Universidad Politécnica de Cartagena

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

LABORATORIO DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Práctica 2. Solución de Problemas Magnetostáticos con ayuda del programa MATLAB

Profesores:
Pedro Vera Castejón
Alejandro Álvarez Melcón
Fernando Quesada Pereira

Introducción

En esta práctica vamos a aprender cómo podemos utilizar el software MATLAB como apoyo para el estudio de estructuras electromagnéticas. Para el correcto desarrollo de la práctica, el alumno deberá leer este manual previamente, y deberá comprender todos los desarrollos mostrados. Finalmente deberá realizar antes de la sesión de prácticas los cálculos que pueda con el fin de concentrase durante la sesión de prácticas en la implementación numérica.

Por tanto, la práctica va a constar de una parte teórica que el alumno deberá leer, comprender y resolver previamente al desarrollo propiamente dicho de la práctica. En el laboratorio el alumno deberá realizar los cálculos que se piden apoyándose del software de simulación MATLAB, y al final de la sesión entregará la hoja de respuestas que se adjunta.

IMPORTANTE: Cada alumno deberá traer una memoria USB donde grabará todos los programas MATLAB que deberá realizar durante la práctica. ***El alumno deberá traer resuelto antes de la sesión de práctica todos los aspectos teóricos que pueda***, con el fin de concentrase, en el laboratorio, en la implementación numérica.

Uso de MATLAB

El manejo de las funciones más importantes que utilizaremos a lo largo de la práctica se encuentra en el anexo adjunto a esta memoria. Para los ejercicios que vienen a continuación podéis obtener información en el anexo. Es conveniente que leáis el punto 1 del anexo para familiarizaros con las funciones que usaremos.

Inductancia por Unidad de Longitud de un Cable Coaxial

En esta práctica vamos a estudiar el cálculo de las inductancias por unidad de longitud que hay en un cable coaxial del tipo usado en las antenas de televisión. La geometría de un cable coaxial se conoce, y está formado por un hilo conductor interno, y por una malla conductora externa, tal y como se representa en la Fig. 1. Supondremos que por el conductor interior circula una corriente (+I) constante, y que se distribuye uniformemente por el volumen de dicho conductor. Por el conductor externo circulará una corriente de signo opuesto (-I), que también va a distribuirse uniformemente por el volumen del conductor externo (ver Fig. 1).

Sabemos que la energía magnética de un sistema de conductores puede obtenerse mediante dos expresiones distintas:

$$W_m = \frac{1}{2}\mu \int_V \left|\vec{H}\right|^2 \, dV; \; W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

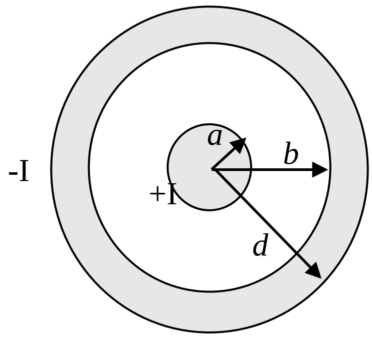


Fig. 1: Cable coaxial que vamos a estudiar en esta parte de la práctica.

Calculando la energía a través de la primera expresión, podremos luego igualarla con la energía en la segunda expresión para obtener de ésta relación la inductancia pedida. Para calcular la energía necesitamos saber el campo magnético que existe en el coaxial. Este campo magnético puede ser calculado usando la ley de Ampere, gracias a la simetría del problema:

$$I_{ins} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Usando un sistema de coordenadas cilíndrico, con el eje *z* saliendo del papel, vemos que la corriente por el conductor interno está dirigida según éste eje. Además, no hay variaciones de la geometría con el ángulo φ ni con el eje *z (*siempre que el cable sea infinito). De las clases teóricas ya sabemos que una corriente según *z* produce un potencial vector auxiliar según el mismo eje, y entonces el campo magnético estará orientado según el eje $\hat{e}_\varphi$, por tanto el campo magnético será del tipo:

$$\vec{H} = H_\varphi(\rho)\, \hat{e}_\varphi$$

Si la corriente se distribuye uniformemente en el volumen del conductor interno, la densidad de corriente en el corte transversal será:

