PRACTICA - 4 : CODIFICACIÓN DE CANAL

'Hola mundo' → 80 dígitos

st2 = '1011000 ... 0110'

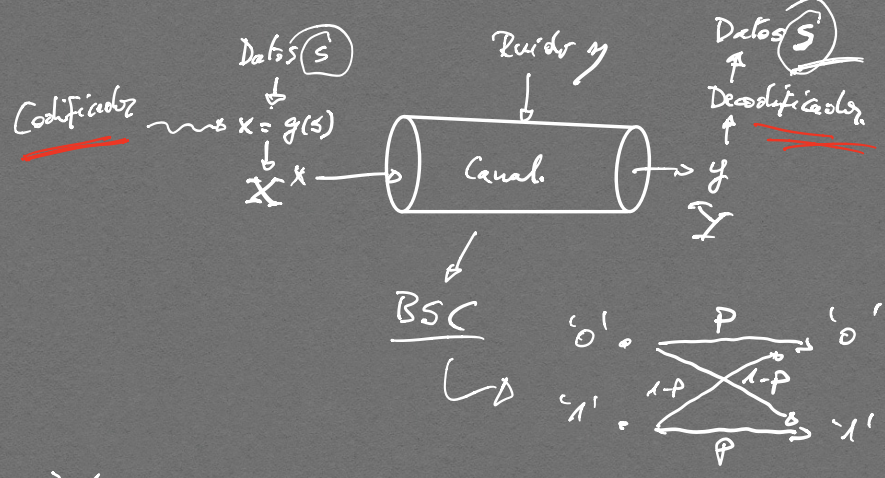
Canal BS → $P(Y='1', Y='0', \ldots Y='0') =$

$= P(Y='1')\,P(Y='0') \cdot \ldots \cdot P(Y='0') =$

$= 0'9 \cdot 0'9 \cdot \ldots \cdot 0'9 =$

$= 0'9^{80} \rightarrow P^{M} \rightarrow 0$

$\lim_{M \to \infty} P^{M} \rightarrow 0$



→ canalBS.m

3.1 Capacidad de Shannon vs Tasa.

BSC → $p = 0'9$ → $C = 0'531$ bits/símbolo

Canal podemos Tx hasta 1000 símbolos/s $\overset{p}{=}$ 1000 bits/s

0'5 · 1'5

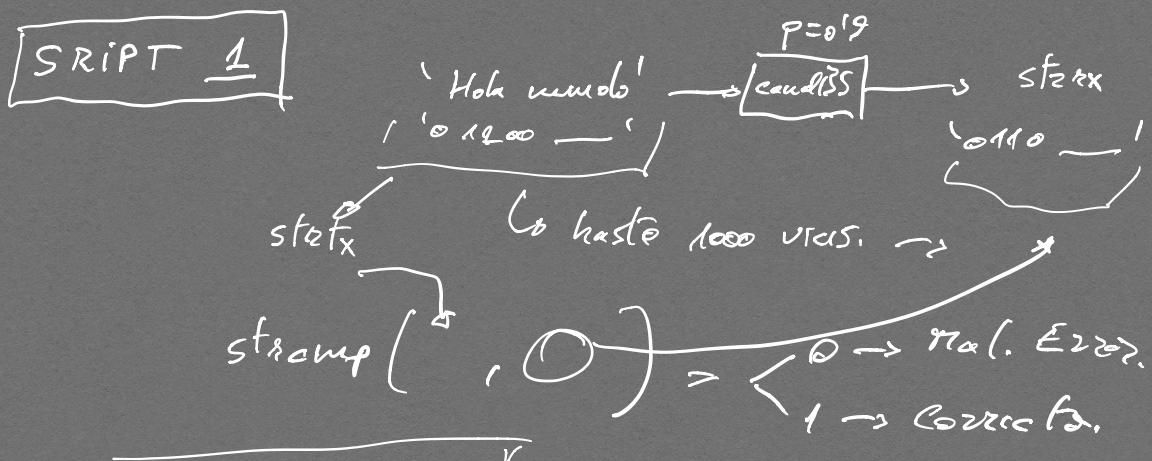
→ $1000 \frac{bits}{s} \cdot 0'9 = \boxed{900 \frac{bits}{s}}$ = tasa Efectiva.

