Durchführung: 18.11.2019 1. Abgabe: XX.XX.2019

Praktikumsprotokoll V51

OPERATIONSVERSTÄRKER

 $\label{eq:Anneke Reinold} \mbox{Anneke Reinold}^1, \\ \mbox{Paul-Simon Blomenkamp}^2$

 $^{^1}$ anneke.reinold@tu-dortmund.de

 $^{^2} paul\text{-}simon.blomenkamp@tu\text{-}dortmund.de$

1 Einleitung

Operationsverstärker sind elektronische Verstärkerschaltungen, mit denen sich grundlegende Rechenoperatoren nachbilden und bis hin zu komplexen Signaltransformationen durchführen lassen. Die Funktionsweise, der in ihrem eigentlichen Aufbau komplizierten Schaltungen soll in diesem Versuch näher betrachtet werden. Dies soll ebenso anhand von drei Beispielschaltungen experimentell überprüft werden.

2 Theorie

2.1 Eigenschaften idealer Operationsverstärker

Soll Verständnis über die Funktionsweise von Operationsverstärkern erlangt werden, so kann es helfen, diese auf ein paar ideale Eigenschaften zu beschränken. Werden mit diesen Annahmen Berechnungen durchgeführt, fallen nur geringe Abweichungen auf und die reduzierten Rechenregeln können als plausible Grundlage verwendet werden. Im Generellen kann gesagt werden, dass ein Operationsverstärker als gleichstromgekoppelter Differenzverstärker arbeitet. Ein unbeschalteter Aufbau eines Operationsverstärkers ist in Abbildung 1 zu sehen.

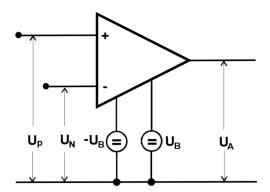


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Operationsverstärkers mit Einzeichnung der Anschlussgrößen [anleitung].

Zu erkennen ist, dass ein jener über einen invertierenden (-) und einen nicht-invertierenden (+) Anschluss verfügt, über den eine Besteuerung erfolgt. Diesen gefolgt ist ein Ausgang $U_{\rm A}$, über den das Ausgangssignal abgegriffen werden kann. Im benannten Idealfall gilt eine Proportionalität zwischen der Differenz der beiden Eingangssignale und dem resultierenden Ausgangssignal

$$U_{\rm A} = V(U_{+} - U_{-}). \tag{1}$$

Dieser Zusammenhang ist alleinig innerhalb des Aussteuerungsbereichs des Verstärkers gültig. Dieser ist durch die, wie in Abbildung 1 zu sehen ist, angelegte Betriebsspannung $\pm U_{\rm B}$ festgelegt und nur innerhalb dieses Bereichs kann eine Verstärkung des Signals

erfolgen. Übersteigt das Ausgangssignal in seiner Größe diesen Wertebereich, folgt ein konstanter Wert $U_{\rm B}$ am Ausgang. Es gilt somit

$$-U_{\rm B} < U_{\rm A} < +U_{\rm B}$$
 . (2)

Grafisch ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Kennlinie.

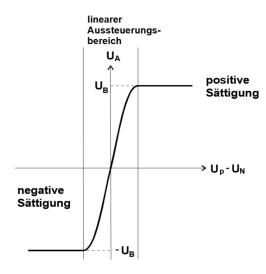


Abbildung 2: Typische Kennlinie eines Operationsverstärkers mit dem linearen Verhalten innerhalb des Ansteuerungsbereichs [anleitung].

Im Folgenden wird auf die wichtigsten Kenngrößen idealer Operationsverstärker eingegangen. Das primäre Ziel eines jenen ist das Erreichen einer möglichst großen Verstärkung. Ideal sollte diese gegen ∞ gehen. Die differentiellen Widerstände für Eingang und Ausgang liegen auch in ihren Grenzwerten beschrieben. Idealerweise liegt der Eingangswiderstand im Unendlichen; der Ausgangswiderstand beeinflusst das Signal kaum und sollte möglichst den Wert Null annehmen. Hieraus folgen die wichtigsten Regeln für Berechnungen von Operationsverstärkerbeschaltungen:

1. Es wird versucht, bis ins Unendliche zu verstärken:

$$V = \infty$$

2. Die Differenz der Eingangsspannungen ist Null:

$$U_{\rm D} = U_+ - U_- = 0$$

3. Die Eingangsströme sind gleich Null:

$$I_{+} = I_{-} = 0$$
.

