# Ejercicios resueltos de derivación

Juan Gabriel Gomila, Arnau Mir y Llorenç Valverde

### Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

## Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

## Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2}$$

## Ejercicio 1

Usando la definición de derivada, hallar $f'(2)$ donde $f(x) = x^2 + 4x$.

## Solución

El valor de $f'(2)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} \\ &= \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+6)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x+6) = 8. \end{aligned}$$

### Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

## Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

## Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2} - (-1)}{x - 1}$$

## Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

## Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \end{aligned}$$

# Definición de derivada

## Ejercicio 2

Usando la definición de derivada, hallar $f'(1)$ donde $f(x) = -\frac{1}{x^2}$.

## Solución

El valor de $f'(1)$ usando la definición será:

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{-\frac{1}{x^2}-(-1)}{x-1} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{1-\frac{1}{x^2}}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^2\cdot(x-1)} \\
&= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x^2} = \frac{1+1}{1} = 2.
\end{aligned}
$$

### Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

## Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

## Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \cos(\ln(\cos x)) \cdot$$

## Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \end{aligned}$$

### Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

### Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \end{aligned}$$

## Ejercicio 3

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \sin(\ln(\cos x))$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot (\ln(\cos x))' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (\cos x)' \\ &= \cos(\ln(\cos x)) \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) \\ &= -\frac{\sin x \cdot \cos(\ln(\cos x))}{\cos x}. \end{aligned}$$

## Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

### Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

### Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

## Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - (x^2 + \tan x)^2}}.$$

**Ejercicio 4**

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

**Solución**

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2+\tan x)' \\ &= \end{aligned}$$

## Ejercicio 4

Hallar $f'(x)$ donde $f(x) = \arcsin(x^2 + \tan x)$.

## Solución

Aplicando la regla de la cadena, el valor de $f'(x)$ será:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot (x^2+\tan x)' \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-(x^2+\tan x)^2}} \cdot \left(2x + \frac{1}{\cos^2 x}\right). \end{aligned}$$

## Ejercicio 5

Hallar el punto(s) donde las curvas $f(x) = x^3 - 3x + 4$ y $g(x) = 3 \cdot (x^2 - x)$ son tangentes en dicho punto, es decir, que las rectas tangentes a las curvas en dicho punto son la misma. Hacer un gráfico ilustrativo.

### Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.

Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea $(x_0, y_0)$ el punto a hallar.

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea $(x_0, y_0)$ el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

# Recta tangente

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea $(x_0, y_0)$ el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea $(x_0, y_0)$ el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

y la pendiente en la curva $y = g(x)$ valdrá:

# Recta tangente

## Solución

Como las rectas tangentes deben ser las mismas en el punto a hallar, las pendientes de dichas rectas también deben ser la misma.
Recordemos que la pendiente de la recta tangente es precisamente la derivada.
Sea $(x_0, y_0)$ el punto a hallar.
La pendiente del punto anterior en la curva $y = f(x)$ valdrá:

$$f'(x_0) = 3x_0^2 - 3,$$

y la pendiente en la curva $y = g(x)$ valdrá:

$$g'(x_0) = 3 \cdot (2x_0 - 1).$$

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1),$$

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \ \Rightarrow x_0^2 = 2x_0,$$

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\Rightarrow x_0 = 0, \; x_0 = 2.$$

# Recta tangente

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\; \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\; \Rightarrow x_0 = 0, \; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \quad \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \quad \Rightarrow x_0 = 0, \; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.

### Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\; \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\; \Rightarrow x_0 = 0, \; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \;\; \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \;\; \Rightarrow x_0 = 0,\; x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.
- $x_0 = 2$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(2)$ vale $y_0 = 6$ y el valor de $g(x_0) = g(2)$ vale $g(2) = 6$.