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2}\hat{e}_z; \; A/m^2$$

Para calcular el campo magnético dentro del conductor interior tomamos una curva apropiada donde el campo magnético sea constante, y por lo tanto pueda salir fuera de la integral. Escogiendo un círculo de radio ρ (ρ=constante), tal y como muestra la Fig. 2, la integral se escribe:

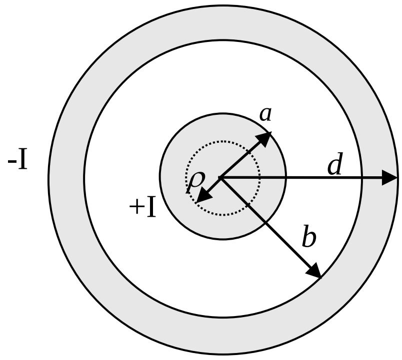


Fig. 2: Círculo tomado dentro del conductor interior para la aplicación del teorema de Gauss.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_\varphi(\rho) \oint_C dl = H_\varphi \, 2\pi\rho$$

Por otro lado, la corriente que atraviesa la superficie donde se apoya nuestro círculo es:

$$I_{ins} = \frac{I}{\pi a^2} \pi\rho^2 = I \frac{\rho^2}{a^2}$$

Por la ley de Ampere ambas cantidades deben ser iguales y, por lo tanto:

$$I \frac{\rho^2}{a^2} = H_\varphi \, \rho 2\pi$$

El campo magnético entonces toma el valor:

$$\vec{H} = \frac{I\rho}{2\pi a^2} \hat{e}_\varphi; \; 0 < \rho < a$$

El mismo proceso se repite ahora pero tomando el círculo en la región formada entre los conductores externos e internos, con el fin de calcular el campo magnético en esa región (ver Fig. 3).

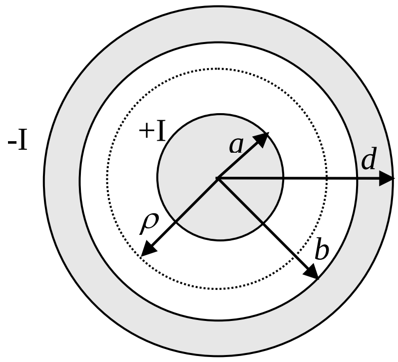


Fig. 3: Círculo que tomamos para el cálculo del campo magnético entre los conductores interno y externo.

En este caso la corriente encerrada por nuestro círculo es la corriente total +I. Además, la integral en el círculo es la misma que en el caso anterior, por lo que obtenemos:

$$I = H_\varphi \, \rho 2\pi$$

Por tanto, el campo magnético toma el siguiente valor en la zona comprendida entre los dos conductores:

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi\rho} \hat{e}_\varphi; \; a < \rho < b$$

Ejercicio previo

Siguiendo el mismo procedimiento hallar el campo magnético dentro del conductor externo del cable coaxial. Calcular también cuanto valdrá el campo magnético en el exterior del cable coaxial. *Incluir todos vuestros cálculos con los resultados de la práctica.*

Una vez hecho esto, construir un programa MATLAB que represente la componente φ del campo magnético en función de la distancia ρ, tomando los valores indicados en la Fig. 4. Guardar este programa con el nombre: P*ract2Ejer1.m*. Se puede utilizar el ejercicio del apartado 1.1 del anexo para resolver este problema.

Contestar también a la siguiente pregunta:

– ¿Existe densidad de corriente superficial en esta estructura?.

