

Durchführung: 18.11.2019  
1. Abgabe: XX.XX.2019

---

# PRAKTIKUMSPROTOKOLL V51

## OPERATIONSVERSTÄRKER

Anneke Reinold<sup>1</sup>,  
Paul-Simon Blumenkamp<sup>2</sup>

---

---

<sup>1</sup>anneke.reinold@tu-dortmund.de

<sup>2</sup>paul-simon.blumenkamp@tu-dortmund.de

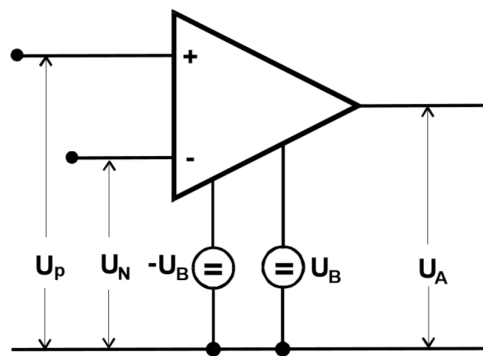
# 1 Einleitung

Operationsverstärker sind elektronische Verstärkerschaltungen, mit denen sich grundlegende Rechenoperatoren nachbilden und bis hin zu komplexen Signaltransformationen durchführen lassen. Die Funktionsweise, der in ihrem eigentlichen Aufbau komplizierten Schaltungen soll in diesem Versuch näher betrachtet werden. Dies soll ebenso anhand von drei Beispielschaltungen experimentell überprüft werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Eigenschaften idealer Operationsverstärker

Soll Verständnis über die Funktionsweise von Operationsverstärkern erlangt werden, so kann es helfen, diese auf ein paar ideale Eigenschaften zu beschränken. Werden mit diesen Annahmen Berechnungen durchgeführt, fallen nur geringe Abweichungen auf und die reduzierten Rechenregeln können als plausible Grundlage verwendet werden. Im Generellen kann gesagt werden, dass ein Operationsverstärker als gleichstromgekoppelter Differenzverstärker arbeitet. Ein unbeschalteter Aufbau eines Operationsverstärkers ist in Abbildung 1 zu sehen.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung eines Operationsverstärkers mit Einzeichnung der Anschlussgrößen [anleitung].

Zu erkennen ist, dass ein jener über einen invertierenden ( $-$ ) und einen nicht-invertierenden ( $+$ ) Anschluss verfügt, über den eine Besteuerung erfolgt. Dessen gefolgt ist ein Ausgang  $U_A$ , über den das Ausgangssignal abgegriffen werden kann. Im benannten Idealfall gilt eine Proportionalität zwischen der Differenz der beiden Eingangssignale und dem resultierenden Ausgangssignal

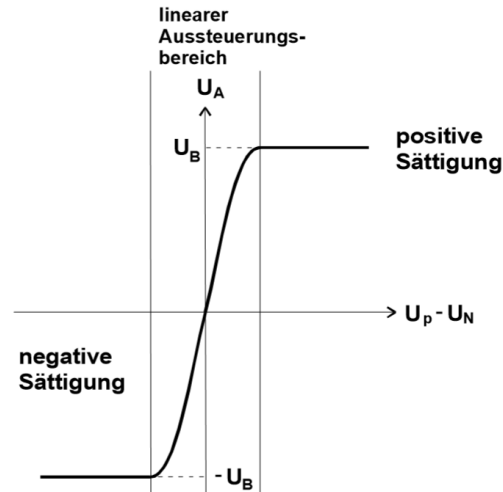
$$U_A = V(U_+ - U_-). \quad (1)$$

Dieser Zusammenhang ist alleinig innerhalb des Aussteuerungsbereichs des Verstärkers gültig. Dieser ist durch die, wie in Abbildung 1 zu sehen ist, angelegte Betriebsspannung  $\pm U_B$  festgelegt und nur innerhalb dieses Bereichs kann eine Verstärkung des Signals

erfolgen. Übersteigt das Ausgangssignal in seiner Größe diesen Wertebereich, folgt ein konstanter Wert  $U_B$  am Ausgang. Es gilt somit

$$-U_B < U_A < +U_B. \quad (2)$$

Grafisch ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Kennlinie.



**Abbildung 2:** Typische Kennlinie eines Operationsverstärkers mit dem linearen Verhalten innerhalb des Ansteuerungsbereichs [anleitung].

Im Folgenden wird auf die wichtigsten Kenngrößen idealer Operationsverstärker eingegangen. Das primäre Ziel eines jenen ist das Erreichen einer möglichst großen Verstärkung. Ideal sollte diese gegen  $\infty$  gehen. Die differentiellen Widerstände für Eingang und Ausgang liegen auch in ihren Grenzwerten beschrieben. Idealerweise liegt der Eingangswiderstand im Unendlichen; der Ausgangswiderstand beeinflusst das Signal kaum und sollte möglichst den Wert Null annehmen. Hieraus folgen die wichtigsten Regeln für Berechnungen von Operationsverstärkerbeschaltungen:

1. Es wird versucht, bis ins Unendliche zu verstärken:

$$V = \infty$$

2. Die Differenz der Eingangsspannungen ist Null:

$$U_D = U_+ - U_- = 0$$

3. Die Eingangsströme sind gleich Null:

$$I_+ = I_- = 0.$$

## 2.2 Überleitung zu realem Verhalten von Operationsverstärkern

Werden reale Operationsverstärker betrachtet, so wird sich für weitere Kenngrößen interessiert. Eine charakteristische Kenngröße ist die Gleichtaktverstärkung

$$V_{\text{Gl}} = \frac{U_A}{U_{\text{Gl}}} . \quad (3)$$

Wird an den beiden Eingängen dieselbe Spannung angelegt, so würde bei einem idealen Operationsverstärker  $U_A = 0$  folgen. Bei einem realen Operationsverstärker ist demnach die Gleichtaktverstärkung ein Maß für die Verzerrung innerhalb des Verstärkerbauteils. Da reale Operationsverstärker endliche Eingangsströme besitzen, wird der Eingangsruhestrom

$$I_B = \frac{1}{2}(I_p + I_N) \quad (4)$$

definiert. Des Weiteren folgt die Definition des Offsetstroms

$$I_0 = I_p - I_N \quad \text{bei} \quad U_p = U_N = 0 . \quad (5)$$

Darüberhinaus folgen die Definitionen des Gleichakteingangswiderstands

$$r_{\text{Gl}} = \frac{U_{\text{Gl}}}{I_{\text{Gl}}} \quad \text{mit} \quad U_{\text{Gl}} = U_p = U_N \quad \text{und} \quad I_{\text{Gl}} = I_p + I_N \quad (6)$$

und der Offsetspannung

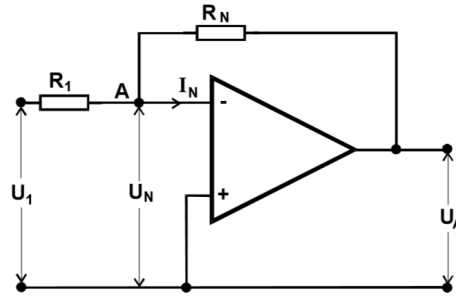
$$U_0 = U_p - U_N \quad \text{für} \quad U_A = 0 .$$

