

Robótica Móvel

Localização – Markov

Prof. Douglas G. Macharet
douglas.macharet@dcc.ufmg.br

Introdução

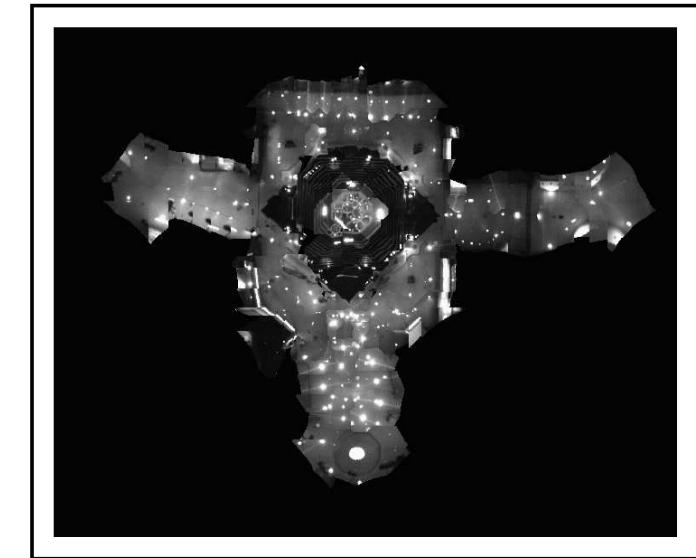
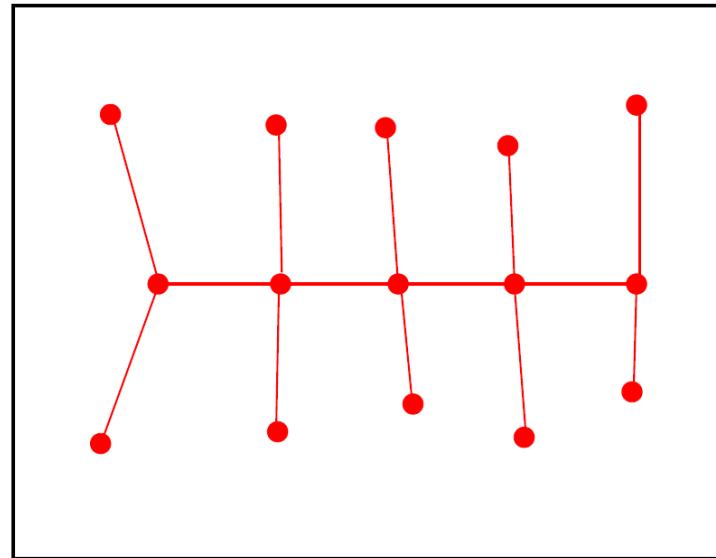
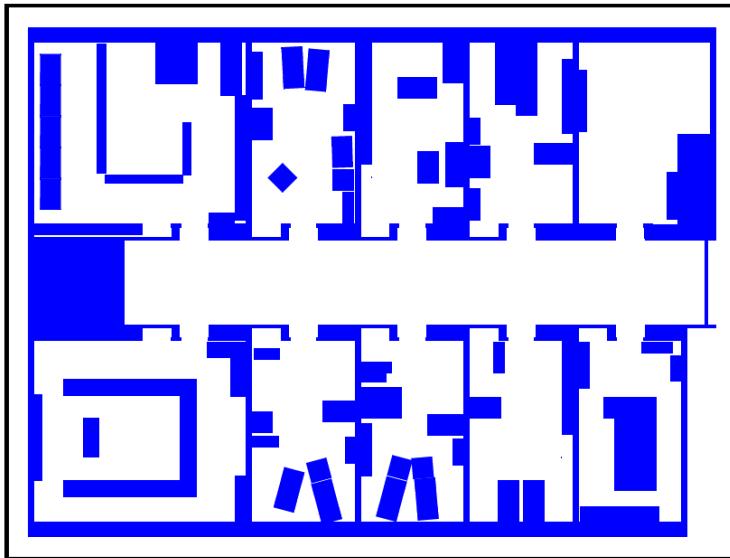
- Odometria / Navegação Inercial (*dead reckoning*)
 - Modelo probabilístico do movimento
 - Sujeito a drift
- Localização relativa (*position tracking*)
 - Conhecimento da posição inicial
 - Correção incremental dos erros no movimento
 - Filtro de Kalman

Introdução

- Localização global
 - Posição inicial pode ser desconhecida
 - Estimativa baseada na percepção do ambiente
 - O que pode ajudar nessa tarefa? → Mapa
- Localização baseada em mapas
 - Considera apenas os sensores embarcados
 - Tenta identificar/estimar a configuração naquele local

Introdução

Diferentes representações do ambiente



Fonte: *Probabilistic Robotics*



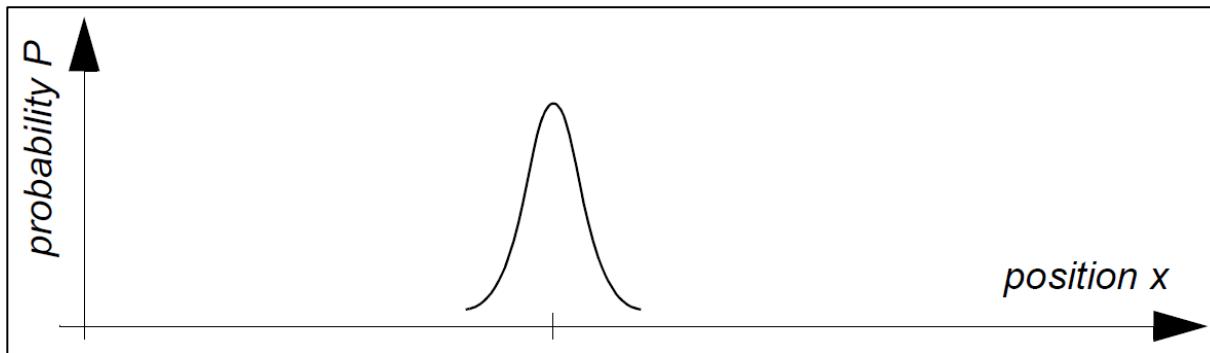
Localização Baseada em Mapas

- Deve-se definir a representação
- Ambiente (mapa)
 - Contínuo, discreto
- Localização
 - Estado de crença
 - Como será a representação do estado?