2.2 Überleitung zu realem Verhalten von Operationsverstärkern

Werden reale Operationsverstärker betrachtet, so wird sich für weitere Kenngrößen interessiert. Eine charakteristische Kenngröße ist die Gleichtaktverstärkung

$$V_{\rm Gl} = \frac{U_{\rm A}}{U_{\rm Cl}}.$$
 (3)

Wird an den beiden Eingängen dieselbe Spannung angelegt, so würde bei einem idealen Operationsverstärker $U_A=0$ folgen. Bei einem realen Operationsverstärker ist demnach die Gleichtaktverstärkung ein Maß für die Verzerrung innerhalb des Verstärkerbauteils. Da reale Operationsverstärker endliche Eingangsströme besitzen, wird der Eingangsruhestrom

$$I_{\rm B} = \frac{1}{2}(I_{\rm p} + I_{\rm N})$$
 (4)

definiert. Des Weiteren folgt die Definition des Offsetstroms

$$I_0 = I_p - I_N$$
 bei $U_p = U_N = 0$. (5)

Darüberhinaus folgen die Definitionen des Gleichtakteingangswiderstands

$$r_{\rm Gl} = \frac{U_{\rm Gl}}{I_{\rm Gl}}$$
 mit $U_{\rm Gl} = U_{\rm p} = U_{\rm N}$ und $I_{\rm Gl} = I_{\rm p} + I_{\rm N}$ (6)

und der Offsetspannung

$$U_0 = U_p - U_N$$
 für $U_A = 0$.

2.3 Schaltungen mit Operationsverstärkern

In den folgenden Unterkapiteln werden weiterführende Beschaltungen eines Operationsverstärkers betrachtet. Es handelt sich um Standard-Beschaltungen, die einfache Rechenoperationen darstellen können.

2.3.1 Invertierender Verstärker

Bei einem invertierenden Verstärker, auch Linearverstärker genannt, wird mit einer Gegenkopplung gearbeitet. Dies beschreibt das Rückführen des Ausgangssignals auf den invertierenden Eingang, was zum Ziel hat, eine Dämpfung darzustellen und Verzerrungen im Ausgangssignal entgegenzuwirken. Ein Schaltbeispiel ist in Abbildung 3 zu sehen.

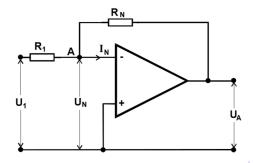


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines invertierenden Verstärkers mit den Gegenkopplungswiderständen R_1 und $R_{\rm N}$ [anleitung].

Aufgrund der sehr großen Leerlaufverstärkung wird $U_{\rm N}=0$ angenommen und mithilfe der Kirchhoffschen Regeln kann der folgende Zusammenhang aufgestellt werden:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_A}{R_N} = 0. (7)$$

Somit kann eine Relation für die reale Leerlaufverstärkung V' hergeleitet werden:

$$V' = \frac{U_{\rm A}}{U_{\rm E}} = -\frac{R_{\rm N}}{R_{\rm 1}}.$$
 (8)

Die Widerstände R_1 und R_N bedienen die Gegenkopplung. Für reale Operationsverstärker muss eine endliche Leerlaufverstärkung angenommen werden. Es lässt sich

$$U_{\rm N} = -\frac{U_{\rm A}}{V} \tag{9}$$

folgern. Mit $I_{\rm N}=0$ kann daraus für den Knotenpunkt A die Relation

$$\frac{U_{\rm N} - U_1}{U_{\rm A} - U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_{\rm N}} \tag{10}$$

hergeleitet werden. Über das Verhältnis von $U_{\rm A}$ zu $U_{\rm 1}$ folgt

$$\frac{1}{V'} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N} \,. \tag{11}$$

2.3.2 Umkehr-Integrator

Über einen Kondensator C, der in den Rückkopplungskreis eingebaut wird, kann das Eingangssignal integriert werden. Zu sehen ist eine solche Integrator-Schaltung in Abbildung 4.

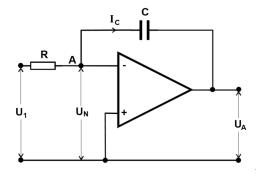


Abbildung 4: Schematische Darstellung eines Umkehr-Integrators [anleitung].

