Durchführung: 25.11.2019
1. Abgabe: XX.XX.2019

Praktikumsprotokoll V46

Faraday-Effekt

Anneke Reinold[1],
Paul-Simon Blomenkamp[2]

---

[1]anneke.reinold@tu-dortmund.de
[2]paul-simon.blomenkamp@tu-dortmund.de

1 Einleitung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der effektiven Massen von Kristallelektronen in GaAs durch ausnutzen des Faraday-Effekts. Hierzu wird der Winkel Θ um den die Polarisationsebene von linearpolarisierten Licht beim Faraday-Effekt gedreht wird bestimmt.

2 Theorie

2.1 Von Bändern und Massen

Die physikalische Beschreibung von ELektronen in einem Kristall lässt sich am besten durch die Betrachtung der unteren Bandkante des Leitungsbandes annähern. Es lässt sich dann die Elektronenenergie $\epsilon(\vec{k})$, wobei $\vec{k}$ der Wellenzahlvektor ist, in einer Taylorreihe zu:

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon\,(0) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial\epsilon^2}{\partial k_i^2}\right)_{k=0} k_i^2 + \dots\,, \tag{1}$$

entwickeln. Vergleicht man dies mit einem harmonischen Oszillator mit

$$\epsilon = \frac{\hbar k^2}{2m}\,, \tag{2}$$

so stellt man fest, dass die Größe:

$$m_i^* := \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial\epsilon^2}{\partial k_i^2}\right)_{k=0}}\,, \tag{3}$$

die Dimension einer Masse hat. Sie wird auch als effektive Masse des Kristallelektrons bezeichnet. Für hinreichend hohe Symmentrien des Kristalls sind die einzelnen m_i^* alle gleich groß und das Elektron lässt sich wie ein freies Teilchen mit Masse m_i^* behandeln.

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

Optische Doppelbrechung bezeichnet die Rotation der Polarisationsebene von lineapolarisiertem Licht beim durchqueren eines Mediums. Physikalisch lässt sich dieses Phänomen nachvollziehen, indem man linearpolarisiertes Licht in zwei entgegengesetzt zirkularpolarisierte Komponenten zerlegt

$$E(z) = \frac{1}{2}(E_\mathrm{L}(z) + E_\mathrm{R}(z))\,. \tag{4}$$

In einem doppeltbrechenden Kristall ist es nun so, dass die Phasengeschwindigkeiten für rechts- und linkszirkularpolarisiertes Licht unterschiedlich ist, was zur Polarisationsdrehung um den Winkel Θ führt. Für eine Welle welche an bei $z = 0$ eintritt und in x-Richtung polarisiert ist

$$E(0) = E_0\vec{x}_0\,, \tag{5}$$

lässt sich mit

$$\psi := \frac{1}{2}\left(k_{\mathrm{R}}\right) + k_{\mathrm{L}}) \tag{6}$$

und

$$\Theta := \frac{1}{2}\left(k_{\mathrm{R}}\right) - k_{\mathrm{L}}) \tag{7}$$

zeigen, dass sie sich nach einer Länge L durch

$$E(L) = E_0 \exp \mathrm{i}\psi \left(\cos(\Theta)\vec{x_0} + \sin(\Theta)\vec{y_0}\right) , \tag{8}$$

beschreiben lässt.
Die Ursache des doppeltbrechenden Verhaltens einiger Kristalle liegt in induzierten Dipolen im Kristall, welche durch das Feld der Strahlung erzeugt werden. Diese Verursachen eine makroskopische Polarisierung $\vec{P}$ des Kristalls

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \,, \tag{9}$$

wobei ϵ_0 die Influenzkonstante und χ die dieelektrische Suszeptibilität ist. Für anisotrope Kristalle ist χ ein Tensor der Form

$$\chi = \begin{bmatrix} \chi_{\mathrm{xx}} & \chi_{\mathrm{xy}} & \chi_{\mathrm{xz}} \\ \chi_{\mathrm{yx}} & \chi_{\mathrm{yy}} & \chi_{\mathrm{yz}} \\ \chi_{\mathrm{zx}} & \chi_{\mathrm{zy}} & \chi_{\mathrm{zz}} \end{bmatrix} . \tag{10}$$

Während bei χ sich in vielen Fällen diagonalisieren lässt, treten für doppeltbrechende Materialien nicht-diagonale Elemente auf, welche komplex konjugiert zueinander sind.

$$\chi = \begin{bmatrix} \chi_{\mathrm{xx}} & \mathrm{i}\chi_{\mathrm{xy}} & 0 \\ \mathrm{i}\chi_{\mathrm{yx}} & \chi_{\mathrm{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\mathrm{zz}} \end{bmatrix} . \tag{11}$$

