

Durchführung: 23.05.2018

1. Abgabe: 03.06.2018

2. Abgabe: 03.07.2018

PRAKTIKUMSPROTOKOLL V14

TOMOGRAPHIE MITTELS γ -STRAHLUNG

Anneke Reinold¹,
Paul-Simon Blumenkamp²

¹anneke.reinold@tu-dortmund.de

²paul-simon.blumenkamp@tu-dortmund.de

1 Einleitung

Über Projektionen von Körpern kann auf deren Struktur zurückgefolgert werden. Die Tomographie ist ein solches bildgebendes Verfahren, das dazu verwendet wird, die räumliche Struktur eines Körpers näher zu untersuchen. In diesem Versuch wird die Materialzusammensetzung eines Würfels mittels Tomographie bestimmt.

2 Theorie

2.1 Grundlagen

Zur Untersuchung mittels Tomographie wird das Objekt, das untersucht werden soll, mit Strahlung durchdrungen. Bei dieser Strahlung kann es sich, je nach zu untersuchendem Körper, um Teilchen wie Neutronen oder Elektronen, um radioaktive und elektro-magnetische Strahlung handeln. Durch die Abschwächung, die der Strahl durch das Durchdringen erfährt, kann über die gemessene Intensität auf die Materialeigenschaft rückgeschlossen werden. Wenn das Objekt von unterschiedlichen Seiten bestrahlt wird, lässt sich so ein räumliches Bild erstellen. In diesem Versuch wird als γ -Strahlungsquelle ^{137}Cs verwendet. Es zerfällt zu ^{137}Ba . Mit einer Wahrscheinlichkeit von 6,5% zerfällt es direkt in den Grundzustand. Zum größten Teil aber, zerfällt es in einen angeregten Bariumkern, der unter Aussendung eines Photons schließlich auch in den Grundzustand fällt. Diese emittierten Photonen besitzen eine für den Zerfall charakteristische Energie, deren Abschwächung nach dem Durchdringen durch Materie bestimmt werden kann. Diese elektro-magnetische Strahlung wird als γ -Strahlung bezeichnet.

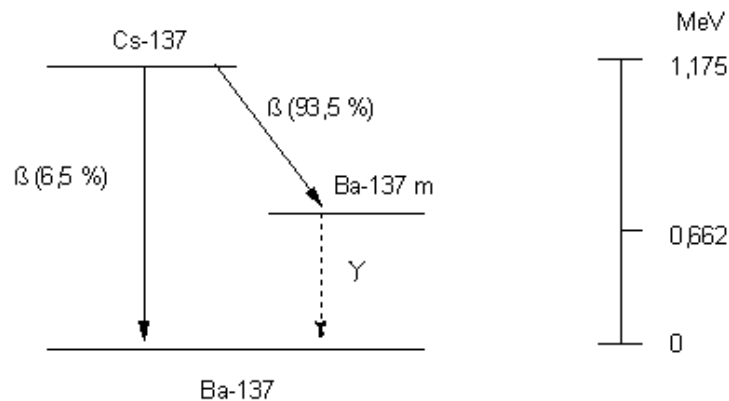


Abbildung 1: Zerfall von ^{137}Cs . [4]

Die γ -Strahlung wechselwirkt unter drei Prozessen mit Materie. Beginnend mit dem Photoeffekt, der erst auftritt, wenn die Energie des Lichtteilchens größer als die Bindungsenergie eines Elektrons ist, wird ein Elektron der Hülle eines Atoms durch auftreffende Photonen aus seiner Bindung herausgeschlagen. Der nächste Effekt ist der Compton-Effekt, der

