PIER + SOLUZ.

[redacted]

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria

TMN

4 **Esercizio 1**

Su di un canale ideale, in presenza di rumore AWGN indipendente dal segnale, si trasmettono dei dati binari usando le forme d'onda $s_i(t)=\sum_{k=1,4} a_k\, g(t-kT)$, con $a_k = \pm 1$.
Le ampiezze a_k vengono scelte usando un codice, in modo tale che tre di esse siano positive ed una negativa, o viceversa.

2 1) Determinare le possibile parole del codice. Si tratta di un codice a blocco ? Tale codice è lineare ?

2 2) Quali sono le prestazioni del ricevitore ottimo ? E la banda occupata per trasmettere al ritmo di 10 Mb/s ?

3 3) Proporre lo schema di un ricevitore che effettui per tale codice una ricezione con *hard decision*, e si indichi come si potrebbero calcolare le prestazioni del nuovo sistema.

10 **Esercizio 2** V

Si consideri il codice convoluzionale a quattro stati con Rate 1/2 e con generatori (ottali) 7, 5.

2 1) Disegnare lo schema a blocchi del codificatore, il diagramma di stato, il diagramma a traliccio.

2 2) Stimare la probabilità di errore sul bit che si può ottenere usando tale codice nell'ipotesi di *soft decision* in ricezione.

Si consideri ora il sistema TCM ~~per modulazione~~ PSK a otto livelli (con mapping naturale) in cui i due bit meno significativi sono codificati usando il codice convoluzionale prima descritto.

2 3) Quale è la struttura del codificatore TCM, del trasmettitore e del ricevitore?

3 4) Tenendo conto delle transizioni parallele, quanti sono gli eventi errore a distanza minima e quanti bit di informazione errati producono ? Che banda viene richiesta per trasmettere 10 Mb/s?

1 5) Si calcoli il guadagno asintotico rispetto ad una modulazione PSK non codificata di pari efficienza spettrale, ed il valore di E_b/N_0 richiesto per ottenere $P(E) = 10^{-8}$. ?

4 **Esercizio 3**

Su di un canale lineare tempo-invariante, in presenza di rumore AWGN indipendente dal segnale, si trasmette una sequenza di simboli indipendenti ed equiprobabili $a_k = \pm 1$ usando la forma d'onda $s(t)=\sum_k a_k\, g(t-kT)$. Il canale di trasmissione, non ideale, introduce interferenza intersimbolica.
All'uscita dal campionatore in ricezione il canale discreto ha risposta all'impulso:
$h(n)=0.5\,\delta(n+1)+\delta(n)+0.5\,\delta(n-1)$.

3 1) Si disegni la struttura di un equalizzatore con due prese Zero-Forcing e due prese Decision-Feedback, e si determinino i relativi coefficienti. Si determini la caratteristica ingresso-uscita del sistema complessivo che include l'equalizzatore.

2 2) Con i valori dei coefficienti calcolati al punto precedente, quale è la varianza dell'interferenza intersimbolica residua?

2 4) Quale è la varianza del rumore in uscita dall'equalizzatore ?

DOMANDE

3 D1. Descrivere come viene usata la sindrome nella decodifica dei codici a blocco. Si tratta di una decodifica con *hard decision* oppure con *soft decision* ? Si tratta di una decodifica a massima verosimiglianza (perché ?)

3 D2. Descrivere in dettaglio la tecnica di ricezione MLSE.

3 D3. Descrivere in dettaglio la tecnica di equalizzazione adattativa MMSE che usa il metodo del gradiente stocastico. Indicare come deve essere scelto il passo di aggiornamento per garantire che la convergenza del filtro verso la soluzione ottima non presenti sovraelongazioni.

TH_A : 5/7/2004 ①

1

$$s_i(t) = \sum_{k=1,2,3,4} a_k\, g(t-kT) \; ; \; a_k = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} +1 \rightarrow \text{"1"} \\ -1 \rightarrow \text{"0"} \end{cases}$$

a)

*) 3 POSIT + 1 NEG, o VICEVERSA

PAROLE del codice

1 1 1 0	0 0 0 1
1 1 0 1	0 0 1 0
1 0 1 1	0 1 0 0
0 1 1 1	1 0 0 0

8 PAROLE del codice ⇓ 3 bit di inf.

Codice a blocco non lineare ?