$C = 0'531 \frac{bits}{símbolo} \times 1000 \frac{símbolos}{s} = \boxed{531 \frac{bits}{s}}$

C shannon $531 \frac{bits}{s}$, por la línea. → $1000 \frac{bits}{s}$

$(1000 - 531) \frac{bits}{s} = 469 \frac{bits}{s}$ serían bits de redundancia.

SRIPT 1



$\hat{R} = éxitos/N$ → p=0'9 → 0'95 → 0'98

$\hat{R} = 0$

$11/1000 = 0'011$

tasa efectiva = $\hat{R} \times 1000 \frac{bits}{s}$ =>

SCRIPT 2 CORRIGE

repeticion ('_', R) =

$R = 3$, '0' → [Repeticion] → '000'

'1' → → '111'

tx 'Hola mundo' , N = 1000 veces para repetirlo cada carácter R veces

'01100 ... 110' → str Tx

R=3 → 000 111 111 000 000

R=4 → 0000 1111 ...

→ canal BSC → decodificar.

cogemos str R en R dígitos

R=3 → 000 → 0

100 → 0

101 → '1'

Rx

'001 ... '

str Rx

str comp (str Tx, str Rx) < 0 Error.
'1' Correcto. → Éxito

$r = \frac{\text{Éxitos}}{N}$

tasa efectiva $= r \cdot \frac{1000}{R}$

R = 3 : 2 : 11 →

3, 5, 7, 9, 11.

R = 7 → r = 0'81 , tasa = 116'43 bits/s.

coger R bits podemos usar: $2^{*((j-1)*R+1 : j*R)}$

j → índice → 1 ..... length('0...0')

'Hola mundo' 80 dígitos.

j = 1..80

R=3

grupo = '010'

sum → = 1

R = 3 cifras = R - unos = 2

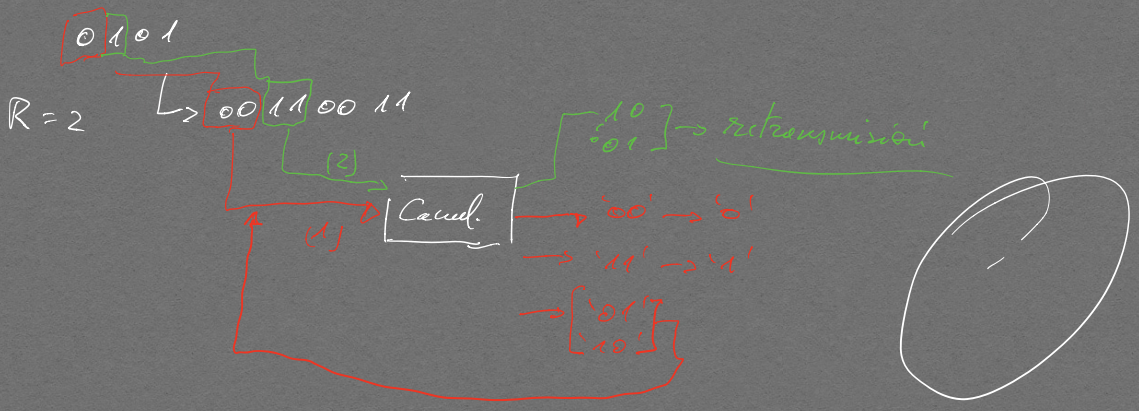
unos = 1

Si cifras ≥ unos ⇒ '0'

otherwise '1', unos > cifras.

SCRIPT - 3 DETECTA

Vamos a transmitir por el Canal BS. un de R en R símbolos.



strcmp (ascii('Hola mundo') , [ ]) = 0 (false) / 1 (true)

Si ① éxito = éxito + 1

Si ⓪ no contamos como éxito.

