Problemas de integrales inmediatas.

1. Calcular la siguiente integral inmediata $\int x^2 - \sin x \, dx$.

Solución

El valor de la integral será:

$$\int x^2 - \sin x \, dx = \frac{x^3}{3} + \cos x + C.$$

2. Calcular la siguiente integral inmediata $\int \mathrm{e}^{3x} + x^4 - 2\,dx$.

Solución

El valor de la integral será:

$$\int \mathrm{e}^{3x} + x^4 - 2\,dx = \frac{\mathrm{e}^{3x}}{3} + \frac{x^5}{5} - 2x + C.$$

3. Calcular la siguiente integral inmediata $\displaystyle\int 3t^2 + \frac{\ln t}{t}\, dt$.

Solución

Usando que $(\ln t)' = \frac{1}{t}$, podemos usar la expresión que dice que $\displaystyle\int f(t) \cdot f'(t)\, dt = \frac{f(t)^2}{2} + C$ y el valor de la integral será:

$$\int 3t^2 + \frac{\ln t}{t}\, dt = t^3 + \frac{(\ln t)^2}{2} + C.$$

4. Calcular la siguiente integral inmediata $\displaystyle\int \tan x - \cos x + \sin(3x)\, dx$.

Solución

Usando que $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{(\cos x)'}{\cos x}$ y que $\displaystyle\int \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx = \ln|f(x)| + C$, el valor de la integral será:

$$\int \tan x - \cos x + \sin(3x)\, dx = -\ln|\cos x| - \sin x - \frac{\cos(3x)}{3} + C.$$

5. Calcular la siguiente integral inmediata $\int \cos x \cdot \mathrm{e}^{\sin x}\, dx$.

Solución

Usando que en general $\int f'(x) \cdot \mathrm{e}^{f(x)}\, dx = \mathrm{e}^{f(x)} + C$ y que $(\sin x)' = \cos x$, el valor de la integral será:

$$\int \cos x \cdot \mathrm{e}^{\sin x}\, dx = \mathrm{e}^{\sin x} + C.$$

6. Calcular la siguiente integral inmediata $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$.

Solución

Usando que $\int f(x) \cdot f'(x) \, dt = \dfrac{f(x)^2}{2} + C$ y que $(\sin x)' = \cos x$, el valor de la integral será:

$$\int \sin x \cdot \cos x \, dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$$

7. Calcular la siguiente integral inmediata $\displaystyle\int \sec^2 x \cdot \mathrm{e}^{\tan x}\, dx$.

Solución

Usando que en general $\displaystyle\int f'(x) \cdot \mathrm{e}^{f(x)}\, dx = \mathrm{e}^{f(x)} + C$ y que $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$, el valor de la integral será:

$$\int \sec^2 x \cdot \mathrm{e}^{\tan x}\, dx = \mathrm{e}^{\tan x} + C.$$

8. Calcular la siguiente integral inmediata $\int (2x+1) \cdot (x^2+x+7)^{43}\, dx$.

Solución

Usando que en general $\int f(x)^n \cdot f'(x)\, dx = \dfrac{f(x)^{n+1}}{n+1} + C$, para n natural, $n \geq 1$, y que $(x^2+x+7)' = 2x+1$, el valor de la integral será:

$$\int (2x+1) \cdot (x^2+x+7)^{43}\, dx = \frac{(x^2+x+7)^{44}}{44} + C.$$