## Solución (cont.)

Como las pendientes deben ser iguales debe verificarse que $f'(x_0) = g'(x_0)$:

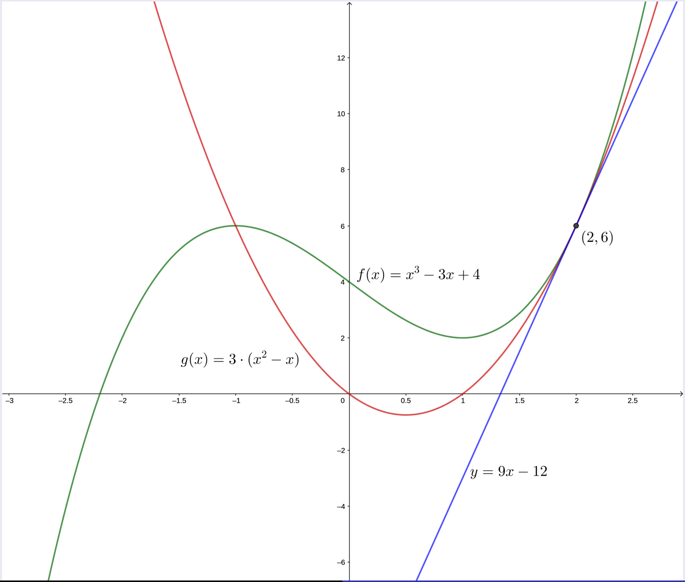
$$3x_0^2 - 3 = 3 \cdot (2x_0 - 1), \ \Rightarrow x_0^2 = 2x_0, \ \Rightarrow x_0 = 0, \ x_0 = 2.$$

Analicemos las dos soluciones halladas:

- $x_0 = 0$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(0)$ vale $y_0 = 4$ y el valor de $g(x_0) = g(0)$ vale $g(0) = 0$.
  Como $f(0) \neq g(0)$ no es un punto de corte y queda descartada esta solución.
- $x_0 = 2$. El valor de $y_0 = f(x_0) = f(2)$ vale $y_0 = 6$ y el valor de $g(x_0) = g(2)$ vale $g(2) = 6$.
  Como $f(2) = g(2)$, el punto $(2, 6)$ es un punto de corte donde las dos curvas son tangentes.

# Recta tangente

## Solución (cont.)

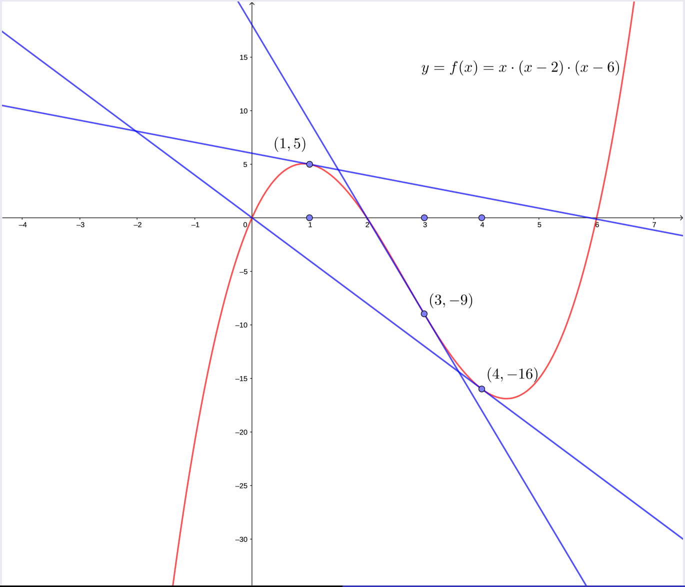


## Ejercicio 6

a) La función cúbica $f(x) = x \cdot (x-2) \cdot (x-6)$ tienen tres ceros distintos: 0, 2 y 6. Dibujar $f$ y las rectas tangentes en los puntos medios de cada par de ceros. ¿Qué se observa?

b) Consideremos ahora la función cúbica $f(x) = (x-a) \cdot (x-b) \cdot (x-c)$ con tres ceros $a$, $b$ y $c$. Demostrar que la recta tangente en el punto medio de los ceros $a$ y $b$ interseca la curva $y = f(x)$ en el tercer cero $c$.