$R = K/N = 3/4$

b)

1110 → 7 PAROLE a dist 2, 1 PAR. a d = 4

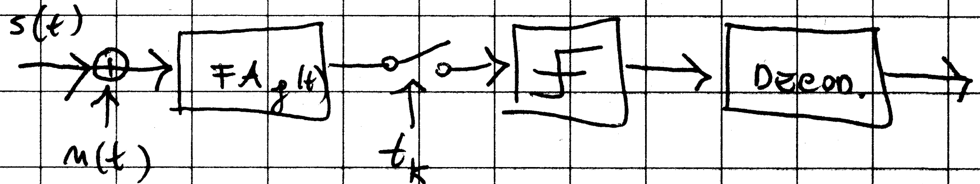
$$P_s(E) \le 6\, Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\underbrace{\frac{K}{N}}_{3/4}\cdot \underbrace{2}_{d_{MIN}}}\right) + 1\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}\cdot 4}\right) \le 7\, Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{3}{2}}\right)$$

Banda Base, binario antip.

$$B_T = \frac{r_s}{2}\cdot(1+\delta) = r_b''\,\frac{(1+\delta)}{2} = \frac{4}{3}\cdot 10 \cdot \frac{1}{2}(1+\delta) = \frac{20}{3}(1+\delta)\,\mathrm{M}$$

$$r_b'' = \frac{4}{3}\, r_b'$$

c)



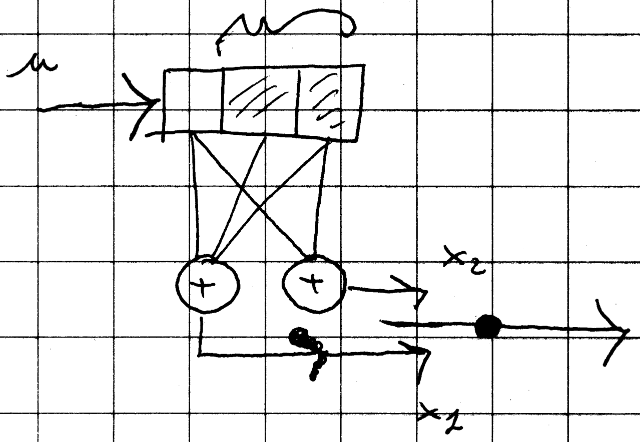
$$P_{1E}(E) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}}\right) = p$$

1 singolo bit errato

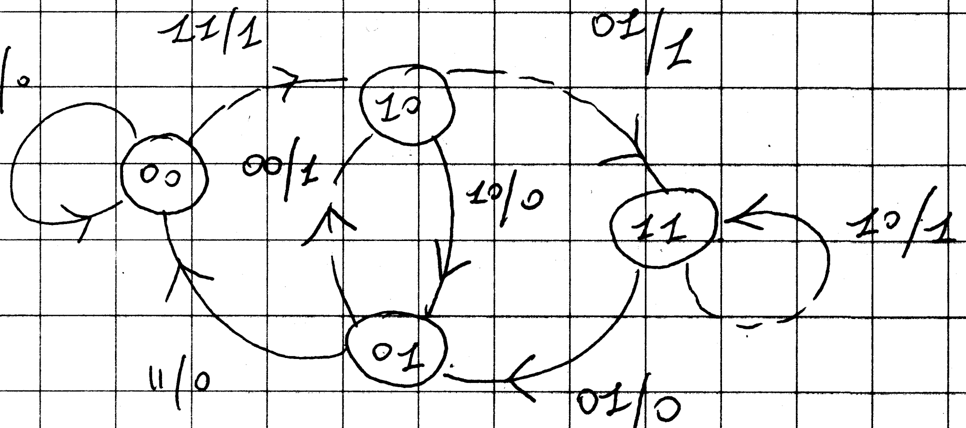
$$P(2E) \simeq \binom{4}{2} p^2 (1-p)^2 \simeq 6p^2$$

$\boxed{2}$

2 → 4 STATI (7, 5) → 111, 101



a)



b)

