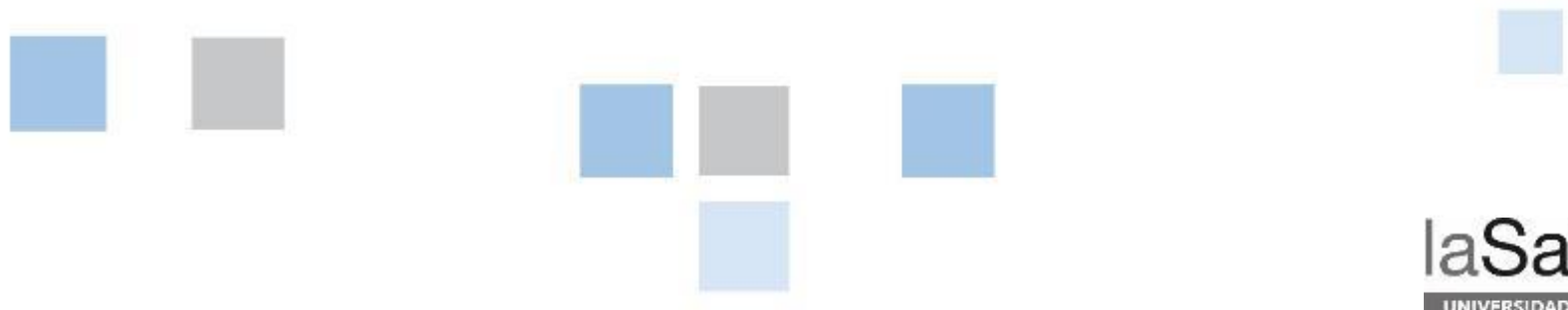


IO – Introducció als Ordinadors

GRUP A – Sessió 09-10

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques (II)



EXERCICI 1 (20 minuts)

Expressar aquestes funcions mitjançant:

- (1) La taula de veritat.
- (2) Diagrama de portes lògiques (poden ser de 1, 2 i 3 entrades).

1.Funció: $q = \overline{(ab + c)} \times \bar{d}$

2.Funció: $q = \overline{(a + b)} \oplus \bar{c} \oplus d$

SOLUCIÓ

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

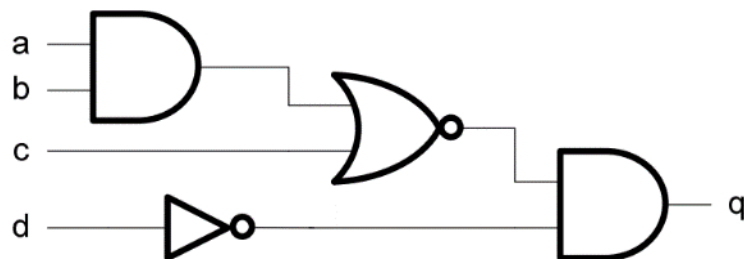
Exercici

1. Partint de la següent funció: $q = \overline{(ab + c)} \cdot \bar{d}$

Taula de veritat

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>q</i>
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Diagrama de portes lògiques



Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

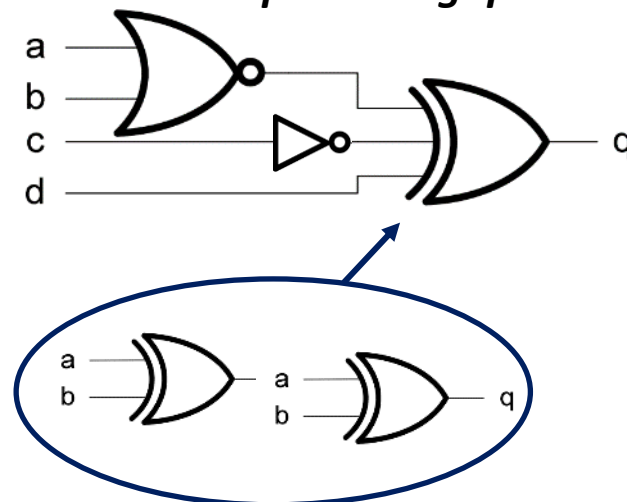
Exercici

2. Partint de la següent funció: $q = \overline{(a + b)} \oplus \bar{c} \oplus d$

Taula de veritat

a	b	c	d	$\overline{(a + b)}$	c	d	q
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

