به نام هستی بخش

هوش مصنوعی و سیستم‌های خبره

نیمسال اول1400-1401

پاسخ تمرین سری پنجم

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

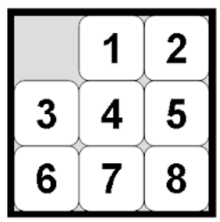
مدرس: دکتر مهرنوش شمس‌فرد

تاریخ تحویل: 5 آذر ساعت 23:59

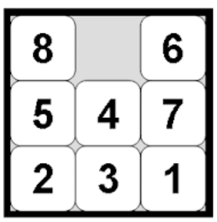
1. درباره مسائل CSP، صحیح یا غلط بودن گزاره‌های زیر را با **ذکر دلیل** بنویسید. (برای موارد الف و ب، **اگر گزاره‌ی موردنظر از دید شما درست است، تعریف مسئله‌ی CSP مرتبط با آن (تعیین متغیرها، تعیین دامنه مقادیر مجاز متغیرها و تعیین محدودیت‌ها) و ایده کلی حل آن را بیان کنید و اگر گزاره نادرست است، دلیل نادرستی را بیان کنید.)**

الف) مسئله 8-Puzzle می‌تواند یک مسئله CSP درنظر گرفته شود.

پاسخ) نادرست. زیرا در این مسئله، جواب مشخص است و **مسیر** رسیدن به جواب برای ما مهم است. اما مسائل CSP باتوجه به تعریف، مسائلی هستند که در آن‌ها، مقداردهی متغیرها همراه با ارضا قیود، برای رسیدن به **جواب**، انجام می‌شود. درواقع، مسیر رسیدن به جواب معمولا اهمیتی نداشته و فقط ممکن است بخواهیم مسیر بهینه‌تری را برای رسیدن به جواب انتخاب کنیم. اما هدف اصلی از حل این مسائل، رسیدن به جواب و ارضا محدودیت‌های مسئله است.



حالت هدف



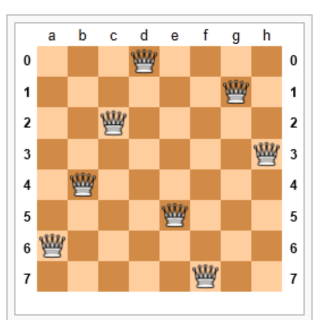
حالت اولیه

ب) مسئله 8-Queen می‌تواند یک مسئله CSP درنظر گرفته شود.

پاسخ) درست. در این مسئله، رسیدن به جواب برای ما مهم است. دارای محدودیت نیز هست. (وزیرها نباید یکدیگر را تهدید کنند) می‌توانیم به این مسئله به صورت یک مسئله CSP نگاه کنیم و از روش‌های ارضا محدودیت برای حل آن استفاده کنیم.

تعریف مسئله:

ابتدا سطرهای جدول را از 0 تا 7 شماره‌گذاری کرده و ستون‌های جدول را از a تا h نامگذاری می‌کنیم.

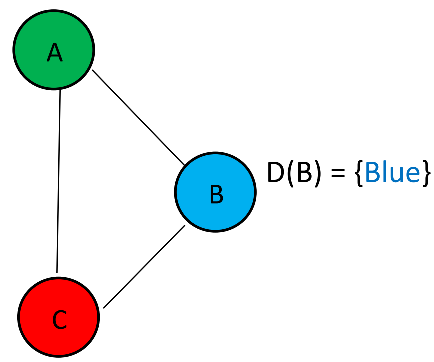


- متغیرها: 8 متغیر {a,b,c,d,e,f,g,h} داریم (هر متغیر، نشان‌دهنده‌ی یک ستون از جدول است و اگر مثلا متغیر a، مقدار 6 بگیرد، به این معنی است که وزیر داخل ستون a، در سطر شماره 6 از این ستون است.)
- دامنه مقادیر مجاز متغیرها: {0,1,2,3,4,5,6,7}
- محدودیت‌ها: وزیرها یکدیگر را تهدید نکنند. (در یک سطر، اگر وزیری قرار داشت، وزیر دیگری نمی‌تواند قرار بگیرد)

روش کلی حل: قرار است مسئله را به این صورت حل کنیم که در هر ستون، یک وزیر قرار دهیم (شماره سطر قرارگیری وزیر را به عنوان مقدار برای متغیر مرتبط با آن ستون، قرار دهیم) و تا جایی پیش برویم که همه‌ی متغیرها مقدار بگیرند و اگر هیچ دو وزیری یکدیگر را تهدید نکردند، مسئله حل شده و اگر دست‌کم دو وزیر یکدیگر را تهدید می‌کردند (در یک سطر بودند)، backtrack کنیم و این کار را انقدر تکرار کنیم تا تمام محدودیت‌های مسئله، ارضا شوند. (محدودیت بین متغیرهارا نیز، محدودیت باینری (محدودیت بین هر 2 وزیر) درنظر گرفته‌ایم.)

پ) هر مسئله CSP که دارای سازگاری لبه (arc consistency) باشد، دارای سازگاری گره(node consistency) نیز هست.

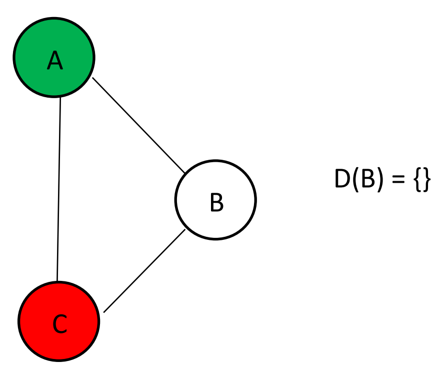
پاسخ) نادرست. مثال:



در این مسئله، محدودیت، همرنگ نبودن گره‌های مجاور و آبی نبودن گره B است: اگر فرض کنیم گره A مقدار Green و گره C مقدار Red گرفته باشند و دامنه مقادیر مجاز گره‌ها در ابتدا، {Red, Green, Blue} بوده باشد؛ سازگاری لبه‌ها برقرار است اما سازگاری گره، برای گره B برقرار نیست. چون درحال حاضر، دامنه مقادیر مجاز آن، فقط دارای مقدار "Blue" است (مقدار قرمز و سبز به دلیل مجاور بودن با A و C، از دامنه مقادیر مجاز گره B، حذف شده اند) که با محدودیت تکی آن، ناسازگار است.

ت) هر مسئله CSP که دارای سازگاری لبه(arc consistency) باشد، دارای سازگاری مسیر(path consistency) نیز هست.