Aufgestellt werden kann die Beziehung

$$\int I_{\rm C} dt = CU_{\rm A}, \qquad (12)$$

die die exponentielle Kennlinie des Kondensators berücksichtigt. Für den Knoten A lässt sich mit der Knotenregel

$$U_{\rm A} = -\frac{1}{RC} \int U_1(t) \ dt \tag{13}$$

aufstellen. Gibt man ein sinusförmiges Eingangssignal $U_1=U_0\sin(\omega t)$ auf die Schaltung, folgt $U_{\rm A}=\frac{U_0}{\omega RC}\cos(\omega t)$ als integriertes Ausgangssignal $U_{\rm A}$. Ablesen lässt sich ebenso die Antiproportionalität der Ausgangsspannung zur Frequenz ω .

2.3.3 Umkehr-Differentiator

Werden Widerstand und Kondensator in der Schaltung des Umkehr-Integrators vertauscht, so wird eine Umkehr-Differentiator-Schaltung, wie in Abbildung 5 gezeigt ist, erstellt.

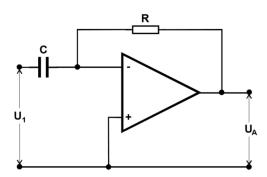


Abbildung 5: Schematische Darstellung eines Umkehr-Differentiators [anleitung].

Für einen solchen lässt sich die Beziehung

$$U_{\rm A} = -RC \frac{dU_1}{dt} \tag{14}$$

für die Ausgangsspannung herleiten. Wird wiederum eine Sinusspannung als Eingangssignal $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$ verwendet, folgt somit $U_{\rm A} = -\omega RCU_0 \cos(\omega t)$. Hierbei ist die Amplitude der Ausgangsspannung direkt proportional zu der Frequenz ω .

2.4 Schmitt-Trigger

Der Schmitt-Trigger ist ein prominentes Beispiel einer Schaltung, die mit einer sogenannten Mitkopplung arbeitet. Wie in Abbildung 6 zu sehen ist, wird das Ausgangssignal auf den nicht-invertierenden Eingang zurückgekoppelt. Hierbei soll das Ausgangssignal dem Eingang nicht entgegenwirken, sondern diesen verstärken. Dies ermöglicht der Schaltung die Eigenschaften eines Schalters. Das bedeutet, dass der Operationsverstärker bei einem gewissen Eingangswert schlagartig die Ausgangsspannung von einem Zustand in einen anderen kippen lässt. Dies ist der sogenannte Schwellenwert

$$U_{+} = \frac{R_{1}}{R_{p}} U_{B} \,. \tag{15}$$

Wird der Wert U_+ überschritten, springt U_A auf $+U_B$; ebenfalls springt U_A auf $-U_B$, wenn der Schwellenwert von $-\frac{R_1}{R_{\scriptscriptstyle \mathrm{D}}}U_{\mathrm{B}}$ unterschritten wird.

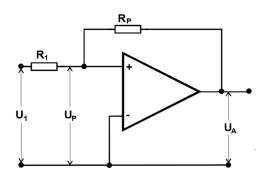


Abbildung 6: Schematische Darstellung eines Schmitt-Triggers mit den Mitkopplungswiderständen R_1 und R_p [anleitung].

3 Durchführung

Die in Kapitel 2 genannten Schaltungen werden nach ihren Schaltplänen aufgebaut und folgende Experimente durchgeführt:

- Bei der Schaltung des invertierenden Verstärkers wird eine Sinusspannung am Eingang angelegt und mit der Ausgangsspannung auf ein Oszilloskop gegeben. Die Verstärkung wird nun auf ihre Frequenzabhängigkeit und Phasenverschiebung hin untersucht. Dies wird für drei Widerstandskombinationen wiederholt.
- Bei dem Integrator und dem Differentiator wird mithilfe eines Signalgenerators die Art der Eingangsspannung zwischen Sinus-, Dreiecks- und Rechteckssspannung

variiert. Die Funktionsweise der Schaltung sowie die Reaktion auf die verschiedenen Formen der Eigangsspannung wird mithilfe des Oszilloskops untersucht. Weiterhin soll ebenso die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung untersucht werden.