Eventi errore

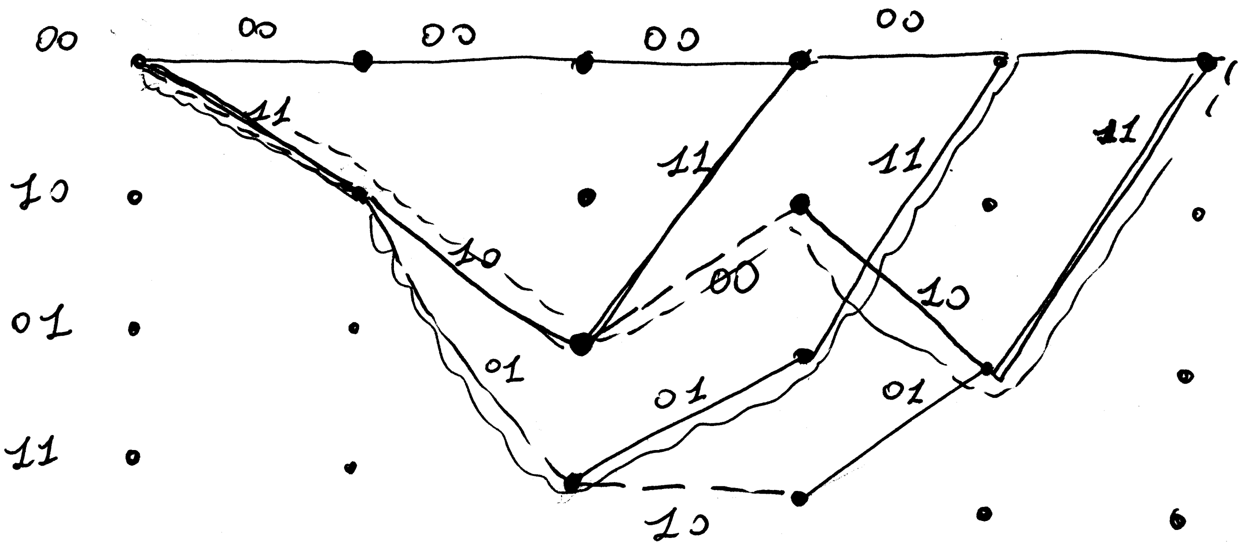
lungh.	dist.	seq. cod.	# bit sbagliati
3	5	100	1
4	6	1100	2
5	6	10100	2
5	7	11100	3
⋮			

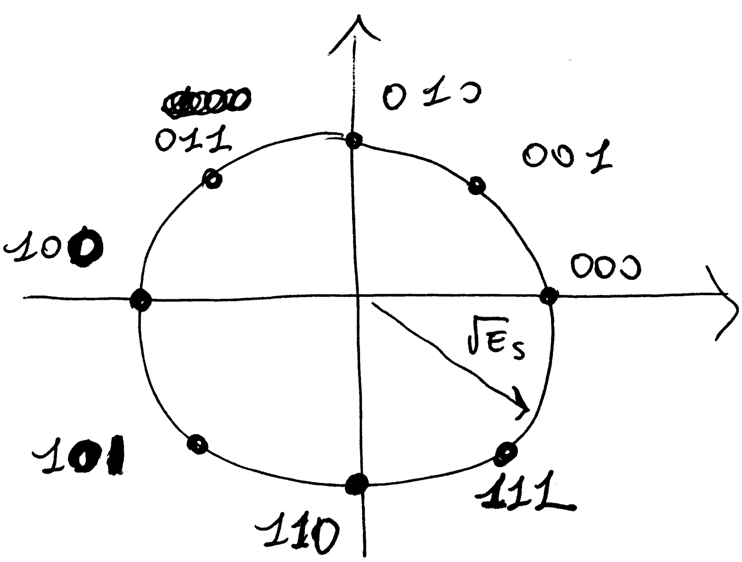
!!!