## 2.3 Schaltungen mit Operationsverstärkern

In den folgenden Unterkapiteln werden weiterführende Beschaltungen eines Operationsverstärkers betrachtet. Es handelt sich um Standard-Beschaltungen, die einfache Rechenoperationen darstellen können.

### 2.3.1 Invertierender Verstärker

Bei einem invertierenden Verstärker, auch Linearverstärker genannt, wird mit einer Gegenkopplung gearbeitet. Dies beschreibt das Rückführen des Ausgangssignals auf den invertierenden Eingang, was zum Ziel hat, eine Dämpfung darzustellen und Verzerrungen im Ausgangssignal entgegenzuwirken. Ein Schaltbeispiel ist in Abbildung 3 zu sehen.



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung eines invertierenden Verstärkers mit den Gegenkopplungswiderständen  $R_1$  und  $R_N$  [**anleitung**].

Aufgrund der sehr großen Leerlaufverstärkung wird  $U_N = 0$  angenommen und mithilfe der Kirchhoffschen Regeln kann der folgende Zusammenhang aufgestellt werden:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_A}{R_N} = 0. \quad (7)$$

Somit kann eine Relation für die reale Leerlaufverstärkung  $V'$  hergeleitet werden:

$$V' = \frac{U_A}{U_1} = -\frac{R_N}{R_1}. \quad (8)$$

Die Widerstände  $R_1$  und  $R_N$  bedienen die Gegenkopplung. Für reale Operationsverstärker muss eine endliche Leerlaufverstärkung angenommen werden. Es lässt sich

$$U_N = -\frac{U_A}{V} \quad (9)$$

folgern. Mit  $I_N = 0$  kann daraus für den Knotenpunkt A die Relation

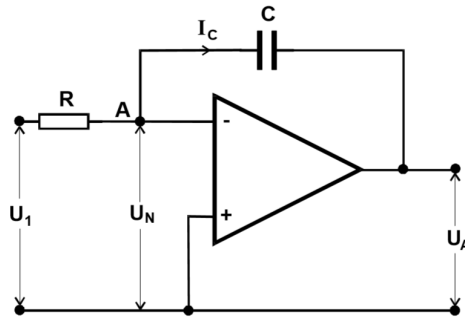
$$\frac{U_N - U_1}{U_A - U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_N} \quad (10)$$

hergeleitet werden. Über das Verhältnis von  $U_A$  zu  $U_1$  folgt

$$\frac{1}{V'} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N}. \quad (11)$$

### 2.3.2 Umkehr-Integrator

Über einen Kondensator  $C$ , der in den Rückkopplungskreis eingebaut wird, kann das Eingangssignal integriert werden. Zu sehen ist eine solche Integrator-Schaltung in Abbildung 4.



**Abbildung 4:** Schematische Darstellung eines Umkehr-Integrators [anleitung].

Aufgestellt werden kann die Beziehung

$$\int I_C dt = CU_A, \quad (12)$$

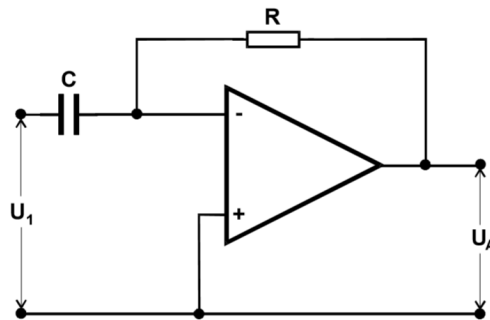
die die exponentielle Kennlinie des Kondensators berücksichtigt. Für den Knoten A lässt sich mit der Knotenregel

$$U_A = -\frac{1}{RC} \int U_1(t) dt \quad (13)$$

aufstellen. Gibt man ein sinusförmiges Eingangssignal  $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$  auf die Schaltung, folgt  $U_A = \frac{U_0}{\omega RC} \cos(\omega t)$  als integriertes Ausgangssignal  $U_A$ . Ablesen lässt sich ebenso die Antiproportionalität der Ausgangsspannung zur Frequenz  $\omega$ .

### 2.3.3 Umkehr-Differentiator

Werden Widerstand und Kondensator in der Schaltung des Umkehr-Integrators vertauscht, so wird eine Umkehr-Differentiator-Schaltung, wie in Abbildung 5 gezeigt ist, erstellt.



**Abbildung 5:** Schematische Darstellung eines Umkehr-Differentiators [anleitung].

Für einen solchen lässt sich die Beziehung

$$U_A = -RC \frac{dU_1}{dt} \quad (14)$$

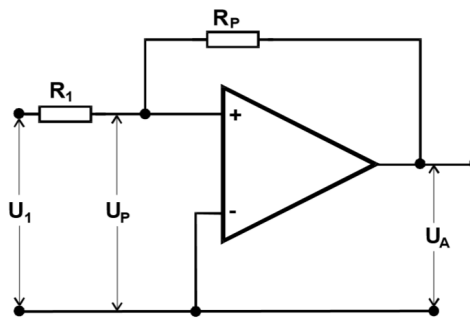
für die Ausgangsspannung herleiten. Wird wiederum eine Sinusspannung als Eingangssignal  $U_1 = U_0 \sin(\omega t)$  verwendet, folgt somit  $U_A = -\omega RC U_0 \cos(\omega t)$ . Hierbei ist die Amplitude der Ausgangsspannung direkt proportional zu der Frequenz  $\omega$ .