bei einer Photonenenergie zwischen 100 keV und 10 MeV dominiert. Er bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge eines auf ein Elektron treffendes Photon. Das Photon wird im Gegensatz zum Photoeffekt nicht vollkommen absorbiert, sondern nur am Elektron gestreut. Dabei ist die Zunahme der Wellenlänge des Photons abhängig vom Streuwinkel. Zuletzt wird unter Paarbildung der Zerfall eines Photons im Coulomb-Feld eines Atomkerns verstanden. Es entsteht ein Elektron-Positron-Paar, sodass die Energie des Photons mindestens der Ruheenergie eines Elektrons und eines Positrons entsprechen muss. Dies ist bei einer Energie von $2m_e c^2 = 1,02 \text{ MeV}$ der Fall. Da in diesem Versuch eine ^{137}Cs Quelle verwendet wird, ist dieser Prozess energetisch bedingt nicht von Bedeutung. Der Übergang zwischen den Auftretenswahrscheinlichkeiten der Effekte ist nicht diskret; die Energiebereiche für das Auftreten überschneiden sich. Exemplarisch für Blei zeigt Abbildung 2 eine solche Verteilung.

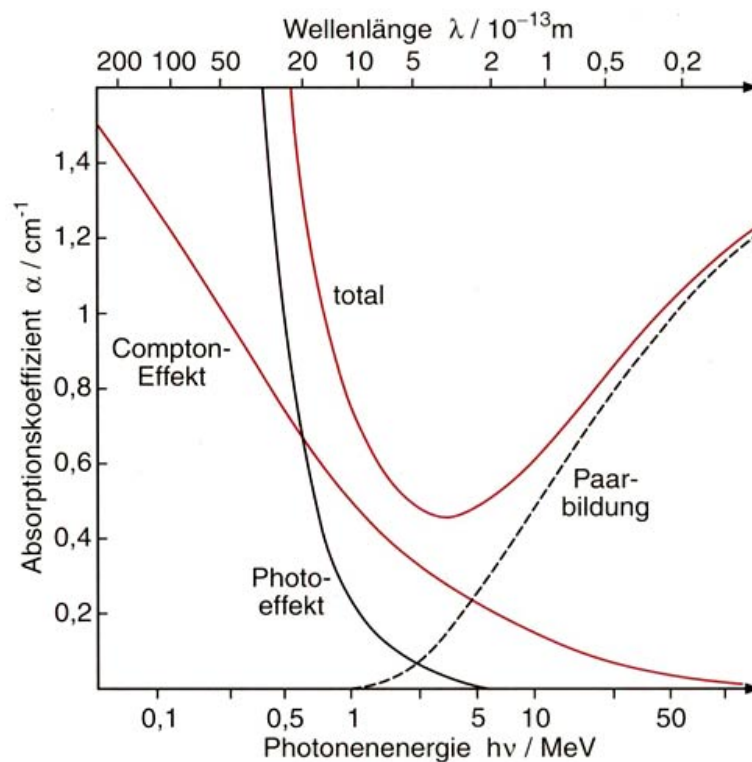


Abbildung 2: Beiträge von Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildung bei Absorption exemplarisch für das Element Blei.[2]

2.2 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten

Jedes Material ist durch seinen Absorptionskoeffizienten μ_i charakterisiert. Um mithilfe der Tomographie auf ein Element zurückzuschließen, muss dieser also bestimmt werden.

Insgesamt gilt der Zusammenhang

$$N = I_0 \exp\left(\sum_i \mu_i d_i\right) \quad (1)$$

zwischen der Intensität N und dem Absorptionskoeffizienten μ , der Eingangsintensität I_0 sowie der Wegstrecke d , die der Strahl innerhalb des Würfels zurücklegt. Für die j -te Projektion folgt somit

$$\sum_i \mu_i d_i = \ln\left(\frac{I_0}{N_j}\right). \quad (2)$$

Durch Messen der einzelnen Schichten lassen sich durch Lösen des Gleichungssystems die Zusammensetzung dieser und somit der einzelnen Würfelemente bestimmen. Durch mehrmaliges Messen wird das Gleichungssystem überbestimmt und somit die Genauigkeit erhöht. Im Generellen wird die Gleichung