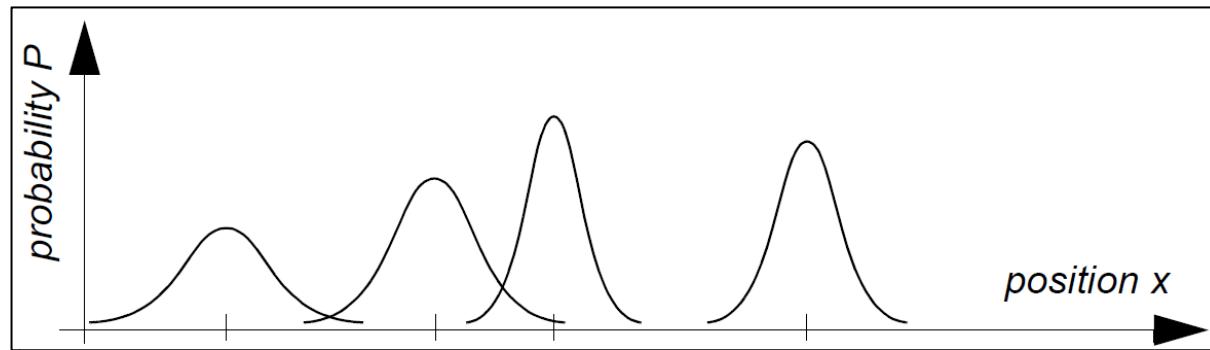
Localização Baseada em Mapas

Estado de crença – Mapa contínuo

Hipótese Única



Múltiplas Hipóteses

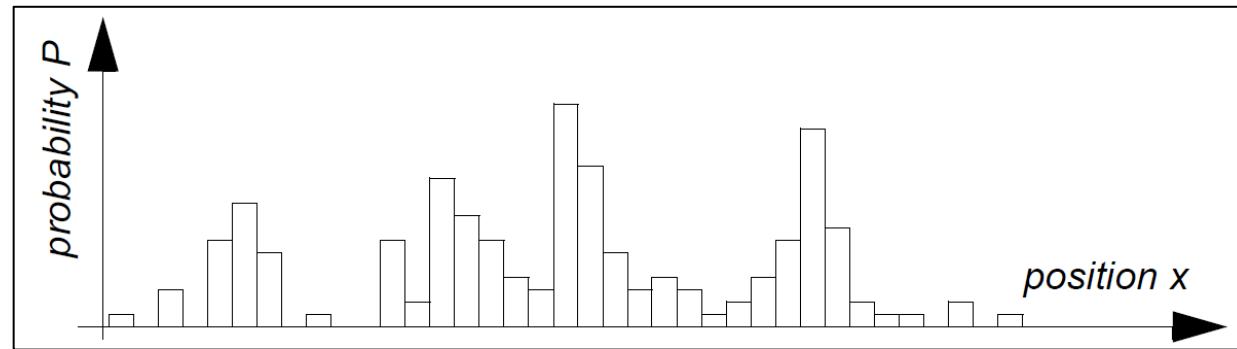


Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

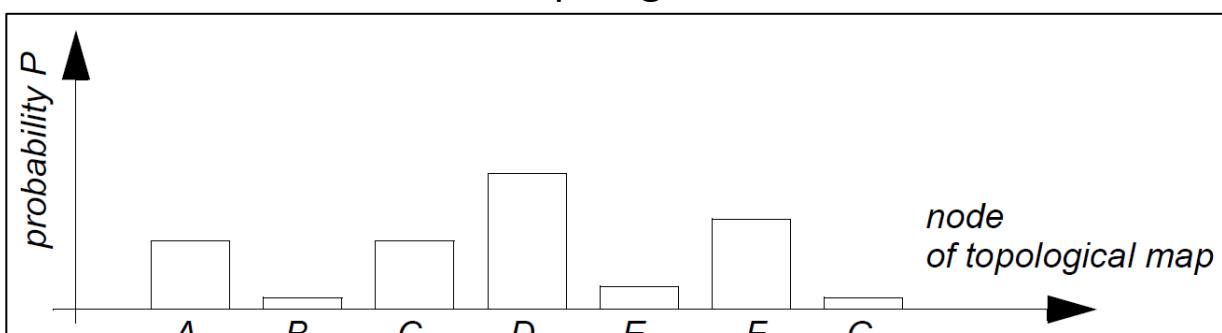
Localização Baseada em Mapas

Estado de crença – Mapa discreto

Grid



Topológico

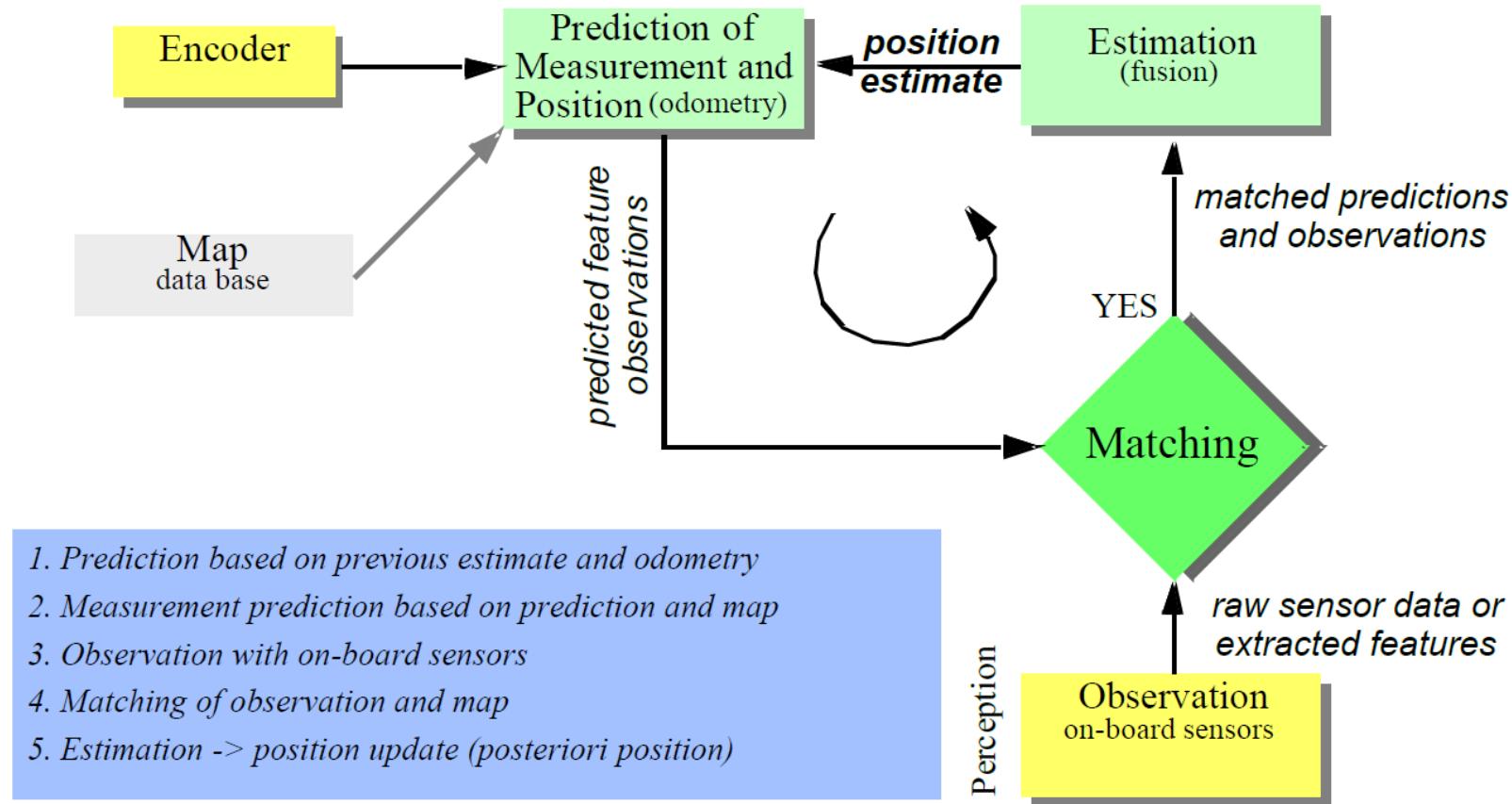


Localização Baseada em Mapas

Problema

- Robô em um ambiente com mapa fornecido
- Iniciar a navegação em um local conhecido
 - Acompanhar a evolução da posição (odometria)
 - E quando a incerteza se tornar inviável?
- Realizar uma observação do ambiente
 - Permite calcular uma estimativa da posição
 - Combinar ambas as informações

Localização Baseada em Mapas



Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização Baseada em Mapas

- Separação lógica
 - Sensores proprioceptivos/exteroceptivos
- Ação (predição)
 - A incerteza da estimativa da posição aumenta
- Observação (correção)
 - A incerteza da estimativa da posição diminui