Diagrama de portes lògiques



Inputs			outputs
W	X	Y	$Q = A \oplus B \oplus C$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Tema 2:

Àlgebra booleana i portes lògiques

2.1. Àlgebra de Boole (4 POSTULATS)

2.2. Funcions booleanes

2.3. Operacions booleanes (portes lògiques)

2.4. Formes canòniques

2.5. Teoremes booleanes

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

2.2. Funcions booleanes

Expressions algebraiques

Expressió algebraica **canònica (2.4)**

- Dos tipus:
 - 1) Suma de conjunts de termes (**SUMA de MINTERMS**)
 - 2) Producte de conjunts de termes (**PRODUCTE DE MAXTERMS**)

Expressió algebraica **simplificada**

- Expressió en la que és impossible obtenir una altra expressió amb menys termes

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

2.2. Funcions booleanes

Expressions algebraiques

Expressió algebraica **canònica (2.4)**

- Dos tipus:
 - Suma de conjunts de termes (**SUMA de MINTERMS**)
 - Producte de conjunts de termes (**PRODUCTE DE MAXTERMS**)

Funció $\rightarrow q = a + b \times \bar{c}$

Taula de la veritat \rightarrow

**Exemple per
3 variables
d'entrada**

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>q</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

MAXTERMS

= Combinacions
que faran que la
sortida sigui '0'

M1NTERMS

= Combinacions
que faran que la
sortida sigui '1'

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

2.2. Funcions booleanes

Expressions algebraiques

Expressió algebraica **canònica (2.4)**

- Dos tipus:
 - Suma de conjunts de termes (**SUMA de MINTERMS**)
 - Producte de conjunts de termes (**PRODUCTE DE MAXTERMS**)

Funció $\rightarrow q = a + b \times \bar{c}$

Taula de la veritat \rightarrow

**Exemple per
3 variables
d'entrada**

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>q</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

MAXTERMS

= Combinacions
que faran que la
sortida sigui '0'

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

2.2. Funcions booleanes

Expressions algebraiques

Expressió algebraica **canònica (2.4)**

- Dos tipus:
 - Suma de conjunts de termes (**SUMA de MINTERMS**)
 - Producte de conjunts de termes (**PRODUCTE DE MAXTERMS**)

Funció $\rightarrow q = a + b \times \bar{c}$

Taula de la veritat \rightarrow

**Exemple per
3 variables
d'entrada**

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>q</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

M1NTERMS
= Combinacions
que faran que la
sortida sigui '1'

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

2.4. Formes canòniques

(Expressió algebraica canònica)

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>q</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **SUMA DE “MINTERMS”**: suma de conjunts de termes en els quals en cada terme apareixen **totes les variables d'entrada** operades per producte:

$$q = a + b \times \bar{c} = (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

Per “N” variables d'entrada, tenim 2^N possibles Minterms.

Per tant, no són Minterm expressions del tipus:

$$\overline{(a \times b \times c)}, \text{ o } (a \times \overline{b \times c}), \dots$$

- **PRODUCTE DE “MAXTERMS”**: producte de conjunts de termes on cada terme apareixen **totes les variables d'entrada** operades com a sumes i **negades**:

$$q = a + b \times \bar{c} = (a + b + c) \times (a + b + \bar{c}) \times (a + \bar{b} + \bar{c})$$

Formes canòniques permeten un millor anàlisi per a la simplificació de les funcions. Això és de gran importància per a la minimització de circuits digitals.

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

SUMA DE “**M1**INTERMS” vs PRODUCTE DE “**MAX**TERMS”:

Exemple per
3 variables
d'entrada

			MINTERMS		MAXTERMS
a	b	c		q	
0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	0	$(a + b + c)$
0	0	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	0	$(a + b + \bar{c})$
0	1	0	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	1	$(a + \bar{b} + c)$
0	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	0	$(a + \bar{b} + \bar{c})$
1	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	1	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	$(a \times \bar{b} \times c)$	1	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	$(a \times b \times \bar{c})$	1	$(\bar{a} + \bar{b} + c)$
1	1	1	$(a \times b \times c)$	1	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$q = a + b \times \bar{c} = (a + b + c) \times (a + b + \bar{c}) \times (a + \bar{b} + \bar{c})$$

$$q = a + b \times \bar{c} = (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

EQUIVALENTS!!!

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Com obtenir les formes canòniques de MINTERMS i MAXTERM?

