Ejercicios resueltos de derivación

Juan Gabriel Gomila, Arnau Mir y Llorenç Valverde

Definición de derivada

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2}$$

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x-2} \\ &= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+6)}{x-2} = \lim_{x\to 2} (x+6) = 8. \end{aligned}$$

Definición de derivada

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1}$$

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \end{aligned}$$

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x^2} = \frac{1+1}{1} = 2. \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \cos(\ln(\cos x)) \cdot$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\
&= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot
\end{aligned}
$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\
&= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (\cos x)' \\
&= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) \\
&= -\frac{\sin x \cdot \cos(\ln(\cos x))}{\cos x}.
\end{aligned}$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - (x^2 + \tan x)^2}}.$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2 + \tan x)' \\ &= \end{aligned}$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2+\tan x)' \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot \left(2x + \frac{1}{\cos^2 x}\right). \end{aligned}$$

Ejercicio 5

Hallar el punto(s) donde las curvas $f(x) = x^3 - 3x + 4$ y $g(x) = 3 \cdot (x^2 - x)$ son tangentes en dicho punto, es decir, que las rectas tangentes a las curvas en dicho punto son la misma. Hacer un gráfico ilustrativo.

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.

Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea (x_0, y_0) el punto a hallar.

Recta tangente

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea (x_0, y_0) el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea (x_0, y_0) el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea (x_0, y_0) el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

y la pendiente en la curva $y = g(x)$ valdrá:

Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea (x_0, y_0) el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

y la pendiente en la curva $y = g(x)$ valdrá:

$$g'(x_0) = 3 \cdot (2x_0 - 1).$$

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1),$$

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \ \Rightarrow x_0^2 = 2x_0,$$

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\Rightarrow x_0 = 0,\; x_0 = 2.$$

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\Rightarrow x_0 = 0, \; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \ \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \ \Rightarrow x_0 = 0, \ x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \quad \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \quad \Rightarrow x_0 = 0, \ x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\; \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\; \Rightarrow x_0 = 0, \;\; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.
- $x_0 = 2$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(2)$ vale $y_0 = 6$ y el valor de $g(x_0) = g(2)$ vale $g(2) = 6$.

Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

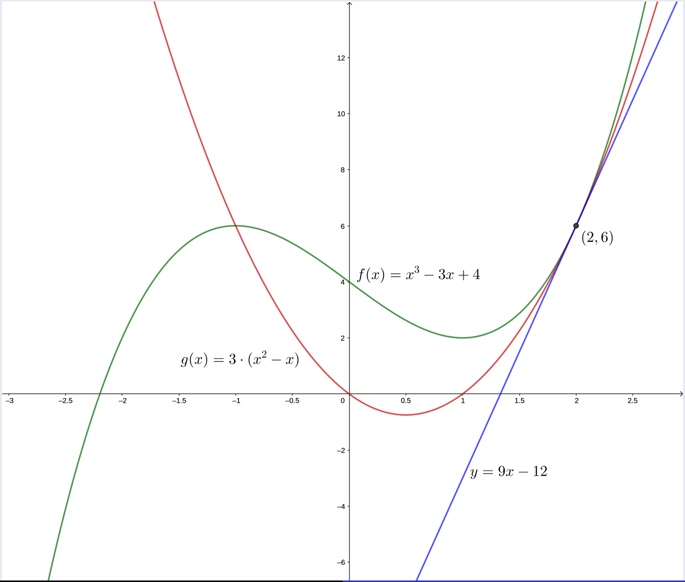
$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \ \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \ \Rightarrow x_0 = 0, \ x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.
- $x_0 = 2$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(2)$ vale $y_0 = 6$ y el valor de $g(x_0) = g(2)$ vale $g(2) = 6$.
  Como $f(2) = g(2)$, el punto $(2, 6)$ es un punto de corte donde las dos curvas son tangentes.

Recta tangente

Solución (cont.)

