

# Problemas de integración. Integración Impropia.

1. Estudiar la convergencia de la integral impropia  $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx$  y calcular su valor en función de  $n$  en el caso en que sea convergente.
2. Estudiar el carácter de las siguientes integrales impropias en función del parámetro  $\alpha$ :
  - a)  $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $-\infty < a < b < +\infty$ .
  - b)  $\int_0^1 x^\alpha \ln x dx$ .
  - c)  $\int_1^2 \frac{dx}{x(\ln x)^\alpha}$ .

3. Probar que las integrales siguientes son convergentes:

$$I = \int_0^1 \frac{\ln x}{1+x^2} dx, \quad J = \int_1^\infty \frac{\ln x}{1+x^2} dx,$$

y que  $I + J = 0$ .

4. Estudiar el carácter de las siguientes integrales impropias:

- a)  $\int_1^\infty \frac{dx}{2e^x + 1}$ .
- b)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}}$ .
- c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}} dx$ .

5. Estudiar el carácter de las siguientes integrales impropias en función del parámetro  $\alpha$ :

- a)  $\int_\alpha^\infty \frac{x^\alpha}{x^4 - 1} dx$ .
- b)  $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$ ,  $\alpha > 0$ .
- c)  $\int_1^\infty \sin(x^\alpha) dx$ ,  $\alpha > 1$ .

6. Explicar por qué el valor de las integrales siguientes no es correcto, estudiar su convergencia y, en el caso en que sean convergentes, hallar su valor:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2} = -2, \quad \int_0^4 \frac{dx}{(x-1)^2} = \frac{4}{3}.$$