Exemple (2.6): $q(a,b,c) = \overline{(a \cdot \bar{b} + c)}$

Expressió algebraica (no canònica)

→ Expressió algebraica canònica

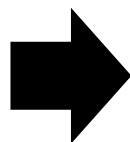
Mètode 1: TAULA DE LA VERITAT (*expressions simples amb poques variables*)

PAS 1: Avaluar la funció per determinar les combinacions per a les que la funció val 1 o bé 0 → **MINTERMS** o **MAXTERM** corresponents.

Pas 2: determinar el valor de cada sortida.

Pas 3: determinar què és **MINTERMS** o **MAXTERM** en funció del valor de la sortida.

a	b	c	q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



$$\overline{(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})}$$

MINTERM

$$(a + b + \bar{c})$$

MAXTERM

$$\overline{(\bar{a} \times b \times \bar{c})}$$

MINTERM

$$(a + \bar{b} + \bar{c})$$

MAXTERM

$$\overline{(\bar{a} + b + c)}$$

MAXTERM

$$\overline{(\bar{a} + b + \bar{c})}$$

MAXTERM

$$(a \times b \times \bar{c})$$

MINTERM

$$\overline{(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})}$$

MAXTERM

$$\begin{aligned} &(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c}) + \\ &(\bar{a} \times b \times \bar{c}) + \\ &(a \times b \times \bar{c}) = \\ &(a + b + \bar{c}) \times \\ &(a + \bar{b} + \bar{c}) \times \\ &(\bar{a} + b + c) \times \\ &(\bar{a} + b + \bar{c}) \times \\ &(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \end{aligned}$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Mètode 2: PROCESSOS ALGEBRAICS

- Desenvolupant la funció original fins a obtenir la forma canònica desitjada.
- Caldrà fer un procés de “**manipulació algebraic**” de la funció original:
→ **TRANSFORMACIONS**
- Els passos seran diferents per obtenir els MINTERMS o els MAXTERMS.

Pel cas de la SUMA de “M1NTERMS”

1. Desenvolupar la funció fins obtenir una **suma de termes** que incloguin **productes de variables** → (...) + (...) + (..) ... + (...)
2. Els termes trobats que no siguin MINTERMS es converteixen fins a completar l'aparició de totes les variables d'entrada. Per mantenir inalterat el valor de la funció haurem d'afegir la suma de cada variable i la variable complementada:

$$\text{Exemple: } q(a, b, c) = (a) + (b \times \bar{c}) = (a \times (b + \bar{b}) \times (c + \bar{c})) + ((a + \bar{a}) \times b \times \bar{c})$$

El seu valor sempre serà 1 i no altera el producte → POSTULAT 4.

1. Expandir l'expressió i eliminar els MINTERMS repetits.

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Pel cas de PRODUCTE de MAXTERMS

1. Desenvolupem la funció fins a obtenir un producte de termes que incloguin **sumes de variables** $\rightarrow (...) \times (...) \times (...) \dots \times (...)$
2. Els termes que no siguin MAXTERMS es converteixen incloent les variables que falten fins a completar l'aparició de totes les variables d'entrada. Per mantenir inalterat el valor de la funció haurem d'afegir el producte de cada variable i la variable complementada.

Exemple: $q(a, b, c) = (a + b) \times (a + \bar{c}) = (a + b + (c \times \bar{c})) \times (a + (b \times \bar{b}) + \bar{c})$

El seu valor sempre serà 0 i no altera la suma.

1. Expandir l'expressió i eliminar els MAXTERMS repetits.

**A part dels 4 POSTULATS, haurem d'aplicar
TEOREMES de la Àlgebra de Boole.
(els veurem més endavant)**

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exemple: Buscar els MAXTERMS i MINTERMS per la funció: $q(a, b, c) = a + b \times \bar{c}$

Obtenció dels **MINTERMS**

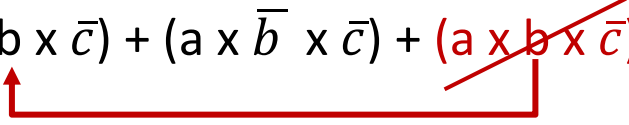
1. **PAS 1:** Obtenir una expressió que sigui una **suma** de termes:

$$q(a, b, c) = a + b \times \bar{c} = (a) + (b \times \bar{c})$$

2. **PAS 2:** Per a cada terme incloure les variables d'entrada que faltin com a productes, fent ús del **postulat 4**:

$$q(a, b, c) = (a \times (b + \bar{b}) \times (c + \bar{c})) + ((a + \bar{a}) \times b \times \bar{c})$$

