20. + 23.10.2023

Mathematik 1 – BMI + DAISY – Jennifer Rose, David Sokalski

Übung 03

Aussagenlogik

Aufgabe 3.1

Beschreiben Sie die Wirkung der folgenden Operatoren mithilfe von Wahrheitstafeln:

$$\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$$

Aufgabe 3.2

Beweisen Sie die folgenden Gesetze mithilfe von Wahrheitstafeln:

$$a) \ A \lor (B \land C) \Longleftrightarrow (A \lor B) \land (A \lor C)$$

$$b) \neg (A \land B) \Longleftrightarrow \neg A \lor \neg B$$

Aufgabe 3.3

Gegeben sei eine beliebige Aussage A, eine Aussage W, die stets wahr ist und eine Aussage F, die stets falsch ist. Bestimmen Sie:

$$a) \ A \wedge F$$

$$b) \ A \wedge W$$

$$c) A \vee F$$

Aufgabe 3.4

Die Belegung α sei gegeben durch $\alpha(A) = 0$, $\alpha(B) = 1$, $\alpha(C) = 0$. Entscheiden Sie basierend auf schrittweiser Anwendung der Regeln der Semantik der Aussagenlogik, ob α ein Modell ist für:

$$a) \neg A \wedge \neg (\neg B \vee C)$$

$$b) (\neg A \wedge B) \Rightarrow ((\neg B \wedge B) \vee C)$$

Aufgabe 3.5

Anton sagt: "Birgit sagt die Wahrheit."

Birgit sagt: "Carmen lügt."

Carmen sagt: "Anton und Birgit sagen beide die Wahrheit oder lügen beide."

Wer lügt denn nun und wer sagt die Wahrheit?

Aufgabe 3.6

Bringen Sie die folgenden Formeln mithilfe des bekannten Algorithmus in die konjunktive Normalform (KNF):

$$a) F = (\neg A \Longleftrightarrow \neg B) \wedge C$$

$$b) \ G = \neg((A \land B) \Rightarrow C) \lor \neg(A \lor \neg B)$$

$$c) \ H = (\neg (A \land B)) \land (C \Rightarrow B) \land ((B \land \neg A) \Rightarrow \neg C) \land C$$

Aufgabe 3.7

Prüfen Sie die folgenden aussagenlogischen Verknüpfungen auf Tautologie (ohne Tabellen):

$$(a) \neg A \lor (A \rightarrow B) \Longleftrightarrow \neg [(\neg B \rightarrow \neg A) \lor \neg B]$$

$$b) \neg C \lor (A \rightarrow B) \Longleftrightarrow \neg [(\neg B \rightarrow (\neg C \land \neg A)) \lor \neg B]$$

$$(A \lor B) \land (\neg C \lor B) \iff [(A \to C) \to B]$$

$$d) \ (\neg A \land \neg C) \lor \neg (B \to C) \Longleftrightarrow \neg \ [(A \to B) \to C]$$

Viel Erfolg beim Bearbeiten der Aufgaben!