## Solución



## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$f'(x) = (x-a)' \cdot (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot ((x-b) \cdot (x-c))'$$

## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)'\cdot(x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot((x-b)\cdot(x-c))' \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(x-c+x-b) \end{aligned}$$

## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)' \cdot (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot ((x-b) \cdot (x-c))' \\ &= (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot (x-c+x-b) \\ &= (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot (2x-b-c). \end{aligned}$$

## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)' \cdot (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot ((x-b) \cdot (x-c))' \\ &= (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot (x-c+x-b) \\ &= (x-b) \cdot (x-c) + (x-a) \cdot (2x-b-c). \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $\frac{a+b}{2}$ valdrá:

## Solución (cont.)

Apartado b). Para hallar la recta tangente en el punto medio de los dos ceros, $a$ y $b$, $\frac{a+b}{2}$, tenemos que hallar primero la derivada de $f(x)$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-a)'\cdot(x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot((x-b)\cdot(x-c))' \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(x-c+x-b) \\ &= (x-b)\cdot(x-c)+(x-a)\cdot(2x-b-c). \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en el punto $\frac{a+b}{2}$ valdrá:

$$\begin{aligned} f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a+b}{2}-b\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2}-c\right) \\ &\quad +\left(\frac{a+b}{2}-a\right)\cdot(a+b-b-c) \end{aligned}$$

## Solución (cont.)

$$f'\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)$$

**Solución (cont.)**

$$f'\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)$$
$$= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right)$$

# Recta tangente

## Solución (cont.)

$$
\begin{aligned}
f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c) \\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right) \\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c-2a+2c}{2}\right)
\end{aligned}
$$

## Solución (cont.)

$$\begin{aligned}
f'\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)+\left(\frac{b-a}{2}\right)\cdot(a-c)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c}{2}-a+c\right)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b-2c-2a+2c}{2}\right)\\
&= \left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{b-a}{2}\right)=-\frac{(a-b)^2}{4}.
\end{aligned}$$

## Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$y_0 \;=\; f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right)$$

## Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$
\begin{aligned}
y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\
&= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right)
\end{aligned}
$$

## Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$
\begin{aligned}
y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\
&= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\
&= -\frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8},
\end{aligned}
$$

será:

# Recta tangente

## Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$\begin{aligned} y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\ &= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\ &= -\frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8}, \end{aligned}$$

será:

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0),$$

## Solución (cont.)

La recta tangente en el punto $x_0 = \frac{a+b}{2}$ y

$$\begin{aligned} y_0 &= f\left(\frac{a+b}{2}\right) = \left(\frac{a+b}{2} - a\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - b\right) \cdot \left(\frac{a+b}{2} - c\right) \\ &= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a+b-2c}{2}\right) \\ &= -\frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8}, \end{aligned}$$

será:

$$\begin{aligned} y - y_0 &= f'(x_0) \cdot (x - x_0), \Rightarrow \\ y + \frac{(a-b)^2 \cdot (a+b-2c)}{8} &= -\frac{(a-b)^2}{4} \cdot \left(x - \frac{a+b}{2}\right). \end{aligned}$$

## Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x - \frac{a+b}{2}\right).$$

## Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x - \frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c, 0)$ pasa por la curva $y = f(x)$ ya que $y = f(c) = 0$.

## Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c,0)$ es un punto de corte de la curva $y=f(x)=(x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y+\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8}=-\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x-\frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c,0)$ pasa por la curva $y=f(x)$ ya que $y=f(c)=0$. Veamos que también pasa por la recta tangente.

## Solución (cont.)

A continuación hemos de comprobar que el punto $(c, 0)$ es un punto de corte de la curva $y = f(x) = (x-a)\cdot(x-b)\cdot(x-c)$ y la recta tangente anterior:

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(x - \frac{a+b}{2}\right).$$

El punto $(c, 0)$ pasa por la curva $y = f(x)$ ya que $y = f(c) = 0$.
Veamos que también pasa por la recta tangente.
Para ello hemos de comprobar que si sustituimos $x$ por $c$ en la expresión de la recta tangente, el valor de $y$ vale 0:

# Recta tangente

## Solución (cont.)

$$y + \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right)$$

## Solución (cont.)

$$
\begin{aligned}
y &+ \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right)\\
y &= -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\frac{(2c-a-b)}{2}-\frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8}
\end{aligned}
$$

## Solución (cont.)

$$\begin{aligned} y &+ \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} = -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\left(c-\frac{a+b}{2}\right) \\ y &= -\frac{(a-b)^2}{4}\cdot\frac{(2c-a-b)}{2} - \frac{(a-b)^2\cdot(a+b-2c)}{8} \\ y &= \frac{(a-b)^2}{8}\cdot(a+b-2c-a-b+2c) = 0, \end{aligned}$$

tal como queríamos ver.