Localização Baseada em Mapas

- Ação (predição)
 - Lei da Probabilidade Total
 - $p(x) = \int_y p(x | y)p(y)dy$
- Observação (correção)
 - Regra de Bayes
 - $p(x | y) = \frac{p(y | x)p(x)}{p(y)}$

Localização Baseada em Mapas

Ação

- Dada a estimativa atual $bel(x_{t-1})$ e entrada de controle u_t
- Estimativa atualizada após o movimento
 - $\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t|x_{t-1}, u_t) bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$
- 
- Convolução
 - $\overline{bel}(x_t) = p(x_t|x_{t-1}, u_t) * bel(x_{t-1})$
 - Medida do *overlap* entre duas funções / alteração na “forma”

<https://en.wikipedia.org/wiki/Convolution>

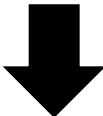


Localização Baseada em Mapas

Observação

- Atualizar (corrigir) a estimativa atual combinando uma nova informação adquirida pelos sensores em relação ao mapa

$$p(x | y) = \frac{p(y | x)p(x)}{p(y)}$$

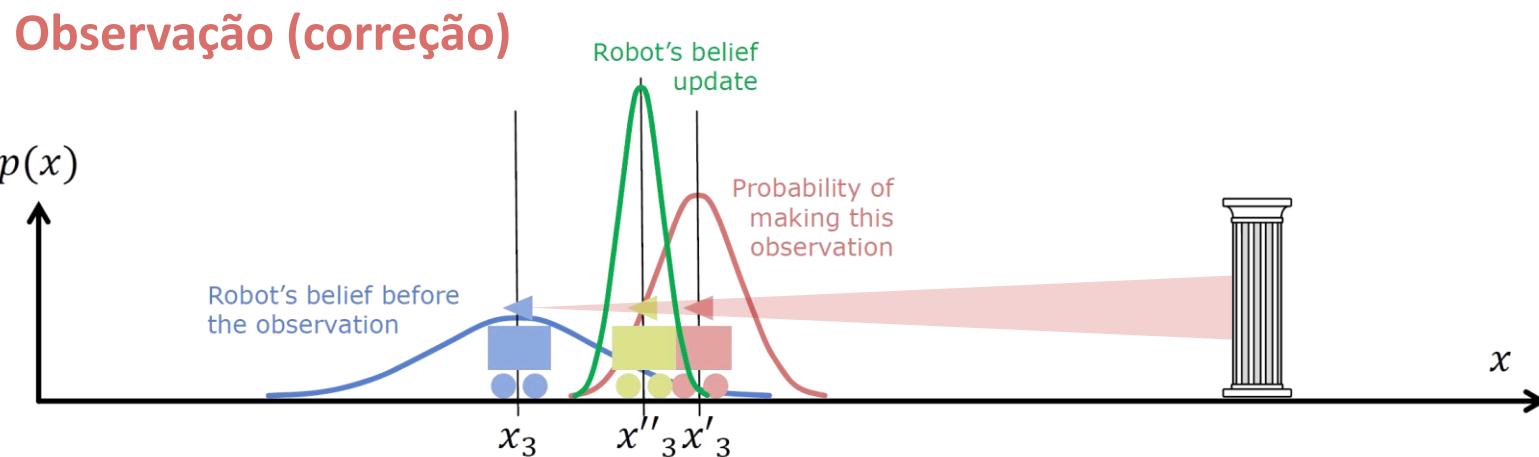
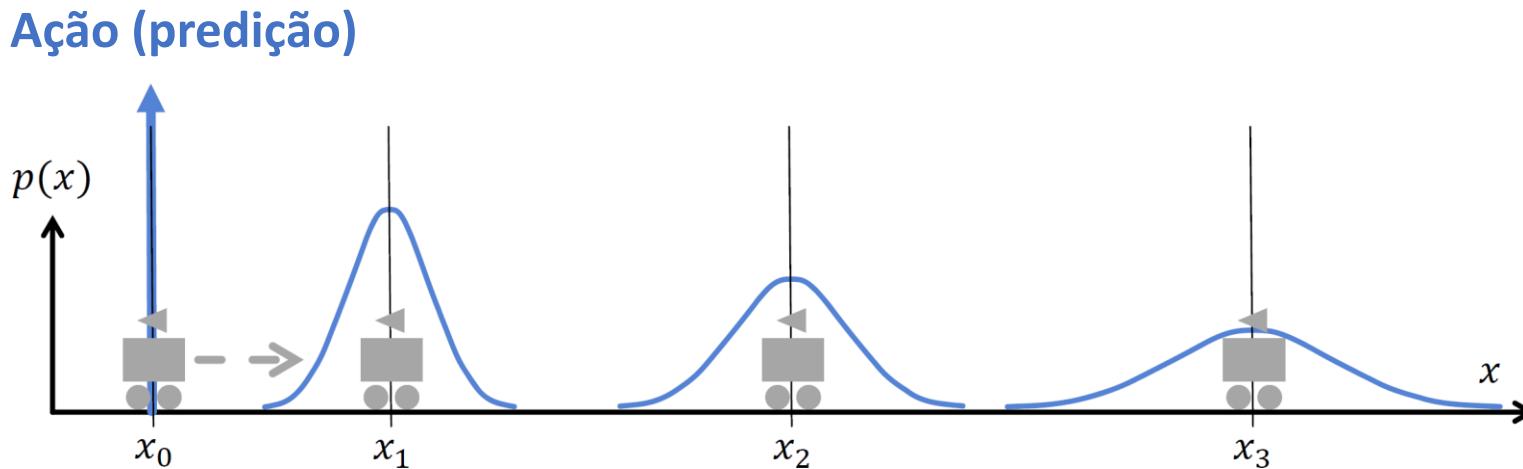


$$bel(x_t) = \eta p(z_t | x_t, M) \overline{bel}(x_t)$$



Fator de normalização que faz a probabilidade integrar para 1.

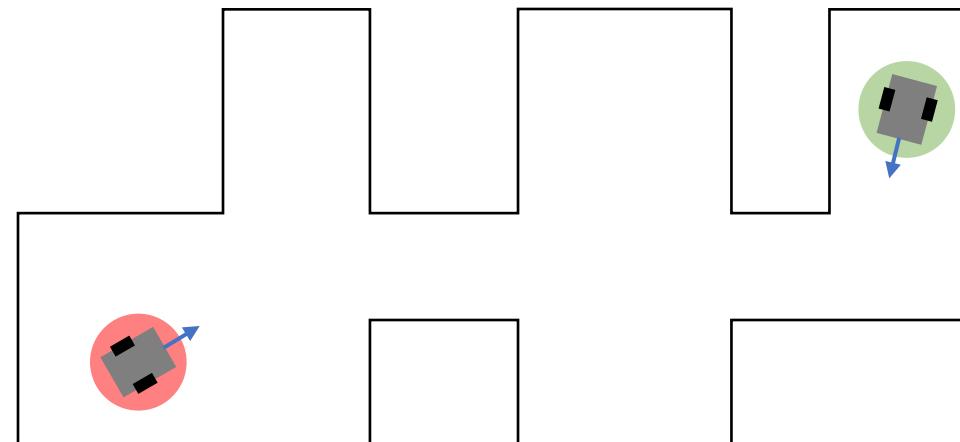
Localização Baseada em Mapas



Fonte: Slides de Autonomous Mobile Robots – Margarita Chli, Paul Furgale, Marco Hutter, Martin Rufli, Davide Scaramuzza, Roland Siegwart