پاسخ) نادرست. مثال:



در این مسئله اگر محدودیت، همرنگ نبودن گره‌های مجاور باشد: اگر فرض کنیم گره A مقدار Green و گره C مقدار Red گرفته باشد و دامنه مقادیر مجاز گره‌ها در ابتدا،{Red, Green} بوده باشد؛ سازگاری لبه داریم اما سازگاری مسیر، برقرار نخواهد بود چون درحال حاضر، دامنه مقادیر مجاز گره B، تهی شده‌است. درواقع با 2 رنگ نمی‌توان 3 گرهِ 2به2 مجاور را، طوری رنگ‌آمیزی کرد که هیچ 2 گره مجاوری، رنگ یکسان نپذیرند.

هر لبه‌ای را درنظر بگیریم، سازگاری لبه برایش برقرار خواهد بود. مثلا سازگاری لبه بین گره A و B برقرار است زیرا گره B می‌تواند دامنه مقادیر مجازش را محدود کند و به {Green} کاهش دهد تا سازگاری این لبه برقرار شود اما اگر بخواهیم همزمان، دو متغیر A و C نسبت به گره B سازگار شوند، امکان آن وجود ندارد. بنابراین سازگاری مسیر نداریم.

ث) در مسائل ارضای محدودیت، یک تابع مکاشفه‌ای مناسب برای انتخاب متغیر، این است که متغیری انتخاب شود که کمترین محدودیت را برای دیگر متغیرها ایجاد کند (کمترین میزان مقادیر مجاز را از دامنه سایر متغیرها حذف کند)

پاسخ) نادرست. مکاشفه LCV (least Constraining Value) برای انتخاب مقدار مناسب برای متغیر به‌کار می‌رود و می‌گوید مقداری را انتخاب کنیم که کمترین محدودیت را برای بقیه ایجاد کند. اما این مکاشفه، برای انتخاب متغیر، مناسب نیست و مکاشفه‌های مناسب برای انتخاب متغیر، degree و MRV می‌توانند باشند.

ج) در درخت جستجوی حل مسائل CSP، یک شیوه‌ی مناسب برای جستجو، DFS است.

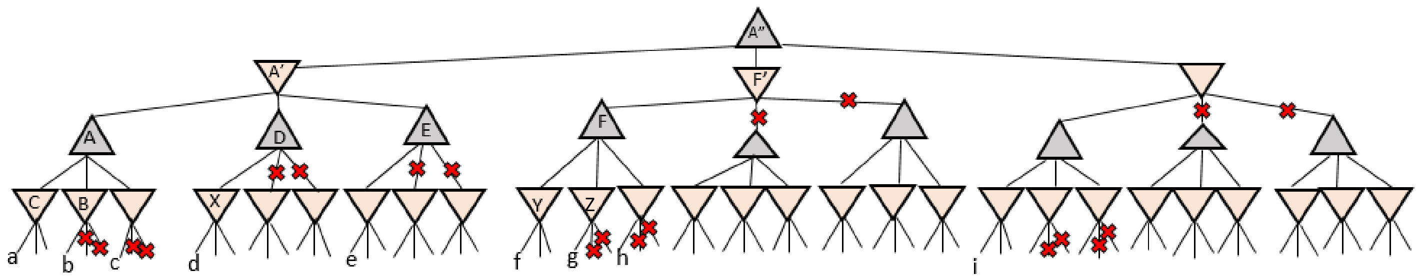
پاسخ) درست. الگوریتم DFS برای جستجو در این درخت خاص، **کامل** (در لوپ نخواهد افتاد و اگر مسئله جواب داشته باشد، حتما آن را پیدا می کند.) و **بهینه** (هرجوابی که پیدا شود و تمام محدودیت‌های مسئله را ارضا کند، یک جواب خوب است) است. بنابراین اگر معیار مناسب بودن یک الگوریتم برای این مسائل را، کامل و بهینه بودن آن روی چنین مسائلی قرار دهیم، این الگوریتم مناسب است.

چ) در یک مسئله CSP با n متغیر، اگر تعداد لبه‌ها c باشد و اندازه‌ی دامنه‌ی متغیرها حداکثر d باشد، پیچیدگی زمانی الگوریتم AC-3 در بدترین حالت $O(cd^3)$ و پیچیدگی فضایی آن، O(d) است.

پاسخ) نادرست. در این الگوریتم ابتدا همه لبه‌های گراف محدودیت در لیستی ریخته می‌شوند و به‌تدریج این لیست خالی می‌شود. درواقع در هیچ مرحله‌ای، بیش‌تر از تعداد لبه‌ها، عنصر در لیست نداریم. بنابراین پیچیدگی فضایی این الگوریتم، O(c) است نه O(d).

2. اگر در یک درخت minimax اگر از روش هرس آلفا-بتا در جستجو استفاده کنیم، (فرض کنید درخت از دید بازیکن Max رسم شده‌است) **حداکثر** چند گره می‌تواند هرس شود، در صورتی که:
الف) درخت با عمق 4، و هر گره دارای دقیقا 3 فرزند باشد.
ب) درخت با عمق 4، و هر گره، به‌جز گره ریشه، دارای دقیقا 3 فرزند باشد و گره ریشه 100 فرزند داشته‌باشد.

پاسخ) الف)80



توضیح حل:

می‌دانیم بیش‌ترین میزان هرس، زمانی اتفاق می‌افتد که فرزندان گره max، با ترتیب نزولی و فرزندان گره min، با ترتیب صعودی چیده شوند. فرض می‌کنیم تمامی گره‌ها و برگ‌ها با ترتیب گفته شده چیده شده اند و با این فرض، مسئله را حل می کنیم.

به بررسی اولین برگ می‌پردازیم. این برگ، مقدار a دارد. مقدار دو برگ سمت راست آن نیز چک می‌شود و چون گره پدر، گره min است، باید کوچک‌ترین مقدار از بین فرزندان را بگیرد و چون قرار بود ترتیب فرزندان min، صعودی باشد، کوچک‌ترین مقدار بین فرزندانش، a است و این گره مقدار a می‌گیرد.

با مقدارگیری این گره، برای گره A داریم: $x(A) \geq a$ (1)

برگ بعدی را چک می‌کنیم و مقدار b دارد. بنابراین، برای گره B داریم: $x(B) \leq b$ (2)

همچنین می‌دانیم که باید $b < a$ (3) باشد. دلیلش این است که قرار بود ترتیب فرزندان max، نزولی باشد و می‌دانیم که مقدار گره‌های B و C درنهایت قرار است به‌ترتیب، b و a شود. و چون ترتیب فرزندان A باید باشد، مقدار گره B باید از گره C کمتر باشد و بنابراین، b کوچک‌تر از a است. (این استدلال در ادامه نیز به‌کار رفته و از تکرار آن پرهیز شده‌است)

حال از (۱) و (۲) و (۳) داریم:

مقدار گره A، چیزی بیش‌تر یا مساوی a است. مقدار گره B، چیزی کمتر یا مساوی b که خودش هم از a کوچک‌تر بود، است. بنابراین ادامه دادن و چک کردن باقی فرزندان B، کمکی به مقدارگیری گره A نمی‌کند (چیزی بیش‌تر از a پیدا نمی‌کنیم) و دو یال بعدی هرس می‌شوند.