## 2.4 Schmitt-Trigger

Der Schmitt-Trigger ist ein prominentes Beispiel einer Schaltung, die mit einer sogenannten Mitkopplung arbeitet. Wie in Abbildung 6 zu sehen ist, wird das Ausgangssignal auf den nicht-invertierenden Eingang zurückgekoppelt. Hierbei soll das Ausgangssignal dem Eingang nicht entgegenwirken, sondern diesen verstärken. Dies ermöglicht der Schaltung die Eigenschaften eines Schalters. Das bedeutet, dass der Operationsverstärker bei einem gewissen Eingangswert schlagartig die Ausgangsspannung von einem Zustand in einen anderen kippen lässt. Dies ist der sogenannte Schwellenwert

$$U_+ = \frac{R_1}{R_p} U_B. \quad (15)$$

Wird der Wert  $U_+$  überschritten, springt  $U_A$  auf  $+U_B$ ; ebenfalls springt  $U_A$  auf  $-U_B$ , wenn der Schwellenwert von  $-\frac{R_1}{R_p} U_B$  unterschritten wird.



**Abbildung 6:** Schematische Darstellung eines Schmitt-Triggers mit den Mitkopplungswiderständen  $R_1$  und  $R_p$  [anleitung].

## 3 Durchführung

Die in Kapitel 2 genannten Schaltungen werden nach ihren Schaltplänen aufgebaut und folgende Experimente durchgeführt:

- Bei der Schaltung des invertierenden Verstärkers wird eine Sinusspannung am Eingang angelegt und mit der Ausgangsspannung auf ein Oszilloskop gegeben. Die Verstärkung wird nun auf ihre Frequenzabhängigkeit und Phasenverschiebung hin untersucht. Dies wird für drei Widerstandskombinationen wiederholt.
- Bei dem Integrator und dem Differentiator wird mithilfe eines Signalgenerators die Art der Eingangsspannung zwischen Sinus-, Dreiecks- und Rechtecksspannung

variiert. Die Funktionsweise der Schaltung sowie die Reaktion auf die verschiedenen Formen der Eingangsspannung wird mithilfe des Oszilloskops untersucht. Weiterhin soll ebenso die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung untersucht werden.

- Für eine Schmitt-Trigger-Schaltung soll der Schwellwert der Kippschaltung bestimmt werden. Die Untersuchung erfolgt mit der auf das Oszilloskop gegebenen Ausgangsspannung und einer langsam erhöhten Eingangsspannung.

## 4 Auswertung

### 4.1 Untersuchung des Linearverstärkers

In diesem Teil der Auswertung soll das Verhalten der Verstärkung eines invertierenden Linearverstärkers untersucht werden. Hierzu werden vier Aufbauten mit unterschiedlichen Widerstandskombinationen vermessen. Der Aufbau erfolgt nach Abbildung 3 mit den folgenden Widerstandspaaren aus Tabelle 1. Der Verstärkungsfaktor  $V_{\text{ideal}}$  rein aus dem Widerstandsverhältnis für einen idealen Operationsverstärker wird zum Vergleich der erhaltenen Messdaten nach (8) berechnet; das negative Vorzeichen ergibt sich aus dem invertierenden Verhalten des Verstärkers. Gemessen wurde die Ausgangsspannung  $U_A$  in

	$R_1$ [k $\Omega$ ]	$R_N$ [k $\Omega$ ]	Verstärkungsfaktor $V_{\text{ideal}}$
Verstärker 1	100	10	$-1/10$
Verstärker 2	100	1	$-1/100$
Verstärker 3	10	0,5	$-1/20$
Verstärker 4	10	33	$-3,3$

**Tabelle 1:** Widerstandsparameter der äußeren Beschaltung  $R_1$  und  $R_2$  der Grundsaltung des invertierenden Verstärkers mit der daraus berechneten Verstärkung  $V_{\text{ideal}}$ .

Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$ . Ermittelt werden soll die Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$ , bei der die Verstärkung auf einen Faktor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  abgefallen ist. Die Verläufe der Verstärkung für die vier Widerstandspaare sind in den Abbildungen 7, 8, 9 und 10 zusehen.

Für die Verstärker 1, 2 und 3 ist der Absolutbetrag des Logarithmus des Spannungsverhältnis  $\frac{U_A}{U_1}$  verwendet worden, da hier eine Verstärkung  $|V'| < 1$  vorliegt, sodass der direkte Vergleich mit dem Graphen des Verstärkers 4 nicht ohne Weiteres möglich ist. Des Weiteren ist darüber möglich, die Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  direkt zu berechnen, ohne den Definitionsbereich des Logarithmus zu überschreiten. Die Annahme, dass die Verstärkung direkt proportional zum Verhältnis der Widerstände der äußeren Beschaltung ist, rührt aus der Betrachtung des Operationsverstärkers als ideales Bauteil, sodass sich die Verstärkung nach (8) ergibt.

Für alle vier Beschaltungen wird eine Eingangsspannung von  $U_1 = 3 \text{ V}$  verwendet. Zur Bestimmung der Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  und des Verstärkung-Bandbreite-Produkts  $V_0 \nu_{\text{Grenz}}$  wird zunächst der konstante Verlauf der experimentellen Kennlinie untersucht. Aufgrund des anzunehmenden konstanten Wertes, wird jeweils der Mittelwert der in den Graphen



als orange eingezeichneten Messwerte  $\bar{V}_0$  gebildet. Für die Bestimmung der Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  wird eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$f(x) = mx^b \quad (16)$$

