ESEMPI DI DOMANDE DI TRASMISSIONE NUMERICA I

Rappresentazione dei segnali

1. $g(t-kT)$ ha durata $5T$ e banda $0.7/T$. Il segnale ricevuto $r(t)$ ha banda $1.5/T$. Quante moltiplicazioni occorrono per calcolare numericamente il prodotto scalare delle due forme d'onda?

2. Quale è l'equivalente passa basso $z(t)$ di

$$\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \cos(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{4})$$

e quale è la trasformata $Z(f)$?

3. Si calcoli (supponendo $f_0 \gg 1/T$)

$$\int_0^T \cos(2\pi f_0 t + 2\pi t/T) \cos(2\pi f_0 t - 2\pi t/T)\, dt$$

4. Si calcoli (supponendo $f_0 \gg 1/T$)

$$\int_0^T \cos(2\pi f_0 t + \pi t/T) \cos(2\pi f_0 t - \pi t/T)\, dt$$

5. Si calcoli (supponendo $f_0 \gg 1/T$)

$$\int_0^{10T} \cos^2(\pi t/T) \cos^2(2\pi f_0 t)\, dt$$

6. Se σ^2 è la varianza di

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T n(t)\, dt$$

quale è la densità spettrale di potenza del rumore $n(t)$?

7. Quale è la densità di probabilità di $r_k = \int r(t)\Phi_k(t)\, dt$ dove il segnale ricevuto è $r(t) = \sum a_k g(t-kT) + n(t)$?

8. Si trasmette la forma d'onda $\sum a_k g(t-kT)$ dove $a_k = \pm 1$ e le forme d'onda $g(t-kT)$ sono ortogonali. Si calcolino, se possibile, la potenza media e la potenza di picco del segnale trasmesso.

9. Si considerino le forme d'onda $g(t-kT)$ dove $g(t) = A\exp(-\frac{t^2}{2T^2})$. Sono ortogonali?

10. Si considerino segnali rettangolari di ampiezza A negli intervalli $(0,T)$, $(T,2T)$, $(2T,3T)$ e $(0,3T)$, nonché le forme d'onda opposte. Si determini il numero di dimensioni e la distanza minima tra i segnali.

11. Come si può procedere per calcolare numericamente $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \, dt$?

12. Come si può procedere per calcolare numericamente $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T}\right)^2 dt$?

13. Si calcoli $\int_0^T \cos^2 \left(2\pi f_0 t + \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T}\right) dt$, supponendo $f_0 \gg 1/T$.

14. Si calcolino le varianze di $\int n(t)g(t-kT)\, dt$ dove $n(t)$ è un processo gaussiano bianco e le forme d'onda $g(t-kT)$ hanno energia E_g ma non sono ortogonali.

15. Si calcoli il prodotto scalare delle forme d'onda $s_1(t) = At/T \quad 0 \le t \le T$ e $s_2(t) = s_1(T-t)$. Si determini C in modo che $s_2(t) - Cs_1(t)$ sia ortogonale a $s_1(t)$.

16. Come conviene procedere per calcolare numericamente
$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T}\right)^{10} \cos 1000\pi t/T \, dt$?

17. Si calcoli la varianza di $\int n(t)T(t)\, dt$ dove $n(t)$ è un processo gaussiano bianco e $T(t)$ è un triangolo di durata T_0 e ampiezza A.

18. Si selezionino solo otto punti di una costellazione 16QAM in modo da ottenere il massimo valore della distanza minima tra i segnali. Si calcoli l'energia media della costellazione. Quanti bit per dimensione si possono trasmettere?

19. Si considerino segnali rettangolari di ampiezza A negli intervalli $(0,T)$, $(T,2T)$, $(2T,3T)$ e $(3T,4T)$, nonché le forme d'onda opposte. Si determini il numero di dimensioni e la distanza minima tra i segnali.

Ricevitore a massima verosimiglianza

1. Se si deve decidere tra N segnali ortogonali $s_i(t)$ è giusto scegliere il massimo tra le correlazioni $\int r(t)s_i(t)\, dt$?

2. Quale è la probabilità di errore se si usano i due segnali $s_1(t) = g(t)$ e $s_2(t) = 0$?

3. Come si effettua la ricezione non coerente di M segnali ortogonali $s_i(t)$ con equivalenti passa basso $z_i(t)$?

4. Si considerino N segnali $s_i(t)$ rettangolari di ampiezza A non nulli tra $(i-1)T$ e iT. Quale è la probabilità di decidere a favore di $s_j(t)$ avendo trasmesso $s_1(t)$?