حال نوبت به بررسی برگ c است. با استدلالی مشابه قبل و چون می‌دانیم $c < b < a$ ، دو یال بعدی نیز هرس می‌شوند. و مقدار گره A برابر با a می‌شود.

حال به بررسی برگ d می‌رویم. می‌دانیم که درنهایت قرار است مقدار گره D، برابر با d شود. و و چون قرار بود ترتیب فرزندان min، صعودی باشد، باید مقدار گره D از مقدار گره A بیش‌تر باشد و یعنی $d > a$ (4)

دو برگ بعد از d نیز باید چک شوند تا بتوانیم گره X را مقدار دهیم. مقدار گره X، برابر با d خواهد شد و بنابراین خواهیم داشت:

$x(D) \geq d$ (5)

و اما چون گره A، مقدار a گرفته، برای گره A' که یک گره min است خواهیم داشت:

$x(A') \leq a$ (6)

از (4) و (5) و (6) خواهیم داشت:

مقدار گره A' چیزی کم‌تر از a است و مقدار گره D چیزی بیش‌تر از d که خودش هم از a بزرگ‌تر است، می‌شود.

بنابراین ادامه دادن و چک کردن مقدار فرزندان بعدیِ D، کمکی نمی‌کند و یال‌های متصل به دو فرزند دیگرش هرس می‌شوند.

حال نوبت به بررسی برگ e است. با استدلال مشابه استدلال قبلی و همچنین اینکه می‌دانیم $e > d > a$ ، خواهیم دید که دو یال بعدی متصل به دو فرزند دیگر گره E، هرس می‌شوند.

حال از بین فرزندان A' که همگی مقدار گرفته‌اند، گره A کم‌ترین مقدار را دارد و بنابراین، گره A' مقدار a می‌گیرد. با مقدارگیری گره A'، یک شرط روی گره A" که یک گره max است، گذاشته می‌شود و آن این است که:

$x(A'') \geq a$ (7)

حال به بررسی برگ f می‌پردازیم. دو برگ کناری آن نیز برای مقداردهی گره ۷، چک می‌شوند و مقدار گره ۷، برابر با f می‌شود.

و برای گره F خواهیم داشت: $x(F) \geq f$

می‌دانیم که گره 'F درنهایت مقدار f خواهد گرفت بنابراین، چون فرزندان گره "A (گرهmax) باید به‌ترتیب نزولی چیده شده‌باشند، باید مقدار گره 'F از "A کم‌تر باشد و این یعنی $f < a$ (8)

حال به بررسی برگ g می‌پردازیم. چون فرزندان گره F باید به‌ترتیب نزولی باشند، داریم: $g < f$ و چون F مقداری بیش‌تر یامساوی f دارد و همچنین اینکه مقدار گره Z کوچک‌تر یا مساوی g است، چک کردن فرزندان دیگر Z، کمکی نمی‌کند و دو یال بعدی هرس می‌شوند.

حال به سراغ بررسی برگ h می‌رویم و با استدلالی مشابه استدلال قبل و همچنین اینکه $h < g < f$ ، دو یال بعدی هرس می‌شوند. و گره F، مقدار f می‌گیرد. و بنابراین خواهیم داشت:

$x(F') \leq f$ (9)

و از (۷) و (۸) و (۹) خواهیم داشت:

گره 'F مقداری کم‌تر یا مساوی f که خودش از a کوچک‌تر است می‌گیرد و گره "A، مقداری بیش‌تر یا مساوی a می‌خواهد و بنابراین ادامه دادن و بررسی فرزندان دیگر 'F، کمکی نمی‌کند و دو یال متصل به دو فرزند دیگر 'F، هرس می‌شوند.

سپس نوبت به بررسی برگ i می‌رسد و چون ترتیب فرزندان گره "A (گره max)، نزولی است، $i < f < a$ باید باشد و با استدلالی مشابه فرزند قبلی "A، هرس‌ها دقیقا مشابه هرس‌های شاخه‌ی قبلی می‌شود. گره "A هر تعداد دیگر هم فرزند داشته باشد، دقیقا مشابه این دو شاخه، هرس می‌شوند.

و تعداد شاخه‌هایی که هرس می‌شوند 80 خواهد بود.

$$(2 + 2 + (4\times4)) + (2 + 2 + (2\times13)) + (2 + 2 + (2\times13)) = 20 + 60 = 80$$

ب) با توجه به نکته گفته‌شده در بخش الف، خواهیم داشت: $20 + (99\times30) = 2990$

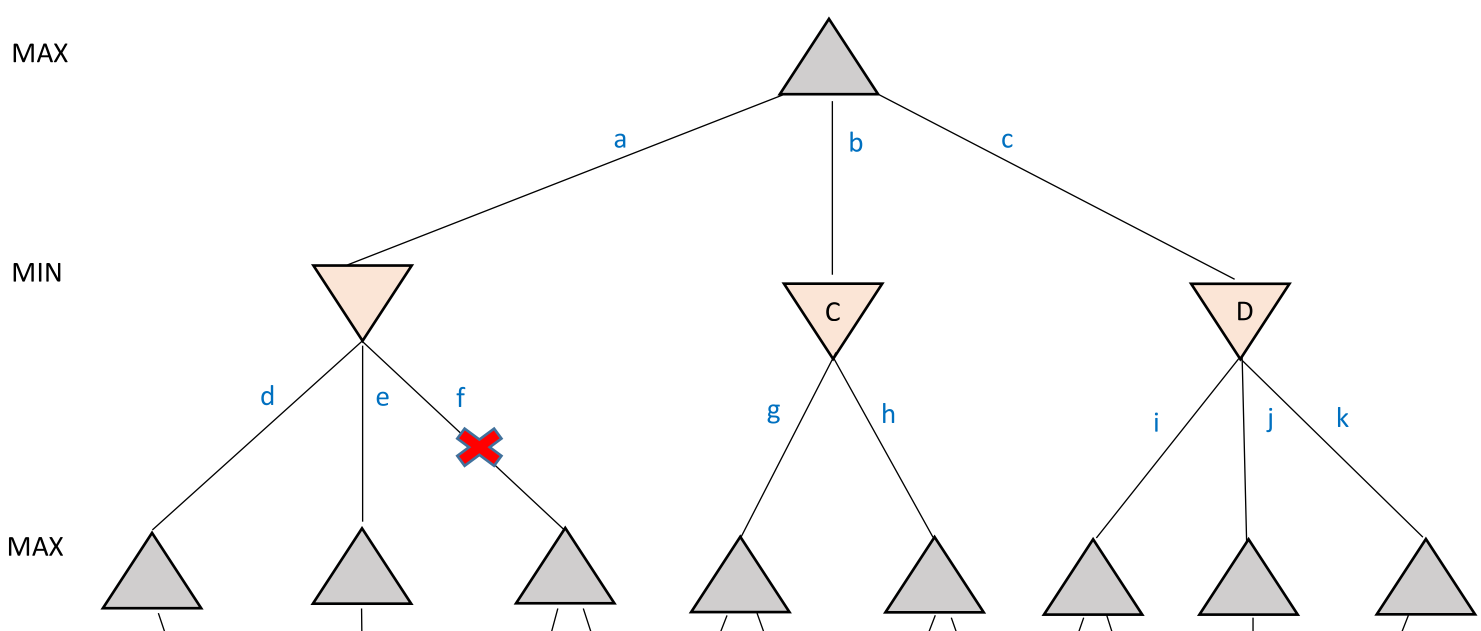
3. شکل زیر، درخت سودمندی یک بازی رقابتی را از دید بازیکن max نشان می‌دهد. می‌دانیم که ارزش گره‌های برگ در این بازی، اعداد صحیح بازه‌ی بسته‌ی 2- تا 2 است. (علامت ضربدر، نشانه‌ی هرس شدن یال مورد نظر در هرس آلفا-بتا است.)