$$A\mu = I \quad (3)$$

gelöst. Durch die Methode der kleinsten Quadrate wird die Matrixgleichung 3 in die Normalengleichung

$$(A^T A)\mu = (A^T I) \quad (4)$$

umgeschrieben. Umgestellt nach dem jeweiligen Absorptionskoeffizienten folgt schließlich

$$\mu = (A^T A)^{-1} A^T I. \quad (5)$$

Vereinfacht für alle Raumrichtungen folgt für die Abweichung σ_i^2 von μ_i aus dem ersten Diagonalelement

$$C = \sigma_I^2 (A^T A)^{-1}. \quad (6)$$

3 Aufbau des Versuchs

Ein Foto des Versuchsaufbaus ist in Abbildung 3 zu sehen.

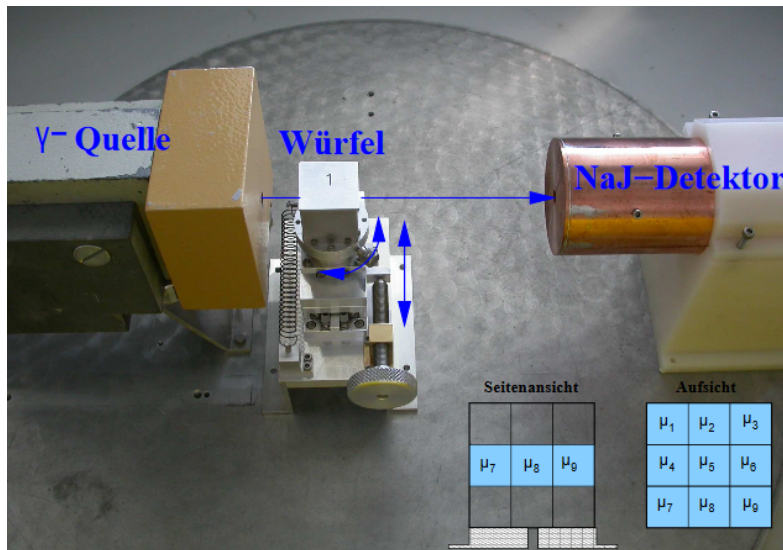


Abbildung 3: Aufbau des Experiments.[3]

Die γ -Strahlungsquelle ^{137}Cs ist fest im Aufbau installiert. Um die Strahlung möglichst parallel auf den Würfel treffen zu lassen, wird direkt vor der Quelle die Strahlung durch ein kleines Loch in einer Bleiplatte abgeschirmt und somit kollimiert. Im Strahlengang ist eine Möglichkeit gegeben, den Würfel beweglich zu platzieren. Nach Abschirmung durch den Würfel trifft die verbleibende Strahlung auf einen Szintillationsdetektor. Dieser besteht aus einem anorganischen Szintillator und einem Photomultiplier. Durch die Bestrahlung wird der Szintillator angeregt und sendet im gleichen Verhältnis zu der eintreffenden Strahlung, Lichtblitze aus. Diese emittierten Photonen treffen auf eine Photokathode, aus der durch den Photoeffekt Elektronen herausgelöst werden. Diese werden schließlich im Photomultiplier vervielfacht und das entstandene elektrische Signal vom Multichannelanalyser ausgelesen.

Untersucht wird die mittlere Schicht eines Würfels, der sich insgesamt aus $3 \times 3 \times 3$ Elementarwürfeln zusammensetzt; somit wird eine 3×3 Ebene untersucht. Abbildung 4 zeigt, die ausgewählten Projektionsrichtungen der Messreihen.

