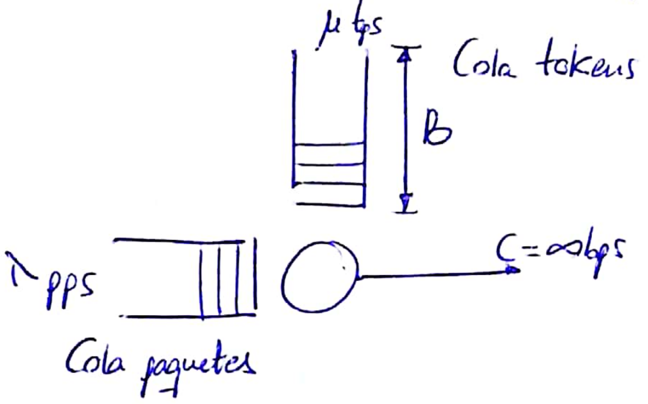
Por: Diego Ismael Antolinos García.

PROBLEMA

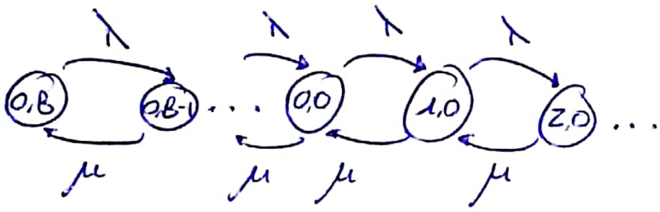
DATOS

Capacidad del canal = ∞ ; Cola de tokens $\rightarrow$ tamaño B, tasa: μ tps

Cola de paquetes $\rightarrow$ tamaño ∞, tasa: λ pps



a.) Planteamos la cadena de Markov



b.) Calculamos las probabilidades de estado

$$\lambda P(0,B) = \mu P(0,B-1) \Rightarrow P(0,B-1) = \rho P(0,B)$$

$$\lambda P(0,B-1) = \mu P(0,B-2) \Rightarrow P(0,B-2) = \rho^2 P(0,B)$$

$$\lambda P(0,B-2) = \mu P(0,B-3) \Rightarrow P(0,B-3) = \rho^3 P(0,B)$$

$\vdots$

$$\left[P(0,B-n) = \rho^n P(0,B) \quad \text{hasta } B=0 \right]$$

$\vdots$

$$\lambda P(0,0) = \mu P(1,0) \Rightarrow P(1,0) = \rho^{B+1} P(0,0)$$

$$\lambda P(1,0) = \mu P(2,0) \Rightarrow P(2,0) = \rho^{B+2} P(0,0)$$

$\vdots$

$$\left[P(k,0) = \rho^{B+k} P(0,0) \qquad 0 < k < B \right]$$

c.) El número medio de paquetes en la cola de paquetes:

$$N_Q^p = \sum_{k=0}^{\infty} k P(k,0) = (1-\rho)\sum_{k=0}^{\infty} k\rho^{B+k} = (1-\rho)\rho^{B+1}\sum_{k} k\rho^{k-1} =$$

$$= (1-\rho)\rho^{m+1}\frac{d}{d\rho}\sum_{k}\rho^{k} \Rightarrow \left[N_Q^p = \frac{\rho^{B+1}}{1-\rho} \right]$$

d.) Obtengo el número medio de tokens en la cola de tokens:

$$N_Q^t = \sum_{n=0}^{B} nP(0,n) = \sum_{n=0}^{B} n\cdot\left(1-\sum_{k=0}^{\infty} P(k,0)\right) = \sum_{n=0}^{B} n\left(1-\frac{\rho^{B+1}}{1-\rho}\right) =$$

$$= \left(1-\frac{\rho^{B+1}}{1-\rho}\right)\sum_{n=0}^{B} n$$ ... Sabemos que es una Serie aritmética

$$\Downarrow$$

$$\left[N_Q^t = \left(1-\frac{\rho^{B+1}}{1-\rho}\right)\frac{B(2+B+1)}{2} \right]$$

e.) Sabemos que $\frac{\lambda}{\mu} = 0'8$, procedo a obtener el tamaño medio de la cola de permisos para que el número medio de paquetes en cola sea menor que 1:

$$N = \frac{\rho^{B+1}}{1-\rho} \longrightarrow B = \frac{\log[N_w(1-\rho)]}{\log\rho} - 1 = \frac{\log[1(1-0'8)]}{\log(0'8)} - 1 =$$

