

Problemas de límites con python

1. Calcula el límite siguiente en python:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+3x}}{x + 2x^2}.$$

Solución

```
from sympy import limit, Symbol, sqrt
x = Symbol("x")
limit((sqrt(1+2*x)-sqrt(1+3*x))/(x+2*x**2), x, 0)
```

```
## -1/2
```

2. Demuestra usando **python** que no existe el $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$ y que $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x} = 0$.

Solución

```
from sympy import limit, Symbol, cos
x = Symbol("x")
limit(cos(1/x), x, 0)
```

```
## AccumBounds(-1, 1)
```

```
limit(x*cos(1/x), x, 0)
```

```
## 0
```

3. Calcula los límites siguientes usando python:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}.$

b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3},$ para $a = 2.$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}.$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$

Solución

a)

```
from sympy import limit, Symbol, sqrt, log
x = Symbol("x")
limit((sqrt(x)-1)/(x-1), x, 0)
```

1

b)

```
a = 2
limit((x**2-(a+1)*x+a)/(x**3-a**3),x,a)
```

1/12

c)

```
limit(((1-x)/(1+x))**(1/x), x, 0)
```

exp(-2)

d)

```
limit((1/x)*log(sqrt((1+x)/(1-x))), x, 0)
```

1

4. Calcula los límites siguientes usando python:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x - 5x^3}$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x^4}}{\log(1 + 2x)}$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^n - 1}{nx}$, para $n \in \mathbb{N}$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{x+1} - 1}{x}$.
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x^2 - 1)}{x - 1}$.
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x \log a}$, con $a > 0$.

Solución

a)

```
from sympy import limit, Symbol, sin, log, tan
x = Symbol("x")
limit(sin(2*x)/(3*x-5*x**3), x, 0)
```

2/3

b)

```
limit((x**3+2*(x**4))**(1./3.)/log(1+2*x),x,0)
```

1/2

c)

```
n= Symbol("n")
limit(((x+1)**n-1)/(n*x),x,0)
```

1

d)

```
n= Symbol("n")
limit(((x+1)**(1/n)-1)/x,x,0)
```

1/n

e)

```
limit(tan(x**2-1)/(x-1),x,1)
```

2

f)

```
a = Symbol("a")
limit((a**x-1)/(x*log(a)),x,0)
```

1