

Durchführung: 2.05.2018

1. Abgabe: 11.05.2018

2. Abgabe: 24.05.2018

---

## PRAKTIKUMSPROTOKOLL V64

# INTERFEROMETRIE

Anneke Reinold<sup>1</sup>,  
Paul-Simon Blumenkamp<sup>2</sup>

---

---

<sup>1</sup>anneke.reinold@tu-dortmund.de

<sup>2</sup>paul-simon.blumenkamp@tu-dortmund.de

# 1 Einleitung

Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Brechungsindizes von Luft und Glas mithilfe der Interferometrie. Hierzu wird ein Sagnac-Interferometer verwendet, welches eine höhere Auflösung und geringe Störungsempfindlichkeit als beispielsweise das Michelson-Interferometer aufweist. Es wird außerdem eine Kontrastmessung durchgeführt, um die weiteren Messungen unter besseren Bedingungen, dem höchsten Kontrast, durchzuführen.

## 2 Theorie

### 2.1 Das Sagnac-Interferometer

Der schematische Aufbau eines Sagnac-Interferometers ist in Abbildung 1 dargestellt. Der von einem Helium-Neon-Laser stammende Strahl trifft über zwei, zur Strahljustierung genutzte, Spiegel auf einen PBSC. PBSC steht hierbei für Polarizing-Beam-Splitter-Cube. Dieser besteht aus zwei Prismen, welche durch ein Dielektrikum verbunden wurden. Der PBSC teilt den Strahl in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen, die orthogonal voneinander aus diesem austreten. Durch drei weitere justierbare Spiegel werden die beiden Strahlen auf eine Bahn gebracht, die sie in entgegengesetzter Richtung durchlaufen und welche sie zurück zum PBSC führt. Von dort aus überlagern sich die beiden Teilstrahlen und werden auf einen zweiten, um  $45^\circ$  geneigten, PBSC gelenkt, der diese erneut in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teilstrahlen aufspaltet und auf zwei verschiedene Photodioden bricht.

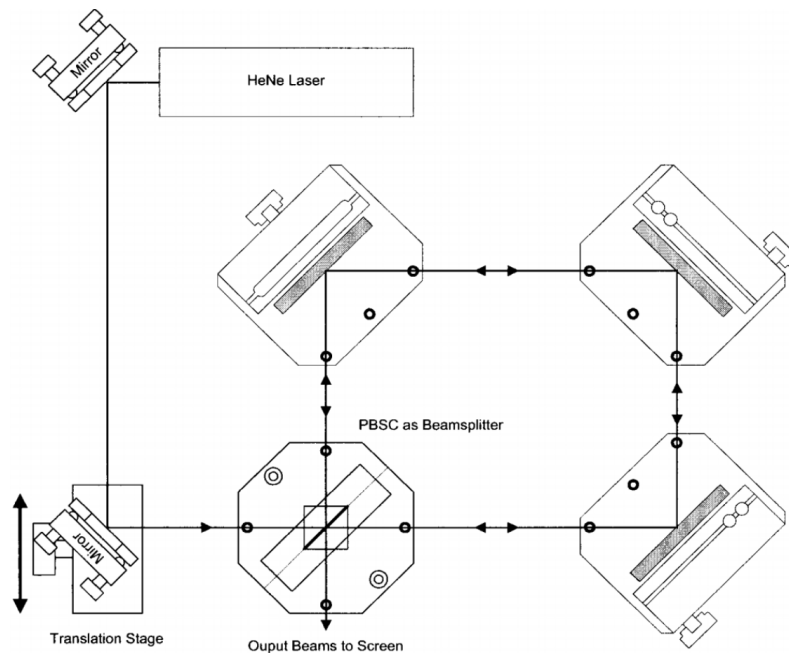


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Sagnac-Interferometers.[2]

Die geringe Störungsempfindlichkeit des Sagnac-Interferometers stammt also daher, dass beide Teilstrahlen denselben Umweltfaktoren ausgesetzt sind.

