Ejercicios resueltos de derivación

Juan Gabriel Gomila, Arnau Mir y Llorenç Valverde

Definición de derivada

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$f'(2) = \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2}$$

Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x-2} \\ &= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+6)}{x-2} = \lim_{x\to 2} (x+6) = 8. \end{aligned}$$

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1}$$

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \end{aligned}$$

Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x^2} = \frac{1+1}{1} = 2. \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \cos(\ln(\cos x)) \cdot$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \end{aligned}$$

Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (\cos x)' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) \\ &= -\frac{\sin x \cdot \cos(\ln(\cos x))}{\cos x}. \end{aligned}$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}}.$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2 + \tan x)' \\ &= \end{aligned}$$

Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2+\tan x)' \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot \left(2x + \frac{1}{\cos^2 x}\right). \end{aligned}$$