Localização Baseada em Mapas

- A localização inicial precisa ser conhecida?
- Problema do “Robô Sequestrado”
 - Robô é teleportado para outra posição qualquer
 - Usado para verificar a robustez à erros críticos



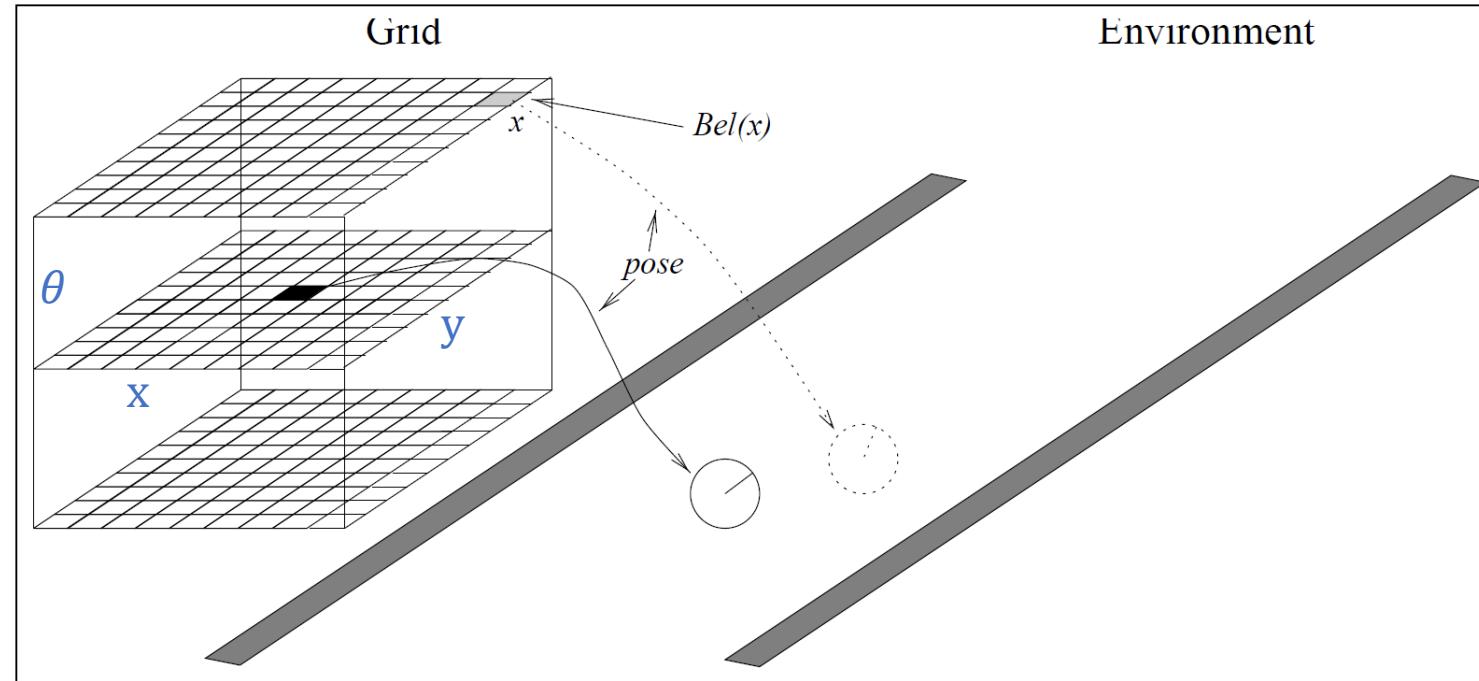
Localização de Markov

- Filtro de Bayes
 - Sensores proprioceptivos → Predição
 - Sensores exteroceptivos → Correção
- Propriedade de Markov
 - Memória markoviana → Estados anteriores são irrelevantes
 - Probabilidade do estado futuro depende apenas do estado atual
 - Observações futuras condicionalmente independentes das passadas

Localização de Markov

- Geralmente utiliza uma representação discreta
 - Grid, Mapa topológico → todas posições no espaço de estado
 - Cada célula possui uma probabilidade associada
 - Vários possíveis estados (hipóteses) são considerados
- A cada iteração (atualização), as probabilidades de todos os estados (células) representados devem ser atualizados

Localização de Markov



Fonte: *Probabilistic Robotics*



Localização de Markov

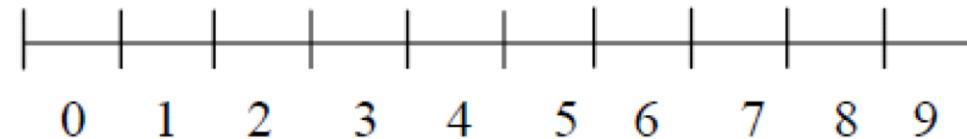
```
1: Algorithm Markov_localization( $bel(x_{t-1})$ ,  $u_t$ ,  $z_t$ ,  $m$ ):  
2:   for all  $x_t$  do  
3:      $\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1}, m) bel(x_{t-1}) dx$   
4:      $bel(x_t) = \eta p(z_t | x_t, m) \overline{bel}(x_t)$   
5:   endfor  
6:   return  $bel(x_t)$ 
```

```
1: Algorithm Grid_localization( $\{p_{k,t-1}\}$ ,  $u_t$ ,  $z_t$ ,  $m$ ):  
2:   for all  $k$  do  
3:      $\bar{p}_{k,t} = \sum_i p_{i,t-1} \text{motion\_model}(\text{mean}(\mathbf{x}_k), u_t, \text{mean}(\mathbf{x}_i))$   
4:      $p_{k,t} = \eta \text{measurement\_model}(z_t, \text{mean}(\mathbf{x}_k), m)$   
5:   endfor  
6:   return  $\{p_{k,t}\}$ 
```

Localização de Markov

Exemplo 1

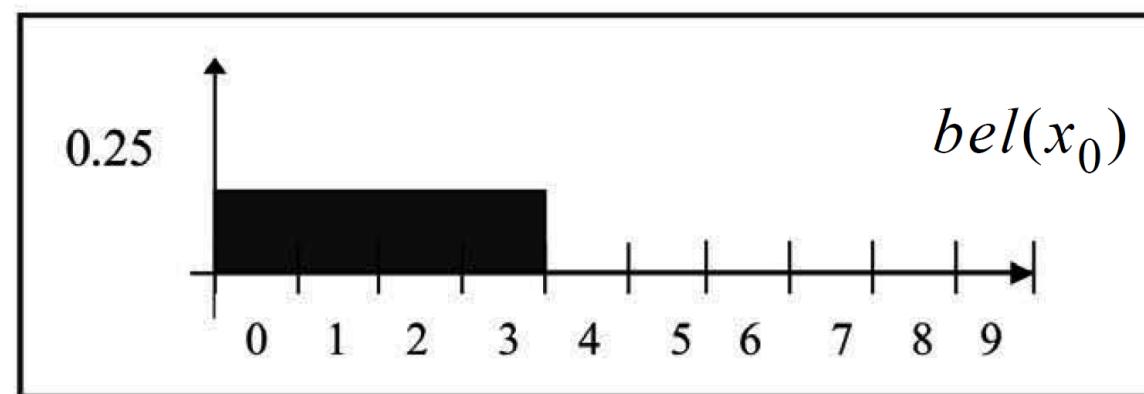
- Robô se movimenta em 1D
 - Por exemplo, sobre um trilho
 - Configuração dada apenas por x
 - Como seria o mapa nesse exemplo?
- Discretizar o espaço em 10 células