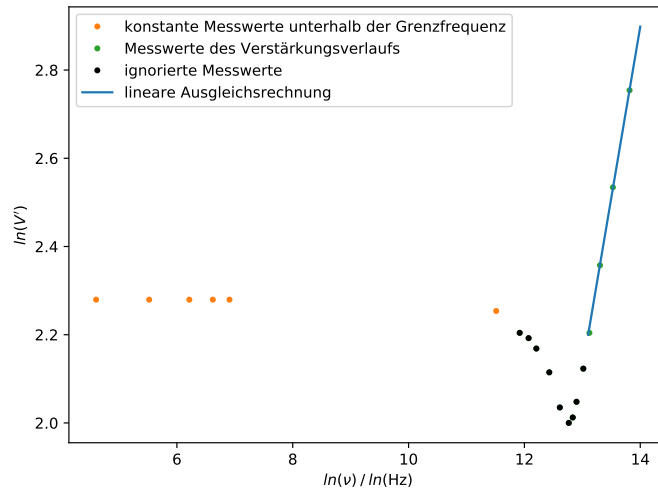
erstellt, um die Steigung des doppellogarithmischen Plots zu bestimmen. Hierüber lässt sich mittels

$$\nu_{\text{Grenz}} = \exp(\ln(V_0/\sqrt{2}) - b/m) \quad (17)$$

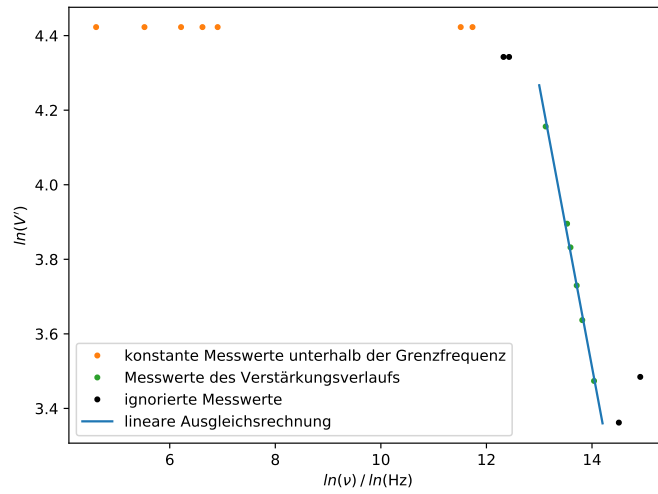
die Grenzfrequenz bestimmen sowie schließlich das Verstärkung-Bandbreite-Produkt  $V' \nu_{\text{Grenz}}$ , welches im Idealfall konstant sein soll. Die erhaltenen Ausgleichswerte sowie die daraus bestimmten Kenngrößen sind in Tabelle 2 zu finden. Aufgrund des Verlaufs des Graphen in Abbildung 7, für den der Verstärkungsteil auch nach Betragsbildung nicht eindeutig zugeordnet werden kann, bleibt dieser als weiterer Vergleichswert fragwürdig.

	$m [\frac{1}{\ln(\text{Hz})}]$	$b$	$\ln(\bar{V}_0)$	$\nu_{\text{Grenz}} [\text{Hz}]$	GBP [Hz] ( $V_0 \nu_{\text{Grenz}}$ )
Verstärker 1	$0,776 \pm 0,008$	$-7,97 \pm 0,10$	2,275	$(5,3 \pm 0,9) \cdot 10^4$	$(1,21 \pm 0,21) \cdot 10^5$
Verstärker 2	$-0,756 \pm 0,028$	$14,1 \pm 0,4$	4,423	$(2,8 \pm 2,3) \cdot 10^7$	$(1,2 \pm 1,0) \cdot 10^8$
Verstärker 3	$-0,248 \pm 0,009$	$4,69 \pm 0,07$	2,989	$(8,0 \pm 6,0) \cdot 10^6$	$(2,5 \pm 1,6) \cdot 10^7$
Verstärker 4	$-0,815 \pm 0,010$	$8,86 \pm 0,11$	0,143	$(8,8 \pm 1,9) \cdot 10^5$	$(1,25 \pm 0,27) \cdot 10^5$

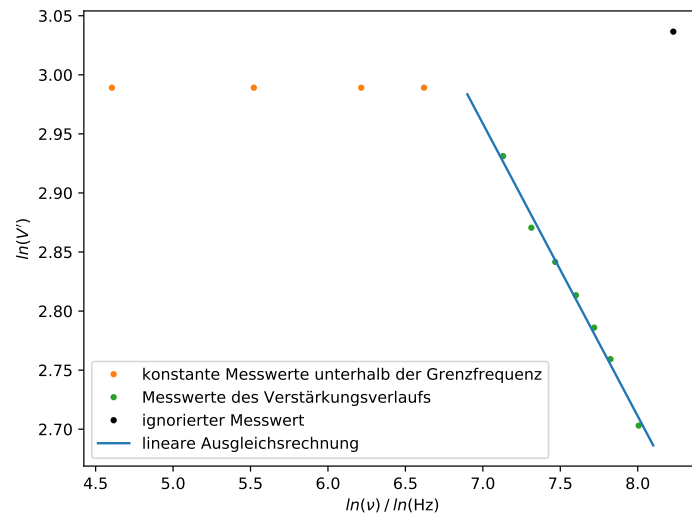
**Tabelle 2:** Ergebnisse der linearen Ausgleichsrechnung und der mittels dieser berechneten Werte der Grenzfrequenz  $\nu_{\text{Grenz}}$  und des Verstärkung-Bandbreite-Produkts GBP.



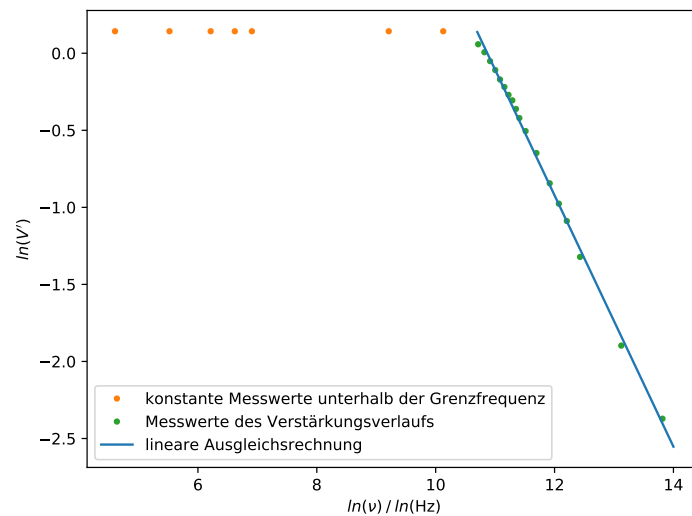
**Abbildung 7:** Graphischer Verlauf des Verstärkungsfaktors  $V'$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$  in doppellogarithmischer Darstellung für den ersten beschalteten Linearverstärker. Die als konstant anzunehmenden Messwerte sind orangefarben markiert worden; die des Verstärkungsverlaufs grün. Für die Auswertung ignorierte Messwerte sind schwarz gezeichnet. Die in blau gezeichnete lineare Ausgleichsrechnung soll die Verstärkung annähern.