3. **PAS 3:** Desenvolupem les expressions + **eliminar les repetides**

$$q(a, b, c) = (a \times b \times c) + (a \times \bar{b} \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times \bar{c}) + \cancel{(a \times b \times \bar{c})} + (\bar{a} \times b \times \bar{c})$$


$$q(a, b, c) = (a \times b \times c) + (a \times \bar{b} \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times \bar{b} \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times \bar{c})$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exemple: Buscar els MAXTERMS i MINTERMS per la funció: $q(a, b, c) = a + b \times \bar{c}$

Obtenció dels **MAXTERMS**

1. **PAS 1:** Obtenir una expressió que sigui **producte** de termes:

$(a, b, c) = a + b \times \bar{c}$ (hauré d'aplicar postulats)

→ Propietat distributiva de l'àlgebra de Boole → $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$

$q(a, b, c) = a + b \times \bar{c} = (a + b) \times (a + \bar{c})$

Postulat 3. Operacions distributives

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c) \leftarrow$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exemple: Buscar els MAXTERMS i MINTERMS per la funció: $q(a, b, c) = a + b \times \bar{c}$

Obtenció dels **MAXTERMS**

1. **PAS 1:** Obtenir una expressió que sigui **producte** de termes:

$$(a, b, c) = a + b \times \bar{c} \text{ (hauré d'aplicar postulats)}$$

→ Propietat distributiva de l'àlgebra de Boole → $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$

$$q(a, b, c) = a + b \times \bar{c} \quad \downarrow \quad = (a + b) \times (a + \bar{c})$$

2. **PAS 2:** Per a cada terme incloure les variables d'entrada que faltin sumades, fen ús de **postulat 4**:

$$q(a, b, c) = (a + b + (c \times \bar{c})) \times (a + (b \times \bar{b}) + \bar{c})$$

3. **PAS 3:** Desenvolupem les expressions + **eliminar les repetides**

$$\begin{aligned} q(a, b, c) &= (a + b + c) \times (a + b + \bar{c}) \times \cancel{(a + b + \bar{c})} \times (a + \bar{b} + \bar{c}) = \\ &= (a + b + c) \times (a + b + \bar{c}) \times (a + \bar{b} + \bar{c}) \end{aligned}$$

EXERCICI 2 (20 minuts)

Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

Es demana arribar a les formes canòniques:

1. ***Pel mètode 1:*** Avaluar la funció original per a cada possible combinació, trobant els **MINTERMS** associats a cada combinació (taula de la veritat).
2. ***Pel mètode 2:*** Realitzant transformacions algebraiques de la funció per arribar tant a la forma canònica de **MINTERMS**.

SOLUCIÓ

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

#	a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
2	0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
3	0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
4	1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
5	1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
6	1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
7	1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

MÈTODE 2: MINTERMS

$q(a, b, c) =$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$$

- Amb MINTERMS no vull tenir multiplicacions a fora dels parèntesis, per tant, els haig de transformar en sumes

Postulat 3. Operacions distributives

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$$

Postulat 4. Complementada o inversa

$$a + \bar{a} = 1$$

$$a \times \bar{a} = 0$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

MÈTODE 2: MINTERMS

$$q(a, b, c) =$$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c =$$

$$(a \times b) + (\bar{c} \times b) + (\bar{a} \times c)$$

Postulat 3. Operacions distributives

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$$

Postulat 4. Complementada o inversa

$$a + \bar{a} = 1$$

$$a \times \bar{a} = 0$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

MÈTODE 2: MINTERMS

$$q(a, b, c) =$$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c =$$

$$(a \times b) + (\bar{c} \times b) + (\bar{a} \times c) =$$

$$(a \times b \times (c + \bar{c})) + ((a + \bar{a}) \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times (b + \bar{b}) \times c)$$

Afegim les variables que falten a cada terme

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

MÈTODE 2: MINTERMS

$$q(a, b, c) =$$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c =$$

$$(a \times b) + (\bar{c} \times b) + (\bar{a} \times c) =$$

$$(a \times b \times (c + \bar{c})) + ((a + \bar{a}) \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times (b + \bar{b}) \times c) =$$

$$(a \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + \cancel{(a \times b \times \bar{c})} + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (\bar{a} \times \bar{b} \times c)$$