4 Versuchsdurchführung

Der Messablauf besteht aus einem Einsetzen des zu bemessenden Würfels, sodass der Strahl die gewünschte Richtung des Würfels durchläuft. Danach wird die Zeitnahme gestartet und mit einem Computerprogramm die Messdaten des Szintillatorzählers ausgewertet. Zu Anfang wird eine Messung der Nullrate durchgeführt, um am Ende einen Vergleichswert zu haben und etwaige äußere Umwelteinflüsse für die Auswertung berücksichtigen zu können. Auch sind die zu vermessenden Würfel von einem Aluminiumgitter umschlossen, das auch separat vermessen wird. Es dient dazu, β -Strahlung abzuschirmen und nur die γ -Strahlung durchzulassen. Da es Ziel des Versuchs ist mit der Tomographie einen vom Material her unbekannten Würfel zu analysieren, wird als Vergleichsmessung je ein Würfel komplett aus Blei und Aluminium vermessen. Da die Materialzusammensetzung dieser Würfel bekannt ist und angenommen werden kann, dass die Zusammensetzung homogen ist, werden 4 bis 5 Messungen pro Probe durchgeführt. Schließlich folgt die genauere Messung mit 12 Raumrichtungen des unbekannten Würfels. Die Projektionsrichtungen sind in Abbildung 4 zu sehen.

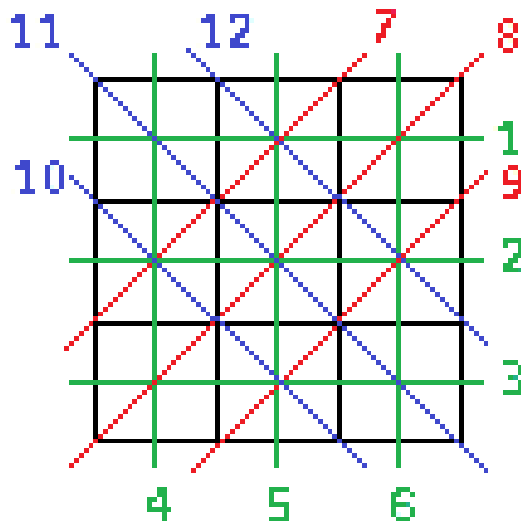


Abbildung 4: Messrichtungen der Projektion.

Damit der statistische Poissonfehler für die Auswertung vernachlässigt werden kann, wird die Anzahl der Zähler mit

$$\frac{1}{\sqrt{N}} < 0,003 \quad (7)$$

abgeschätzt. Es ergibt sich eine Mindestzahl für die Zähler von 1112. Außerdem wird für eine Projektionsrichtung eine Messzeit von mindestens 60 s angenommen. Lediglich für die Bleizusammensetzung werden aufgrund des hohen Absorptionsvermögens circa 300 s gemessen.

5 Auswertung

Die zu Beginn des Versuchs durchgeführte Nullmessung ergibt die in Abbildung 5 dargestellte Energieverteilung. Sie zeigt deutlich den bei ^{137}Cs auftretenden Peak um 662 keV sowie die davor liegende Compton-Kante. Es werden $11059 \pm 3 \frac{\text{Zähler}}{\text{s}}$ gemessen.

