

Durchführung: 02.12.2019
1. Abgabe: XX.XX.2019

PRAKTIKUMSPROTOKOLL V27

ZEEMANN-EFFEKT

Anneke Reinold¹,
Paul-Simon Blumenkamp²

¹anneke.reinold@tu-dortmund.de

²paul-simon.blumenkamp@tu-dortmund.de

1 Einleitung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Untersuchung des Zeeman-Effekts durch die Betrachtung von Spektrallinien einer Cadmiumdampfampe. Insbesondere sollen hierbei die Landéschen-Faktoren der jeweiligen Übergänge bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Das magnetische Moment der Elektronenhülle

Das magnetische Moment der Elektronenhülle eines Atoms entsteht aus dem Zusammenspiel der magnetischen Momenten der einzelnen Elektronen. Diese wiederum sind zurückzuführen auf die beiden bekannten Drehimpulse eines Elektrons: Den Spin \vec{s} , mit

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad \text{mit } s = \frac{1}{2}, \quad (1)$$

und den Bahndrehimpuls l

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad \text{mit } l = 0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (2)$$

Die daraus resultierenden magnetischen Momente sind:

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \vec{l}_e, \quad (3)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton

$$\mu_B = -\frac{1}{2}e_0 \frac{\hbar}{m_0}, \quad (4)$$

mit der Elementarladung e_0 und der Elektronenmasse m_0 , ist und \vec{l}_e ein Einheitsvektor in \vec{l} -Richtung ist und:

$$\vec{\mu}_s = -g_S \mu_B \sqrt{s(s+1)} \vec{s}_e. \quad (5)$$

Der hier auftretende Faktor $g_s \approx 2$ ist dabei der Landé-Faktor des Elektrons welcher für das anomale magnetische Moment des Spins verantwortlich ist und durch relativistische Effekte mit der Dirac-Gleichung erklärt werden kann.

Das magnetische Moment der kompletten Elektronenhülle entsteht dann durch die Wechselwirkung der Drehimpulse und magnetischen Momente aller Elektronen miteinander und jeweils für die einzelnen Elektronen, da dieses System jedoch für die meisten Atome zu kompliziert wird, sind zwei mögliche Vereinfachungen möglich: für leichtere Atomkerne gilt die $L - S$ -Kopplung, oder auch Russel-Saunders-Kopplung, während für schwere Kerne die jj -Kopplung genutzt wird.

2.1.1 *L-S-Kopplung*

Für leichtere Kerne dominiert die Wechselwirkung der Drehimpulse und magnetischen Momente der Elektronen untereinander, sodass sich jeweils ein Gesamtbahndrehimpuls und ein Gesamtspin bilden.

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad \text{mit} \quad |\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar \quad (6)$$

und ein Gesamtspin

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \quad \text{mit} \quad |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar \quad (7)$$

bilden. Gesamtdrehimpuls und Gesamtspin für abgeschlossene Schalen sind dabei immer 0, sodass nur unabgeschlossene betrachtet werden müssen. Aus historischen Gründen werden Gesamtbahndrehimpulsterme mit $L = 0, 1, 2, 3$ als S, P, D, F-Terme bezeichnet. Es können nur ganzzahlige Werte von L auftreten. Als magnetisches Moment des Gesamtbahndrehimpuls ergibt sich

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (8)$$

und für den Gesamtspin

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (9)$$

Für hinreichend schwache externe Magnetfelder können sich dann Gesamtbahndrehimpuls und Gesamtspin zum Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle \vec{J} zusammenschließen:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad \text{mit} \quad |\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar. \quad (10)$$

Bei starken externen Magnetfeldern hingegen tritt der Paschen-Back-Effekt auf und die L-S-Kopplung wird aufgehoben.

2.1.2 *jj-Kopplung*

Für schwere Kerne koppeln Spin und Bahndrehimpuls der einzelnen Elektronen zunächst aneinander bevor sich ein Gesamtdrehimpuls aufstellen lässt. Es ergeben sich also die Gesamtdrehimpulse der einzelnen Elektronen \vec{j}_i

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i, \quad (11)$$

aus welchen dann der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle aufgestellt werden kann

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i. \quad (12)$$

Der Übergang zwischen den Bereichen in welchen die beiden Näherungen gültig sind ist dabei fließend.