Multipliquem
+
Eliminem repetits

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 1:

a	b	c	q	MINTERMS	MAXTERMS
0	0	0	0	$(\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	0	1	1	$(\bar{a} \times \bar{b} \times c)$	$(a + b + c)$
0	1	0	1	$(\bar{a} \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
0	1	1	1	$(\bar{a} \times b \times c)$	$(a + b + c)$
1	0	0	0	$(a \times \bar{b} \times \bar{c})$	$(\bar{a} + b + c)$
1	0	1	0	$(a \times \bar{b} \times c)$	$(\bar{a} + b + \bar{c})$
1	1	0	1	$(a \times b \times \bar{c})$	$(a + b + c)$
1	1	1	1	$(a \times b \times c)$	$(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})$

$$\text{MINTERMS} = (\bar{a} \times \bar{b} \times c) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (a \times b \times c)$$

$$\text{MAXTERMS} = (a + b + c) \times (\bar{a} + b + c) \times (\bar{a} + b + \bar{c})$$

Comprovem que el resultat és el mateix

MÈTODE 2: MINTERMS

$$q(a, b, c) =$$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c =$$

$$(a \times b) + (\bar{c} \times b) + (\bar{a} \times c) =$$

$$(a \times b \times (c + \bar{c})) + ((a + \bar{a}) \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times (b + \bar{b}) \times c) =$$

$$(a \times b \times c) + (a \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times \bar{c}) + (\bar{a} \times b \times c) + (\bar{a} \times \bar{b} \times c)$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 2: MAXTERMS

Aplicarem postulats per tenir coses que es multipliquen \rightarrow (cosa) \times (cosa) \times ...

Coses \rightarrow Expressions que incloguin una variable.

Expressions que incloguin dos o més variables que es sumen.

$q(a, b, c) =$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 2: MAXTERMS

Aplicarem postulats per tenir coses que es multipliquen \rightarrow (cosa) \times (cosa) \times ...

Coses \rightarrow Expressions que incloguin una variable.

Expressions que incloguin dos o més variables que es sumen.

$q(a, b, c) =$

$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c =$

- Amb MAXTERMS no vull tenir sumes a fora dels parèntesis, per tant, els haig de transformar en multiplicacions**

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 2: MAXTERMS

Aplicarem postulats per tenir coses que es multipliquen \rightarrow (cosa) x (cosa) x ...

Coses \rightarrow Expressions que incloguin una variable.

Expressions que incloguin dos o més variables que es sumen.

$q(a, b, c) =$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c = ((a + \bar{c}) \times b) + (\bar{a} \times c)$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 2: MAXTERMS

Aplicarem postulats per tenir coses que es multipliquen \rightarrow (cosa) \times (cosa) \times ...

Coses \rightarrow Expressions que incloguin una variable.


Expressions que incloguin dos o més variables que es sumen.

$$q(a, b, c) =$$

$$(a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c = ((a + \bar{c}) \times b) + (\bar{a} \times c)$$

Si mirem d'aplicar el Postulat 3 tal qual veurem que no ens serveix.




$$\begin{aligned} a \times (b + c) &= (a \times b) + (a \times c) \\ a + (b \times c) &= (a + b) \times (a + c) \end{aligned}$$

Tema 2. Àlgebra booleana i portes lògiques

Exercici: Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

MÈTODE 2: MAXTERMS

Aplicarem postulats per tenir coses que es multipliquen \rightarrow (cosa) \times (cosa) \times ...

Coses \rightarrow Expressions que incloguin una variable.

Expressions que incloguin dos o més variables que es sumen.

$$q(a, b, c) =$$

$$\underbrace{(a + \bar{c})}_{y} \times \underbrace{b}_{z} + \underbrace{\bar{a} \times c}_{w} = (y \cdot z) + w \leftarrow \text{Canvi de variable per veure-ho més clar}$$

Amb les noves variables veiem que el podem aplicar però al revés.

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$$

EXERCICI 3

Donada la funció: $q(a, b, c) = (a + \bar{c}) \times b + \bar{a} \times c$

Es demana arribar a les formes canòniques:

1. ***Pel mètode 2: Realitzant transformacions*** algebraiques de la funció per arribar tant a la forma canònica de **MAXTERMS**.

Aplicar POSTULATS + canvi de variables

** Entregar al pou “Exercici 3: Transformació a forma canònica de MAXTERMS”.*