

TMA

10/2/11

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

## Prova scritta di TRASMISSIONE NUMERICA A: 10 febbraio 2011

Cognome e Nome: ..... Num. di matr.: ..... Voto: .....

Svolgere gli esercizi e riportare i risultati ed i passaggi sul foglio (firmato) che contiene il testo dell'esercizio, utilizzando gli spazi appositi e anche il retro del foglio stesso.

Il foglio di protocollo fornito come supporto per i calcoli in brutta (che andrà comunque firmato e riconsegnato con il compito) non verrà preso in alcuna considerazione nella correzione del compito.

N.B. Svolgere gli esercizi nell'ordine in cui vengono proposti. Un esercizio non impostato in ogni sua parte comporterà una penalizzazione nella valutazione complessiva.

8

## Esercizio 1

Determinare un codice ciclico (6, 2) scegliendo il polinomio generatore<sup>1</sup> più corto possibile.

- (a) Determinare la matrice generatrice in forma sistematica e la corrispondente matrice di controllo di parità. Disegnare lo schema a blocchi del codificatore.
- (b) Quanti valori distinti può assumere la sindrome associata ad errori singoli? Quali sono le possibili parole di codice? Quanti errori può correggere il codice proposto? → 1 ERRORE

Si consideri ora il codice BCH di lunghezza  $N = 31$  e polinomio generatore (ottale) 107657. Il codice ha una parola di tutti zeri, 155 con 7 uni, 465 con 8 uni, 5208 con 11 uni, ....

- (c) Qual è il polinomio generatore del codice BCH considerato?  $g(D) = D^{15} + D^{11} + D^{10} + D^9 + D^8 + D^7 + D^5 + D^3 + D^2 + D + 1$

Il codice viene esteso aggiungendo una cifra di parità complessiva. La modulazione è binaria antipodale.

- (d) Quanti bit d'informazione per dimensione si trasmettono? Quali sono le prestazioni, con decodifica soft e con decodifica hard?  $\frac{1}{2} \text{ bit/sim}$

- (e) 0000000000000100011110101111001 è parola di codice?

- (f) 0000000000000111101011110001001 è parola di codice?

- (g) Qual è la banda occupata per trasmettere 25 Mb/s?

$$B_T = 25(4+1)$$

6

Esercizio 2  $P(E) \leq \left( \frac{465+155}{2} \right) Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \frac{1}{2} \cdot 8 + 5208 \cdot Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \frac{1}{2} + \dots \right) \right)$ 

In banda passante e su un canale ideale con rumore gaussiano bianco si trasmette un segnale binario codificato con il codice convoluzionale con rate  $R = 1/2$  e generatori (ottali) 7,5. Il ritmo di trasmissione dell'informazione è 10 Mb/s e la banda occupata è 15 MHz.

- (a) Disegnare il diagramma a traliccio del codice.  $11 \ 10 \ 11 \rightarrow d^2 = 4E(3A^2 + 2B^2)$   
 $11 \ 01 \ 01 \ 11 \rightarrow d^2 = 4E(2A^2 + 4B^2)$
- (b) Le ampiezze sui due assi in fase e quadratura sono rispettivamente  $A\sqrt{E}$  e  $B\sqrt{E}$  (anziché  $\sqrt{E}$ ), dove  $A$  e  $B$  sono scelti in modo da mantenere inalterata la potenza media. Si mostri che in tal modo si può aumentare la distanza minima tra i segnali. Si calcoli di quanto è possibile migliorare asintoticamente le prestazioni.  $-G = 0,28 \text{ dB}$ ;  $A^2 = 4/3$ ;  $d^2 = 64E/3$  e non  $20E$  !!!
- (c) Come cambia la struttura del ricevitore?

6

## Esercizio 3

Su di un canale ideale, in presenza di rumore AWGN indipendente dal segnale, si trasmettono dei dati usando le forme d'onda  $s(t) = \sum_{k=1}^8 a_k \cdot g(t - kT)$ , dove le forme d'onda  $g(t - kT)$  sono ortogonali, ed i simboli  $a_k$  sono tratti da una costellazione 8-PAM, con mapping binario naturale (quindi,  $a_k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ ). Viene usato un codice secondo il quale il primo bit è libero, il secondo è soggetto ad una regola di parità sugli uni, ed infine i terzi bit sono tutti uguali (codice a ripetizione).