• Für eine Schmitt-Trigger-Schaltung soll der Schwellwert der Kippschaltung bestimmt werden. Die Untersuchung erfolgt mit der auf das Oszilloskop gegebenen Ausgangsspannung und einer langsam erhöhten Eingangsspannung.

4 Auswertung

4.1 Untersuchung des Linearverstärkers

Die Untersuchung der verschiedenen Linearverstärker beginnt mit der Bestimmung der Grenzfrequenz v_g' . Hierzu wird die Ausgangsspannung gegen die Frequenz aufgetragen und danach die Anhängigkeit der Verstärkung von der Frequenz untersucht. Die Grenzfrequenz ist dann diejenige, bei welcher die Verstärkung V' auf $\frac{V'}{\sqrt{2}}$ abgefallen ist. Die Widerstandswerte für die Linearverstärker sind in Tabelle ?? zu finden. Der Ausgangsspannungsverlauf des ersten Verstärkers ist in Abb.?? dargestellt. Hierbei wird neben

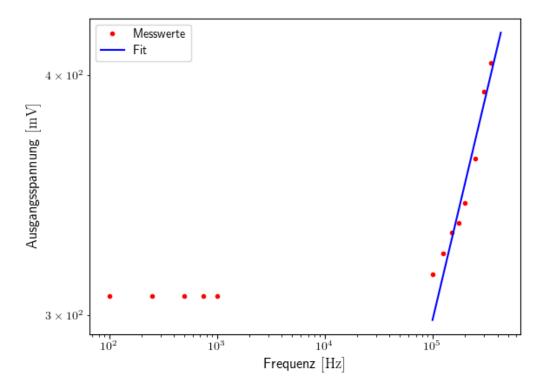


Abbildung 7: Frequenzverlauf der Ausgangsspannung mit Fit an der steigenden Seite.

dem Darstellen der Messwerte noch ein Fit der Form

$$f(x) = mx^b (16)$$

durchgeführt um die Steigung der Gerade im doppeltlogarithmischen Plot zu bestimmen. Die Ergebnisse der Fits für die unterschiedlichen Linearverstärker sind in Tabelle ?? eingetragen. Es lässt sich nun die Grenzfrequenz für die einzelnen Linearverstärker

	$R_1\left[\mathrm{k}\Omega\right]$	$R_2\left[\mathrm{k}\Omega\right]$	Verstärkungsfaktor
Verstärker 1	100	10	1/10
Verstärker 2	100	1	1/100
Verstärker 3	10	0,5	1/20
Verstärker 4	10	33	3,3

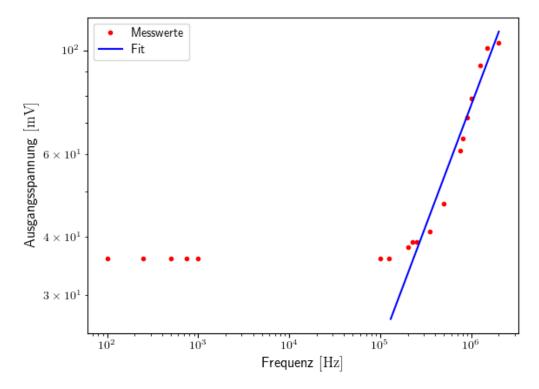


Abbildung 8: Frequenzverlauf der Ausgangsspannung des zweiten Linearverstärkers mit Fit an der steigenden Seite.

bestimmen indem die Fitfunktion invertiert wird und der Frequenzwert für $U_A = \frac{U'_{\text{const}}}{\sqrt{2}}$,

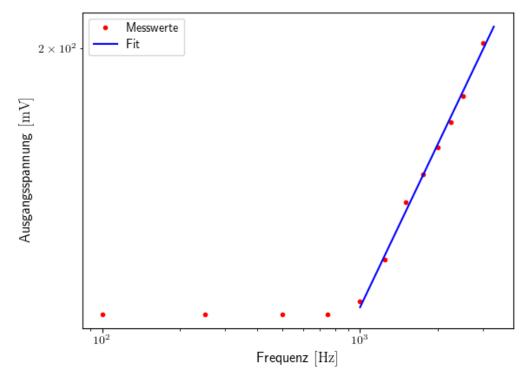


Abbildung 9: Darstellung des Frequenzverlaufs der Ausgangsspannung am dritten Linearverstärker mit Fit an der steigenden Seite.