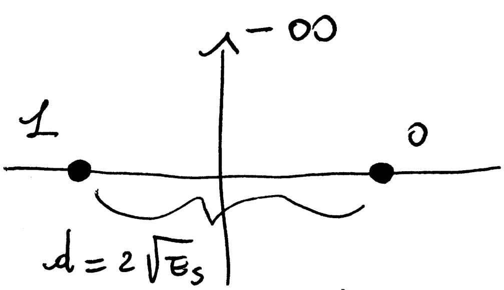
$$P(E) \simeq Q\left(\sqrt{\underbrace{\frac{2E_b}{N_0}\cdot\frac{1}{2}}_{\gamma^2}\,5}\right) + 2\,Q\left(\sqrt{\gamma^2\cdot 6}\right) + 4\,Q\left(\sqrt{\gamma^2\cdot 7}\right)$$

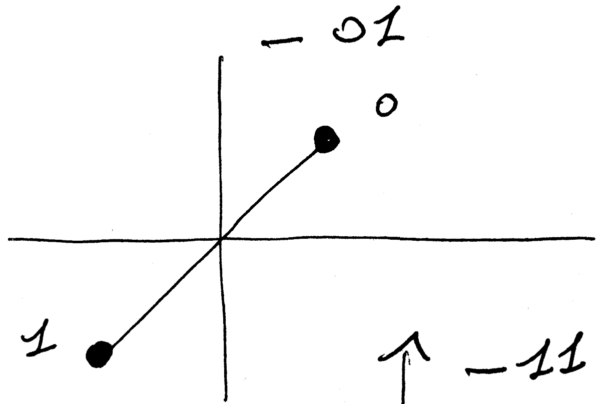
$$P_b(E) \simeq 1\cdot Q(\underset{\uparrow\, 5}{\cdot}) + 2\cdot 2\cdot Q(\underset{\uparrow\, 6}{\cdot}) \cancel{+\,3\,Q(\cdot)} + \ldots$$