Das magnetische Moment der Elektronenhülle $\vec{\mu}_J$ ergibt sich aus den magnetischen Momenten $\vec{\mu}_L$ und $\vec{\mu}_S$

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S \quad \text{mit} \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}, \quad (13)$$

wobei g_J ein Landé-Faktor ist

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (14)$$

Wegen der Richtungsquantelung hat der Winkel zwischen $\vec{\mu}_J$ und \vec{B} nur Werte bei denen für die Komponente in Feldrichtung gilt:

$$\mu_{J_z} = -m g_J \mu_B, \quad (15)$$

wobei m die magnetische Quantenzahl ist und ganzzahlige Werte zwischen $-J$ und J annehmen kann.

2.2 Aufspaltungen von Energieniveaus in externen Magnetfeldern

Befindet sich ein Atom mit einem magnetischem Moment $\vec{\mu}_J$ in einem externen B-Feld so existiert ein Energieterm E_{mag} der Form

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} \quad (16)$$

bzw.

$$= m g_J \mu_B. \quad (17)$$

Es zeigt sich also, dass die Energieniveaus des Atoms in $2J+1$ äquidistante Unterniveaus aufspalten, wobei die Energiedifferenz der einzelnen Niveaus linear von der externen Feldstärke \vec{B} abhängt. Es folgt, dass durch die Aufspaltung auch neue Übergänge und somit neue Spektrallinien auftreten können. Auf die Regel die solche Übergänge befolgen müssen soll im Folgenden weiter eingegangen werden.

2.2.1 Übergangsregeln

Durch lösen der zeitabhängigen Schrödingergleichung für einen Übergang zwischen zwei Niveaus mit den Energien E_m und E_n , was zur Emission eines Photons mit Frequenz

$$\nu_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (18)$$

führen würde, lässt sich zeigen, dass die Übergangsregeln

$$\Delta l = \pm 1 \quad (19)$$

und

$$\Delta m = 0, \pm 1 \quad (20)$$

erfüllt sein müssen. Ferner stellt sich heraus, dass diejenigen Übergänge, welche $\Delta m = \pm 1$ haben, um die Feldachse zirkular polarisiert sind. Sie werden auch als σ^\pm -Übergänge bezeichnet. Ein Übergang mit $\Delta m = 0$ wird hingegen als π -Übergang bezeichnet und ist linear in Feldrichtung polarisiert.