## 2.2 Kontrast eines Interferometers

Der Kontrast eines Interferometers wird über die Differenz zwischen der höchsten und der niedrigsten gemessenen Lichtintensität definiert. Es gilt

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1)$$

Bei einer perfekten absoluten Auslöschung wäre also ein Kontrast von 1 zu erreichen. Für das Sagnac-Interferometer wird der Kontrast über einen Polarisationsfilter, welcher vor dem ersten PBSC platziert wird, optimiert. Zur Herleitung des mathematischen Zusammenhangs zwischen Polarisationswinkel  $\phi$  und Kontrast muss zunächst die Winkelabhängigkeit der Intensität bestimmt werden. Für diese gilt

$$I \propto \langle |E_1 \cos(\phi) \cos(\omega t) + E_2 \sin(\phi) \cos(\omega t + \delta)|^2 \rangle, \quad (2)$$

wobei  $\langle \dots \rangle$  eine zeitliche Mittelung über eine Periode darstellt und  $E_i$  die Amplitude des elektrischen Felds der jeweiligen Lichtstrahlen bezeichnet. Es lässt sich feststellen, dass:

$$\langle \cos^2(\omega t + \delta) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\delta_{\text{destruktiv}} = 2\pi$$

$$\delta_{\text{konstruktiv}} = 2\pi n + \pi,$$

wobei  $n$  eine natürliche ganze Zahl ist. Es folgt somit für  $I_{\max/\min}$  mit der Anfangsintensität des Lasers  $I_{\text{Laser}} \propto (E_1 + E_2)^2$

$$I_{\max/\min} \propto I_{\text{Laser}} (1 \pm 2 \cos(\phi) \sin(\phi)). \quad (3)$$

Hiermit folgt für die Polarisationswinkelabhängigkeit des Kontrasts aus 1 eingesetzt in 3 die Proportionalität

$$K(\phi) \propto |\sin(\phi) \cos(\phi)|. \quad (4)$$

Es ist somit leicht zu erkennen, dass der höchste Kontrast bei einem Polarisationswinkel von  $45^\circ$  auftreten sollte.

## 2.3 Brechungsindexbestimmung von Gasen

Die Bestimmung des Brechungsindex von Gasen basiert auf der Tatsache, dass für die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium mit Brechungsindex  $n$  gilt:

$$v = \frac{c}{n} \quad (5)$$

Die Veränderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts beeinflusst den Wellenvektor gemäß

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} n. \quad (6)$$

Hierbei bezeichnet  $\lambda_{\text{vac}}$  die Vakuumwellenlänge. Aus diesem Grund erfährt ein Strahl, welcher in ein Medium mit einem veränderten Brechungsindex eintritt, eine Phasenverschiebung gemäß:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}}(n-1)L, \quad (7)$$

wobei  $L$  die in dem Medium durchquerte Strecke bezeichnet. Die entstandene Phasenverschiebung führt beim Sagnac-Interferometer zu Interferenzeffekten. Es lässt sich also aus der Anzahl der gemessenen Maxima der Brechungsindex ermitteln. Für die Maxima gilt

$$M = \frac{\Delta\phi}{2\pi}. \quad (8)$$

Über 7 ist es möglich, den Brechungsindex aus der Anzahl der Maxima zu bestimmen:

$$n_{\text{Luft}} = \frac{M\lambda_{\text{vac}}}{L} + 1 \quad (9)$$

## 2.4 Brechungsindexbestimmung von Glas

Ähnlich wie bei der Bestimmung des Brechungsindex von Gasen, wird auch bei Glas die Anzahl der auftretenden Interferenzmaxima genutzt, um  $n$  zu berechnen. Beim Sagnac-Interferometer werden hierbei die beiden entgegengesetzt laufenden Strahlen jeweils durch ein, um den Winkel  $\delta$  zur optischen Achse geneigtes, Glasplättchen geleitet. Beim Durchqueren der Glasplättchen treten zwei phasenverschiebende Effekte auf; zum einen wird durch die geometrische Lichtbrechung die Phase verschoben und zum anderen tritt wie beim Gas eine Phasenverschiebung durch den Brechungsindex direkt auf. Für diese Phasenverschiebung gilt im Allgemeinen