Localização de Markov

Exemplo 1

- Estimativa inicial da posição ($bel(x_0)$)
 - Distribuição uniforme entre as células 0 e 3
 - Elementos normalizados para soma ser 1

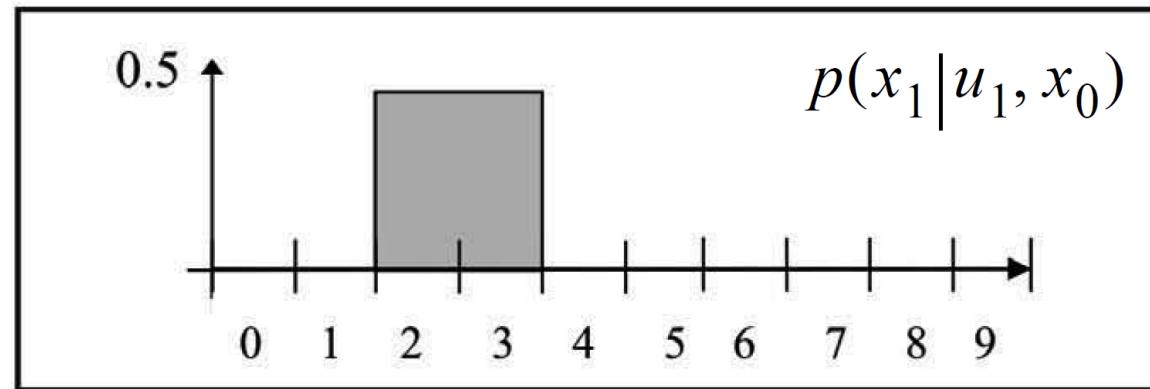


Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização de Markov

Exemplo 1 – Ação

- Modelo de transição (movimentação)
 - Modelo do erro da odometria
 - Pelo modelo abaixo, com 50% de chance o robô mover 2 ou 3 células para frente entre t_0 e t_1 com a entrada de controle u_1



Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização de Markov

Exemplo 1 – Ação

- Qual será a crença após o comando u_1 ?
 - Lei da Probabilidade Total
 - Convolução de $p(x_1|x_0, u_1)$ e $bel(x_0)$

$$\overline{bel}(x_1) = p(x_1|x_0, u_1) * bel(x_0)$$

$$= \sum_{x_0=0}^3 p(x_1|x_0, u_1)bel(x_0)$$

Localização de Markov

Exemplo 1 – Ação

$$p(x_1 = 2) = p(x_0 = 0)p(u_1 = 2) = 0.125,$$

$$p(x_1 = 3) = p(x_0 = 0)p(u_1 = 3) + p(x_0 = 1)p(u_1 = 2) = 0.25$$

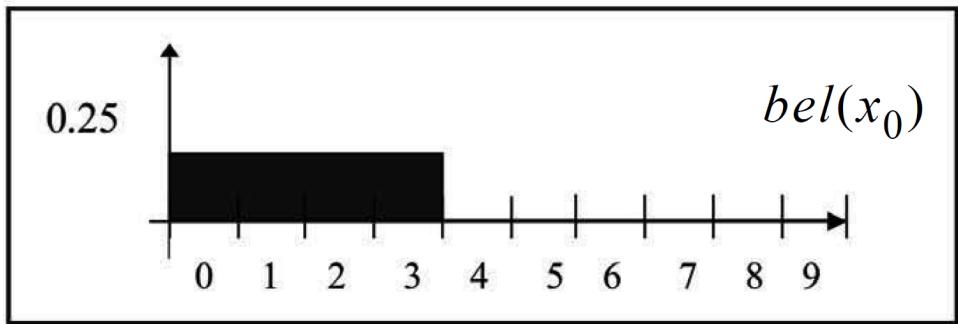
$$p(x_1 = 4) = p(x_0 = 1)p(u_1 = 3) + p(x_0 = 2)p(u_1 = 2) = 0.25$$

$$p(x_1 = 5) = p(x_0 = 2)p(u_1 = 3) + p(x_0 = 3)p(u_1 = 2) = 0.25$$

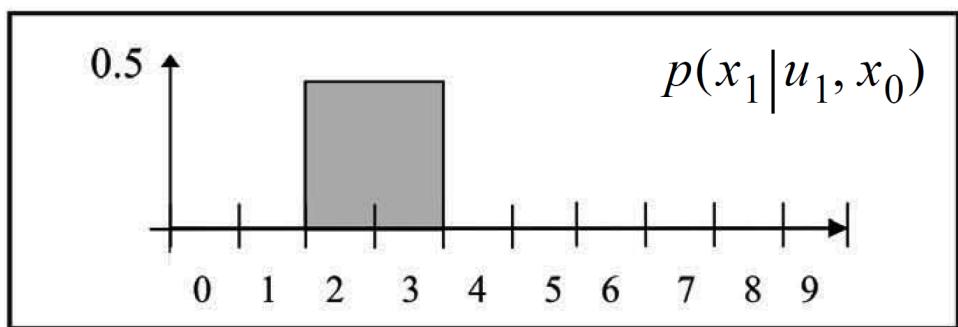
$$p(x_1 = 6) = p(x_0 = 3)p(u_1 = 3) = 0.125$$

Localização de Markov

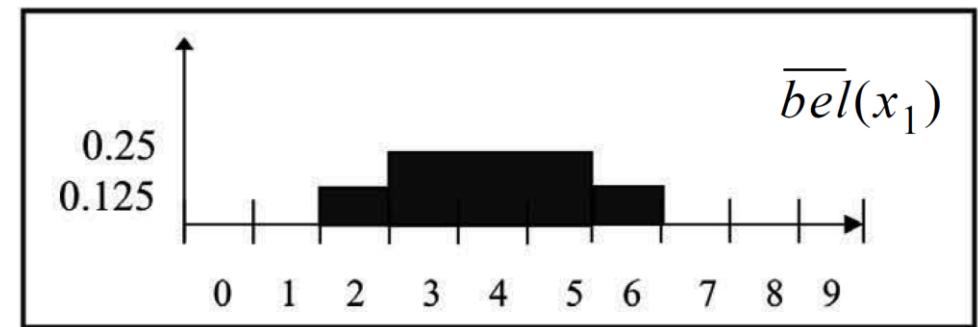
Exemplo 1 – Ação



*



=

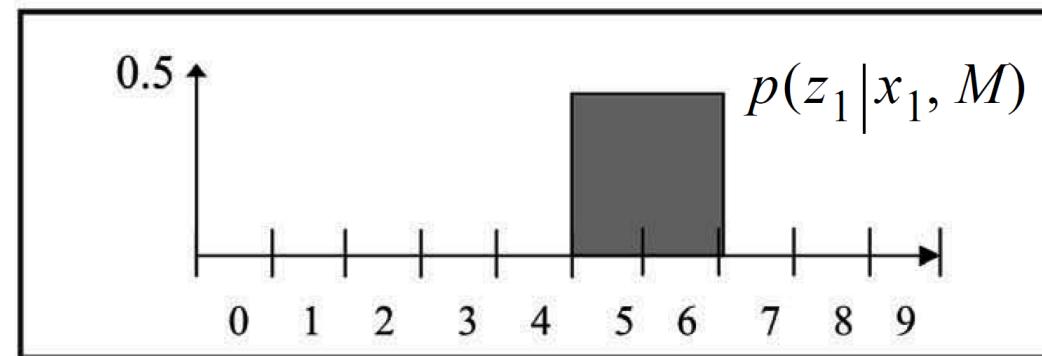


Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização de Markov

Exemplo 1 – Observação

- Modelo de observação (correção)
 - Incerteza associada ao sensor
- Laser para medir distância da origem (z)
 - 50% de chance de ser 5 ou 6 unidades