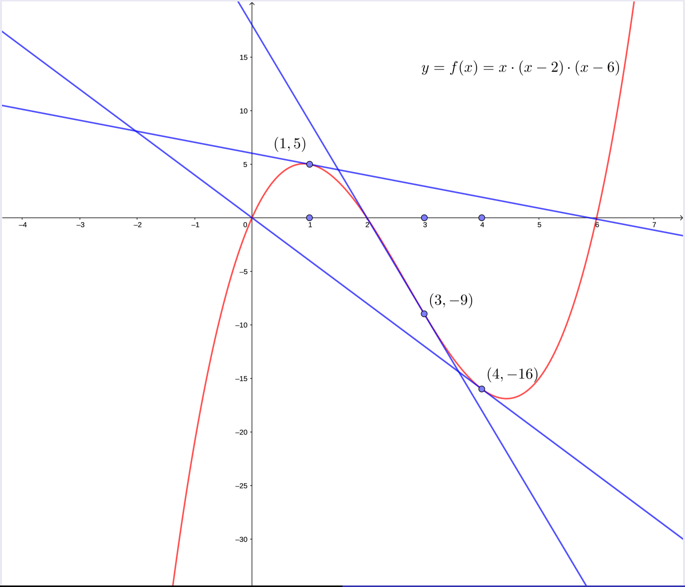


Ejercicio 6

a) La función cúbica $f(x) = x \cdot (x-2) \cdot (x-6)$ tienen tres ceros distintos: 0, 2 y 6. Dibujar f y las rectas tangentes en los puntos medios de cada par de ceros. ¿Qué se observa?

b) Consideremos ahora la función cúbica $f(x) = (x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c)$ con tres ceros a, b y c. Demostrar que la recta tangente en el punto medio de los ceros a y b interseca la curva $y = f(x)$ en el tercer cero c.

Solución


$y = f(x) = x \cdot (x-2) \cdot (x-6)$
$(1,5)$
$(3,-9)$
$(4,-16)$
15
10
5
–5
–10
–15
–20
–25
–30
–4
–3
–2
–1
0
1
2
3
4
5
6
7

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = (x-a)' \cdot (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot ((x-b) \cdot (x-c))'$$

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)' \cdot (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot ((x-b) \cdot (x-c))' \\ &= (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot (x-c+x-b) \end{aligned}$$

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)'\cdot(x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot((x-b)\cdot(x-c))' \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(x-c+x-b) \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(2x-b-c). \end{aligned}$$

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)'\cdot(x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot((x-b)\cdot(x-c))' \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(x-c+x-b) \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(2x-b-c). \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $\frac{a+b}{2}$ valdrá:

Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, a y b, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)'\cdot(x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot((x-b)\cdot(x-c))' \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(x-c+x-b) \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(2x-b-c). \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $\frac{a+b}{2}$ valdrá:

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a+b}{2}-b\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2}-c\right) \\ &\quad +\left(\frac{a+b}{2}-a\right)\cdot(a+b-b-c) \end{aligned}$$

Solución (cont.)

$$f'\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)$$

Recta tangente

Solución (cont.)

$$
\begin{aligned}
f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right)
\end{aligned}
$$

Solución (cont.)

$$\begin{aligned}
f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c-2a+2c}{2}\right)
\end{aligned}$$

Solución (cont.)

$$\begin{aligned}
f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c-2a+2c}{2}\right)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{b-a}{2}\right)=-\frac{(a-b)^2}{4}.
\end{aligned}$$

Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$y_0 \; = \; f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right)$$

Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$\begin{aligned} y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\ &= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \end{aligned}$$

Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$\begin{aligned}
y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2} - b\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\
&= \left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot\left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\
&= -\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8},
\end{aligned}$$

será:

Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$
\begin{aligned}
y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\
&= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\
&= -\frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8},
\end{aligned}
$$

será:

$$
y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0),
$$

Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$\begin{aligned} y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\ &= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\ &= -\frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8}, \end{aligned}$$

será:

$$\begin{aligned} y - y_0 &= f'(x_0) \cdot (x - x_0), \Rightarrow \\ y + \frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8} &= -\frac{(a-b)^2}{4} \cdot \left(x - \frac{a+b}{2}\right). \end{aligned}$$

Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x-\frac{a+b}{2}\right).$$

Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x - \frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c, 0)$ pasa por la curva $y = f(x)$ ya que $y = f(c) = 0$.

Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c,0)$ es un punto de corte de la curva $y=f(x)=(x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y+\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8}=-\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x-\frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c,0)$ pasa por la curva $y=f(x)$ ya que $y=f(c)=0$. Veamos que también pasa por la recta tangente.

Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x-\frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c, 0)$ pasa por la curva $y = f(x)$ ya que $y = f(c) = 0$.
Veamos que también pasa por la recta tangente.
Para ello hemos de comprobar que si sustituimos x por c en la expresión de la recta tangente, el valor de y vale 0:

Solución (cont.)

$$y \quad + \quad \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right)$$

Solución (cont.)

$$
\begin{aligned}
y &+ \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right)\\
y &= -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\frac{(2c-a-b)}{2}-\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8}
\end{aligned}
$$

Solución (cont.)

$$\begin{aligned} y &+ \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right) \\ y &= -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\frac{(2c-a-b)}{2}-\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} \\ y &= \frac{(a-b)^2}{8}\cdot(a+b-2c-a-b+2c)=0, \end{aligned}$$

tal como queríamos ver.