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} L. \quad (10)$$

Mit dem Snelliuschen Brechungsgesetz und einer Taylorentwicklung in führender Ordnung ergibt sich

$$\phi(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} T \left( \frac{n-1}{2n} \theta^2 + O(\theta^4) \right) \quad (11)$$

woraus sich durch  $M = 2\frac{\Delta\phi}{2\pi}$  für die Anzahl der Interferenzmaxima

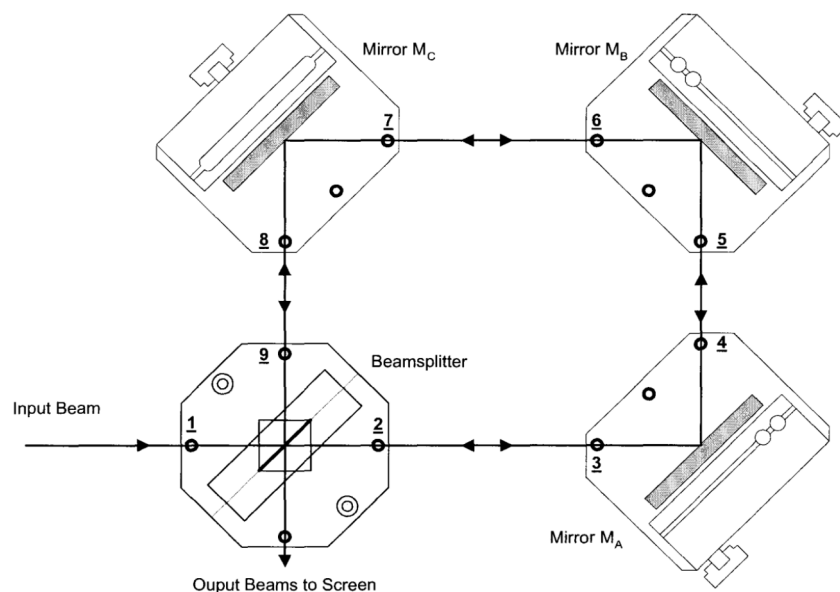
$$M \approx \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \frac{n-1}{2n} (4\theta\delta) \quad (12)$$

annähern lässt. Hierbei bezeichnet  $T$  die Dicke der Platten. Somit folgt für den Brechungsindex

$$n_{\text{Glas}} = \frac{2\delta\theta T}{2\delta\theta T - M\lambda_{\text{vac}}}. \quad (13)$$

### 3 Durchführung

Das Sagnac-Interferometer wird, wie in Abbildung 2 dargestellt, aufgebaut. Als Lichtquelle wird ein Helium-Neon-Laser genutzt, da dieser die, für die Interferenzeffekte nötige, Kohärenz des Lichts sicher stellt. Vor dem PBSC wird außerdem ein Polarisationsfilter angebracht, welcher unter anderem für die Kontrastbestimmung benötigt wird. Damit die in der Theorie bereits beschriebene Funktionsweise gewährleistet ist, ist es notwendig das Interferometer mithilfe von Beam-Paddles zu justieren und eine optische Achse einzustellen. Ziel hierbei ist zunächst dafür zu sorgen, dass die Teilstrahlen sich überlagern. Als Justiermöglichkeiten stehen hierbei Drehregler an den Spiegeln, Metallplättchen unter den Bauelementen und ein gewisser Freiraum an der Befestigung des PBSCs zur Verfügung. Es ist außerdem darauf zu achten, dass die Teilstrahlen nach dem Austreten aus dem zweiten PBSC die Öffnungen der Photodioden treffen.