5. Si trasmette la forma d'onda $\displaystyle\sum_1^4 a_k g(t-kT)$ dove le forme d'onda $g(t-kT)$ sono ortogonali e $a_k = \pm 1$ e $a_1 a_2 a_3 a_4 = -1$. Si calcoli il numero di segnali e di bit trasmessi, la distanza minima e la probabilità di errore.

6. In due dimensioni si considerino otto segnali di coordinate $(1,-1)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$, $(-1,1)$, $(-1,0)$, $(-1,-1)$ e $(0,-1)$. In assenza di codice, quali sono le regioni di decisione e la probabilità di errore?

7. In una trasmissione 4PSK differenziale, in cui le fasi possibili sono 0, $\pi/2$, π e $3\pi/2$ si ricevono $r_k = 0.8 + j0.5$ e $r_{k+1} = -0.1 - j1.1$. Quale è la decisione corrispondente?

8. Siano $g(t - kT)$ forme d'onda a radice di Nyquist, ortogonali, con banda $0.65/T$. Come è fatto il ricevitore ML per i due segnali $g(t)$ e $g(t - 2T)$, e come si calcola la probabilità di errore? Come è fatto il ricevitore ML per i due segnali $g(t)$ e $g(t-T/2)$, e come si calcola la probabilità di errore?

9. Si considerino i segnali $\sum_{1}^{4} a_k g(t - kT)$, dove le $g(t - kT)$ sono ortogonali. I valori possibili per a_k sono: 1 1 1 1, 1 -1 1 -1, 1 -1 -1 1, 1 1 -1 -1, e gli opposti. Si determini la distanza minima tra i segnali, il ricevitore ML e la probabilità di errore.

10. Si confrontino, dal punto di vista di banda occupata, numero di correlazioni richieste in ricezione (per ciascun bit d'informazione) e prestazioni, la trasmissione con quattro segnali ortogonali e con modulazione binaria antipodale.

11. Si confrontino, dal punto di vista di banda occupata, numero di correlazioni richieste in ricezione (per ciascun bit d'informazione) e prestazioni, la trasmissione con otto segnali ortogonali e con modulazione binaria antipodale.

12. Si trasmette la forma d'onda $\sum_{1}^{8} a_k g(t - kT)$ dove le forme d'onda $g(t - kT)$ sono ortogonali e $a_k = \pm 1$ e il prodotto degli otto a_k è uguale a 1. Si calcoli il numero di segnali e di bit trasmessi, la distanza minima e la probabilità di errore.

13. Si trasmette una delle due forme d'onda $\pm Ag(t)$ dove A è una variabile casuale con densità di probabilità uniforme tra 0 e 2. Come può essere fatto il ricevitore? Come si potrebbe calcolare la probabilità d'errore?

14. Si descriva il ricevitore non coerente per i segnali

$$
\begin{aligned}
s_1(t, \vartheta) &= A_1 \cos(2\pi f_1 t + \vartheta) \\
s_2(t, \vartheta) &= A_1 \cos(2\pi f_2 t + \vartheta) \\
s_3(t, \vartheta) &= A_2 \cos(2\pi f_1 t + \vartheta) \\
s_4(t, \vartheta) &= A_2 \cos(2\pi f_2 t + \vartheta)
\end{aligned}
$$

15. Si considerino i segnali

$$
\begin{aligned}
s_1(t, \vartheta) &= A_1 \cos(2\pi f_1 t + \vartheta) \\
s_2(t, \vartheta) &= A_1 \cos(2\pi f_2 t + \vartheta) \\
s_3(t, \vartheta) &= A_2 \cos(2\pi f_1 t + \vartheta) \\
s_4(t, \vartheta) &= A_2 \cos(2\pi f_2 t + \vartheta)
\end{aligned}
$$

dove ϑ è una fase sconosciuta.

Quale deve essere il valore di $f_2 - f_1$ perché i primi due segnali siano ortogonali?

Quale deve essere il valore di A_2/A_1 perché la distanza tra il primo e il secondo segnale e quella tra il primo e il terzo siano uguali?

Capacità di canale

1. Volendo trasmettere al ritmo di 1 Mb/s in una banda di 1 MHz quale è il minimo valore teorico di E_b? e quale il minimo valore della potenza media?

2. Quali costellazioni sono adatte per trasmettere 2 bit per dimensione in banda base e in banda passante?

3. Quali costellazioni sono adatte per trasmettere 15 Mb/s nella banda di 10 MHz, in banda base e in banda passante?

4. Nella banda di 10 MHz si vogliono trasmettere 40 Mb/s. Quale è il valore minimo teorico di E_b/N_0?

5. Quali costellazioni sono adatte per trasmettere 10 Mb/s nella banda di 10 MHz, in banda base e in banda passante?

6. Si calcoli il *cutoff rate* R_0 nel caso di modulazione binaria antipodale, al variare del rapporto segnale-rumore.

7. Nella banda di 10 MHz si vogliono trasmettere 2 Mb/s. Quale è il valore minimo teorico di E_b/N_0?

Codici a blocco e convoluzionali

1. Si considerino le forme d'onda $\sum a_k g(t-kT)$ dove le repliche $g(t-kT)$ sono ortogonali e le ampiezze a_k sono selezionate con un codice a blocco con $N = 31$ e $K = 21$. Si calcoli il prodotto scalare tra le forme d'onda corrispondenti a due parole di codice a distanza 5.