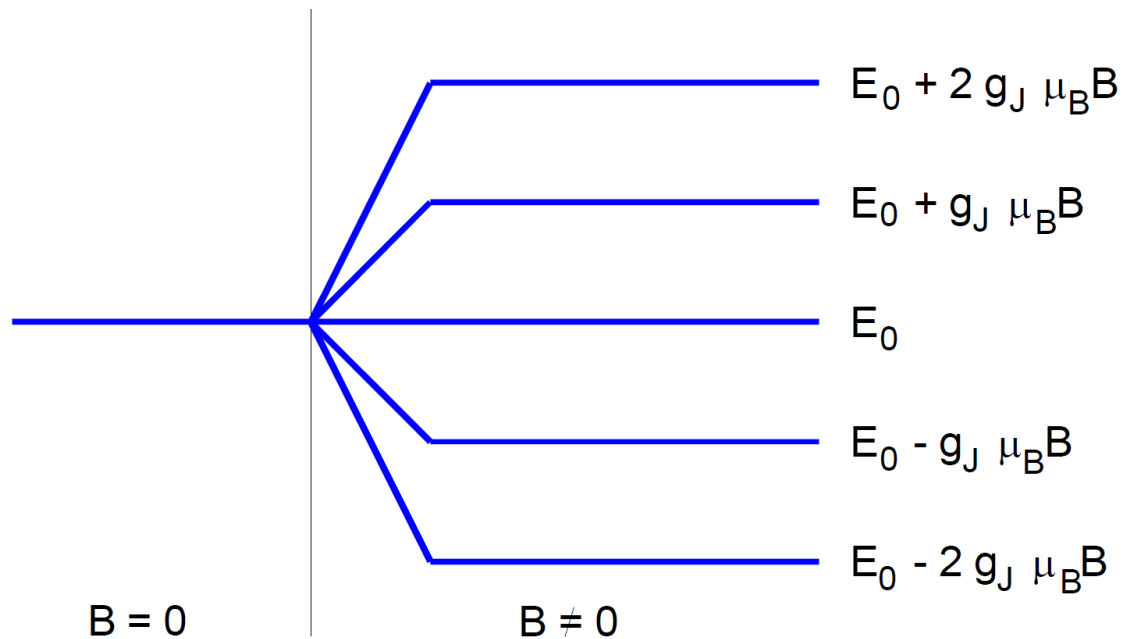


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Niveauaufspaltung eines Atoms mit $J = 2$ in einem externen B-Feld.[anleitung]

2.3 Der Zeeman-Effekt

2.3.1 Der normale Zeeman-Effekt

Der aus historischen Gründen so benannte normale Zeeman-Effekt tritt in Atomen mit $S = 0$ auf. Der verschwindende Gesamtspin bewirkt, dass die Energiedifferenz zwischen den einzelnen Zeemanniiveaus stets gleich groß ist.

$$\Delta E = m \mu_B B \quad (21)$$

Es entsteht also immer eine Aufspaltung in drei Liniengruppen mit gleichem Δm .

2.3.2 Der anomale Zeeman-Effekt

Anders als beim normalen Zeeman-Effekt gilt hier $S \neq 0$ weswegen die Energiedifferenz hier mit variablen Landé-Faktoren durch

$$\Delta E = (m_1 g(L_1, S_1, J_1) - m_2 g(L_2, S_2, J_2)) \mu_B B, \quad (22)$$

gegeben ist.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der für den Versuch genutzte Aufbau ist in Abb.?? schematisch dargestellt. Als Lichtquelle

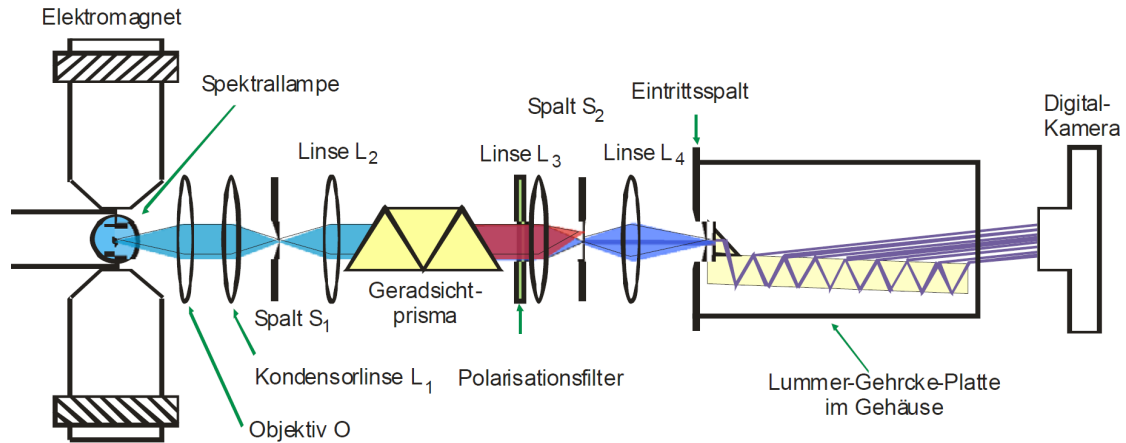


Abbildung 2: Schematische Darstellung des im Versuch genutzten Aufbaus.[anleitung]