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.[2]

Wenn das Interferometer vollständig justiert ist, kann die Kontrastbestimmung beginnen. Hierzu wird zunächst der Polarisationsfilter auf  $0^\circ$  gestellt, die angewinkelten Glasplättchen in dem Interferometer platziert und die beiden Teilstrahlen durch Spiegel leicht versetzt. Es werden die Intensitätsmaxima und -minima aufgezeichnet. Für jeden Messwert wird zunächst ein Polarisationswinkel eingestellt, dann wird der Winkel der Glasplättchen variiert und die so entstehenden Intensitätsschwankungen über ein, mit der Photodiode verbundenes, Oszilloskop notiert.

### 3.1 Brechungsindexbestimmung

Für die Brechungsindexbestimmung wird das Interferometer auf den Maximalkontrast eingestellt. Für Glas werden die bereits bei der Kontrastbestimmung genutzten Glas-

plättchen verwendet. Mit einem dem Versuch zugehörigen Counter, lässt sich aus der Differenz der Signale an den Photodioden, die Anzahl der Interferenzmaxima bestimmen. Es wird fünf Mal über eine Spanne von  $\theta = 10^\circ$  der Winkel der Glasplättchen variiert und dabei die Anzahl der Interferenzmaxima aufgezeichnet.

Zur Untersuchung des Brechungsindex von Luft wird anstelle der Glasplättchen eine Gaskammer angebracht. Diese wird über eine Pumpe auf wenige mbar abgepumpt. Die so evakuierte Gaszelle lässt sich über Ventile kontrolliert belüften. Es wird mindestens drei Mal die evakuierte Zelle auf Normaldruck belüftet und dabei die Anzahl der Interferenzmaxima notiert.

## 4 Auswertung

Die Auswertung, genauer die Fehlerrechnung, die Plots und Ausgleichsrechnung erfolgt mit den Paketen Numpy [7], Uncertainties [5], Matplotlib [3] und Scipy [4] in der Programmiersprache python.

### 4.1 Fehlerrechnung

Der Mittelwert der Brechzahlen wird im Folgenden nach

$$\bar{n} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a n_i \quad (14)$$

und sein Fehler mit

$$\sigma_{\bar{n}} = \sqrt{\frac{1}{a(a-1)} \sum_{i=1}^a (\bar{n} - n_i)^2} \quad (15)$$

gebildet.

### 4.2 Kontrastmessung

Vor Beginn der weiteren Auswertung muss zunächst der maximale Kontrast ermittelt werden. Wie in der Durchführung beschrieben, wurde für die Messung vorgegangen; die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 1. Aus den gemessenen Extrema wurde nach Formel 1 der Kontrast berechnet. Abbildung 3 enthält die graphische Darstellung der Kontrastmesswerte. Erwartet wird ein Kontrast