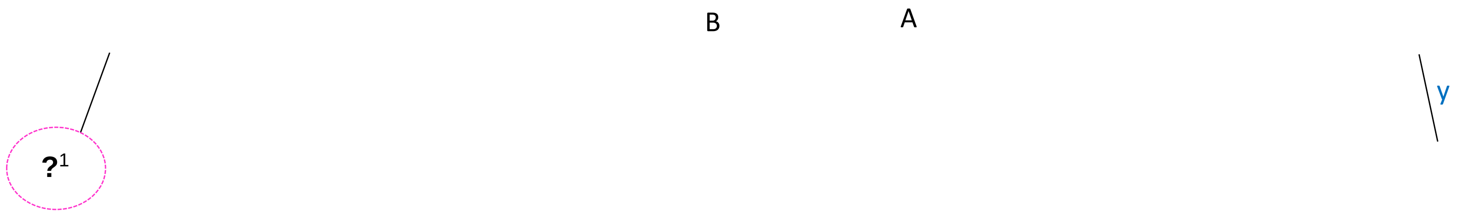
- **فرض کنید در این سوال، دقیقا یک مسیر، مسیر انتخابی بازیکن max باشد. (بین هیچ دو مسیری مردد نخواهد شد)**

الف) با توجه به مفروضات مسئله، برگ‌هایی که مقدار مشخص ندارند را مقدار دهی کنید.

ب) حرکت انتخابی بازیکن max، کدام خواهد بود؟

پ) ترتیب گره‌ها را به‌گونه‌ای تغییر دهید که بیش‌ترین میزان هرس را در هرس آلفا-بتا داشته باشیم.





پاسخ)

الف)

?1

این برگ باید مقدار **2** بگیرد. دلیل: از آنجا که بازه‌ی مقادیر مجاز برگ‌ها 2- تا 2 هست و همچنین اینکه یال m در هرس آلفا-بتا هرس شده است، می‌توان فهمید که این برگ دارای ماکسیمم مقدار ممکن بوده‌است.

توضیح بیش‌تر: اگر این برگ دارای مقدار 2 بوده باشد، چون قرار است گره MAX مقدار بگیرد و می‌دانیم که فرزندان بعدی این گره هر مقداری که داشته باشند، کوچک‌تر-مساوی 2 است؛ یال‌های بعدی هرس شده و نیازی به چک کردن مقدار آن‌ها نبوده‌است. درواقع هرمقداری که داشته باشند، باز هم مقدار گره MAX همان 2 خواهد بود.

?2

این برگ باید مقدار **2-** بگیرد. دلیل: مشابه قسمت قبل استدلال می‌کنیم. از آنجا که بازه‌ی مقادیر مجاز برگ‌ها 2- تا 2 هست و همچنین اینکه یال f در هرس آلفا-بتا هرس شده است، می‌توان فهمید که این برگ دارای مینیمم مقدار ممکن بوده‌است.

توضیح بیش‌تر: اگر این برگ دارای مقدار 2- بوده باشد، گره MAX (پدرش) نیز مقدار 2- می‌گرفته و از آنجا که پدر این گره، گره MIN است و قرار است کم‌ترین مقدار از بین فرزندانش را بگیرد و فرزندان بعدی هر مقداری هم داشته باشند، مقدار بزرگ‌تر-مساوی 2- دارند و در هر صورت، این گره MIN مقدار 2- می‌گیرد؛ بنابراین نیازی به چک کردن و بدست آوردن مقدار گره فرزند بعدی آن نبوده و در هرس آلفا-بتا، یال f هرس شده‌است.