$e = \frac{\text{éxitos}}{N}$ → nivel de veces que enviamos toda la cadena 'Hola mundo'

$t = \frac{\text{transmisiones}}{(\text{length}(f) \cdot N)}$

$f = \text{ascii}(\text{'Hola mundo'}) = '0\,1\,0\,0\,1\,\_\_\_'$ (80 ceros y 1's)

100 en total. → $t = \frac{100}{80} = 1'25$

$tasa = \frac{r * 1000}{(R \cdot t)} \Rightarrow$

$R = 2:2:10 \rightsquigarrow 2, 4, 6, 8, 10$

$p = 0'85$
$R = 5$ → $r = 0'98$ → $t = 2'26$ → $tasa = 86'62$ (bits/s)

menor → tasa ↑ será mayor.

- Con R menor, el % de éxito 'r' (cadena 'Hola mundo' completa) es menor que con R mayores, pues aunque el tamaño de una ráfaga de RT_x, t, será más baja que con R's más altas vamos a conseguir una tasa efectiva mayor.
Nuestra tasa efectiva será menor cuantos más el valor de R.

SCRIPT-4 Corrige + Detecta

$R = 2:2:10$

'0011' → R = 4 → 1111

0000 → (2) → CanalBSC → (6) → 0110 1000

0110 = RT_x ; 1000 = 'D'

Regla de Decodificación por grupo o bloque R

Si # '1's > 2#'0's, decodifico como '1'

Si # '0's > 2×#'1's, decodifico como '0'

otherwise RETRANSMITO EL BLOQUE

strcmp(ascii('Hola mundo'), '0 0 ...') = 0, false

= 1, true.

$$r = \frac{\text{éxitos}}{N}$$

$$t = \frac{\text{transmisiones}}{\text{length}(f) \cdot N}$$

$$\text{tasa} = r \cdot 1000 \text{ bits/s} / (R \cdot t)$$

Ejemplo: $R = 4$, $r = 0'69$, $t = 1,05$,

tasa = 164'76 bits/s.

SCRIPT 1

TX

$f = \text{ascii}('\text{Holamundo}') = 01\ldots$

tx toda la cadena.

→ [canalBS] →

RX

$\text{strcmp}(f, f') \begin{cases} \emptyset \text{ ERROR} \\ 1 \text{ ÉXITO} \end{cases}$

$r = \frac{\text{éxitos}}{N}$

$\text{tasa} = 1000 \cdot r$

SCRIPT 2 (CORRIGE)

f → tx repitiendo cada bit R veces

R = 4 → 0101 → 0000 1111 0000 1111

tx de todo → [canalBS] →

Decodificar copiando bloques de R bits.

El bit que en cada bloque de R sea el mayoritario

0000 → [ ] → 0001

'0' →

$r = \frac{\text{éxitos}}{N}$, $\text{tasa} = 1000 \cdot \frac{r}{R}$

SCRIPT 3 (DETECTA)

Repetir R veces cada bit de la cadena f y tx el bloque de R bits

→ [canalBS]

Si no todos los R bits son iguales ⇒ Retransmitir.

Al final comparar $\text{strcmp}(f, f')$

$r = \frac{\text{éxitos}}{N}$, $t = \frac{\text{transmisiones}}{\text{length}(f) \cdot N}$

$\text{tasa} = r \cdot 1000 \frac{1}{R \cdot t}$

SCRIPT 4 (DETECTA Y CORRIGE)

igual que SCRIPT 3

→ [canalBS] →

Cogemos cada bloque de R

* Si #0's > 2x#1's ⇒ '0'

* Si #1's > 2x#0's ⇒ '1'