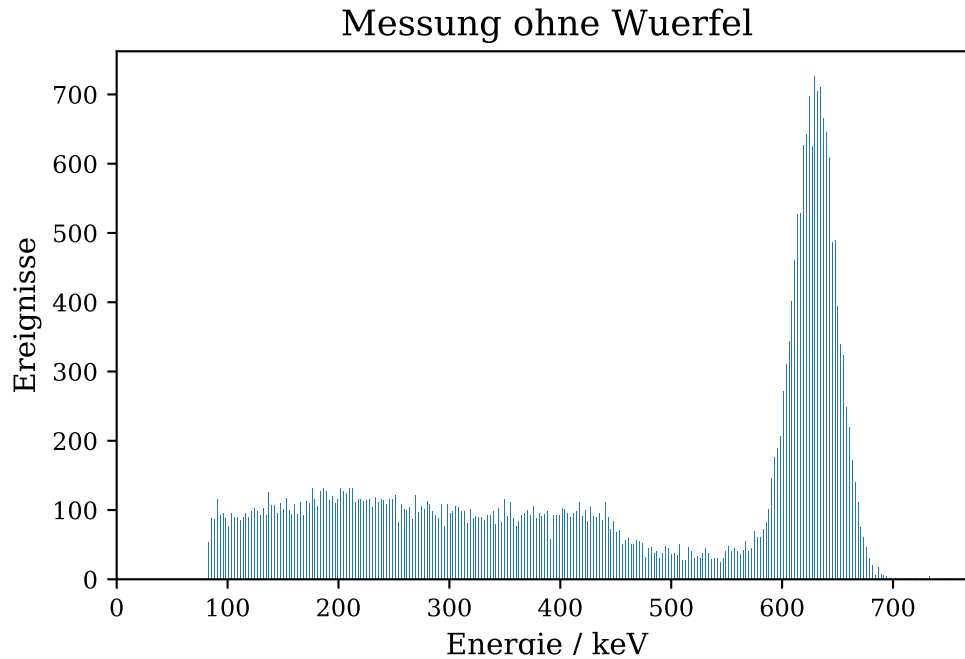


Abbildung 5: Balkendiagramm der Leermessung.

5.1 Leerer Würfel

Der Intensitätsvektor für die verschiedenen Projektionen der ersten Messung ist in Gleichung 13 zu finden, die der zweiten in Gleichung 9. Aufgrund des homogenen Aufbaus des Würfels, werden für nicht vermessene Projektionsrichtungen die Werte von äquivalenten Projektionen eingesetzt. Vermessen werden die Projektionsrichtungen 1, 3, 10, 11 und 12. Die angegebenen Fehler ergeben sich aus dem Fehler der gemessenen Ereignisse geteilt durch die Zeit. Es ist zu erwähnen, dass zwischen den beiden Messungen die Würfel 2 und 3 untersucht wurden um die Messung auf systematische Fehler zu prüfen.

$$\vec{I}_1 = \begin{pmatrix} 180,1 \pm 2,4 \\ 180,1 \pm 2,4 \\ 180,1 \pm 2,4 \\ 178,8 \pm 2,4 \\ 178,8 \pm 2,4 \\ 178,8 \pm 2,4 \\ 176,6 \pm 2,4 \\ 177,0 \pm 2,4 \\ 175,9 \pm 2,4 \\ 176,6 \pm 2,4 \\ 177,0 \pm 2,4 \\ 175,9 \pm 2,4 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (8)$$

$$\vec{I}_2 = \begin{pmatrix} 171,7 \pm 2,5 \\ 171,7 \pm 2,5 \\ 171,7 \pm 2,5 \\ 173,3 \pm 2,4 \\ 173,3 \pm 2,4 \\ 173,3 \pm 2,4 \\ 165,2 \pm 2,5 \\ 161,8 \pm 2,5 \\ 174,1 \pm 1,9 \\ 165,2 \pm 2,5 \\ 162,8 \pm 2,5 \\ 174,1 \pm 1,9 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (9)$$

Es ist festzustellen, dass zwischen den beiden Messungen zum Teil Abweichungen außerhalb der Messungenauigkeit auftreten. Eine Erklärung für diese Abweichungen könnte sein, dass die Messapparaturen erst mit der Zeit warmlaufen müssen.

5.2 Untersuchung der Würfel 2 und 3

Die Bestimmung des Absorptionskoeffizienten der Würfel 2 und 3, welche jeweils komplett aus Aluminium oder Blei bestehen, nutzt die Tatsache, dass sich durch deren Aufbau die verschiedenen gemessenen Projektionen mitteln lassen und es möglich ist, die Geometrie-matrix zu einem Vektor in den einzelnen Komponenten zu summieren. Diese Vektoren \vec{A}_2 und \vec{A}_3 sind:

$$\vec{A}_2 = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\vec{A}_3 = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Als Intensitätsvektoren ergeben sich:

$$I_{Alu}^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} 93,9 \pm 2,5 \\ 93,9 \pm 2,5 \\ 93,9 \pm 2,5 \\ 97,6 \pm 2,5 \\ 97,6 \pm 2,5 \\ 97,6 \pm 2,5 \\ 88,2 \pm 2,4 \\ 84,3 \pm 2,5 \\ 110,1 \pm 2,4 \\ 88,2 \pm 2,4 \\ 84,3 \pm 2,5 \\ 110,1 \pm 2,4 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (12)$$

$$I_{Blei}^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} 5,6 \pm 0,3 \\ 5,6 \pm 0,3 \\ 5,6 \pm 0,3 \\ 5,6 \pm 0,3 \\ 5,6 \pm 0,3 \\ 5,6 \pm 0,3 \\ 3,8 \pm 0,2 \\ 3,0 \pm 0,2 \\ 5,0 \pm 0,2 \\ 3,8 \pm 0,2 \\ 3,0 \pm 0,2 \\ 5,0 \pm 0,2 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (13)$$

Die Fehler werden hier wie beim leeren Würfel ermittelt. \vec{A}_2 und \vec{A}_3 erlauben es, mit einem Least-Square-Fit und Gleichung 6, die Absorptionskoeffizienten zu berechnen. Zur Berücksichtigung des Würfelgehäuses wird hierbei \vec{I}_1 genutzt.

Es ergibt sich:

	Material	$\mu, \frac{1}{\text{cm}}$
Würfel 2	Aluminium	0.22 ± 0.02
Würfel 3	Blei	1.26 ± 0.09

Für Würfel 2 werden bei der Untersuchung die Projektionsrichtungen 1, 3, 10, 11, 12 und bei Würfel 3: 3, 10, 11, 12 genommen.

5.3 Untersuchung von Würfel 5

Der Würfel unbekannten Aufbaus (Würfel 5) wird mit zwölf Projektionsrichtungen untersucht, um Rückschlüsse auf das Material der einzelnen Elementarwürfel zu erlauben. Die Projektionsrichtungen sind durch die Matrix 14 gegeben. Da die Materialzusammensetzung des Würfels gänzlich unbekannt ist, ist es in diesem Fall nicht möglich die Geometriematrix A zu vereinfachen. Die Einträge der Matrix ergeben sich aus 0, wenn die Richtung nicht durchlaufen wird, aus 1, wenn der Würfel mit einer Kantenlänge durchlaufen wird und mit $\sqrt{2}$ für ein Durchlaufen durch eine Diagonale.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Der Intensitätsvektor \vec{I}_5 und der Logarithmus von \vec{I}_5 ($\vec{\tilde{I}}_5$) lauten:

$$\vec{I}_5 = \begin{pmatrix} 35,9 \pm 1,2 \\ 35,3 \pm 1,2 \\ 88,3 \pm 1,9 \\ 84,2 \pm 1,8 \\ 34,1 \pm 1,1 \\ 72,2 \pm 1,7 \\ 85,5 \pm 1,7 \\ 28,2 \pm 1,0 \\ 25,1 \pm 1,0 \\ 103,5 \pm 1,9 \\ 39,3 \pm 1,2 \\ 24,5 \pm 0,9 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (15)$$

$$\vec{\tilde{I}}_5 = \begin{pmatrix} 1,6 \pm 0,2 \\ 1,6 \pm 0,2 \\ 0,7 \pm 0,1 \\ 0,7 \pm 0,1 \\ 1,6 \pm 0,2 \\ 0,9 \pm 0,1 \\ 0,7 \pm 0,1 \\ 1,8 \pm 0,2 \\ 1,9 \pm 0,2 \\ 0,5 \pm 0,1 \\ 1,5 \pm 0,2 \\ 2,0 \pm 0,2 \end{pmatrix} \text{ counts/s} \quad (16)$$

Die angegebenen Fehler werden hierbei erneut durch den Fehler der gemessenen Ereignisse geteilt durch die Messdauer bestimmt. Die Absorptionskoeffizienten μ der Teilwürfel lassen sich hiermit wie bei den Würfeln 2 und 3 bestimmen.