?3

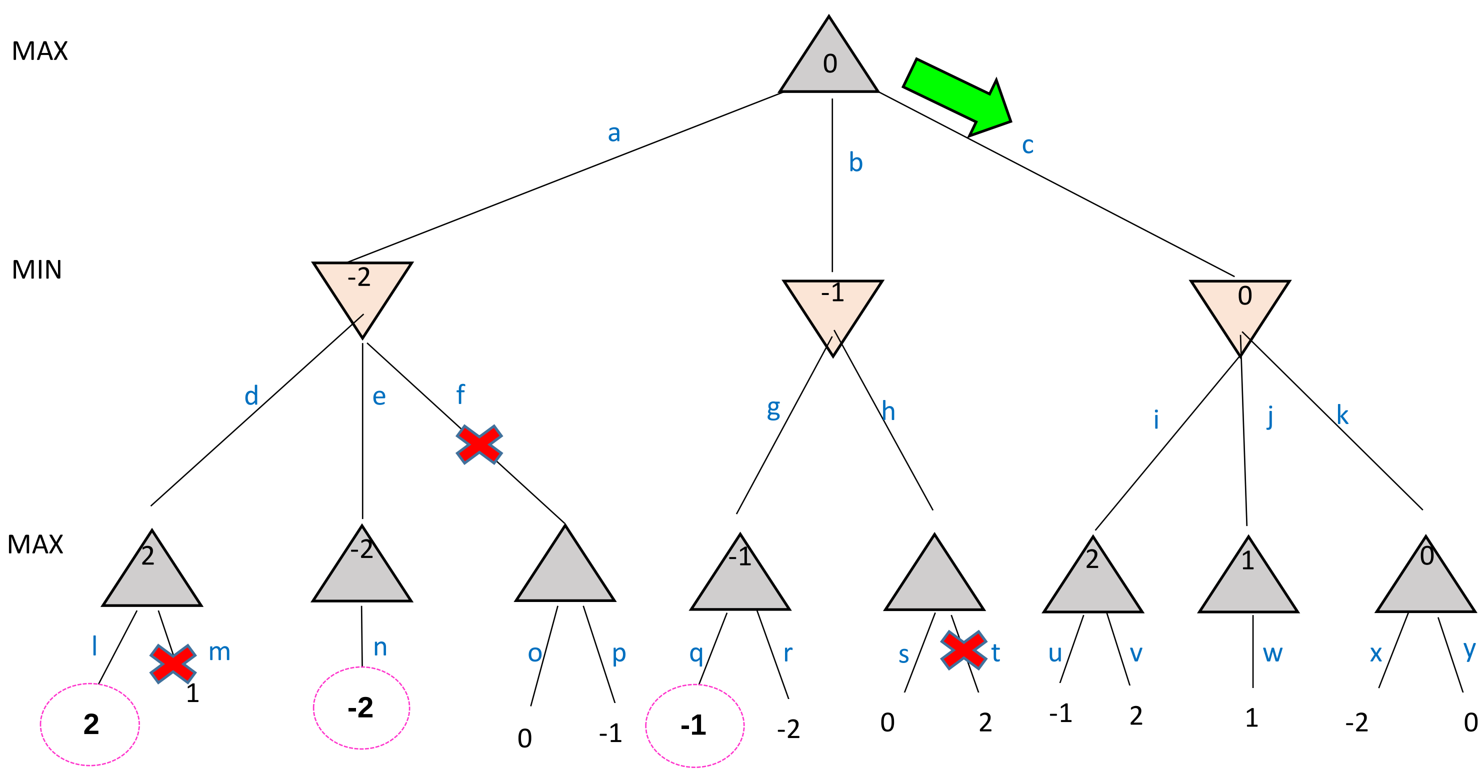
این برگ باید مقدار **1-** بگیرد. دلیل: اولا که مقدار این گره 2- نمی‌تواند باشد. زیرا اگر این برگ مقدار 2- داشته باشد، گره max با نام B، 2- شده و گره min با نام C، باید مقدار کوچک تر مساوی 2- بگیرد. و چون 2-، مینیمم مقدار ممکن است، دیگر نیازی به چک کردن باقی فرزندها نداشته و باید یال h، هرس شود. بنابراین، چون یال h هرس نشده، پس مقدار این برگ، نمی‌توانسته 2- باشد.
پس تا اینجا دامنه مقادیر مجاز این برگ، {2، 1، 0، 1-} است. هنگام مقداردهی گره MAX با نام A، وقتی مقدار 0 چک شده، یال بعدی هرس شده، این به معنی آن است که مقدار گره MAX با نام B، چیزی کم‌تر یا مساوی 0 بوده و مقدار گره MIN با نام C نیز به طبع آن، چیزی کم‌تر یا مساوی 0 می‌شده‌است. همچنین اینکه بالاتر دیدیم که مقدار گره B، برابر با 2- نیز نمی‌توانست باشد.
دامنه مقادیر مجاز گره B: {0، 1-} و از آنجا که گره A یک گره MAX بوده، با ادامه دادن و بررسی فرزندان دیگرش، مقداری بزرگ‌تر یا مساوی 0 می‌گرفته که درهرصورت در مقداردهی گره MIN با نام C، بی‌تاثیر بوده و این باعث شده که یال t، هرس شود.

حال از بین مقدار این دو فرزند، عدد بزرگ‌تر به عنوان مقدار گره MAX با نام B، انتخاب شده. از آنجا مقدار این برگ، ۲- نیست، مقدار بزرگ‌تر از بین مقادیر این دو فرزند، مقدار همین برگ است و درواقع مقدار این برگ(برگ بدون مقدار) و مقدار گره B، یکسان است. تا اینجا داریم:

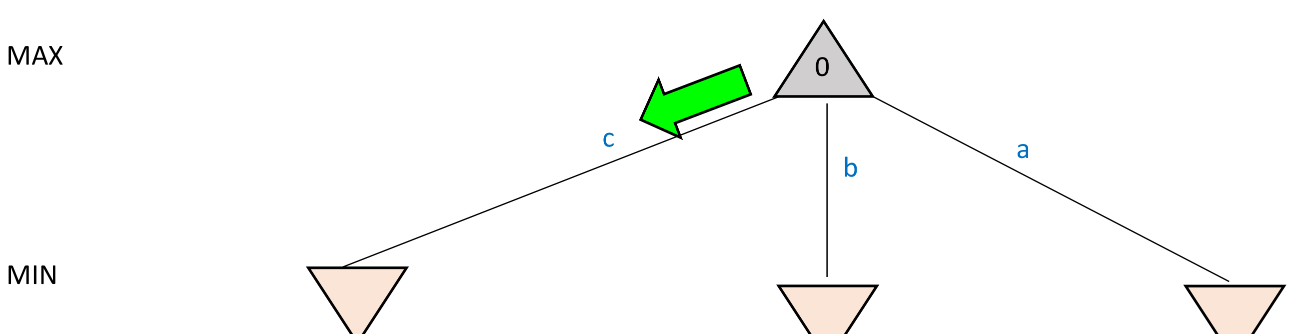
1. **دامنه مقادیر مجاز گره B: {0، 1-}**
2. **دامنه مقادیر مجاز برگ بی‌مقدار: {2، 1، 0، 1-}**

