## Problemas de integración. Teorema fundamental del cálculo.

1. Hallar las integrales definidas siguientes:

a) 
$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \, dx$$
.

b) 
$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^6 + 4}} dx$$
.

c) 
$$\int_{0}^{1} \frac{e^{x}}{1 + e^{2x}} dx$$

d) 
$$\int_0^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$$

c)  $\int_{0}^{1} \frac{e^{x} + 4}{1 + e^{2x}} dx.$ d)  $\int_{0}^{e} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$ 2. Resolver las integrales siguientes haciendo un cambio de variable adecuado:

a) 
$$\int_{0}^{4} \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$$

b) 
$$\int_{0}^{\ln 5} \frac{e^{x}\sqrt{e^{x}-1}}{e^{x}+3} dx$$

a)  $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$ .
b)  $\int_0^{\ln 5} \frac{\mathrm{e}^x \sqrt{\mathrm{e}^x - 1}}{\mathrm{e}^x + 3} dx$ .
3. Resolver las integrales siguientes usando la técnica de integración por partes:

a) 
$$\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx$$
.

b) 
$$\int_0^{2\pi} e^{-ax} \sin(bx) dx$$
, con  $a > 0$ .

c) 
$$\int_{1}^{e} x^{n} \cdot \ln x \, dx$$
, con  $n \in \mathbb{N}$ .

d) 
$$\int_0^2 x^3 \cdot \arctan x \, dx$$
.

4. Hallar los extremos relativos de la función siguiente:

$$f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt, \ x > 0.$$

5. Calcular las derivadas de las funciones siguientes:  
a) 
$$f_1(x) = \int_1^{\ln(x^2+1)} e^t dt$$
.

b) 
$$f_2(x) = \int_{x}^{10} \sqrt{1+t^4} dt$$
.

c) 
$$f_3(x) = \int_{1/x}^{3\sqrt{x}} \cos t^2 dt$$
.