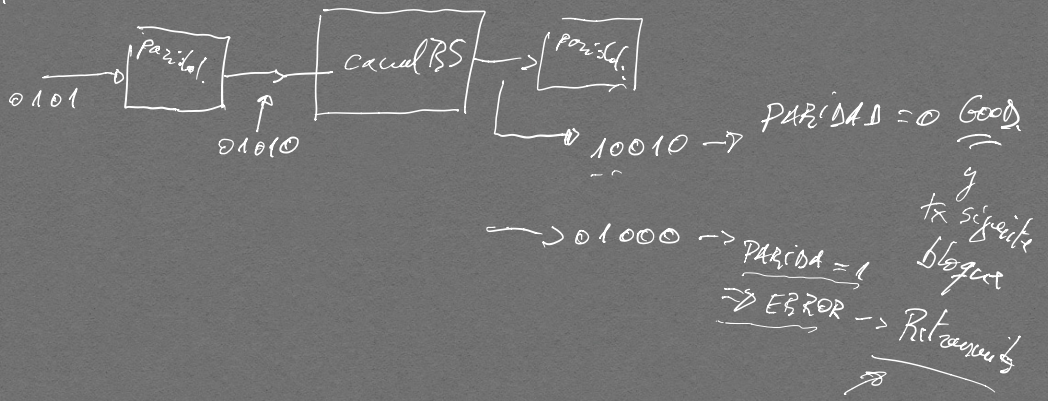
Si no ⇒ Retransmitir ese bloque

r, t, tasa efectiva = SCRIPT 3

SCRIPT 5: 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 . . . . . .

$B = 2^{[1:5]} = 2, 4, 8, 16, 32$

$B = 4$



$strcmp(f, f') = 1 \rightarrow$ ÉXITO
$= \quad = \quad 0 \rightarrow$ ERROR

$r = \frac{\#\text{éxitos}}{N}$

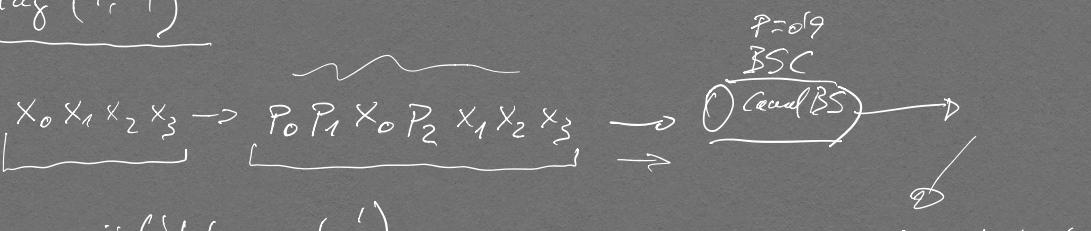
$t = \frac{\#\text{ transmisiones}}{\text{length}(f) \cdot N/B}$

$\text{tasa efectiva} = \varepsilon * 1000 \cdot \frac{1}{\left(\frac{B+1}{B}\right) \cdot t}$

Ejemplo:
$p = 0'9$

para $B = 4$, $\varepsilon = 0'1$
$t = 1'51$
tasa efectiva $= 53'14$ $\frac{bits}{s}$

Hamming (7, 4)



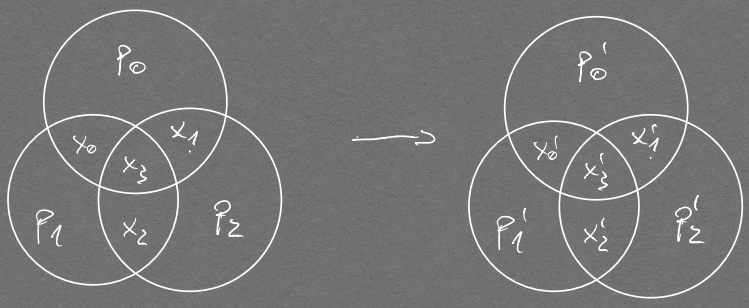
f = ascii ('hola mundo')

XOR	XOR
00	0
01	1
10	1
11	0

XOR

$$p_0 = x_0 \oplus x_1 \oplus x_3$$
$$p_1 = x_0 \oplus x_2 \oplus x_3$$
$$p_2 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$$

$p_i' = p_i$
$x_j' = x_j$
si no hay errores



Decodificador:

$$c_0 = p_0' \oplus x_0' \oplus x_1' \oplus x_3'$$
$$c_1 = p_1' \oplus x_0' \oplus x_2' \oplus x_3'$$
$$c_2 = p_2' \oplus x_1' \oplus x_2' \oplus x_3'$$

síndrome: $(c_2, c_1, c_0)_{10}$ →
→ es la posición del bit que ha cambiado.