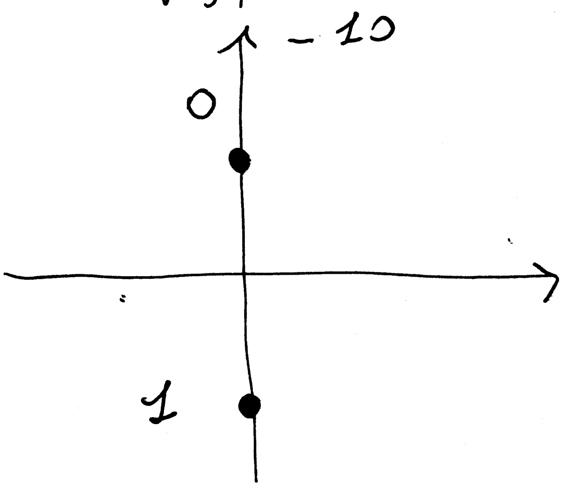
TM-A : 5/7/04

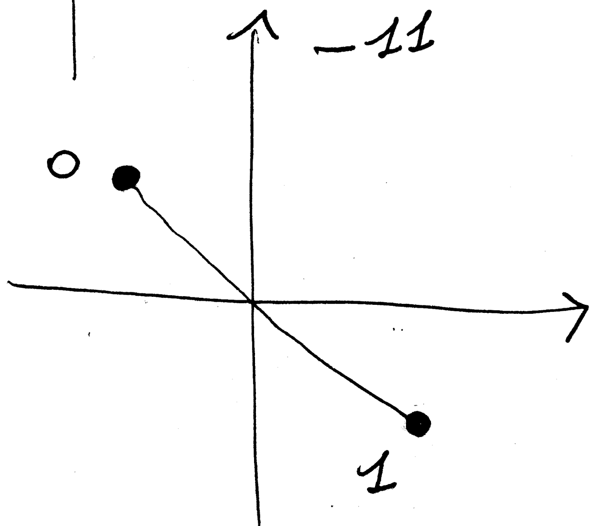

00
10
01
11
00
00
00
00
11
11
11
11
10
00
10
01
01
01
10


010
011
001
100
000
$\sqrt{E_s}$
101
111
110

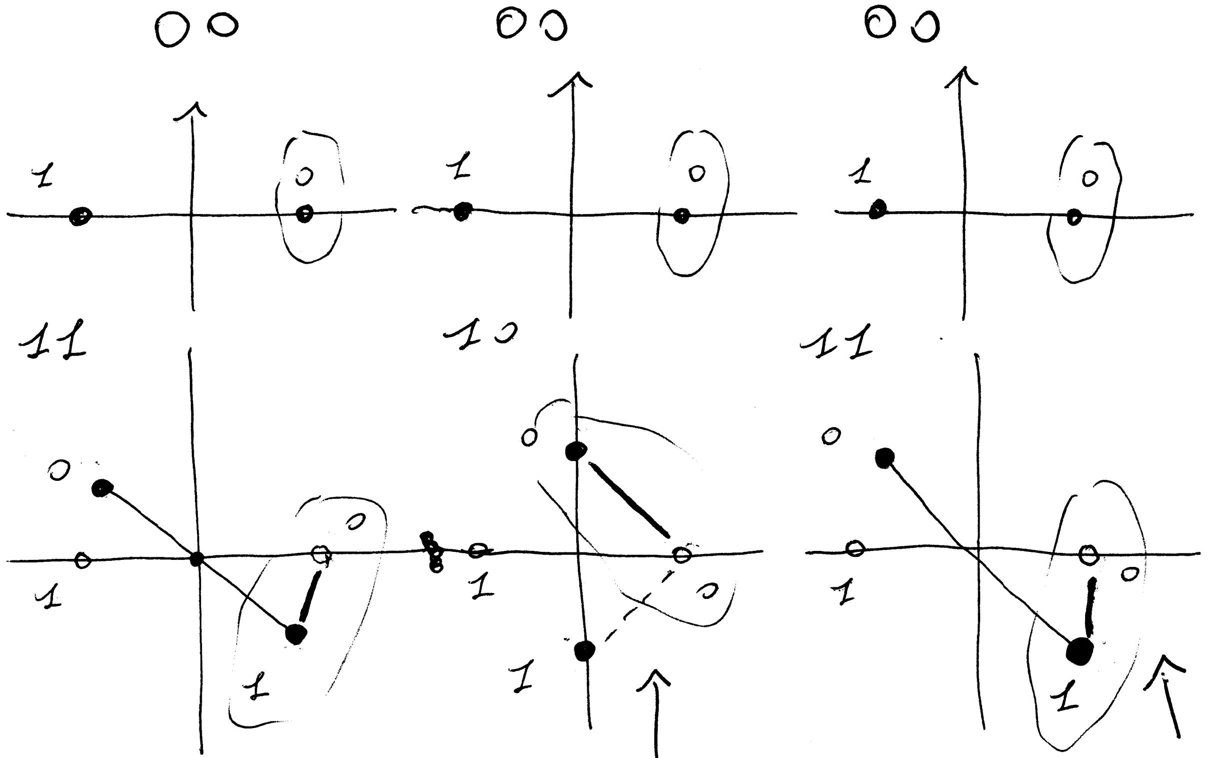

-00
1
0
$d = 2\sqrt{E_s}$


-01
0
1


-10
0
1


-11
0
1

TMA : 5/7/04

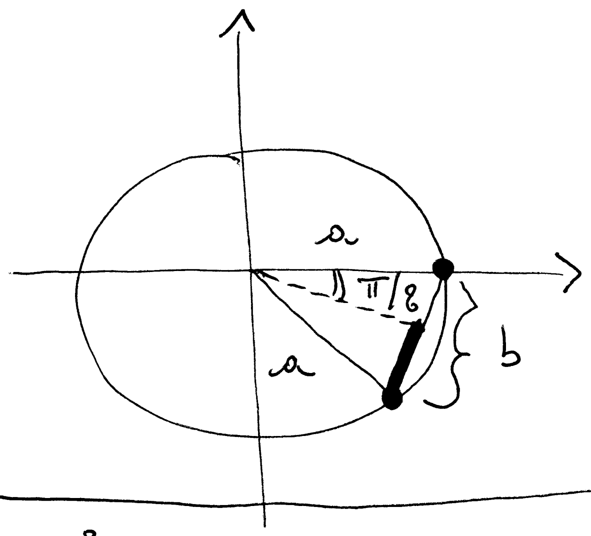


~~0.585 2 1170~~

$\sqrt{2}\,a = \sqrt{2}\sqrt{E_s}$

$\sqrt{0{,}585\, E_s}$

$\sqrt{E_s} = a$



$$\frac{b/2}{a} = \sin\left(\pi/8\right) \rightarrow \underbrace{b = 2a \sin\left(\pi/8\right)}$$

$$b^2 = 0{,}585\, E_s$$

$$\boxed{d^2_{MIN} = 4E_s \sin^2(\alpha) + 2E_s + \underbrace{4E_s \sin^2(\alpha)}_{0{,}585\, E_s}} = 4E_s\Big(\underbrace{\tfrac{1}{2} + 2\sin^2(\alpha)}_{3{,}17\, E_s}\Big)$$

