ELECTROSTÁTICA

Ley de Coulomb

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\hat{r}$$

Principio de superposición

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \ldots$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$dq \rightarrow \lambda dl' \rightarrow \sigma da' \rightarrow \rho d\tau'$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\lambda(r')}{r^2}\hat{r}dl'$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\sigma(r')}{r^2}\hat{r}da'$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho(r')}{r^2}\hat{r}d\tau'$$

ELECTROSTÁTICA

Ley de Coulomb

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\hat{r}$$

Principio de superposición

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \ldots$$

$$\oint_S \mathbf{E}.d\mathbf{a} = \frac{1}{\epsilon_0}Q_{enc}$$

$$\nabla.\mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

Ecuación Poisson

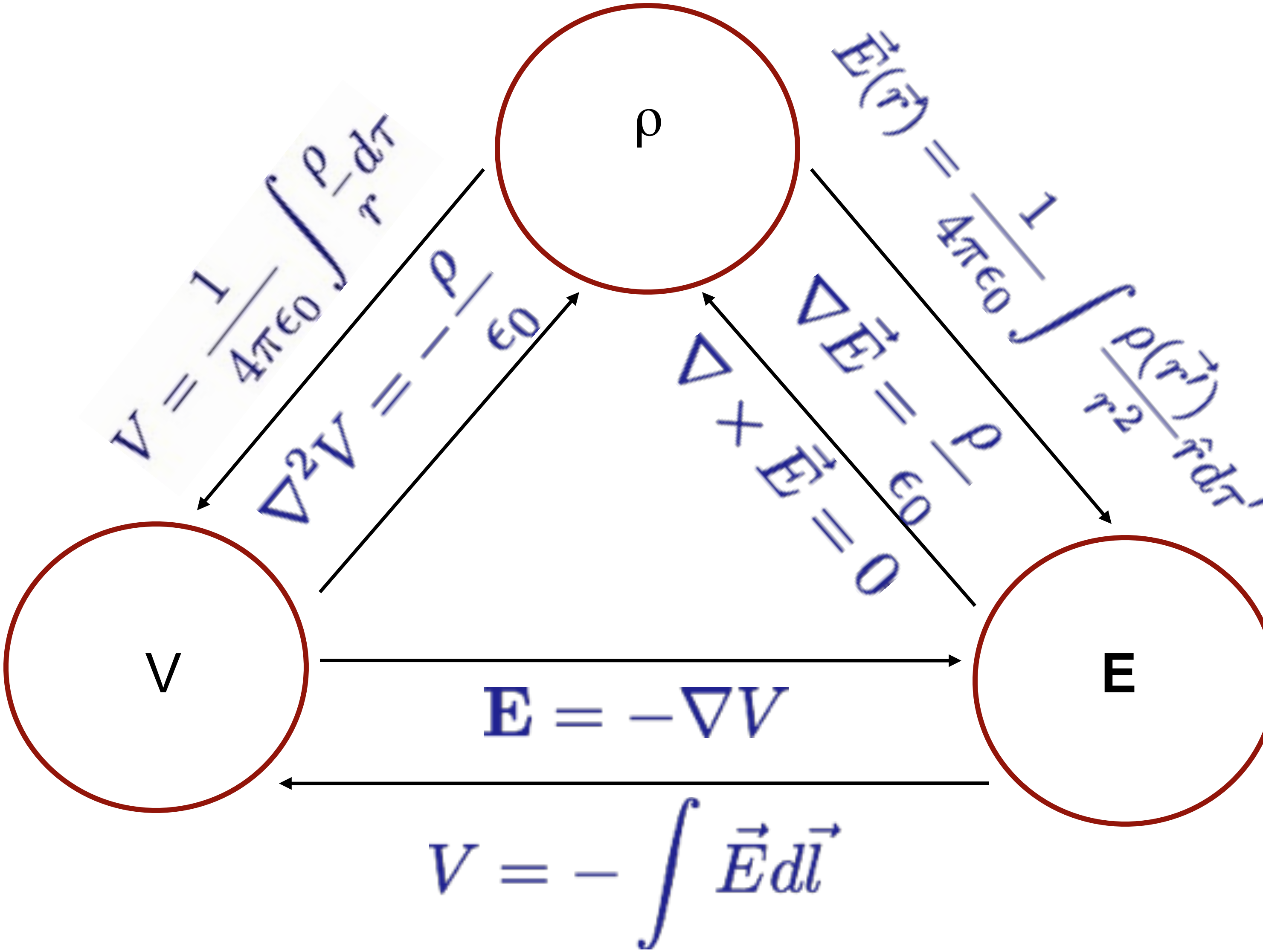
$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Ecuación Laplace