Supongamos que como mucho ha ocurrido 1 error en la transmisión de un bloque:

recibo: $p_0' p_1' x_0' p_2' x_1' x_2' x_3'$

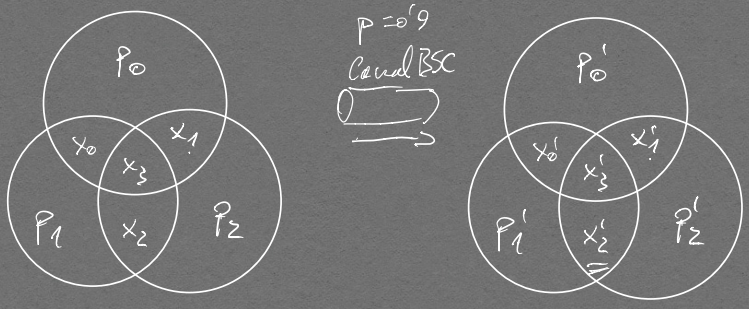
Posición de Error	Error	C_0	C_1	C_2	$(C_2C_1C_0)_{10}$
—	no hay	0	0	0	0
1	$p_0' \neq p_0$	1	0	0	1
2	$p_1' \neq p_1$	0	1	0	2
3	$x_0' \neq x_0$	1	1	0	3
4	$p_2' \neq p_2$	0	0	1	4
5	$x_1' \neq x_1$	1	0	1	5
6	$x_2' \neq x_2$	0	1	1	6
7	$x_3' \neq x_3$	1	1	1	7

Por tanto $(C_2C_1C_0)_{10}$ nos dice la posición del error.

(0 ⇒ No hay error)

Decodificamos del siguiente modo:

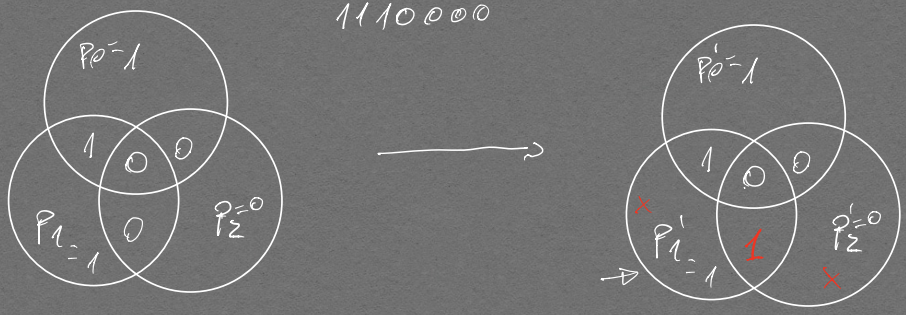
$(C_2C_1C_0)_{10}$	Decodifica a:
3	$\bar{x}_0' x_1' x_2' x_3'$
5	$x_0' \bar{x}_1' x_2' x_3'$
6	$x_0' x_1' \bar{x}_2' x_3'$
7	$x_0' x_1' x_2' \bar{x}_3'$
Resto Valores	$x_0' x_1' x_2' x_3'$