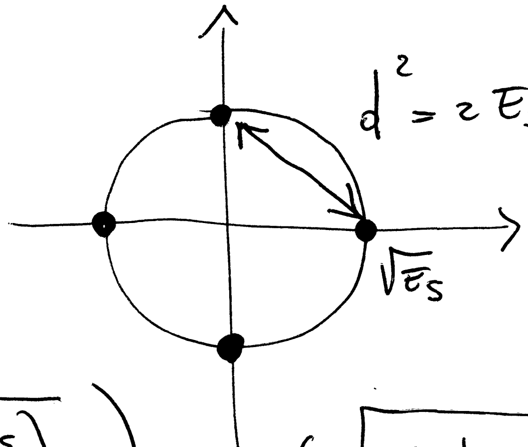
2 Eventi errore a dist. minima $\rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \textbf{3} \text{ bit errati} & (2+1) \\ 4 \text{ bit errati} & (3+1) \end{array} \right.$

su 6 bit totali

$$d^2_{PAR} = 4E_s \longrightarrow \underline{3{,}17\, E_s} \leftarrow \text{Tradizionale} \ldots$$

$\boxed{\text{TM-A : 5/7/04}}$

4 PSK
non codificata



$E_s = 2E_b$

$$P(E) \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{(2E_s)}{2N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}\cdot 2}\right)$$

---

8 **PSK** con il TCM

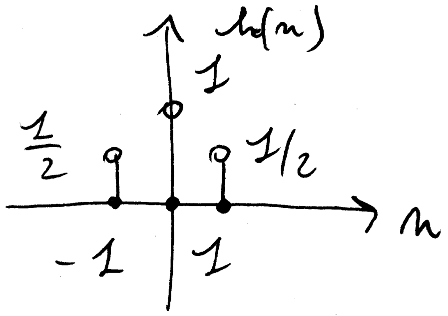
$$P(E) \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{1}{2N_0}\cdot 3{,}17\,E_s}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{3{,}17\;2E_b}{2N_0}}\right)$$

$$G_{ASINT} \cong \frac{3{,}17}{2}$$

$$B_T = 2\frac{r_s}{2}(1+\delta) = \frac{r_b}{2}(1+\underset{\delta=0}{\underset{\uparrow}{\delta}}) = 5\ \text{MHz}$$

$$P_b(E) \simeq \left(\frac{3+4}{2}\right)\frac{1}{6}\cdot 2\,Q(\cdot) \leq 10^{-8}$$

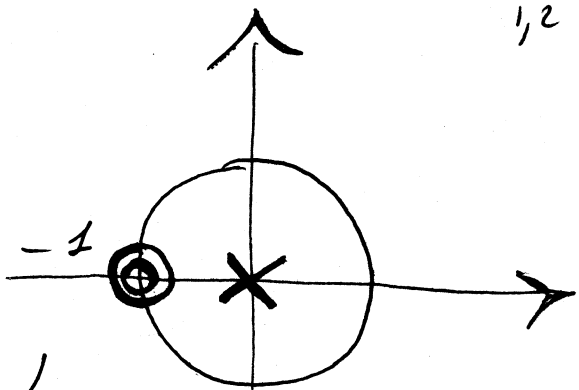
$\boxed{\text{TH\_A : 5/7/04}}$



$$H(z) = \frac{1}{2} z + 1 + \frac{1}{2} z^{-1} = \frac{1}{2}\underbrace{\left(z + 2 + z^{-1}\right)} = \frac{1}{2} z^{-1}\underbrace{\left(z^{2} + 2z + 1\right)}$$

$$z_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = -1$$

$$H(z) = \frac{1}{2z}(z+1)^2$$



$$H(z) = \frac{z}{2}\left(1 + 2z^{-1} + z^{-2}\right) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{2z^{-1}} =$$

$$H_I(z) = \frac{2z}{(z+1)^2}$$

$(A = 1/2)$

$$H(z) = 1 + A z^{-1} + A z = \frac{1}{(1+B^2)}\left(1 + B z^{-1}\right)\left(1 + B z\right)$$