**Abbildung 8:** Graphischer Verlauf des Verstärkungsfaktors  $V'$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$  in doppellogarithmischer Darstellung für den zweiten beschalteten Linearverstärker. Die als konstant anzunehmenden Messwerte sind orangefarben markiert worden; die des Verstärkungsverlaufs grün. Für die Auswertung ignorierte Messwerte sind schwarz gezeichnet. Die in blau gezeichnete lineare Ausgleichsrechnung soll die Verstärkung annähern.

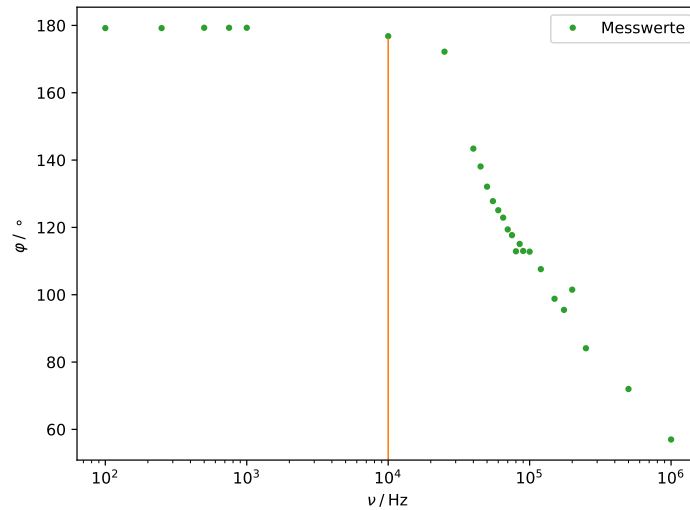


**Abbildung 9:** Graphischer Verlauf des Verstärkungsfaktors  $V'$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$  in doppellogarithmischer Darstellung für den dritten beschalteten Linearverstärker. Die als konstant anzunehmenden Messwerte sind orangefarben markiert worden; die des Verstärkungsverlaufs grün. Für die Auswertung ignorierte Messwerte sind schwarz gezeichnet. Die in blau gezeichnete lineare Ausgleichsrechnung soll die Verstärkung annähern.



**Abbildung 10:** Graphischer Verlauf des Verstärkungsfaktors  $V'$  in Abhängigkeit der Frequenz  $\nu$  in doppellogarithmischer Darstellung für den vierten beschalteten Linearverstärker. Die als konstant anzunehmenden Messwerte sind orangefarben markiert worden; die des Verstärkungsverlaufs grün. Die in blau gezeichnete lineare Ausgleichsrechnung soll die Verstärkung annähern.

Für den nächsten Schritt wird die gemessene Phase zwischen der Eingangs- und der Ausgangsspannung  $\varphi$  gegen die eingestellte Frequenz  $\nu$  aufgetragen. Hierdurch soll die Phasenverschiebung zwischen den beiden Signalen bei ändernder Frequenz untersucht werden. Zu sehen ist dieser Verlauf in Abbildung 11. Erkennbar ist, dass die beiden Signale bei niedrigen Frequenzen einer Phasenverschiebung um  $180^\circ$  unterliegen; Mit steigender Frequenz wird diese abgebaut. Durch Augenmaß kann hier eine kritische Frequenz von 10 kHz bestimmt werden.



**Abbildung 11:** Phasenverschiebung zwischen der Ausgangs- und der Eingangsspannung  $\varphi$  in Abhängigkeit der eingestellten Frequenz  $\nu$ . Es zeigt sich eine anfängliche Verschiebung um  $180^\circ$ , die nach etwa 10 kHz abnimmt. Diese Grenze ist durch eine orangefarbene Linie gekennzeichnet.

## 4.2 Untersuchung des Umkehr-Integrators und Differentiators

Es wird untersucht in welchem Bereich die theoretischen Zusammenhänge zwischen Ausgangsspannung und Frequenz erfüllt sind. Hierzu wird erneut die Ausgangsspannung für beide Aufbauten doppeltlogarithmisch gegen die Frequenz aufgetragen und die Steigung der auftretenden Gerade durch einen Fit ermittelt. Die Messwerte sowie die Ausgleichskurven sind in den Abb.4 und Abb.5 dargestellt. Für beide Schaltungen wurde ein Kondensator mit einer Kapazität von  $F = 0,015 \mu\text{F}$  und ein Widerstand mit  $R = 10 \text{ k}\Omega$  genutzt. Für die Fitfunktion der Form:

$$\log(U_A) = m \cdot \log(\nu) + b, \quad (18)$$

ergeben sich die Parameter:

Umkehr-Differentiator:

$$m = -0,81 \pm 0,02$$

$$b = 5,18 \pm 0,06$$

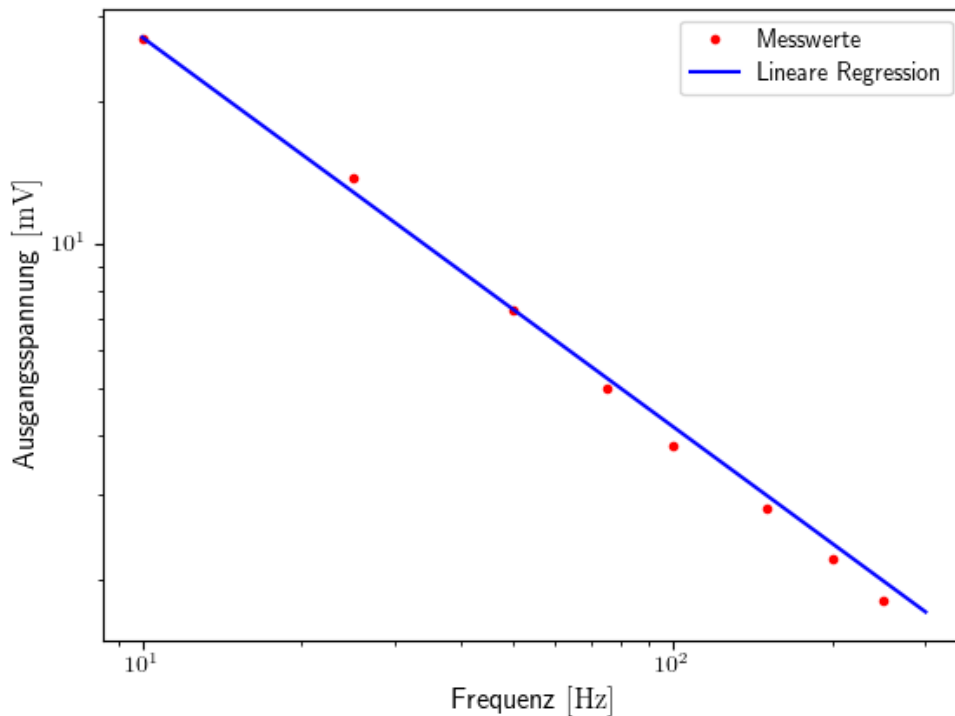
Umkehr-Integrator:

$$m = 1,01 \pm 0,03$$

$$b = -0,6 \pm 0,2$$

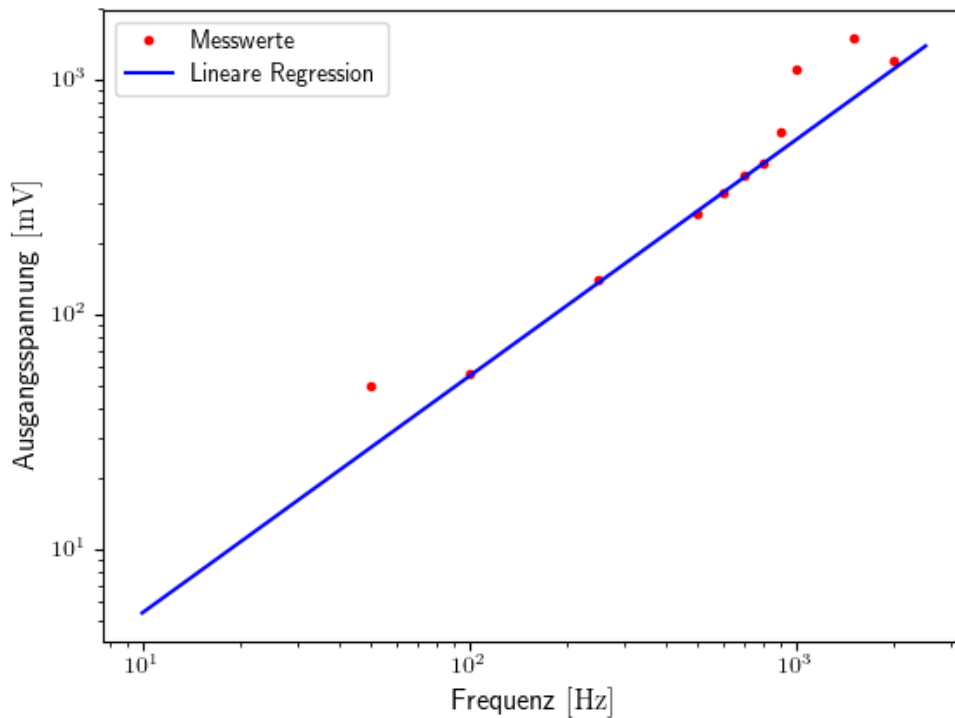
(19)

Für den Umkehr-Differentiator ist festzustellen, dass der erwartete Zusammenhang



**Abbildung 12:** Die aufgenommenen Messwerte des Umkehr-Integrators mit linearer Regression

zwischen Ausgangsspannung und Frequenz nur zwischen ca. 100 Hz – 800 Hz vorliegt. Beim Umkehr-Integrator hingegen findet sich kein Bereich in welchem der theoretische Verlauf nicht erfüllt wird. Die integrierenden und differentierenden Eigenschaften der Schaltungen sind in den folgenden Oszilloskopbildern gut zu erkennen, hierbei ist das Eingangssignal stets gelb und das Signal der Schaltung grün.



**Abbildung 13:** Die aufgenommenen Messwerte des Umkehr-Differentiators mit linearer Regression

### 4.3 Der Schmitt-Trigger

Die technischen Daten des Aufbaus des Schmitt-Triggers sind:

$$\begin{aligned}
 U_{B,+} &= 12,75 \text{ V} \\
 U_{B,-} &= -13,8 \text{ V} \\
 R_1 &= 10 \text{ k}\Omega \\
 R_p &= 33 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

Mit (15) ergibt sich dann ein theoretischer Umschlagpunkt von

$$U_{+, \text{theo}} = 3,86 \text{ V} \quad (20)$$

Der gemessene Schwellwert liegt bei

$$U_+ = 4,15 \text{ V} \quad (21)$$

Es liegt somit eine Abweichung von ca. 7% vor.