Dato / bloque: 1000

$x_0 x_1 x_2 x_3 \rightarrow p_0 p_1 x_0 p_2 x_1 x_2 x_3$

1110000



$c_0 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$

$c_1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

$c_2 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

$(1\ 1\ 0)_{10} = 6 \rightarrow$ posición 6

$p_0'\ p_1'\ x_0'\ p_2'\ x_1'\ x_2'\ x_3'$

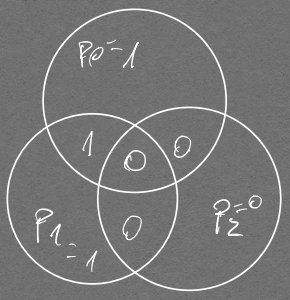
$x_0'\ x_1'\ x_2'\ x_3' = 1\ 0\ 1\ 0 \rightarrow 1010 = 1000$

Corrección

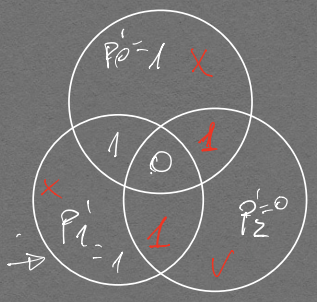
Dato / bloque: 1000

$x_0 x_1 x_2 x_3 \rightarrow p_0 p_1 x_0 p_2 x_1 x_2 x_3$

1110000



$\Rightarrow$ Con 2 bits flippeados



$C_0 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

$C_1 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

$C_2 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$

$(011)_{10} = 3$

$\Downarrow$

1110

$\Downarrow$

0110

$$r = \frac{\#\text{éxitos}}{N}$$

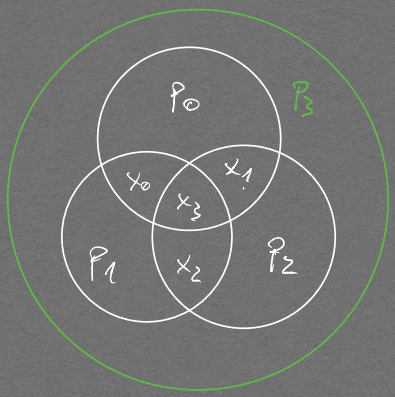
$$\text{tasa efectiva} = r \cdot 1000 / \left(\frac{7}{4}\right)$$

↳ Hamming (7,3)

Correcto para detectar 1 error pero si hay más de 1 error en el bloque; con un $p = 0'9$ tendríamos una probabilidad relativamente alta de tener un bloque de 4 bits con > 1 error.

Extensión de Hamming (7,3) → Hamming (8,4,3)

$x_0 x_1 x_2 x_3 \rightarrow \boxed{p_0 p_1 x_0 p_2 x_1 x_2 x_3 \; p_3}$ → Ex



$$p_3 = p_0 \oplus p_1 \oplus x_0 \oplus p_2 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$$

Ex → $p_0' p_1' x_0' p_2' x_1' x_2' x_3' p_3'$

$$\underline{P} = p_0' \oplus p_1' \oplus x_0' \oplus p_2' \oplus x_1' \oplus x_2' \oplus x_3' \oplus p_3'$$

DECODIFICACIÓN HAMMING (8,4)

síndrome → $(c_2 c_1 c_0)_{10}$ → posición bit 'cambiado'

$(c_2 c_1 c_0)_{10} > 0$ y $P = '0'$ ⇒ Doble error ⇒ RETRANSMITO

↳ $P = '1'$ ⇒ Asumo que hay un error sólo ⇒ Hago un cambio del bit que indica $(c_2 c_1 c_0)_{10}$

$(c_2 c_1 c_0)_{10} = 0$ y $\underline{P} = '1'$

comprueba p_3'

p_3 recalculado = p_3

$strcomp(P_3', P_{32}) = 1 \Rightarrow \geq 1$ Error y RETRANSMITO

$strcomp(P_3', P_{32}) = 0 \rightarrow$ Asumo que P_3' está real y la palabra de 4 bits $x_0' x_1' x_2' x_3'$ está bien.

$$r = \frac{\#\text{éxitos}}{N}$$

$$t = \frac{\text{transmisiones}}{\text{length}(F) \cdot N/4}$$

$$\text{tasa efectiva} = r \times 1000 / \left(\frac{8}{4} \cdot t\right) \rightarrow$$