Durch lösen der Wellengleichung für eine ebene Welle in $\vec{z}$-Richtung lässt sich zeigen, dass die Wellenzahl für doppeltbrechende Medien nur die Werte

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{\mathrm{c}}\sqrt{(1 + \chi_{\mathrm{xx}}) \pm \chi_{\mathrm{xy}}} \tag{12}$$

annehmen kann, wobei ω die Kreisfrequenz ist. Daraus folgt, dass zwei Phasengeschwindigkeiten möglich sind: Eine für rechtszirkularpolarisiertes und eine für linkszirkularpolarisiertes Licht

$$v_{\mathrm{Ph_R}} = \frac{\mathrm{c}}{\sqrt{1 + \chi_{\mathrm{xx}} + \chi_{\mathrm{xy}}}} \quad \text{und} \quad v_{\mathrm{Ph_L}} = \frac{\mathrm{c}}{\sqrt{1 + \chi_{\mathrm{xx}} - \chi_{\mathrm{xy}}}} . \tag{13}$$

Nach (7) ist es dann möglich den Drehwinkel mit

$$\theta \approx \frac{\mathrm{L}\omega}{2\mathrm{c}n}\chi_{\mathrm{xy}} \tag{14}$$

zu bestimmen, wobei n der Brechungsindex ist.

2.3 Der Faraday-Effekt

Der Faraday-Effekt beschreibt das Erzeugen von Doppelbrechung in einem an sich optisch inaktiven Medium durch das Anlegen eines äußeren Magnetfelds. Das Magnetfeld beeinflusst die Kristallelektrone, sodass die Bewegungsgleichung durch

$$m\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} + K\vec{r} = -\mathrm{e}_0\left(\vec{E}(r) + \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\times\vec{B}\right) \tag{15}$$

gegeben ist. Hierbei ist $\vec{r}$ die Auslenkung eines Elektrons aus dem Gleichgewicht, K eine Bindungskonstante zur Umgebung, m die Masse, e_0 die Ladung und $\vec{E}$ die Feldstärke. Unter der Annahme, dass für die Feldstärke gilt $E\ \exp -\mathrm{i}\omega t$ und mit der Polarisation $\vec{P} = -N\mathrm{e}_0\vec{r}$, wobei N die Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit ist, wird aus der Bewegungsgleichung

$$-m\omega^2\vec{P} + K\vec{P} = \mathrm{e}_0^2 N\vec{E} + i\mathrm{e}_0\omega\vec{P}\times\vec{B}\,. \tag{16}$$

Bei Betrachtung eines in z-Richtung liegenden Magnetfelds stellt sich heraus, dass der Suszeptibilitätstensor nicht-diagonale Elemente enthält die komplex konjugiert zueinander sind. Es lässt sich zeigen, dass der Drehwinkel der auftretenden Doppelbrechung durch

$$\theta = \frac{\mathrm{e}_0^3\omega^2 NBL}{2\epsilon_0 c m^2\left((-\omega^2 + K/m)^2 - \left(\frac{\mathrm{e}_0}{m}B\omega\right)^2\right)n} \tag{17}$$

beschrieben wird. Der Faktor $\sqrt{K/m}$ lässt sich als Resonanzfrequenz ω_0 definieren und $\frac{B\mathrm{e}_0}{m}$ als Zyklotron-Frequenz ω_c. Für ein System bei welchem die Messfrequenz viel kleiner als ω_0 ist und $\omega_0 > \omega_c$ ist gilt:

$$\theta(\lambda) = \frac{2\pi^2\mathrm{e}_0^3 c}{\epsilon_0}\frac{1}{m^2}\frac{1}{\lambda^2\omega_0^4}\frac{NBL}{n} \tag{18}$$

Ersetzt man die Elektronenmasse m durch die effektive Masse m^* so lassen die Kristallelektronen sich wie freie Teilchen behandeln und (18) vereinfacht sich zu

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{\mathrm{e}_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3}\frac{1}{m^{*2}}\lambda^2\frac{NBL}{n} \tag{19}$$