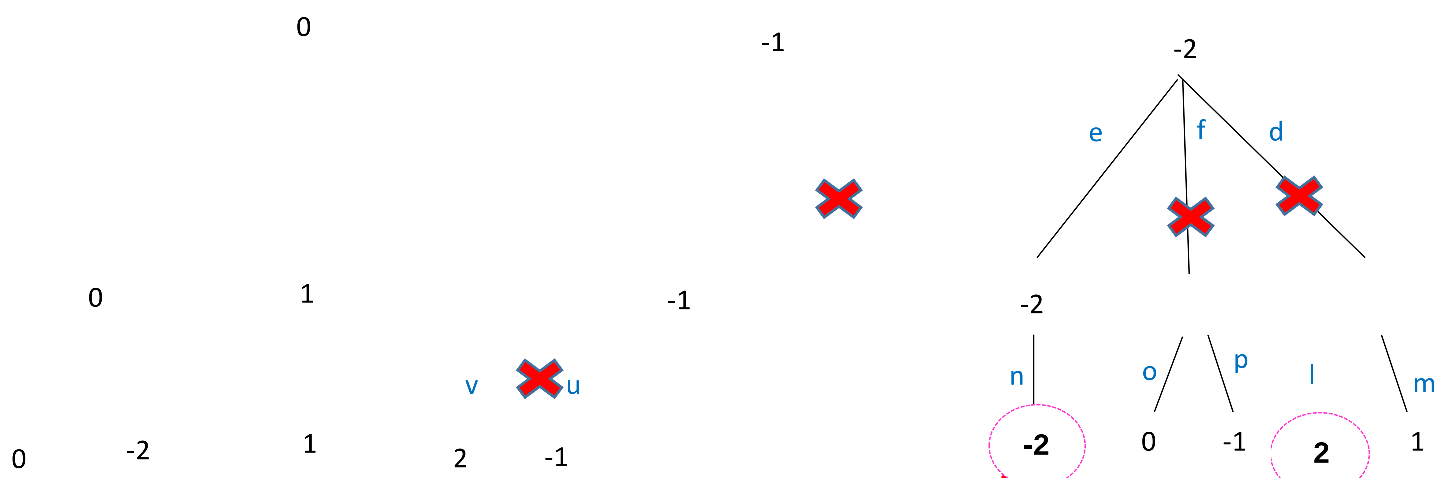
در نتیجه از اشتراک این دو دامنه خواهیم داشت: **دامنه مقادیر مجاز برگ بی‌مقدار: {1-، 0}**
کار را ادامه می‌دهیم. در شاخه‌ی سمت راست، گره‌های MAX به‌ترتیب، مقدار 2، 1 و 0 می‌گیرند و در نتیجه گره MIN با نام D، مقدار 0 می‌گیرد. حال به مقداردهی گره C برمی‌گردیم. برگ بدون مقدار، می‌توانست مقدار 0 یا ۱- بگیرد. اگر مقدار 0 داشت، مقدار گره B و درنتیجه C نیز، گره C نیز، 0 می‌شد و بازیکن MAX، بین انتخاب مسیر b و c مردد می‌ماند. اما از آنجا که در صورت سوال گفته شده که دقیقا یک مسیر، مسیر انتخابی بازیکن MAX خواهد بود، این مقدار 0 غیرقابل قبول بوده و مقدار برگ مورد نظر، همان ۱- خواهد بود.

ب) **حرکت انتخابی، c خواهد بود.**



پ) برای داشتن بیش‌ترین میزان هرس، باید فرزندان MAX با ترتیب نزولی و فرزندان MIN به صورت صعودی قرار بگیرند.





گره‌های هرس شده به ترتیب: **uhfd**

4. در یک مسئله CSP، 14 متغیر {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N} داریم. دامنه مقادیر مجاز متغیرها، اعداد صحیح در بازه‌ی [1, 999] است. محدودیت بین متغیرها به‌صورت زیر است:

A > B+C

B > C+D

...

L > M + N

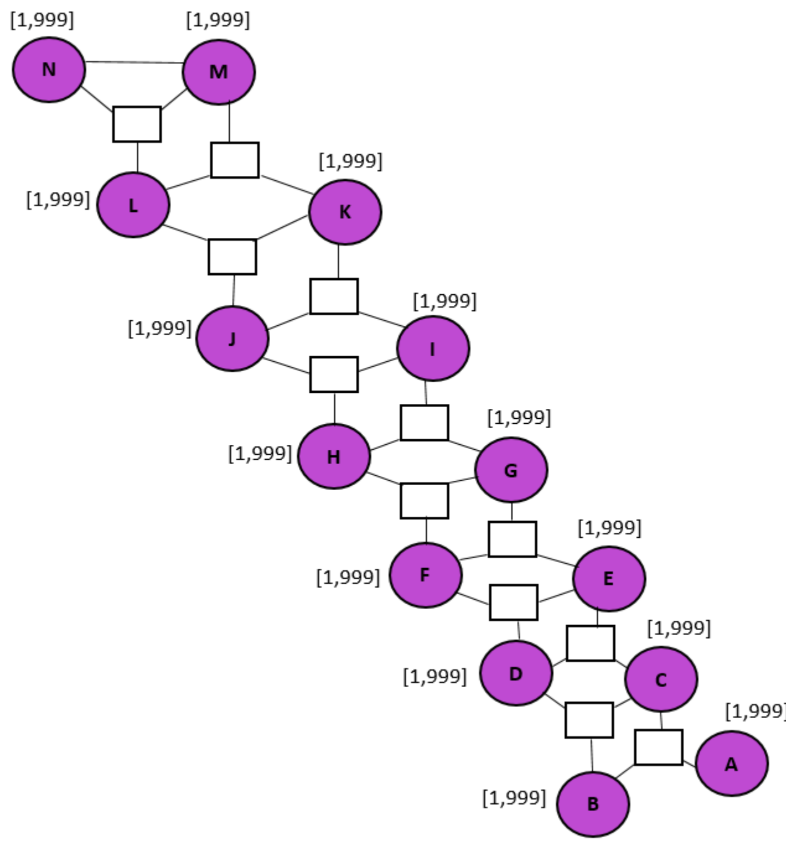
M > N

الف) در این مسئله اگر بتوانیم k-consistency قوی برقرار کنیم، حداکثر مقدار k، چقدر است؟

پاسخ) 14

ب) اگر مسئله دارای جواب هست، متغیرهارا به گونه‌ای که محدودیت‌های گفته شده ارضا شود، مقداردهی کنید و اگر مسئله جواب ندارد، دلیل به‌جواب نرسیدن را بیان کنید.

پاسخ) مسئله دارای جواب هست.



ابتدا متغیر N را با 1 مقداردهی کرده و دامنه مقادیر مجاز M به [2, 999] کاهش می‌یابد. اگر M را با 2 مقداردهی کنیم، دامنه مقادیر مجاز L، به [4, 999] کاهش می‌یابد. اگر L را با 4 مقداردهی کنیم، دامنه مقادیر مجاز K به [7, 999] و ...
اگر به همین ترتیب ادامه دهیم، درنهایت دامنه مقادیر مجاز A، [986, 999] خواهد شد و چون دامنه مقادیر مجاز هیچ یک از متغیرها تهی نشد و تمامی محدودیت‌ها ارضا شد، به جواب رسیدیم.

N = 1 $\xRightarrow{M>N}$ M $\geq$ 2

M = 2, N = 1 $\xRightarrow{L>M+N}$ L $\geq$ 4

L = 4, M = 2 $\xRightarrow{K>L+M}$ K $\geq$ 7

K = 7, L = 4 $\xRightarrow{J>K+L}$ J $\geq$ 12

J = 12, K = 7 $\xRightarrow{I>J+K}$ I $\geq$ 20

I = 20, J = 12 $\xRightarrow{H>I+J}$ H $\geq$ 33

H = 33, I = 20 $\xRightarrow{G>H+I}$ G $\geq$ 54

G = 54, H = 33 $\xRightarrow{F>G+H}$ F $\geq$ 88

F = 88, G = 54 $\xRightarrow{E>F+G}$ E $\geq$ 143

E = 143, F = 88 $\xRightarrow{D>E+F}$ D $\geq$ 232

D = 232, E = 143 $\xRightarrow{C>D+E}$ C $\geq$ 376

$C = 376, D = 232 \xRightarrow{B>C+D} B \geq 609$

$B = 609, C = 376 \xRightarrow{A>B+C} A \geq 986$

یکی از جواب‌های مسئله:

A = 986, B = 609, C = 376, D = 232, E = 143, F = 88, G = 54, H = 33, I = 20, J = 12, K = 7, L = 4, M = 2, N = 1

5. مسئله انتخاب واحد را به‌صورت یک مسئله CSP فرموله کنید. (تعریف متغیرها، محدودیت‌ها و دامنه مقادیر مجاز متغیرها) و سپس با استفاده از عقبگرد هدایت‌شده همراه با conflict-set، متغیرهارا مقداردهی و مسئله را حل کنید.