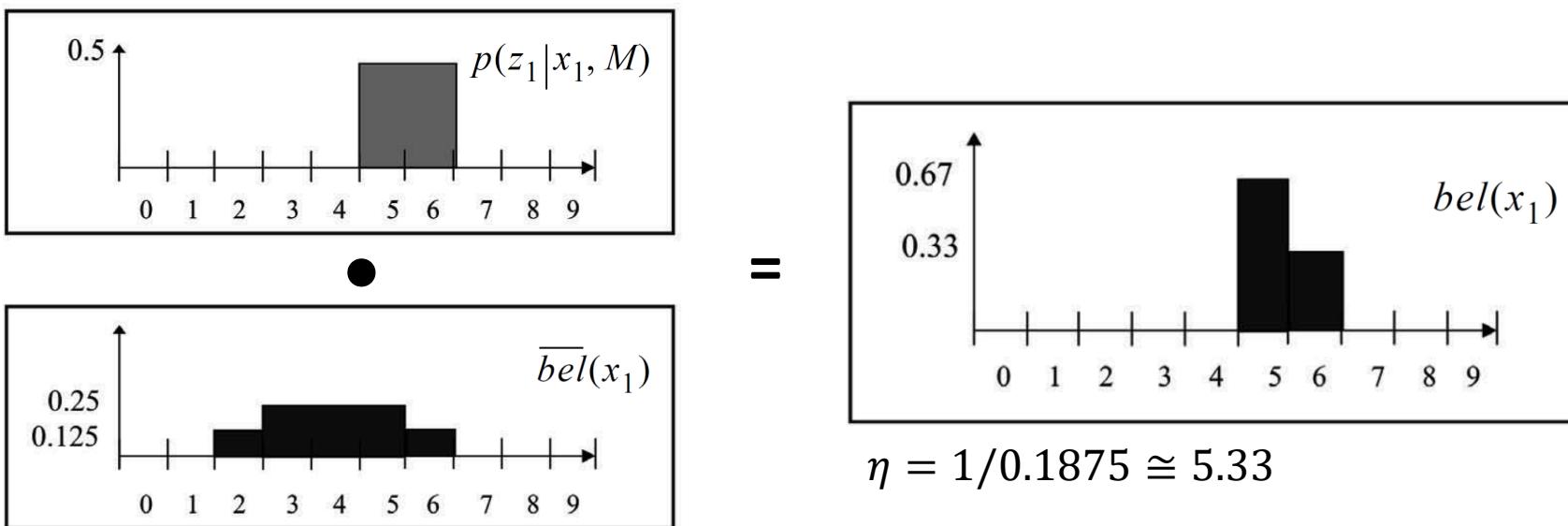


Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização de Markov

Exemplo 1 – Observação

- Estimativa final após a correção é dada por
 - $bel(x_t) = \eta p(z_t|x_t, M) \overline{bel}(x_t)$

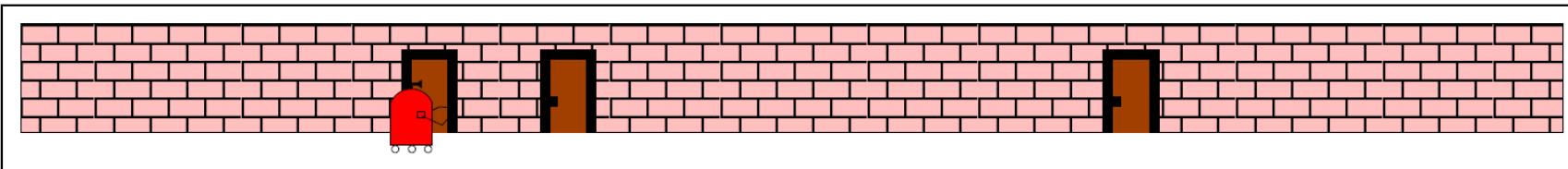


Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Localização de Markov

Exemplo 2

- Localização em um corredor (1D)
- Contém três portas idênticas
 - Robô consegue identificar a presença de portas
 - Possuímos um mapa do ambiente
- Robô conhece a sua direção de movimento

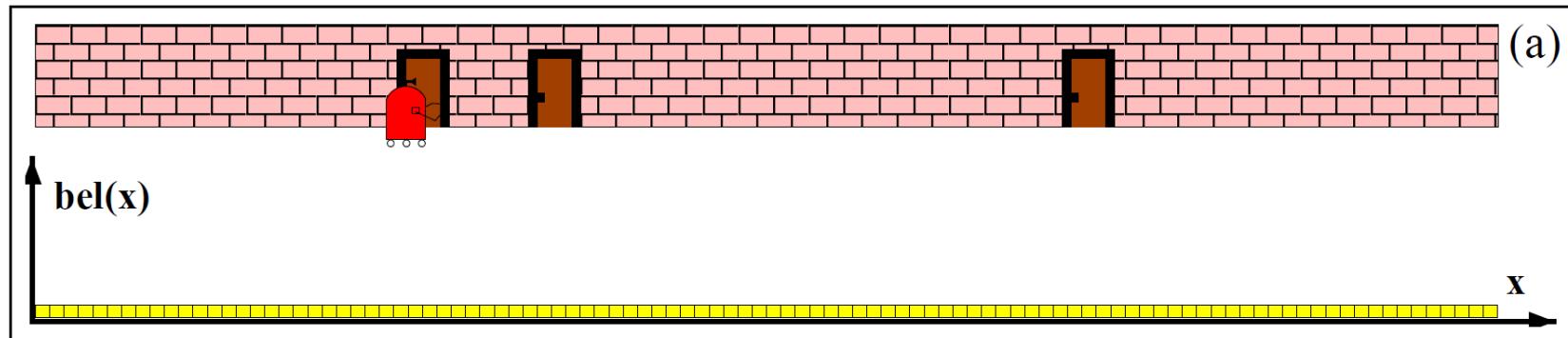


Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 2

- Posição inicial não é conhecida
- Estimativa $bel(x_0)$ uniformemente distribuída

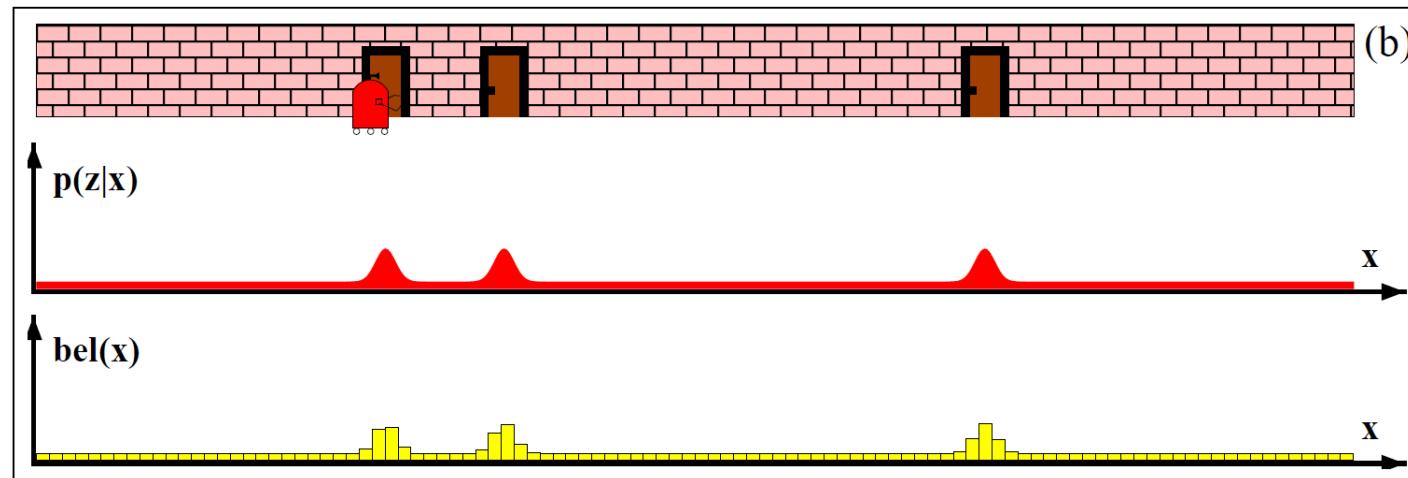


Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 2

- É feita uma leitura inicial
- A presença de uma porta é observada
 - Logo, $bel(x_1)$ aumenta nas posições com portas