$$\nabla^2 V = 0$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\rho}{r}d\tau$$

ELECTROSTÁTICA



ELECTROSTÁTICA EN LA MATERIA

Conductores: cargas libres para moverse (metales)

a) **E**=0 en el interior de un conductor

b) ρ=0

c) Cualquier carga neta está en la superficie

d) Un conductor es equipotencial

e) **E** es perpendicular a la superficie externa del conductor

ELECTROSTÁTICA EN LA MATERIA

Aislantes (dieléctricos): no tienen cargas libres para moverse.

a) Momento dipolar inducido**, p**, al aplicar un campo eléctrico **E**

b) Polarización: momento dipolar/volumen

c) Cargas ligadas: $\sigma_b = \vec{P}.\hat{n}$; $\rho_b = -\nabla.\vec{P}$

d) Densidad total: $\rho = \rho_b + \rho_f$

e) Ley Gauss $\nabla.(\epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_f$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} \qquad \nabla.\mathbf{D} = \rho_f$$

MAGNETOSTÁTICA

Cargas estacionarias → campos eléctricos ctes. **Electrostática**

Corrientes estacionarias → campos magnéticos ctes. **Magnetostática**

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{F} = \int (I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{F} = \int (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) d\tau$$

$$\nabla . \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \leftarrow magnetostatica$$

Ecuación de continuidad (conservación de carga)

MAGNETOSTÁTICA

Ley de Biot-Savart

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{l}' \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \rightarrow \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} d\tau'$$

$$\nabla.\mathbf{B} = 0 \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad \left(\oint \mathbf{B}.d\mathbf{l} = \mu_0 I \right)$$

Ley de Ampere

Electrostática: Coulomb, **E** $\longrightarrow$ Ley de Gauss

Magnetostática: Biot-Savart, **B** $\longrightarrow$ Ley de Ampere

MAGNETOSTÁTICA

$$\nabla . \mathbf{B} = 0 \qquad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$ Potencial Vector