wobei $U'_{\rm const}$ die Spannung am konstanten Teil der Kurve ist, berechnet wird:

$$\nu_g = \left(\frac{U'_{\text{const}}}{\sqrt{2}m}\right)^{\frac{1}{b}} \tag{17}$$

Es ergibt sich für die verschiedenen Linearverstärker

4.2 Untersuchung des Umkehr-Integrators und Differentiators

Es wird untersucht in welchem Bereich die theoretischen Zusammenhänge zwischen Ausgangsspannung und Frequenz erfüllt sind. Hierzu wird erneut die Ausgangsspan-

	$m \left[\frac{\text{mV}}{\text{kHz}} \right]$	b
Verstärker 1	24 ± 9	$0,218 \pm 0,031$
Verstärker 2	$0,61 \pm 0,3$	$0,52 \pm 0,04$
Verstärker 3	$27,4 \pm 2,0$	$0,248 \pm 0,009$
Verstärker 4	$(1,26\pm0,24)\cdot10^4$	$-0,\!769 \pm 0,\!017$

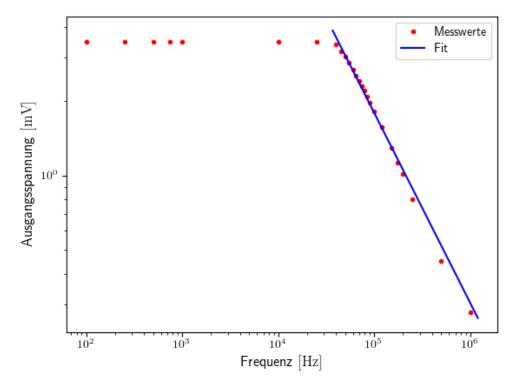


Abbildung 10: Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung des vierten Linearverstärkers mit Fit an der fallenden Seite.

nung für beide Aufbauten doppeltlogarithmisch gegen die Frequenz aufgetragen und die Steigung der auftretenden Gerade durch einen Fit ermittelt. Die Messwerte sowie die Ausgleichskurven sind in den Abb.4 und Abb.5 dargestellt. Für beide Schaltungen wurde ein Kondensator mit einer Kapazität von $F=0.015\,\mu\text{F}$ und ein Widerstand mit $R=10\,\mathrm{k}\Omega$ genutzt. Für die Fitfunktion der Form:

$$U_A = m \cdot \nu^b \,, \tag{18}$$

	$m\left[\frac{\mathrm{mV}}{\mathrm{kHz}}\right]$	b
Verstärker 1	24 ± 9	$0,218 \pm 0,031$
Verstärker 2	$0,61 \pm 0,3$	0.52 ± 0.04
Verstärker 3	27.4 ± 2.0	$0,248 \pm 0,009$
Verstärker 4	$(1,26\pm0,24)\cdot10^4$	-0.769 ± 0.017

ergeben sich die Parameter:

Umkehr-Differentiator:
$$(0.53 \pm 0.08) \frac{1}{\text{Hz}} \cdot \nu^{1.01 \pm 0.03}$$

nkehr-Differentiator:
$$(0.53 \pm 0.08) \frac{1}{\text{Hz}} \cdot \nu^{1.01 \pm 0.03}$$

Umkehr-Integrator: $(177 \pm 10) \frac{1}{\text{Hz}} \cdot \nu^{-0.814 \pm 0.02}$

Für den Umkehr-Differentiator ist festzustellen, dass der erwartete Zusammenhang zwischen Ausgangsspannung und Frequenz nur zwischen ca. $100 \,\mathrm{Hz} - 800 \,\mathrm{Hz}$ vorliegt. Beim Umkehr-Integrator hingegen findet sich kein Bereich in welchem der theoretische Verlauf nicht erfüllt wird. Die integrierenden und differentierenden Eigenschaften der Schaltungen sind in den folgenden Oszilloskopbildern gut zu erkennen, hierbei ist das Eingangssignal stets gelb un das Signal der Schaltung grün.