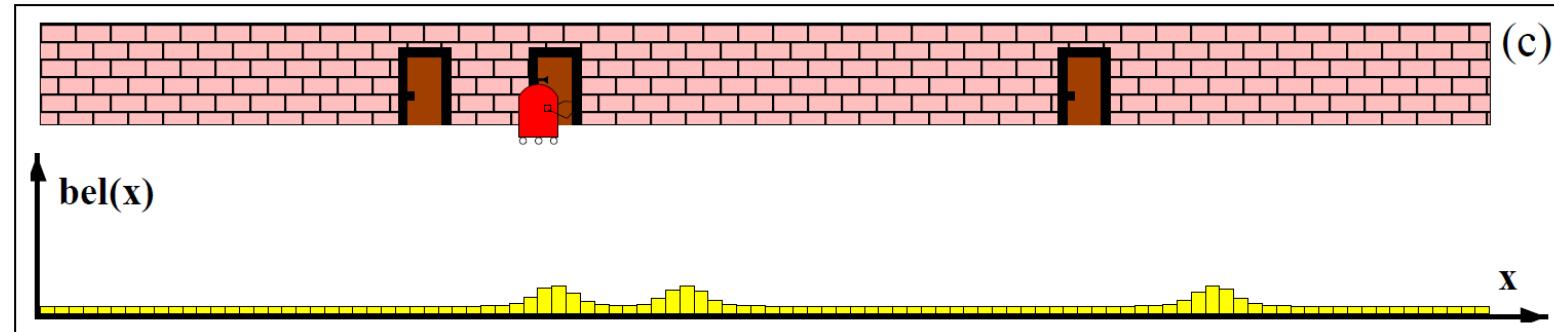


Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 2

- Robô utiliza o modelo de transição com entrada u
 - $\overline{bel}(x_2)$ é deslocada como resultado da ação
 - $\overline{bel}(x_2)$ é achatada como resultado da incerteza

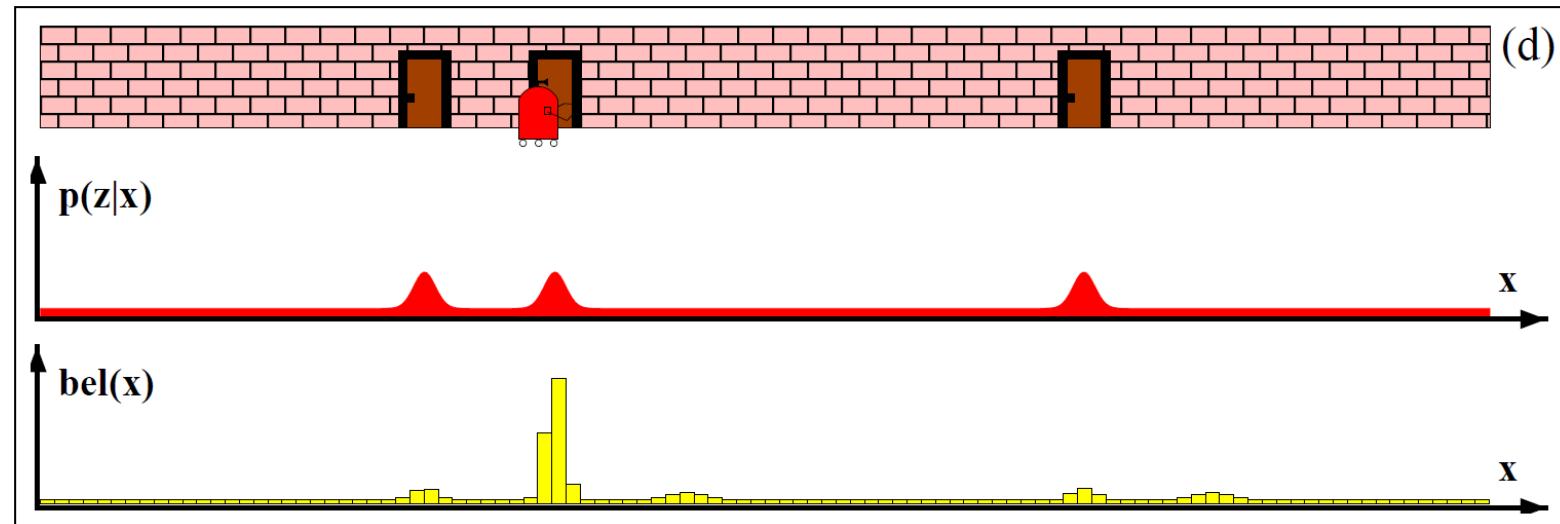


Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 2

- A presença de uma porta é observada
 - A crença $bel(x_2)$ aumenta na possíveis posições corretas



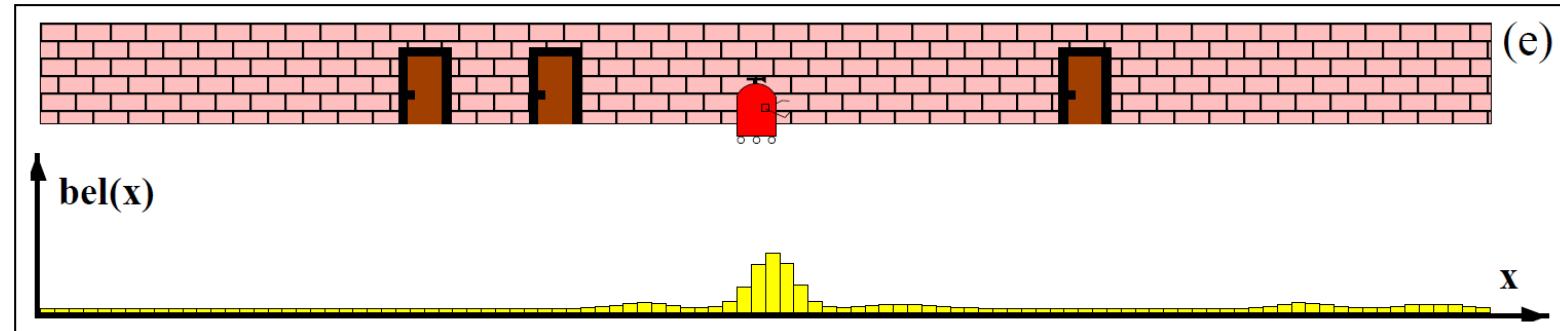
Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 2