پاسخ)

از آنجا که قرار است 19 واحد اخذ کنیم، باتوجه به تعداد واحدهای دروس، باید حتما هردو درس 2 واحدی را اخذ کنیم و 5 درس 3 واحدی نیز اخذ کنیم. متغیرهارا، دروس درنظر می‌گیریم.

الف) تعریف متغیرها

1) درس‌سه‌واحدی1 (A)
2) درس‌سه‌واحدی2 (B)
3) درس‌سه‌واحدی3 (C)
4) درس‌سه‌واحدی4 (D)
5) درس‌سه‌واحدی5 (E)
6) درس‌دوواحدی1 (F)
7) درس‌دوواحدی2 (G)

متغیرهای F و G که مقادیر "روش پژوهش و ارائه" و "عمومی" می‌گیرند. 5 متغیر دیگر را با استفاده از عقب‌گرد هدایت‌شده، مقداردهی می‌کنیم.

ب) تعیین دامنه متغیرها

D(A) = D(B) = D(C) = D(D) = D(E) = {هوش مصنوعی، کامپایلر1، کامپایلر2، سیستم‌عامل، هوش محاسباتی، مهندسی نت، ریزپردازنده، الگوریتم}

طبق محدودیت ترجیحی تعریف شده، ترجیح می‌دهیم هیچ‌یک از متغیرها، مقدار "کامپایلر۱" و "سیستم‌عامل" نگیرند.

ج) مقداردهی متغیرها

A = AI_1	conflict-set(A) = {}
B = Micro-processor	conflict-set(B) = {}
C = CI	conflict-set(C) = {B}
D = IE	conflict-set(D) = {C}
E = Algorithm	conflict-set(E) = {D, C}

محدودیت‌های ترجیحی را با قرمز نشان داده‌ایم. ابتدا به برطرف کردن محدودیت‌های مطلق می‌پردازیم. در conflict-set(C)، متغیر B را داریم و به‌سوی منشا این تناقض می‌رویم که همان B است.

مقدار متغیر B را تغییر داده و خواهیم داشت:

A = AI_1 conflict-set(A) = {}

B = $Compiler_2$ conflict-set(B) = {}

C = CI conflict-set(C) = {}

D = IE conflict-set(D) = {C}

E = Algorithm conflict-set(E) = {D, C}

و این محدودیت مطلق، ارضا شد. درحال حاضر محدودیت مطلق دیگری نداریم و بنابراین، همین پاسخ، یک پاسخ درست است. اما برای آنکه پاسخ بهتری داشته باشیم، سعی می‌کنیم محدودیت‌های ترجیحی را نیز ارضا کنیم یا دستکم، تعداد بیش‌تری از آن‌ها را ارضا کنیم.

متغیر E، متغیرهای D و C را در مجموعه تناقض خود دارد. به سراغ اولین عضو مجموعه تناقض متغیر E، یعنی متغیر D می‌رویم. خود متغیر D نیز، متغیر C را در مجموعه تناقض خود دارد. به سراغ منشا تناقض یعنی متغیر C می‌رویم و مقدار آن را تغییر می‌دهیم و خواهیم داشت:

A = AI_1 conflict-set(A) = {}

B = $Compiler_2$ conflict-set(B) = {}

C = Micro-processor conflict-set(C) = {}

D = IE conflict-set(D) = {}

E = Algorithm conflict-set(E) = {D}

می‌توانیم کار را همینجا تمام کنیم. اگر بخواهیم محدودیت ترجیحی باقی‌مانده را ارضا کنیم، باید به سراغ متغیر D برویم و مقدارش را تغییر دهیم. ولی تنها مقدار باقی‌مانده و امتحان نشده، سیستم‌عامل است که ترجیح ما بر این بود که این مقدار را به هیچ متغیری ندهیم.

بنابراین بازهم یک محدودیت ترجیحی ارضا نشده خواهیم داشت:

A = AI_1 conflict-set(A) = {}

B = $Compiler_2$ conflict-set(B) = {}

C = Micro-processor conflict-set(C) = {}

D = OS conflict-set(D) = {}

E = Algorithm conflict-set(E) = {}

دو پاسخ آخر، پاسخ‌های مناسبی هستند. می‌توانیم بسته به اینکه 2 امتحان دادن در یک روز برایمان سخت‌تر است یا 7:30 صبح کلاس داشتن، بین این دو پاسخ، یکی را انتخاب کنیم.

باشد که رستگار شویم☺

6. مسائل ریاضیات رمزی، از مسائل معروفی هستند که می‌توانند به‌عنوان مسئله CSP درنظر گرفته و حل شوند. مسئله‌ی زیر را با شرایطی که در ادامه ذکر شده، با استفاده از روش Forward checking و به کمک مکاشفه MRV حل کنید.

صورت مسئله:

FIVE

\+ TWO

SEVEN

محدودیت‌ها:

1) T < 2
2) N < 3
3) D(O) = {1, 4}
4) W $\neq$ 0

پی‌نوشت: هریک از کلمات FIVE و TWO و SEVEN، نمایانگر یک عدد طبیعی هستند و هر حرف، نمایانگر یک رقم. و در این مسئله، 0 پشت عدد بی‌معنی‌ست.

