

Ejercicios resueltos de derivación. 2a parte.

Juan Gabriel Gomila, Arnau Mir y Llorenç Valverde

Ejercicio 1

- a) Desarrollar la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1+x}}$ en desarrollo de MacLaurin de grado n dando el error cometido.
- b) Dar una estimación de $\frac{1}{\sqrt[4]{1.1}}$ con 4 valores exactos.

Solución

Apartado a).

Solución

Apartado a).

En los apuntes vimos que el desarrollo de Taylor de la función $f(x) = (x + C)^\alpha$ alrededor de $x = x_0$ era:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \binom{\alpha}{k} \cdot (x_0 + C)^{\alpha-k} \cdot (x - x_0)^k,$$

donde $\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha \cdot (\alpha-1) \cdots (\alpha-k+1)}{k!}$.

Solución

En nuestro caso, $C = 1$, $\alpha = -\frac{1}{4}$ y $x_0 = 0$:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \binom{-\frac{1}{4}}{k} \cdot x^k,$$

Solución

En nuestro caso, $C = 1$, $\alpha = -\frac{1}{4}$ y $x_0 = 0$:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \binom{-\frac{1}{4}}{k} \cdot x^k,$$

con

$$\binom{-\frac{1}{4}}{k} = \frac{-\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4} - 1\right) \cdots \left(-\frac{1}{4} - k + 1\right)}{k!} = \frac{-\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdots \left(-\frac{(4k-3)}{4}\right)}{k!}$$