Es ergibt sich:

Tabelle 1: Berechnete Absorptionskoeffizienten der einzelnen Teilwürfel.

Elementarwürfel	μ in $\frac{1}{\text{cm}}$	Zugeordnetes Material	Abweichung in %
1	0.56 ± 0.09	Eisen	2.4
2	0.6 ± 0.07	Messing	2.2
3	0.29 ± 0.1	Aluminium	42.9
4	-0.1 ± 0.06	Delrin	186.2
5	0.69 ± 0.08	Messing	12.4
6	0.86 ± 0.08	Messing	40.1
7	0.33 ± 0.08	Aluminium	62.6
8	0.49 ± 0.07	Eisen	14.6
9	-0.19 ± 0.09	Delrin	263.8

Hierbei wurden den Elementarwürfeln jeweils das Material mit der kleinsten Abweichung zugeordnet. Die zur Bestimmung genutzten Literaturwerte befinden sich in Tabelle 2.

6 Diskussion

Die Literaturwerte, um die Komposition von Würfel 5 zu bestimmen, befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Absorptionskoeffizienten, der im Versuch genutzten Materialien.[1]

Material	μ , 1/cm	σ , cm ² /g
Blei	1,245	0,110
Messing	0,614	0,073
Eisen	0,574	0,073
Aluminium	0,203	0,075
Delrin	0,116	0,082

Wie zu erkennen ist, liegt zwischen den berechneten Absorptionskoeffizienten für Aluminium und Blei und den Literaturwerten nur eine Abweichung von etwa 8,4% beziehungsweise 1.2%, was im Rahmen der Messungenauigkeit liegt.

Die Abweichungen zwischen den Absorptionskoeffizienten der Teilwürfel und denen der zugeordneten Materialien sind hier größer, wobei die Abweichung bei Würfel 9 am größten ist. Bei diesem und Teilwürfel 4 fällt außerdem auf, dass der Absorptionskoeffizient negativ ist, sodass hier von einem systematischen Fehler auszugehen ist.

Die genauen Ursachen dieser Abweichungen sind nicht bekannt, jedoch ist davon auszugehen, dass eine ungenaue Platzierung des Würfels im Strahl die Messergebnisse verfälschen kann. Die natürliche Untergrundstrahlung stellt eine weitere Fehlerquelle dar, da diese auch mit den genutzten Maßnahmen (Abschirmung, Programm-Filter) nicht perfekt unterdrückt werden kann. Die Untersuchung des leeren Würfels zeigt, dass die Intensitätsvektoren voneinander abweichen. Eine Erklärung hierfür ist, neben Messungenauigkeiten, dass die genutzten Messapparaturen eine gewisse Zeit benötigen um warm zu laufen. Dies verursacht eine Verfälschung der frühen Messwerte.

Eine weitere Fehlerquelle stellt die mangelnde Fokussierung des Strahls dar, wodurch Intensitätsverluste unabhängig von Absorptionskoeffizienten auftreten. Für theorienähere Ergebnisse wäre es sinnvoll, die Strahlfokussierung zu optimieren, die Abschirmung zu verstärken und eine präzisere Würfelsteuerung zu installieren.

Literatur

- [1] URL: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html> (besucht am 31.05.2018).
- [2] hu-Berlin.de. *Absorption von Strahlung*. URL: <http://pgd5.physik.hu-berlin.de/pgd/absorpt.htm> (besucht am 28.06.2018).

- [3] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 606*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V606.pdf> (besucht am 21.04.2018).
- [4] environmental-studies.de. *Eigenschaften von Radiocäsium und Kalium-40*. URL: <http://www.environmental-studies.de/Radiooekologie/caesium/Cs-137-radiocaesium.html> (besucht am 22.05.2018).