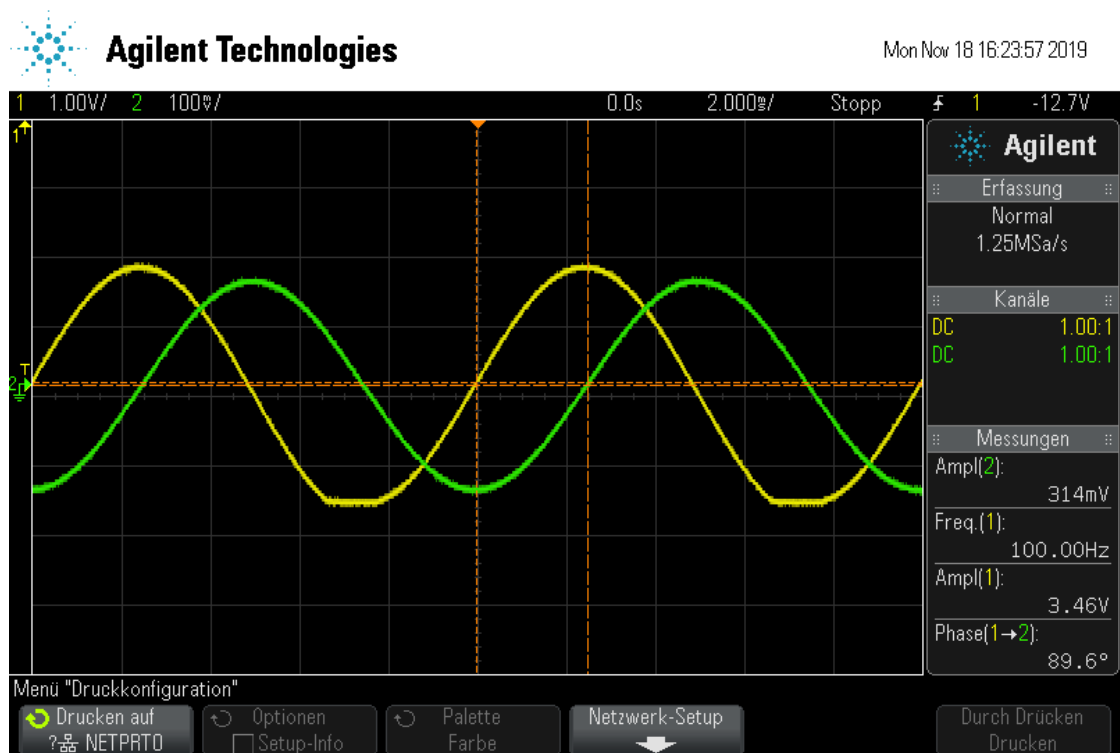


Abbildung 14: Integrierte Sinusspannung

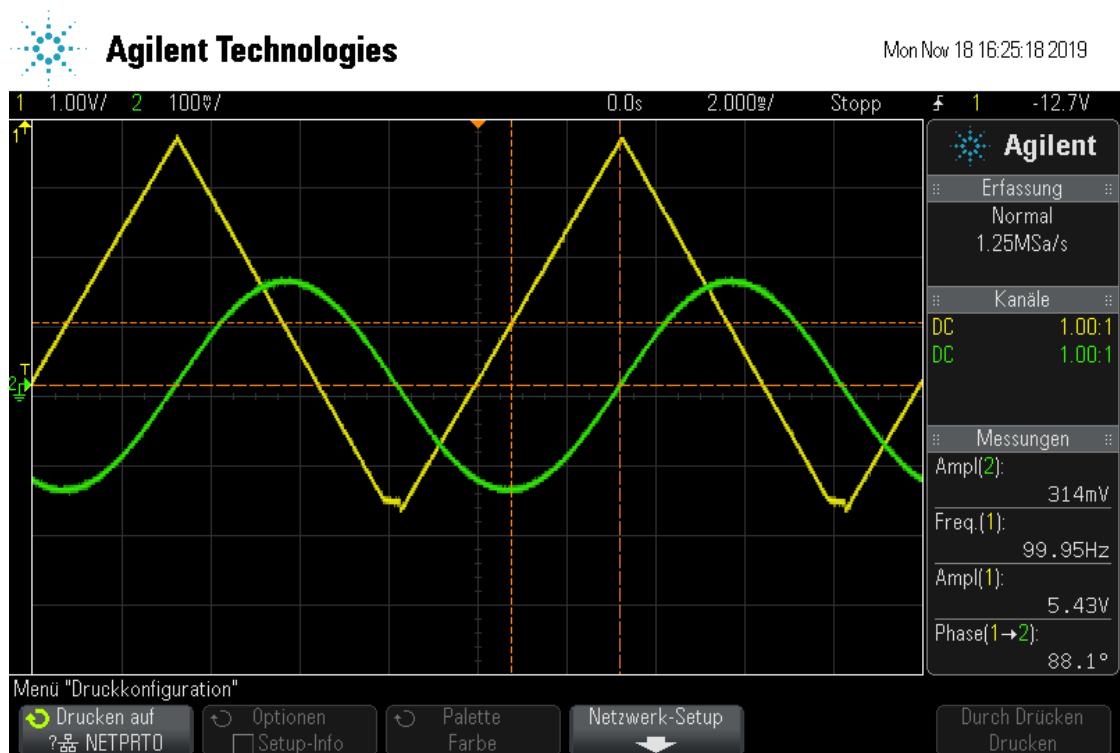


Abbildung 15: Integrierte Dreiecksspannung



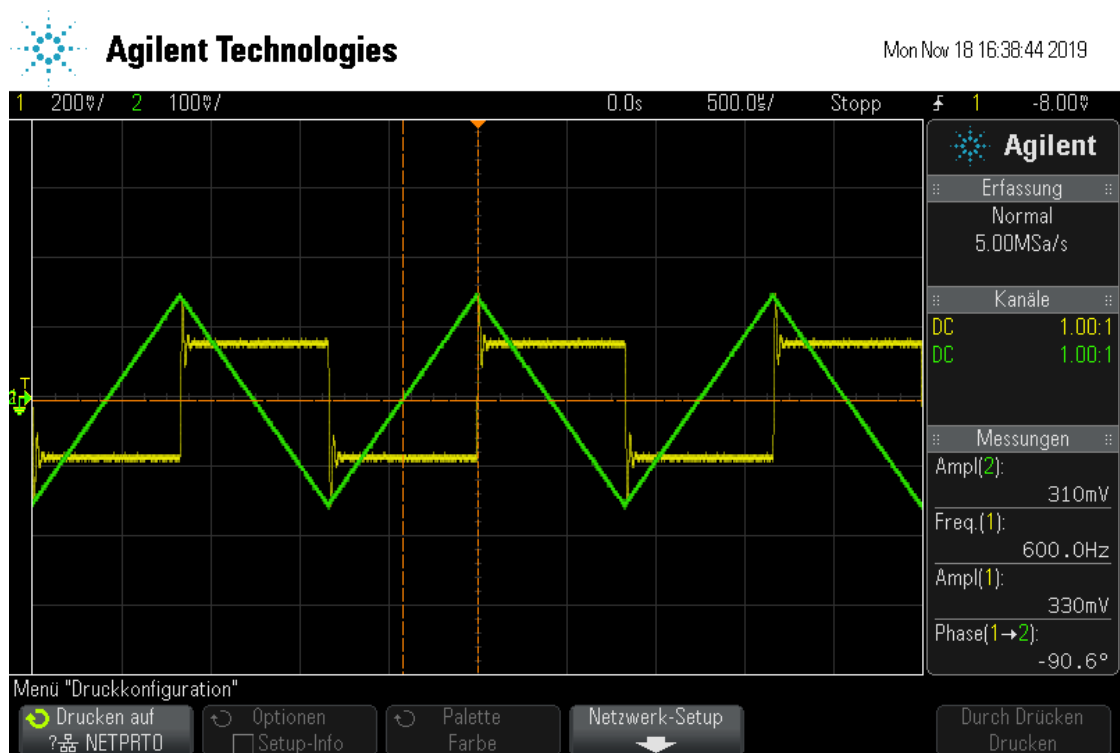


Abbildung 16: Integrierte Rechtecksspannung

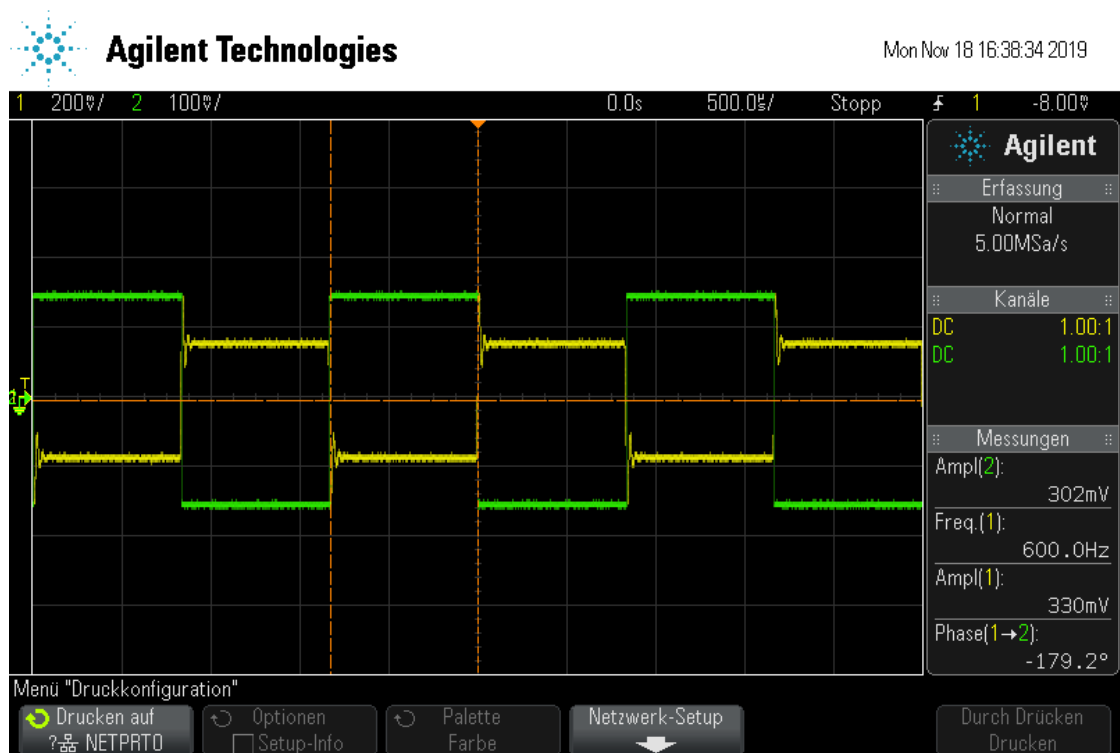


Abbildung 17: Differenzierte Rechtecksspannung

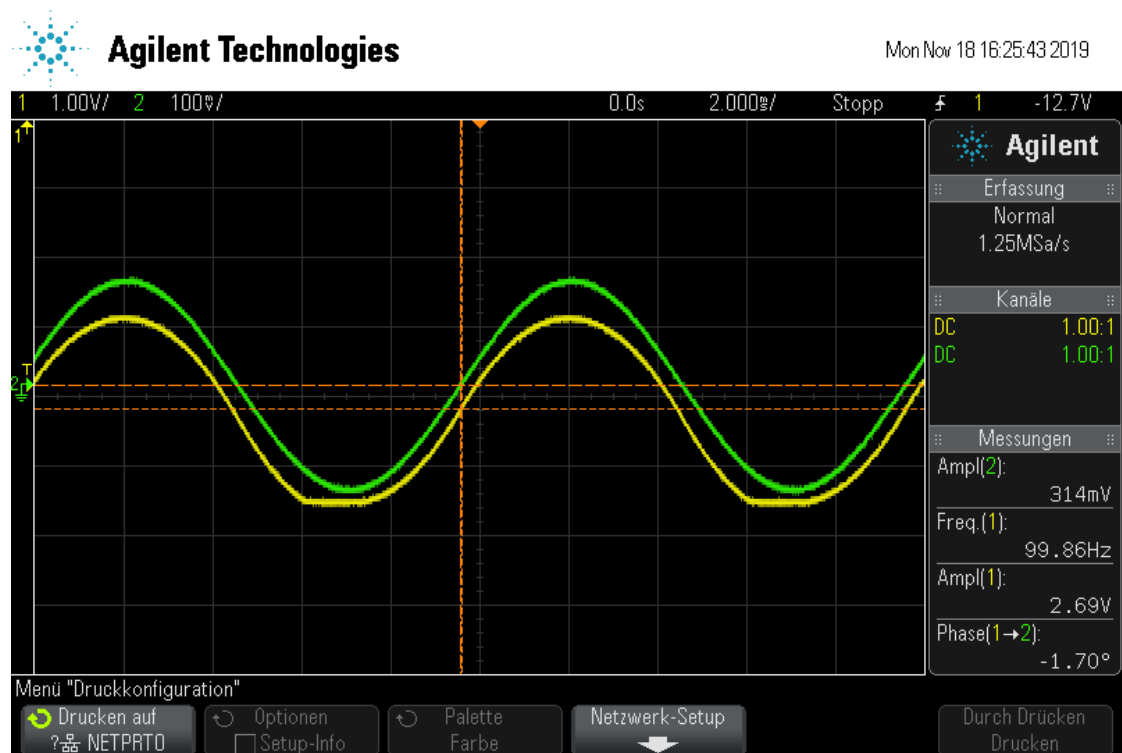


Abbildung 18: Differenzierte Sinusspannung

## 5 Diskussion

Die Auswertung ergibt insgesamt eine gute Übereinstimmung mit den erwarteten Werten, so zeigen die verschiedenen Thermodrucke beispielsweise deutlich die integrierenden und differentierenden Eigenschaften der Schaltungen. Auch beim Schmitt-Trigger ist die Abweichung zum theorie Wert mit 7% gering. Für drei der Linearverstärker tritt der erwartete Zusammenhang zwischen Verstärkung und Frequenz auf, während beim vierten aus unbekannten Gründen ein anomaler Verlauf auftritt.

Es ist anzumerken, dass durch unbekannte Gründe der Aufbau nach Vermessung des Schmitt-Triggers nicht mehr korrekt betrieben werden konnte, sodass die letzten Versuchsabschnitte nicht durchgeführt werden konnten.