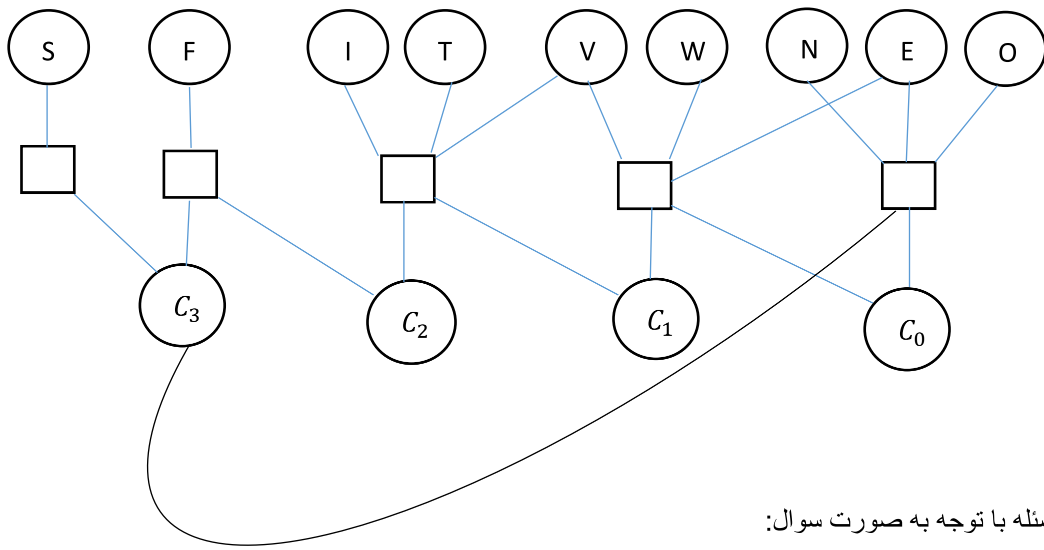
پاسخ)

ابتدا دامنه تمامی متغیرهارا مشخص می‌کنیم و برای این مسئله، هایپرگراف محدودیت رسم می‌کنیم.

دامنه متغیرها:

D(F) = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(I) = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(V) = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(E) = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(N) = {0,1,2}
D(T) = {1}
D(W) = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(O) = {1,4}
D(S) = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
D(C_0) = D(C_1) = D(C_2) = D(C_3) = {0, 1}

هایپرگراف محدودیت:



قیود مسئله با توجه به صورت سوال:

1) E + O = N + 10×C_0
2) V + W + C_0 = E + 10×C_1
3) I + T + C_1 = V + 10×C_2
4) F + C_2 = E + (10×C_3)
5) S = C_3

طبق مکاشفه MRV، متغیر مناسب برای مقداردهی، متغیر T است. مقدار 1 را به متغیر T می‌دهیم و و مقدار آن را در معادله سوم جایگذاری می‌کنیم و داریم:

3) I + 1 + C_1 = V + 10×C_2

متغیر مناسب بعدی برای مقدار دهی، C_iها و O هستند. متغیر C_3 را برای مقداردهی انتخاب می‌کنیم. به خاطر قید شماره 5، باید مقدار 1 را به متغیر C_3 بدهیم. زیرا متغیر S در دامنه مقادیر مجازش، 0 ندارد و در آن صورت، نمی‌تواند مقدارش با C_3 برابر شود. S = C_3 = 1 **(1)**

مقدار C_3 را در معادله چهارم جایگذاری می‌کنیم و داریم:

4) F + C_2 = E + 10

طبق مکاشفه MRV، متغیرهای مناسب بعدی، C_0، C_1، C_2 و O هستند. متغیر C_2 را انتخاب می‌کنیم و به آن مقدار 1 می‌دهیم. زیرا اگر مقدار 0 بگیرد، با جایگذاری آن در معادله چهارم خواهیم داشت:

F = E + 10

و مقدار F باید چیزی بزرگ‌تر مساوی 10 شود که اصلا در دامنه مقادیر مجازش نیست و دامنه مقادیر مجاز F، تهی می‌شود.
بنابراین با انتخاب مقدار 1 برای C_2، کمترین کاهش دامنه را برای متغیرهای همسایه‌اش ایجاد می‌کنیم. مقدار C_2 را در معادله‌های 3 و 4 جایگذاری کرده و داریم:

3) I + 1 + C_1 = V + 10 => I + C_1 = V + 9 **(2)**

4) F + 1 = E + 10 => F = E + 9 **(3)**

(2) , (3) => $\begin{cases} D(I) = \{8 \quad 9\} \\ D(V) = \{0 \quad 1\} \\ D(F) = \{9\} \\ D(E) = \{0\} \end{cases}$

با توجه به دامنه‌های جدید، طبق مکاشفه MRV، متغیر مناسب بعدی، F و E هستند. به آن‌ها به‌ترتیب، مقدار 9 و 0 می‌دهیم.
قیود و دامنه‌مقادیر مجاز متغیرهای مقدار نگرفته تا اینجا، به‌شرح زیر است:

1) O = N + 10×C_0
2) V + W + C_0 = 10×C_1
3) I + C_1 = V + 9

D(I) = {8,9}

D(V) = {0,1}

D(N) = {0,1,2}

D(W) = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

D(O) = {1,4}

D(C_0) = D(C_1) = {0, 1}

طبق مکاشفه MRV، متغیرهای مناسب بعدی، I، V، C_0، C_1 و O هستند. متغیر C_1 را انتخاب کرده و به آن مقدار 1 می‌دهیم زیرا اگر مقدار 0 بگیرد، متغیرهای W و V و C_0 باید مقدار 0 بگیرند و W، مقدار 0 را در دامنه مقادیر مجازش ندارد و دامنه مقادیر مجاز W پس از این مقداردهی، تهی می‌شود. بنابراین به C_1 مقدار 1 داده و مقدار آن را در معادله‌های 2 و 3، جایگذاری می‌کنیم.

2) V + W + C_0 = 10
3) I = V + 8

متغیرهای مناسب بعدی، I، V، C_0 و O هستند. متغیر C_0 را انتخاب کرده و به آن مقدار 0 می‌دهیم زیرا اگر مقدار 1 بگیرد، با توجه به معادله شماره 1، متغیر O باید مقدار بزرگ‌تر مساوی 10 بگیرد که در دامنه مقادیر مجازش قرار ندارد. بنابراین به C_0 مقدار 0 داده و مقدار آن را در معادله‌های 1 و2، جایگذاری می‌کنیم.

1) O = N **(3)**
2) V + W = 10 **(4)**

(3) , (4) => $\begin{cases} D(O) = D(N) = \{1 \quad 4\} \cap \{0 \quad 1 \quad 2\} = \{1\} \\ D(V) = \{1\} \\ D(W) = \{9\} \end{cases}$

با توجه به دامنه‌های جدید، طبق مکاشفه MRV، متغیر مناسب بعدی، O, N, V, W هستند. به آن‌ها به‌ترتیب، مقدار 9، 1، 1 و 1 می-دهیم.
قیود و دامنه‌مقادیر مجاز متغیرهای مقدار نگرفته تا اینجا، به‌شرح زیر است:

1) I + C_1 = 1 + 9 = 10

D(I) = {8,9}

D(C_1) = {0, 1}

واضح است که متغیر I باید مقدار 9 و متغیر 1C، مقدار 1 بگیرد تا رابطه باقی‌مانده برقرار شود.
حال، تمامی متغیرها مقدار مناسب گرفته‌اند و مسئله حل شده است. و پاسخ مسئله به‌صورت زیر است:

9910

+ 191

10101

F = 9, I = 9, V = 1, E = 0, T = 1, W = 9, O = 1, S = 1, N = 1