zur Untersuchung der Spektrallinien dient eine Cadmiumdampfampe die in einem Elektromagneten platziert ist, welcher sich über seine Stromversorgung steuern lässt. Das Licht wird mit einem Objektiv und einer Kondensorlinse auf einen Spalt fokussiert. Mit einer zweiten Linse wird dann ein möglichst paralleles Lichtbündel auf ein Geradsichtprisma gelenkt, welches das Licht in seine Spektrallinien aufteilt. Ein Polarisationsfilter erlaubt die Untersuchung der Polarisierungseigenschaften der Strahlung. Nach Fokussierung durch eine dritte Linse fällt das Licht auf einen weiteren Spalt der auf einer senkrecht zur Richtung der optischen Achse verlaufenden Schiene befestigt ist und es somit erlaubt es die gewünschte Spektrallinie zu isolieren. Diese wird danach ein letztes mal mit einer Linse fokussiert und trifft dann auf eine Lummer-Gehrke-Platte. Bei der Lummer-Gehrke-Platte handelt es sich um ein optisches Instrument, welches Interferenz an planparallelen Platten ausnutzt um ein sehr hohes Auflösungsvermögen zu erzielen. Das Licht wird durch ein Prisma so auf ein paar planparallele Platten gelenkt, dass bei jeder Reflektion nur ein geringer Teil der Strahlung transmittiert wird. Dieser geringe Anteil des austretenden Lichts kann dann gemäß der Bedingung

$$2d \cos \theta = n\lambda, \quad (23)$$

wobei d die Dicke der Platte und λ die Wellenlänge des Lichts ist, mit anderen Strahlenbündeln interferieren. Dies erlaubt es für monochromatisches Licht aus dem Gangunterschied der Maxima die Wellenlänge zu bestimmen. Des Weiteren ist es wird beim Einschalten eines externen Magnetfelds, wegen der sich ändernden Wellenlänge, der Abstand der Maxima um δs verschoben. Das Auflösungsvermögen einer Lummer-Gehrke-Platte ist gegeben durch

$$A = \frac{L}{\lambda} (n^2 - 1), \quad (24)$$

wobei L die Länge der Platte und n der Brechungsindex ist. Es existiert auch eine maximale Wellenlängendifferenz die notwendig ist, damit sich zwei Wellenlängen nicht

überlagern. Dieses Dispersionsgebiet ist gegeben durch:

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}}. \quad (25)$$

Das Interferenzmuster der Lummer-Gehrke-Platte lässt sich mit einer Digitalkamera aufnehmen.

3.2 Versuchsdurchführung

Zu Beginn des Versuchs muss der Elektromagnet durch mit einer Hall-Sonde geeicht werden. Hierzu wird der Betriebsstrom stückweise erhöht und jeweils die Feldstärke gemessen.

Anschließend wird mit dem Aufbau ein Interferenzmuster erzeugt welches in der Kamera gut sichtbar ist. Es wird eine rote Linie ($\lambda = 643,8\text{ nm}$) und eine eine blaue Linie ($\lambda = 480\text{ nm}$) jeweils mit und ohne Magnetfeld für verschiedene Polarisationsrichtungen untersucht.

4 Vorbereitung

4.1 Dispersionsgebiet und Auflösungsvermögen

Zur Auswertung des Versuchs ist es zunächst noch notwendig das Auflösungsvermögen und das Dispersionsgebiet für die zu untersuchenden Spektrallinien zu bestimmen. Mit (24) und (25) ergibt sich: Hierbei sind die Parameter der Lummer-Gehrke-Platte

	Rot	Blau
A	209064	285458
$\delta\lambda_D$	48,94 pm	27,94 pm

$$d = 4\text{ nm}$$

$$L = 120\text{ mm}$$

$$n (@644\text{ nm}) = 1,4567$$

$$n (@480\text{ nm}) = 1,4635$$

4.2 Optische Übergänge in Cadmium-Atomen

Die Termschemata der blauen und roten Linie sind in den Abbildungen ?? und ?? dargestellt. Für die blaue Linie bestimmen sich die Landé-Faktoren der Energieniveaus gemäß (22) zu:

	g_J
3P_1	1,5
3S_1	2

Für die rote Linie liegt der normale Zeeman-Effekt vor weswegen $g_J = 1$ gilt. Die daraus folgenden Energiedifferenzen der Niveaus ΔE sind in Tabelle ?? dargestellt.