$$K \propto a |\cos(\phi) \sin(\phi)|. \quad (16)$$

Infolgedessen wird eine Regression der Form

$$K = a |\cos(\phi) \sin(\phi)| \quad (17)$$

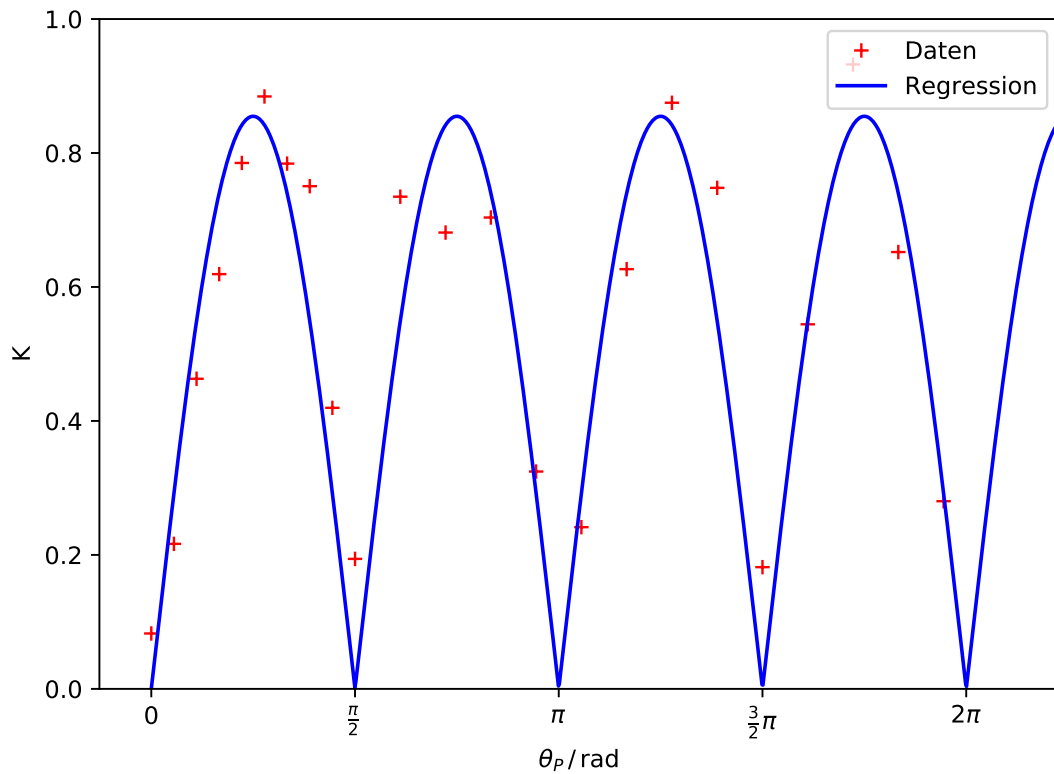
erstellt. Der Parameter  $a$  ergibt sich aus der Regression zu

$$a = 1,71 \pm 0,07.$$

Der maximale Kontrast folgt aus der Theoriekurve zu  $K_{\max} = 0,86$ . Aus der Tabelle und dem Graphen ist zu entnehmen, dass die erwarteten Kontrastmaxima bei den erwarteten Stellen  $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$  und  $315^\circ$  zu finden sind. Der Wert bei  $\phi = 310^\circ$  liegt dennoch höher als die anderen, sodass für die weiteren Messung mit eben dieser Einstellung weitergearbeitet wurde.

$\phi / ^\circ$	$U_{\max} / \text{mV}$	$U_{\min} / \text{mV}$	$K$
0	1394	1181	0,08
10	1194	769	0,22
20	869	319	0,46
30	744	175	0,62
40	781	94	0,79
50	913	56	0,88
60	744	90	0,78
70	919	131	0,75
80	1147	469	0,42
90	963	650	0,19
110	2250	344	0,74
130	1250	237	0,68
150	2156	375	0,70
170	1594	813	0,32
190	1013	619	0,24
210	819	188	0,63
230	1125	75	0,88
250	1297	187	0,75
270	1138	788	0,18
290	2172	641	0,54
310	3562	125	0,93
330	1781	375	0,65
350	1750	984	0,28

**Tabelle 1:** Messwerte der Spannungsextrema der Kontrastmessung.



**Abbildung 3:** Graphische Darstellung der Kontrastmesswerte und Regression.

### 4.3 Brechungsindex der Glasplatten

Durch das Drehen der Glasplatten soll, wie in der Durchführung beschrieben, über die bestimmten Intensitätsmaxima der Brechungsindex  $n$  berechnet werden. Dies erfolgt nach Formel 13. Als vom Hersteller gelieferte Angaben stehen die Dicke der Glasplättchen  $T = 1 \text{ mm}$  und der Winkel der Platten zueinander  $2\delta = 20^\circ$  zur Verfügung [2]. Ein Theoriewert für den Brechungsindex ist durch  $n = 1,45$  gegeben [1]. Die Messung erfolgte über ein Intervall von  $\theta = 10^\circ$ . Tabelle 2 zeigt die Messwerte.