A potencial vector, condición: $\nabla . \mathbf{A} = 0$

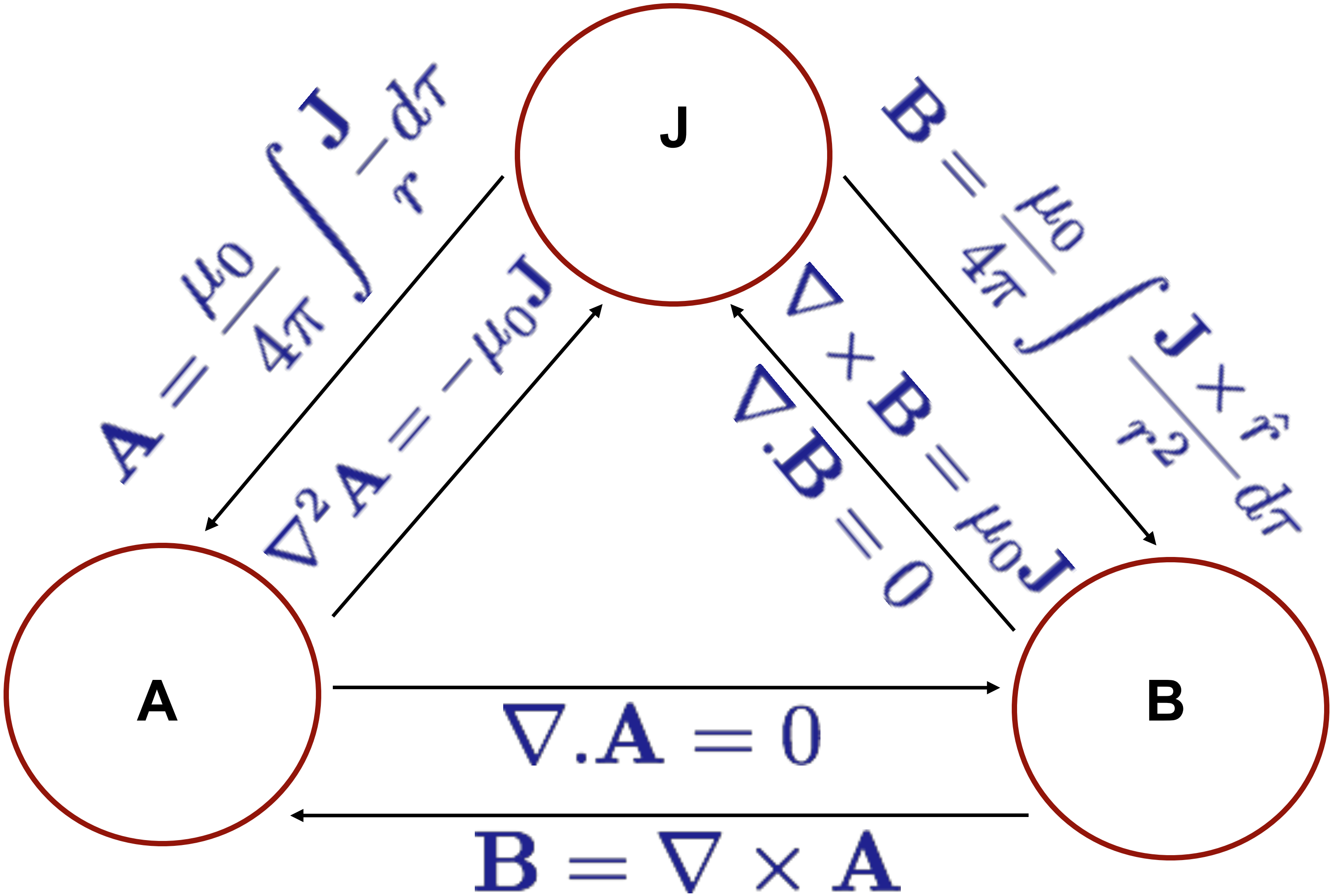
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \longrightarrow \nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$$

Ecuación de Poisson

$$\downarrow$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{r} d\tau$$

MAGNETOSTÁTICA



MAGNETOSTÁTICA EN LA MATERIA

- Momento dipolar, m.
- En presencia de un campo, B, aparece un torque: $\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$
- Si hay gradiente de B, habrá una fuerza: $\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m}.\mathbf{B})$
- Imanación: $\mathbf{M} = \frac{\sum_i \mathbf{m_i}}{V}$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J_b}(\mathbf{r}')}{r} d\tau' + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\sigma_{\mathbf{b}}(\mathbf{r}')}{r} da'$$

$$\mathbf{J_b} = \nabla \times \mathbf{M} \qquad \sigma_{\mathbf{b}} = \mathbf{M} \times \hat{n}$$

MAGNETOSTÁTICA EN LA MATERIA

Ley de Ampere en la materia imanada

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \qquad \mathbf{J} = \mathbf{J_b} + \mathbf{J_f}$$

$$\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) = \mathbf{J} = \mathbf{J_b} + \mathbf{J_f} = \nabla \times \mathbf{M} + \mathbf{J_f}$$

$$\nabla \times (\frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}) = \mathbf{J_f}$$

$$\Big\downarrow$$

H

$$\boxed{\begin{gathered} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J_f} \\ \oint \mathbf{H}.d\mathbf{l} = I_{fenc} \end{gathered}}$$