	$\Delta m = 1$	$\Delta m = 0$	$\Delta m = -1$
Rot	$-\mu_B B$	0	$\mu_B B$
Blau ($m_1 = +1$)	—	$-\frac{1}{2}\mu_B B$	$\frac{3}{2}\mu_B B$
Blau ($m_1 = 0$)	$-2\mu_B B$	0	$2\mu_B B$
Blau ($m_1 = -1$)	$-\frac{3}{2}\mu_B B$	$\frac{1}{2}\mu_B B$	—

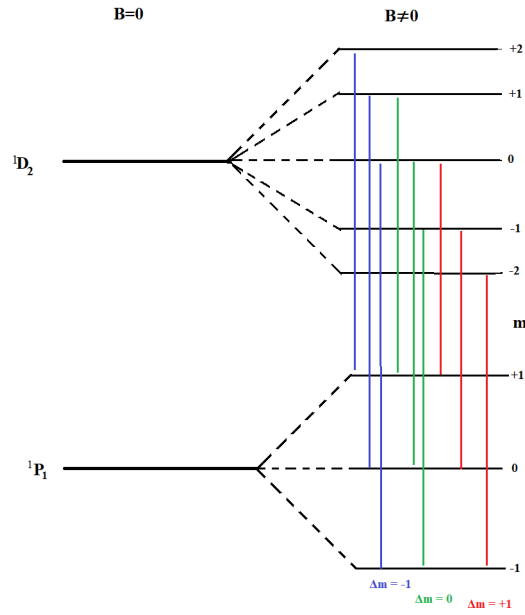


Abbildung 3: Schematisches Termschema der Zeeman-Aufspaltung bei der roten Linie.

4.3 Optimale Magnetfeldstärke

Um garantieren zu können, dass die Aufspaltungen innerhalb des Dispersionsgebiets liegen ist es notwendig die optimale Magnetfeldstärke zu bestimmen. Mit den vorhandenen Gleichungen lässt sich zeigen, dass zwischen B-Feld und Dispersionsgebiet gilt:

$$B = \frac{hc}{4\lambda^2} \Delta\lambda_D \frac{1}{g\mu_B} . \quad (26)$$

Mit den bereits berechneten Dispersionsgebieten folgt

$$\begin{aligned} B(\lambda = 480 \text{ nm}, g = 1,75) &= 371,20 \text{ mT} \\ B(\lambda = 480 \text{ nm}, g = 0,5) &= 1299,21 \text{ mT} \\ B(\lambda = 643,8 \text{ nm}, g = 1) &= 632,28 \text{ mT} \end{aligned}$$

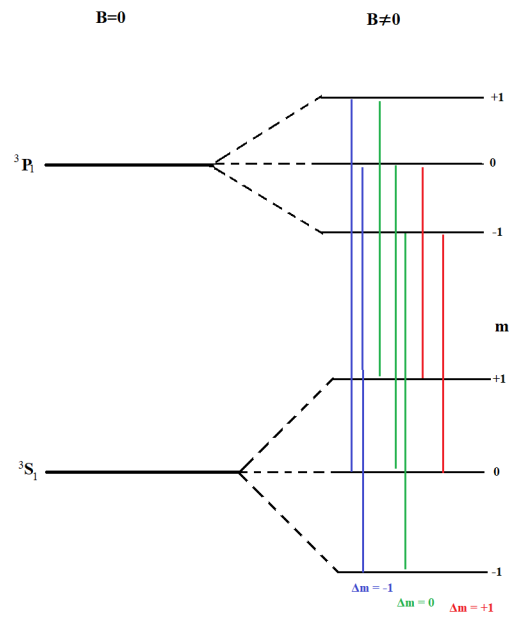


Abbildung 4: Schematisches Termschema der Zeeman-Aufspaltung bei der roten Linie.

5 Auswertung

6 Diskussion