$$B = \frac{2A}{1 + \sqrt{1 - 4A^2}} = \frac{2 \cdot 1/2}{1 + \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{1}{4}}} = 1$$

$$H(z) = \frac{1}{(1+1)}\left(1 + z^{-1}\right)\left(1 + z\right) = \frac{1}{2}\underbrace{\left(1 + z^{-1}\right)\left(1 + z\right)}$$

$$\left(1 + z^{-1} + z + 1 = 2 + z^{-1} + z\right)$$

$$H(z) = \frac{1}{2}\left(1+z^{-1}\right)\left(1+z\right)$$

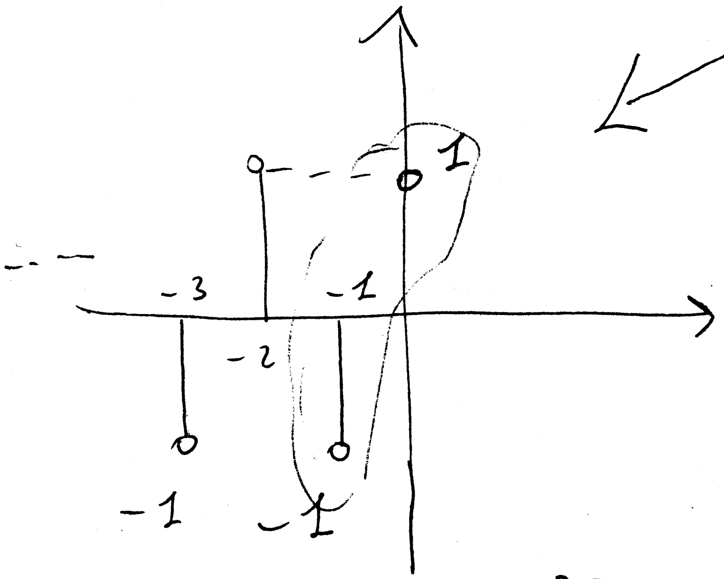
ep. lineare

Anticausale

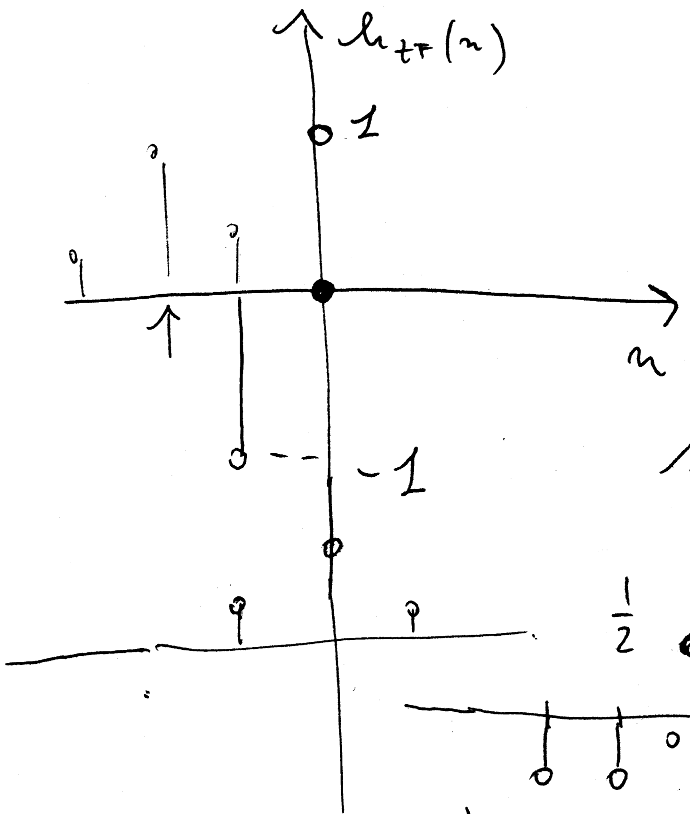
$$ZF \rightarrow \quad \frac{1}{2}(1+z) \Longrightarrow \frac{2}{1+z} \quad H_I$$

$$\frac{1}{1+z} = 1 - z + z^2 - z^3 + ----$$

ANTICAUSALE !!!!



ZF



$*$