin operadors producte. ***<u>Exemple només pel cas de L.</u>***

$$L = \overline{\overline{(\overline{M_1} \cdot M_0 \cdot CLK) + (M_1 \cdot \overline{M_0} \cdot CLK) + (M_1 \cdot M_0 \cdot \overline{CLK}) + (M_1 \cdot M_0 \cdot CLK)}}$$

$$L = \overline{\overline{(\overline{M_1} \cdot M_0 \cdot CLK)} \cdot \overline{(M_1 \cdot \overline{M_0} \cdot CLK)_1} \cdot \overline{(M_1 \cdot M_0 \cdot \overline{CLK})} \cdot \overline{(M_1 \cdot M_0 \cdot CLK)}}$$

EXERCICI 8: Intermitents d’un cotxe

PAS 3: Implementació amb portes NAND.



Faltaria repetir l’últim pas per la funció R