Agilent Technologies

Mon Nov 18 16:23:57 2019

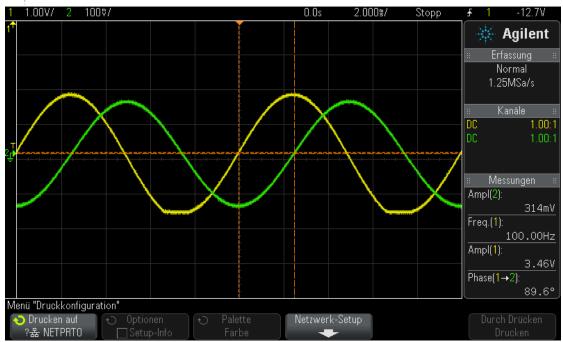


Abbildung 11: Integrierte Sinusspannung

4.3 Der Schmitt-Trigger

Die technischen Daten des Aufbaus des Schmitt-Triggers sind: Mit (15) ergibt sich dann ein theoretischer Umschlagpunkt von

$$U_{+,\text{theo}} = 3.86 \,\text{V}$$
 (19)

Der gemessene Schwellwert liegt bei

$$U_{+} = 4.15 \,\text{V} \tag{20}$$





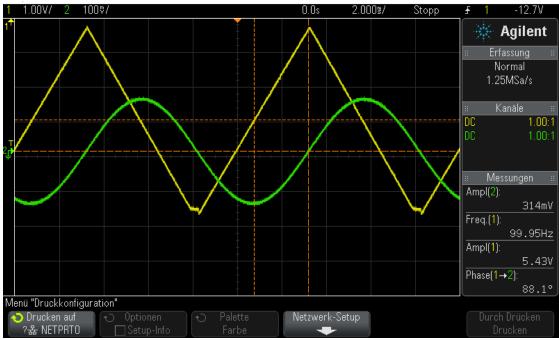


Abbildung 12: Integrierte Dreiecksspannung

$$\begin{split} U_{B,+} &= 12{,}75\,\mathrm{V} \\ U_{B,-} &= -13{,}8\,\mathrm{V} \\ R_1 &= 10\,\mathrm{k}\Omega \\ R_p &= 33\,\mathrm{k}\Omega \end{split}$$



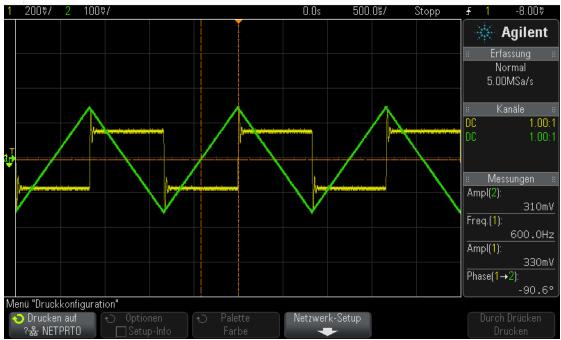


Abbildung 13: Integrierte Rechtecksspannung



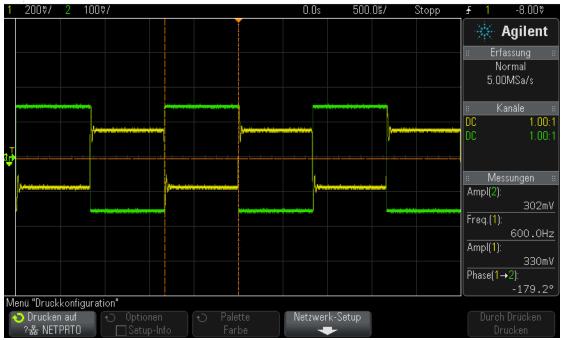


Abbildung 14: Differentierte Rechtecksspannung



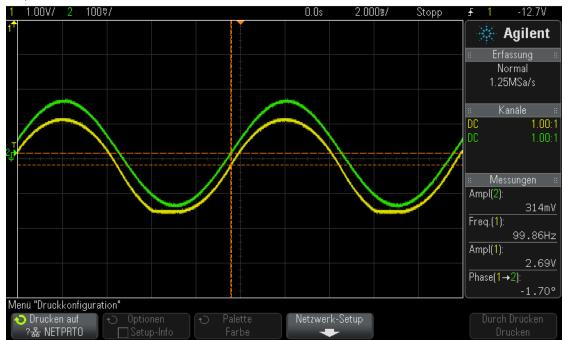


Abbildung 15: Differentierte Sinusspannung?

5 Diskussion