Messung	$M$	$n_{\text{Glas}}$
1	35	1,571
2	35	1,571
3	36	1,598
4	34	1,546
5	34	1,546

**Tabelle 2:** Messwerte zur Bestimmung des Brechungsindex der Glasplättchen.



Der Mittelwert des Brechungsindex folgt zu  $\overline{n_{\text{Glas}}} = 1,566 \pm 0,043$ .  
Es ergibt sich eine Abweichung von 7,4% zum Theoriewert.

#### 4.4 Brechungsindex von Luft

Die Berechnung des Brechungsindex von Luft erfolgte bei einer Umgebungstemperatur von 23,4 °C und bei einem Druck von 994 mbar. Der Startwert nach der Evakuierung lag bei 6 mbar. Die Länge der Gaskammer beträgt 0,1 m. Der Brechungsindex wird mit Formel 9 berechnet.

Messung	$M$	$n_{\text{Luft}}$
1	57	1,000361
2	44	1,000279
3	45	1,000285
4	44	1,000279
5	49	1,000310

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft.

Der Mittelwert und seine Abweichung ist  $\overline{n_{\text{Luft}}} = 1,000303 \pm 0,000016$ .

Der Theoriewert ist mit  $n = 1,000263 \pm 0,000000023$  angegeben [6].

Berücksichtigt wurde der an diesem Tag vorhandene Normaldruck 994 mbar und die Raumtemperatur zum Messzeitpunkt von 23,4 °C. Eine prozentuale Abweichung liegt mit 0,001% vor.

## 5 Diskussion

Für die generelle Betrachtung und als Kommentar zur Durchführung des Versuchs ist anzumerken, dass versucht worden ist, den Aufbau so exakt wie möglich zu justieren. Da kleine Verrückungen der Spiegel und des PBSCs schon große Auswirkungen auf den Strahlengang hatten, ist somit mit Intensitätsverlusten beim Erfassen mit den Photodioden zu rechnen. Die Kontrastmessung stimmt im Groben mit der Erwartungskurve überein. Leichte Abweichungen werden auf den oben genannten Grund zurückgefolgt. Trotz alledem kann angenommen werden, dass das ermittelte Kontrastmaximum als gute Einstellung für die weiteren Messungen dient.

Die Abweichung bei der Messung für die Brechungszahl von Glas liegt mit einer Abweichung von 7,4% zum Theoriewert noch innerhalb der Messungenauigkeit. Da nicht bekannt ist, um welche Art von Glas es sich handelt, sind eventuelle Abweichungen darauf zurückzuführen. Der gewählte Theoriewert dient dennoch als gute Referenz für die meisten Glasarten.

Für die Gasmessung liegt eine noch geringere Abweichung von 0,001% vor. Je nach tagesabhängigem Luftdruck kann diese sehr geringe Diskrepanz daher resultieren. Auch stieg zu Anfang beim Belüften der Gaskammer der Druck kurzzeitig sehr schnell an und

es wurde beobachtet, dass das Zählwerk einige Impulse nicht aufgenommen hat. Hier hätte bei der Messung genauer gearbeitet werden müssen.

## Literatur

- [1] chemie.de. *Brechzahl*. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Brechzahl.html> (besucht am 23.05.2018).
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 606*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V606.pdf> (besucht am 21.04.2018).
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] nist.gov. *Index of Refraction of Air*. URL: <https://emtoolbox.nist.gov/Wavelength/Ciddor.asp> (besucht am 23.05.2018).
- [7] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.