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der genutzte Versuchsaufbau ist in Abb.**??** dargestellt. Die Lichtquelle des Aufbaus ist eine Halogen-Lampe, welche ein Spektrum hat das größtenteils im Infrarot bereich liegt. Das emittierte Licht wird durch eine Linse gebündelt und durch einen Lichtzerhacker in Pulse eingeteilt. Die Lineapolarisierung des Lichts erfolgt durch ein Glan-Thompson-Prisma, dessen Winkel zum Strahl durch ein Goniometer variiert werden kann. Die Photonen treffen danach auf die scheibenförmige Probe, welche in einem Elektromagneten mit Feldrichtung parallel zur Photonenrichtung platziert ist. Hinter der Probe befindet sich eine Halterung für austauschbare Interferenzfilter. Zur Untersuchung der Rotation der Polarisationsebene wird die Strahlung mit einem zweiten Glan-Thompson-Prisma in zwei senkrecht zueinander polarisierte Teile zerlegt und die Teilstrahle werden erneut durch Linsen gebündelt und die Lichtintensität wird mitel Photowiderständen gemessen. Die hohe Rauschspannung welche an den Photowiderständen auftritt wird durch die Wechsellichtmethode, welche durch den Lichtzerhacker und einen auf die Frequenz des Zerhackers eingestellten Selektivverstärker gegeben ist, verhindert. Die am Photowiderstand wird an Kondensatoren ausgegekopplet, wobei die Zeitkonstante von einem der Kondensatoren variabel ist. Die Signale beider Photowiderstände werden aufeinen Differenzverstärker gegeben und von dort in den Selektivverstärker. Das Signal des Selektivverstärkers wird an einem Oszilloskop angezeigt.

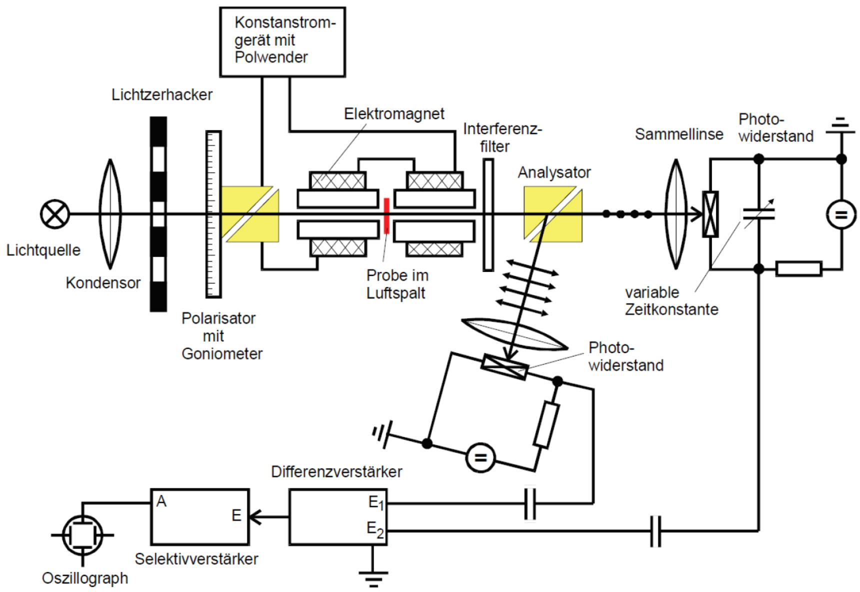

Abbildung 1: Schematische Darstellung des genutzten Versuchsaufbaus [**anleitung**].

3.2 Versuchsdurchführung

3.2.1 Justierung

Zu Beginn des Versuchs muss der Aufbau justiert werden. Hierzu werden Probe, Interferenzfilter und die Abdeckungen der Photowiderstandgehäuse entfernt. Der Strahlenganz des Lichts wird überprüft und es wird getestet ob die Veränderungen am Goniometer die erwarteten Intensitätschwankungen an den Teilstrahlen verursachen.
Anschließend kann der Lichtzerhacker eingeschaltet und auf eine Frequenz von 450Hz

gestellt werden. Die Mittenfrequenz des Selektivverstärkers wird auf auf den Zerhacker angepasst indem man das Signal eines Photowiderstands am Differenzverstärker gegen ein "Ground"-Signal schaltet und das resultierende Signal in den Selektivverstärker gibt. Die Frequenz des Selektivverstärkers wird solange variiert bis man ein maximales Signal bekommt.

3.2.2 Messung

Zur Bestimmung des Drehwinkels wird eine Probe und ein Interferenzfilter in den Aufbau eingesetzt und es wird der Elektromagnet auf die maximale Leistung eingestellt. Mittels des Goniometers wird die Intensität der Teilstrahlen so eingestellt, dass das Signal am Oszilloskop Null wird. Ist dies erreicht so wird der am Goniometer eingestellte Winkel aufgezeichnet und das B-Feld wird umgepolt. Nun werden erneut die beiden Teilstrahlen abgeglichen und der eingestellte Winkel aufgezeichnet. Die Messung wird für Drei Proben und Neun Interferenzfilter durchgeführt. Abschließen wird noch die Stärke des B-Feldes mit einer Halls-Sonde bestimmt.

4 Auswertung

5 Diskussion