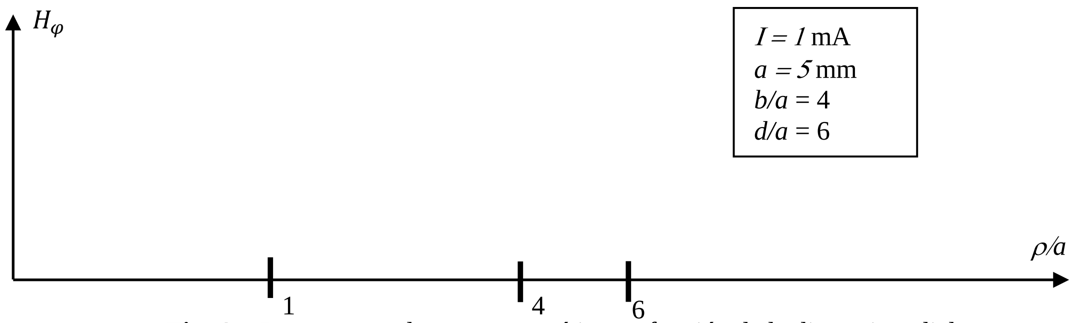


Fig. 4: Representar el campo magnético en función de la distancia radial ρ.

Para calcular la autoinductancia del hilo interno por unidad de longitud, hallamos en primer lugar la energía almacenada dentro del hilo en una longitud dada *l.* Teniendo en cuenta que el diferencial de volumen para un cilindro es:$dV = \rho\ d\rho\ d\varphi dz,$ obtenemos la siguiente integral:

$$W_{m_1} = \frac{1}{2}\mu \int d\,\varphi \int dz \int \rho \frac{I^2\rho^2}{4\pi^2 a^4} d\rho = \frac{\mu l I^2}{4\pi a^4} \int \rho^3\, d\rho$$

Por tanto, obtenemos la siguiente expresión para la energía:

$$W_{m_1} = \frac{\mu l I^2}{16\pi}\ julios$$

Ahora ya podemos igualar esta energía a la segunda expresión que teníamos, obteniendo:

$$\frac{1}{2} L_1 I^2 = \frac{\mu l I^2}{16\pi}$$

De esta última relación sacamos el valor de la inductancia por unidad de longitud:

$$L_1/l = \frac{\mu}{8\pi}\ H/m$$

Esta constituye la autoinducción por unidad de longitud del hilo interno. Para calcular la inductancia mutua entre el hilo interno y el externo calcularemos la energía almacenada en la región comprendida entre ambos conductores. En este caso la integral a resolver sería:

$$W_{m_2} = \frac{\mu}{2} 2\pi l \int \left|\vec{H}\right|^2\ \rho\, d\rho$$

Escribir un programa que calcule ésta energía, y obtener finalmente la inductancia mutua por unidad de longitud del cable coaxial. Dar a este programa el nombre de: P*ract2Ejer2.m*. Para resolver esta parte del problema utilizar el ejercicio 1.2 del anexo. *Incluya también todos los resultados y cálculos intermedios que realice.*

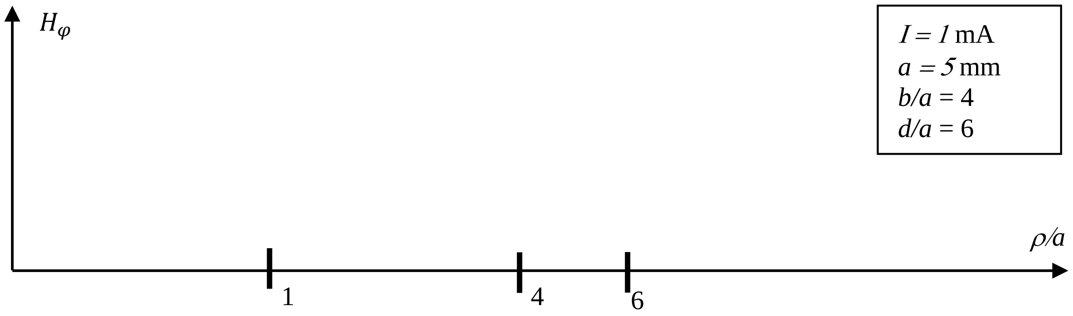
HOJA DE RESULTADOS. **Práctica 2.**

Grupo:______ Nombre: ____

____

Ejercicio1.- Inductancia cable coaxial:

1.1.- Dibujar el campo magnético (P*ract2Ejer1.m).*



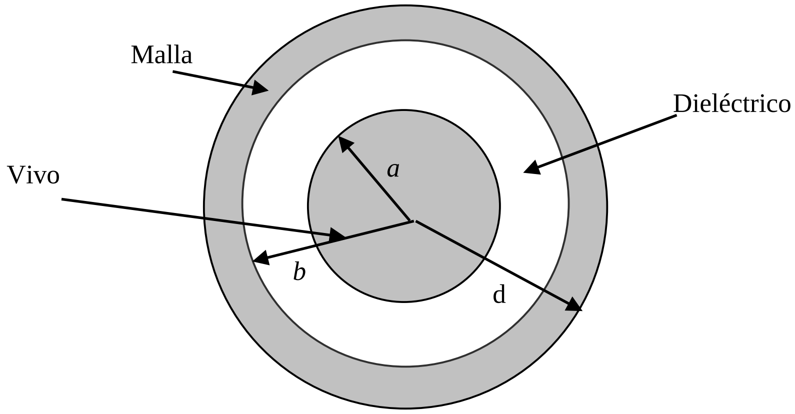
1.2.- ¿Existe densidad de corriente superficial en esta estructura?, ¿por qué?.

1.3.- Inductancia mutua del cable coaxial, simbólica y numérica (P*ract2Ejer2.m).*

ANEXO A LA PRACTICA Nº 2 DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS

1. Coaxial (intensidad de campo magnético, potencial, energía en un punto interior del vivo, inductancia).

Corte en sección



1.1 *Representación del campo magnético en función de la distancia al centro del coaxial*:

Usar el siguiente programa grabado en un fichero (.m).

```
%El valor introducido por teclado debe ser el nombre del fichero

%Datos del problema

I=1e-3;
a=5e-3;
b=4*a;
d=6*a;

%u es la constante de permeabilidad magnética en el vacío

u=4*pi*10^(-7)

%densidad de corriente dentro del vivo

p=I/(pi*a^2);

%densidad de corriente en la malla

q=-I/(pi*(d^2-b^2));
```

```
%se definen dos rangos de valores para representar los valores del
%radio, variable que mide las distancias desde el centro del coaxial
%para las distintas regiones

r1=linspace(0,a,20);  %para el interior del vivo
r2=linspace(a,b,20);  %para la zona del dieléctrico
r3=linspace(b,d,20);  %para la zona de la malla

%H1 se utiliza para representar los valores dentro del vivo, H2 para
%el dieléctrico
%y H3 para los valores en la malla


H1=p*r1/2;
H2=I./(2*pi*r2);
H3=-q*(d^2-r3.^2)./(2*r3);


%Visualizamos todos los tramos

plot(r1,H1,'b',r2,H2,'b',r3,H3,'b');

grid;
```

1.2 *Cálculo de la Energía magnética y de la autoinducción por unidad de longitud*:

Usar el siguiente programa.

```
%Calculo la energía magnética de este sistema calculando la integral
%del campo magnético, dentro de un volumen cilíndrico que encierre un
%metro de longitud del cable coaxial

%En primer lugar hacemos el cálculo simbólico para tener
%la inductancia de forma analítica.
%Defino todas las variables como simbólicas porque así las
%necesita interpretar la función de Matlab "int"(integración)

syms pi a b d u I r1 r2 r3;

%Cálculo de la autoinductancia del cable interior

w1=2*pi*(u/2)*int(r1*((I*r1)/(2*pi*a^2))^2,r1,0,a);

L1=2*w1/(I^2)
```

```
%Cálculo de la inductancia mutua

w2=2*pi*(u/2)*int(r2*(I/(2*pi*r2))^2,r2,a,b);

L2=2*w2/(I^2)

%Cálculo de la autoinductancia del cable exterior

w3=2*pi*(u/2)*int(r3*(I*(d^2-r3^2)/(2*pi*r3*(d^2-b^2)))^2,r3,b,d);

L3=2*w3/(I^2)

%Repetir estos cálculos pero dando los valores del problema a todos
%los parámetros que aparecen, con el fin de tener el valor
%numérico de la inductancia
```