COMPARATIVA: ELECTROSTÁTICA-MAGNETOSTÁTICA

$$\nabla.\mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \nabla.\mathbf{D} = \rho_f \longrightarrow \text{ley Gauss}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \longrightarrow \mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla.\mathbf{B} = 0 \longrightarrow \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}\, ; \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J_f} \longrightarrow \text{ley Ampere}$$

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Los campos eléctricos y magnéticos están desacoplados

Medios lineales

Campos en la materia

Polarización: $\mathbf{P} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum p_i}{\Delta V}$

Desplazamiento eléctrico: $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$

Imanación: $\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum m_i}{\Delta V}$

Campo imanador: $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$

- Dielectricos: $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}$ Permitividad
- Conductores: $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ Conductividad
- Magnéticos: $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$ Permeabilidad

ELECTRODINÁMICA

Ley de Faraday: $\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$

Un cambio de campo magnético induce un campo eléctrico

$$\epsilon = \oint \mathbf{E}.d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int \frac{\partial B}{\partial t} d\mathbf{a}$$ Ley de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$ Ley de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$ Ley de Ampère con corrección Maxwell

Un cambio de campo eléctrico induce un campo magnético

ECUACIONES DE MAXWELL

$$\nabla . \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$ ley de Gauss

Gauss

$$\nabla . \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$ Ley de Faraday

Faraday

Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$ Ley de Ampere con la corrección de Maxwell

+

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Condiciones de contorno

ECUACIONES DE MAXWELL

EN LA MATERIA

$$\nabla.\mathbf{D} = \rho_f$$

ley de Gauss

$$\nabla.\mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Ley de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{J_f} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

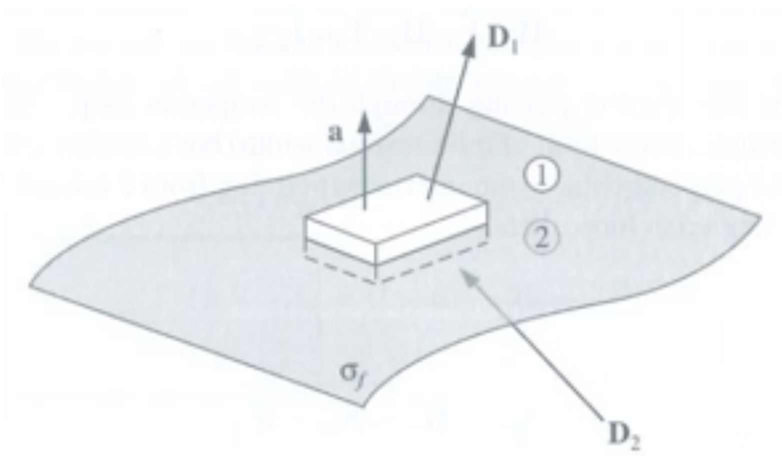
Ley de Ampere con la corrección de Maxwell

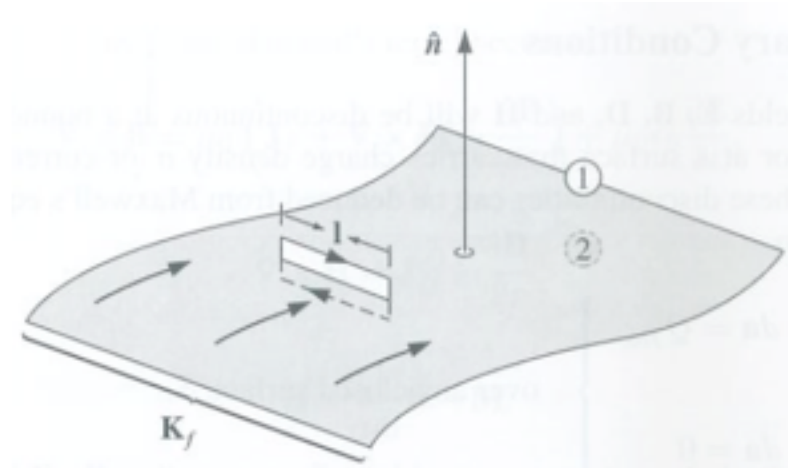
+

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Condiciones de contorno

Condiciones de contorno





$$\oint_S \mathbf{D}.d\mathbf{a} = Q_{fenc}$$

$$\mathbf{D_1}.\mathbf{a} - \mathbf{D_2}.\mathbf{a} = \sigma_f a$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma_f$$