2. Quante celle e quanti sommatori ha il codificatore per il codice con $N = 31$ e $K = 21$ con generatore ottale 3551?

3. Quante sono le transizioni di stato complessive in un passo del traliccio di un codice convoluzionale non perforato con $R = 3/4$ e 16 stati?

4. Quante sono le transizioni di stato complessive in un passo del traliccio di un codice convoluzionale con $R = 3/4$ ottenuto perforando il codice con $R = 1/2$ e 16 stati?

5. Si trasmette uno dei due segnali $s_1(t) = \sum_{1}^{100} (-1)^k g(t - kT)$ e $s_2(t) = -s_1(t)$. Quale è la probabilità di errore?

6. Usando il codice convoluzionale con $R = 1/2$ e 4 stati si trasmettono due bit d'informazione e due di terminazione. Quanto valgono R, d e $P(E)$ del codice risultante?

7. Un codice a blocco ha generatore ottale 233264631. Si possono determinare i valori di N, K e $N - K$?

8. Il codice perforato con $R = 7/8$ e 64 stati ha distanza $d = 3$. Quali sono le prestazioni?

9. Si usa il codice perforato con $R = 7/8$ e 64 stati, che ha distanza $d = 3$. Quale banda occorre per trasmettere 10 Mb/s in banda base? e in banda passante?

10. Si consideri un codice convoluzionale con generatori ottali 7,5,7. Quali sono R, la struttura del codificatore, il numero degli stati e il traliccio?

11. Si consideri il codice convoluzionale con $R = 1/2$ e generatori ottali 753,561, che ha distanza $d = 12$. Si determinino il numero degli stati, il guadagno asintotico, la banda per trasmettere 1 Mb/s e il valore di E_b/N_0 per probabilità d'errore 10^{-10}.

12. Usando i codici convoluzionali con $R = 1/2$ e rispettivamente 4, 16 e 64 stati quale è la banda richiesta per trasmettere 10 Mb/s in banda base? e in banda passante?

13. Un codice con $R = 1/2$ ottiene $P(E) = 10^{-6}$ con $E_b/N_0 = 1$ dB. Si confronti questo codice con i limiti teorici.

14. Un codice a blocco ha $N = 48$, $K = 24$ e $d = 12$. Si determinino il numero delle parole di codice, le prestazioni e la banda richiesta per trasmettere 2 Mb/s.

15. Un sistema di trasmissione binario non codificato trasmette 10 Mb/s nella banda di 7 MHz, con $E_b/N_0 = 6.8$ dB e $P(E) = 10^{-3}$. Per trasmettere 5 Mb/s con $P(E) \leq 10^{-10}$ è sufficiente aggiungere un codificatore convoluzionale a 64 stati?

16. In 30 MHz di banda si vogliono trasmettere 30 Mb/s. Quali modulazioni e codici si possono utilizzare, in banda base e in banda passante?

17. Un codice a blocco con $N = 8$ ha polinomio generatore (ottale) 155. Quante sono le parole del codice? Si elenchino le parole e si determini la distanza minima.

18. Si consideri il codice convoluzionale con $R = 2/3$, generatori 17,06,15 e $d = 3$. Determinare il numero degli stati, la struttura del codificatore e i rami del traliccio uscenti dallo stato di tutti zeri.

19. Si consideri il codice convoluzionale con $R = 2/3$, generatori 17,06,15 e $d = 3$. Determinare il numero degli stati, il guadagno asintotico e la banda occupata per trasmettere 10 Mb/s.

20. Un codice a blocco con $N = 7$ ha polinomio generatore $g(D) = (D+1)(D^3+D+1)$. Si determinino K, numero di parole, distanza minima e guadagno asintotico.

21. Si trasmette la forma d'onda $\sum_{1}^{N} a_k g(t - kT)$ con le repliche di $g(t)$ ortogonali e a_k generati da un codice a blocco. A causa di un guadagno del canale variabile (lentamente) nel tempo si riceve $\sum_{1}^{N} A_k a_k g(t - kT) + n(t)$. Come cambia il ricevitore ML?

22. Si consideri un codice di Hamming con $N = 127$. Si calcoli la probabilità di errore con decodifica *hard* e *soft*.