<sup>1</sup> Può essere utile ricordare che:  $D^6 + 1 = (D + 1)^3 \cdot (D + 1)^3 = (D + 1) \cdot (D + 1) \cdot (D^2 + D + 1) \cdot (D^2 + D + 1)$ .

$$P_b(E) \approx \binom{N+1}{t+1} p^{t+1} (1-p)^{N+1-t-1}; \quad p = Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \frac{1}{2} \right)$$

$$M = 2^{26}; \quad 2 \text{ bit}/0,1 \text{ n}; \quad B_T = \frac{25}{2} \cdot \frac{1}{2} (1+d) = \frac{25}{4} (1+d) = 2,5 (1+d)$$

- Determinare il numero di possibili segnali, il numero di bit trasmessi per dimensione e la banda occupata per trasmettere 10 Mb/s.

$$d_{\text{min}}^2 = 32 E_g; \quad E_k = 21 E_g$$

- Determinare la probabilità di errore del sistema proposto ed il guadagno asintotico rispetto ad una modulazione PAM non codificata di pari efficienza spettrale.

$$P(e) \leq \frac{1}{2} Q \left( \sqrt{\frac{32 E_b}{21 N_0}} \right); \quad G = 2,8 \text{ dB}$$

7

#### Esercizio 4

$$\# = \left( \frac{8}{2} \right) + 1 = 29$$

Su di un canale lineare, in presenza di rumore AWGN indipendente dal segnale, si trasmette una sequenza di simboli indipendenti ed equiprobabili  $a_k = +1, -1$ , usando la forma d'onda  $s(t) = \sum a_k g(t - kT)$ . Il canale di trasmissione, non ideale, introduce interferenza intersimbolica. All'uscita dal campionatore in ricezione il canale discreto ha risposta all'impulso  $h(n) = \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1) - \frac{1}{2}\delta(n+1)$  (si assuma inoltre che i campioni del rumore all'ingresso dell'equalizzatore siano indipendenti, a media nulla, e con varianza  $\sigma^2$ )

- Determinare, se esiste, la risposta all'impulso dell'equalizzatore ZF ideale, e disegnare almeno cinque campioni non nulli.
- Si determini la struttura di un equalizzatore con due prese Zero-Forcing e due prese Decision-Feedback, e si determinino i relativi coefficienti. Disegnare lo schema a blocchi del sistema complessivo che include l'equalizzatore.
- Con i valori dei coefficienti calcolati al punto precedente, determinare la probabilità di errore prima e dopo l'equalizzazione.

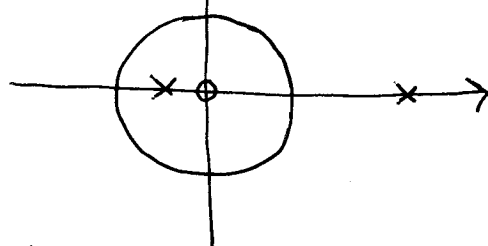
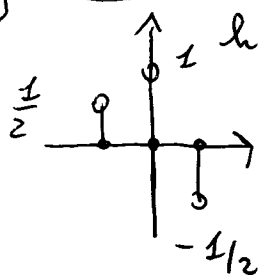
6

#### Domande di teoria

D1 Descrivere il significato e l'uso delle caratteristiche EXIT. Spiegare il significato dei simboli utilizzati.

D2 Descrivere e dimostrare il criterio di Nyquist utilizzato nella scelta di una forma d'onda che garantisca ISI nulla nella trasmissione numerica in banda base su canali reali a banda limitata.

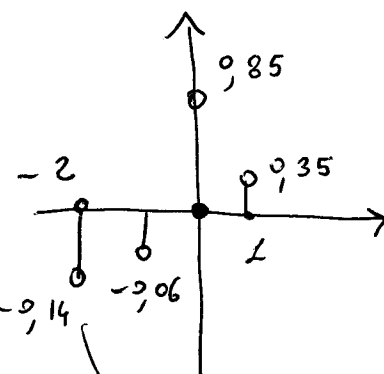
D3 Descrivere le equazioni che regolano la cancellazione di eco adattativa mediante la tecnica del gradiente stocastico. Spiegare il significato dei simboli utilizzati.



$$p_{1,2} = \begin{cases} -0,4 \\ 2,4 \end{cases}$$

$$H(z) = -\frac{1}{2} \frac{z^2 - 2z - 1}{z}$$

$$p_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2} = \begin{cases} -0,4 \\ 2,4 \end{cases}$$



$$h_e(n) = \sqrt{0,7} (2,4)^n \varepsilon(-n-1) + 0,7 \cdot (-0,4)^n \varepsilon(n)$$