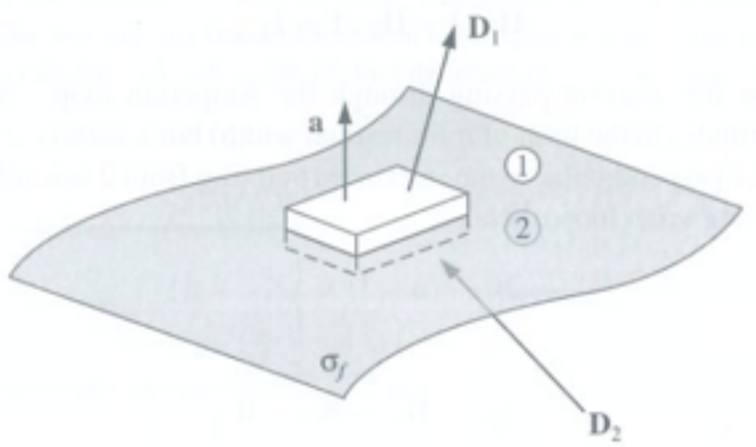
$$\epsilon_1 E_{n1} - \epsilon_2 E_{n2} = \sigma_f$$

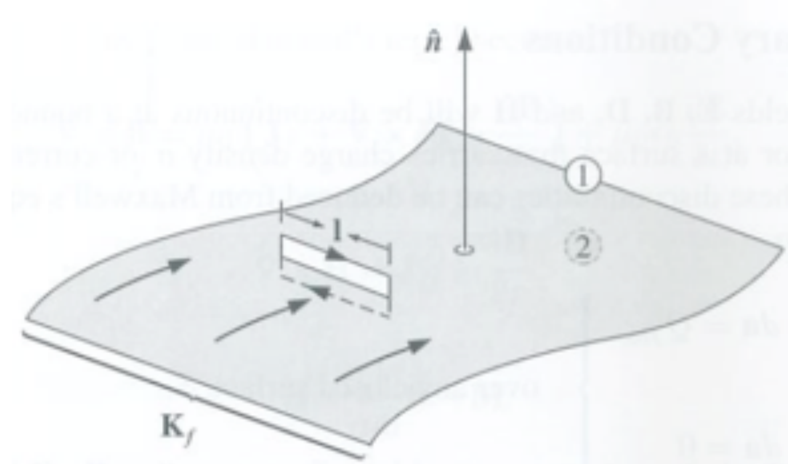
$$\oint_l \mathbf{E}.d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}.d\mathbf{a}$$

$$\mathbf{E_1}.\mathbf{l} - \mathbf{E_2}.\mathbf{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}.d\mathbf{a}$$

$$E_{t1} - E_{t2} = 0$$

Condiciones de contorno





$$\oint_S \mathbf{B}.d\mathbf{a} = 0$$

$$\boxed{B_{n1} - B_{n2} = 0}$$

$$\oint_l \mathbf{H}.d\mathbf{l} = I_{fenc} + \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{D}.d\mathbf{a}$$

$$\mathbf{H_1}.\mathbf{l} - \mathbf{H_2}.\mathbf{l} = I_{fenc}$$

$$\mathbf{H_1}.\mathbf{l} - \mathbf{H_2}.\mathbf{l} = \mathbf{K_f} \times \hat{n}$$

$$\boxed{\mathbf{H_{t1}} - \mathbf{H_{t2}} = \mathbf{K_f} \times \hat{n}}$$

$$\boxed{\frac{1}{\mu_1}\mathbf{B_{t1}} - \frac{1}{\mu_2}\mathbf{B_{t2}} = \mathbf{K_f} \times \hat{n}}$$