$= 7$ paquetes

Cuestión 1

DATOS

$C = 1\ Mbps$; $\bar{L} = 512$ octetos ; $C^2 = 1'2$; M G 1

$W = 2\bar{t}_s$

Para obtener λ:

$$C_{t_s}^2 = \frac{E[t_s^2]}{E[t_s]^2} - 1 \qquad \bar{t}_s = \frac{\bar{L}}{C} = \frac{512 \cdot 8}{1 \cdot 10^6} = 4'096 \cdot 10^{-3} s = 4'096\ ms$$

$$W = 2\bar{t}_s = 8'192\ ms \quad ; \quad \mu = \frac{1}{\bar{t}_s} = \frac{1}{4'096 \cdot 10^{-3}} = 244'15$$

$$W = \frac{\lambda}{2(1-\rho)} (1 + C_{t_s}^2) E[t_s]^2 \rightarrow$$ Sustituimos los datos que hemos obtenido $\rightarrow$

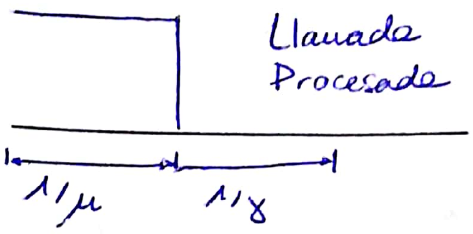
$$\rightarrow 8'192 \cdot 10^{-3} = \frac{\lambda}{2(1-\rho)} (1 + 1'2) \cdot (4'096 \cdot 10^{-3})^2 \Rightarrow$$

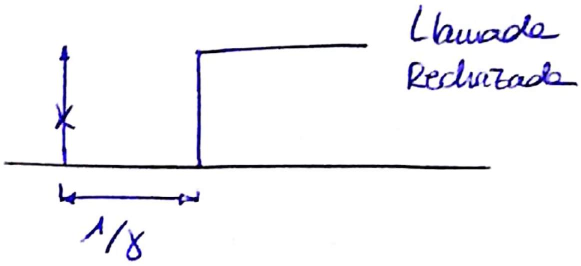
$$\Rightarrow \lambda = \frac{8'192 \cdot 10^{-3} \cdot 2(1-\rho)}{2'2 \cdot 4'096 \cdot 10^{-6}} = \frac{16'384 \cdot 10^{-3} (1-\rho)}{36'909 \cdot 10^{-6}} = 443'9026(1-\rho) \rightarrow$$

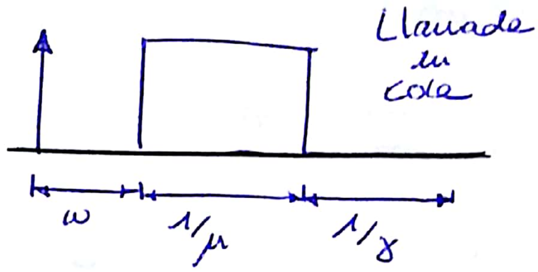
$$\rightarrow \lambda = \frac{443'9026}{2'82} = 157'52$$

Cuestión 2

Represento los distintos estados en los que se puede encontrar la llamada (procesada, rechazo, cola):







Procedo a calcular $\lambda_{usuario}$ y λ_0:

$$\lambda_{usuario} = \frac{1}{(1-P_L)\cdot\left[\left(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\gamma}\right)\cdot(1-P_Q)+\left(\omega+\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\gamma}\right)\cdot P_Q\right]+\frac{1}{\gamma}P_L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda_{usuario} = \frac{\gamma}{\beta(1+P_L)+\gamma\omega P_Q(1-P_L)} \rightarrow \lambda_0 = S\cdot\lambda_{usuario} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\lambda_0 = \frac{S\gamma}{\beta(1+P_L)+\gamma\omega P_Q(1-P_L)}\right]$$