- Movimento do robô continua

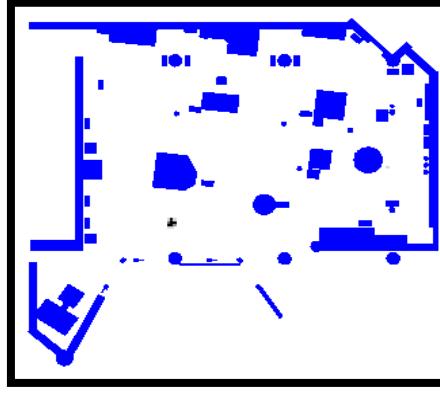
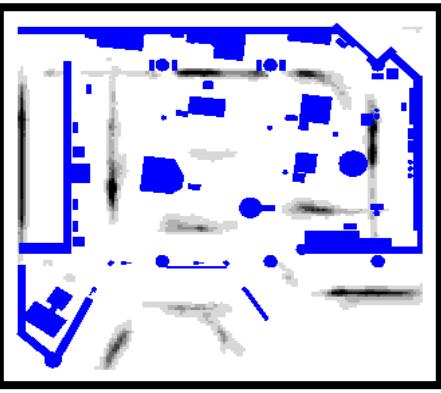
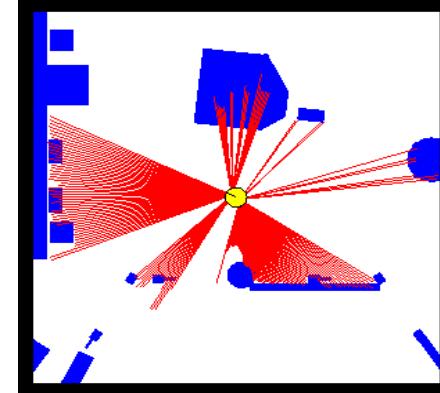
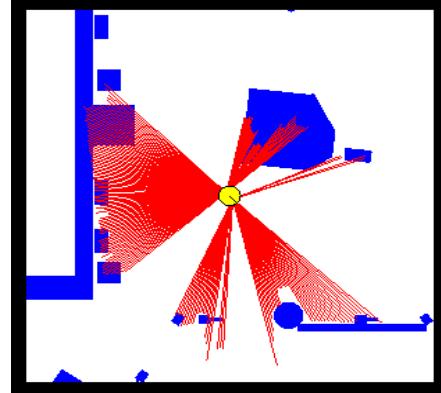
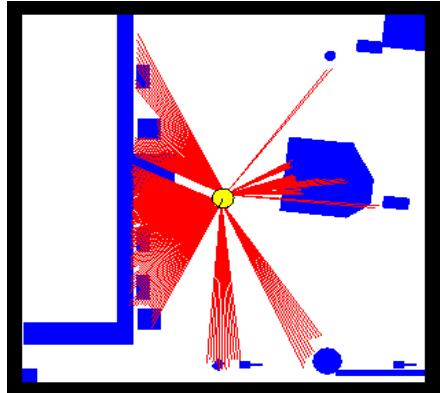
- $\overline{bel}(x_n)$ é deslocada e achatada como resultado da ação
- $bel(x_n)$ é atualizada (melhorada) por novas observações



Fonte: *Probabilistic Robotics*

Localização de Markov

Exemplo 3



(a)

(b)

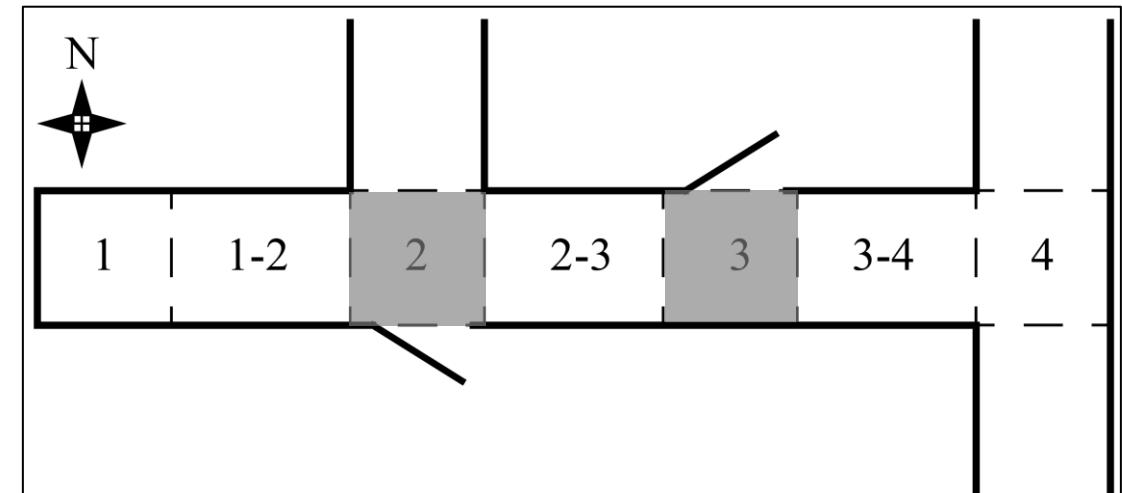
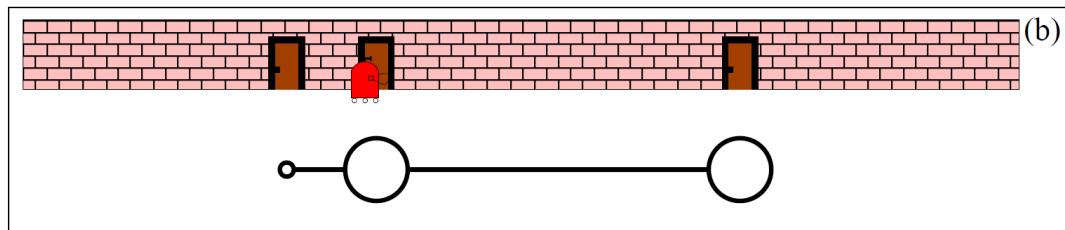
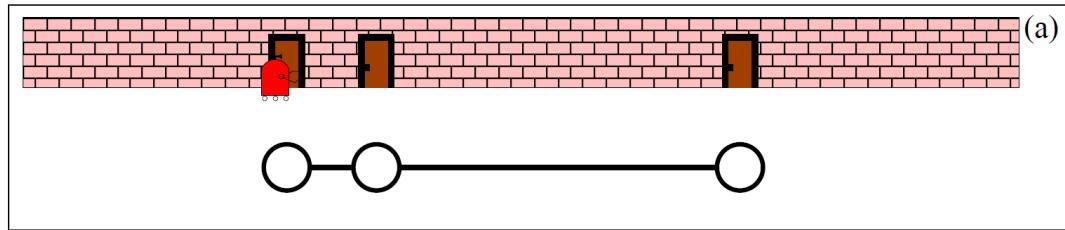
(c)

Fonte: *Probabilistic Robotics*



Localização de Markov

Exemplo 4 – Mapa topológico



Fonte: *Probabilistic Robotics*

Fonte: *Introduction to Autonomous Mobile Robots*

Considerações finais

Markov vs. Kalman

Markov	Kalman
• Mantem múltiplas estimativas da posição	• Estimativa única da posição
• Posição inicial pode ser desconhecida	• Demanda posição inicial conhecida
• Pode se recuperar de posições ambíguas	• Pode falhar com o aumento da incerteza
• Considera um espaço discreto (células)	• PDFs consideradas Gaussianas
• Alto consumo de memória/computação	• Baixo custo computacional

Considerações finais

- Localização global
- Aplicação direta do Filtro de Bayes
- Representação discreta do ambiente
 - $30m \times 30m (0.1 \times 0.1 \times 0.1) = 32.4$ milhões!
 - Utilizar soluções diferentes de células fixas
- Técnicas baseadas em amostragem
 - Subespaço amostral de todos os estados