

# باسمه تعالی



دانشگاه صنعتی اصفهان

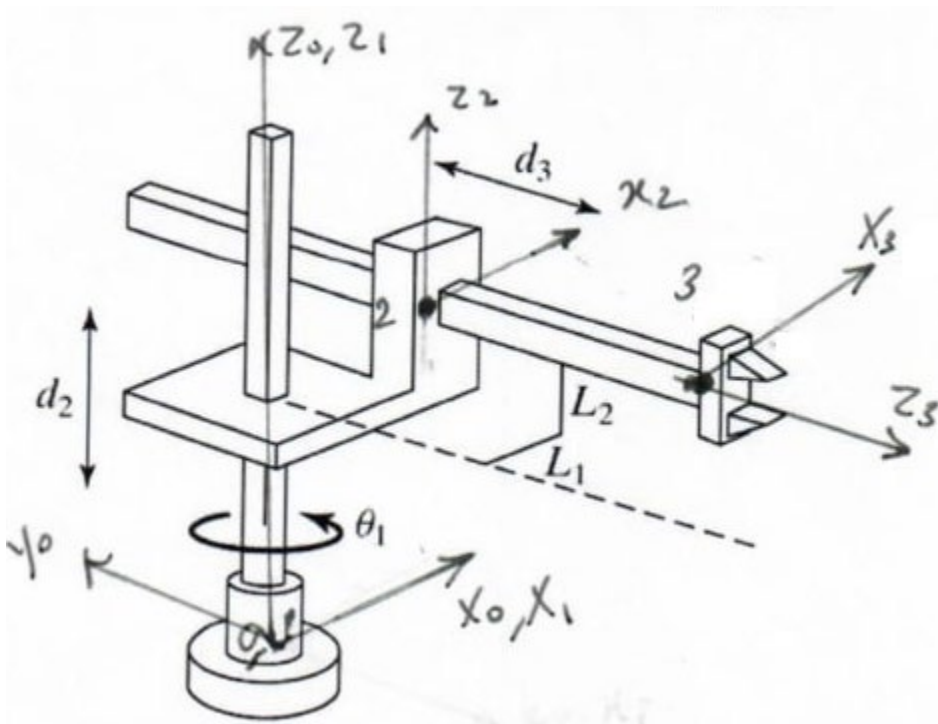
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

## اصول رباتیک – تکلیف سری دوم

علیرضا صالحی حسین آبادی – ۹۷۲۹۸۳۳

فروردین ۱۴۰۱

۱.



بنابراین با توجه به تعریف فوق مقادیر دناویت-هارتنبِرگ به صورت زیر می باشند:

$i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	0	$L_1$	$d_2$	0
3	90	0	$d_3$	0

حال ماتریس های انتقال را تشکیل می دهیم:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال مقادیر ثابت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم و مسئله را نسبت به  $\theta_1$  پارامتری حل می‌کنیم:

$$L_1 = 1 \quad \bullet$$

$$d_2 = d_3 = 2 \quad \bullet$$

$$\begin{aligned} {}^0_3T &= {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & c\theta_1 + 2s\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & -2c\theta_1 + s\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۲.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال مقادیر ثابت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم و مسئله را نسبت به  $\theta_1$  و  $\theta_3$  به صورت پارامتری حل می‌کنیم:

$$L_2 = -1 \quad \bullet$$

$$d_2 = -L_2 = 1 \quad \bullet$$

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{c(\theta_1 + \theta_3) + c(\theta_1 - \theta_3)}{2} & \frac{-s(\theta_1 + \theta_3) + s(\theta_1 - \theta_3)}{2} & s\theta_1 & 0 \\ \frac{s(\theta_1 + \theta_3) + s(\theta_1 - \theta_3)}{2} & \frac{c(\theta_1 + \theta_3) - c(\theta_1 - \theta_3)}{2} & -c\theta_1 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

به ازای  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  و  $\theta_3 = 0$  داریم:

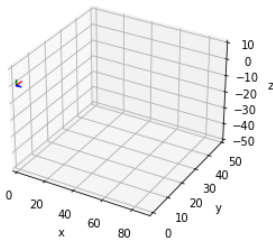
$${}^0_3T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

نتیجه اجرای پایتون:

```
1 from AIUT_RoboticsToolbox.Toolbox import *
2 import numpy as np
3 links = np.array([[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0],
4                   [np.pi/2, 0.0, 1, 0.0, 1],
5                   [0.0, 0.0, -1, 0.0, 0]])
6
7 robot = SerialLink('Example_4.3', links)
8 T = robot.fkin([np.pi/2, 1, 0])
9 print('T=', T.round(2))
10 robot.plot()
```

```
T= [[ 0. -0.  1.  0.]
     [ 1.  0. -0.  0.]
     [ 0.  1.  0.  0.]
     [ 0.  0.  0.  1.]]
```

Example\_4.3



می‌بینیم هر دو نتیجه یکسان شده‌اند و محاسبات ما و عملکرد تابع صحیح است.

۳.

در سؤال اول به ازای  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$  داریم:

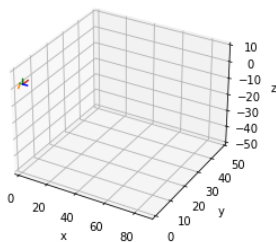
$${}^0_3T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

نتیجه اجرای پایتون:

```
1 from AIUT_RoboticsToolbox.Toolbox import *
2 import numpy as np
3
4 links = np.array([[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0],
5                  [0.0, 1.0, 2.0, 0.0, 1],
6                  [np.pi/2, 0.0, 2.0, 0.0, 0]])
7
8 robot = SerialLink('Example_39.3', links)
9 T = robot.fkin([np.pi/2, 2, 0])
10 print('T=', T.round(2))
11 robot.plot();
```

```
T= [[ 0. -0.  1.  2.]
     [ 1.  0. -0.  1.]
     [ 0.  1.  0.  2.]
     [ 0.  0.  0.  1.]]
```

Example\_39.3



می بینیم هر دو نتیجه یکسان شده اند و محاسبات ما و عملکرد تابع صحیح است.