Cuestión 3

DATOS

$S = \infty$; $\lambda_n = \dfrac{\lambda}{1+n}$; Capacidad m

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!} \cdot P_0 \rightarrow \sum_n \left(\frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \cdot P_0\right) = P_0 e^{\lambda/\mu} \rightarrow P_0 = e^{-\frac{\lambda}{\mu}}$$

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot \frac{1}{n!} e^{-\lambda/\mu}$$

Calculamos $\bar{\lambda}_c$ para obtener P_L:

$$\bar{\lambda}_c = \sum_n \lambda_n \cdot P_n = \mu \sum_n \frac{\lambda^{n+1}}{\mu^{n+1}} \cdot \frac{1}{(n+1)!} e^{-\lambda/\mu} = \mu e^{-\frac{\lambda}{\mu}} \sum_{n=1} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot \frac{1}{n!} =$$

$$= \mu e^{-\frac{\lambda}{\mu}} \left(e^{\lambda/\mu} - 1\right) = \mu \left(1 - e^{-\frac{\lambda}{\mu}}\right)$$

Por tanto, P_L:

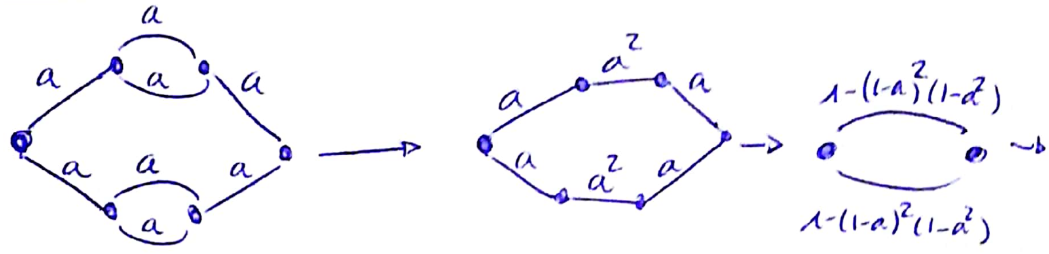
$$P_L = \frac{\bar{\lambda}_c}{\lambda} = \frac{\mu}{\lambda}\left(1 - e^{-\frac{\lambda}{\mu}}\right) = \frac{1}{m}\left(1 - e^{-m}\right)$$

Cuestión 4

DATOS

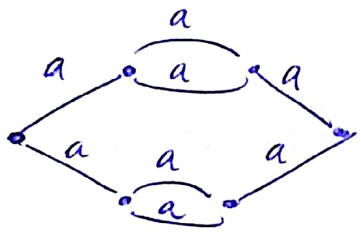
Probabilidad de bloqueo = a

• Método de Superposición



$$\rightarrow PB = \left[1-(1-a)^2(1-a^2)\right]^2 = a^8 - 4a^7 + 4a^6 + 4a^5 - 8a^4 + 4a^2$$

• Método del grafo telaraña

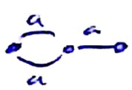


Estado	Probabilidad
OL	$a \cdot \bar{a}$
LL	$\bar{a}^2$
LO	$\bar{a} \cdot a$
OO	a^2

$PB_{GC}|OO = 1$

$PB_{GC}|LL = \left[1-(1-a)(1-a^2)\right]^2$

$$PB_{GC}|LO = PB_{GC}|OL = 1-(1-a)(1-a^2)$$



$$PB_{GC} = a^2 + 2a\cdot\bar{a}\left[1-(1-a)(1-a^2)\right] + \bar{a}^2\left[1-(1-a)(1-a^2)\right]^2 =$$

$$= a^8 - 4a^7 + 4a^6 + 4a^5 - 8a^4 + 4a^2$$

• Como podemos ver coinciden ambos resultados.