DISTR. STUD.

PIER - con SOLUZIONI !!!

[redacted]

Università degli Studi di Brescia
Facoltà di Ingegneria

Esercizio 1 (5 PUNTI)

Si consideri il codice di Hamming (7,4) caratterizzato dal polinomio generatore $g(D)=D^3+D+1$, e si supponga di aggiungere un'ottava cifra di parità complessiva in modo che il numero di uni risulti pari.

2 1) Determinare le parole del codice e la distanza minima. Quale è il potere correttore e rivelatore?

1 2) Considerando il codice di Hamming originale, se i bit codificati vengono trasmessi con forme d'onda antipodali in presenza di rumore AWGN, quali sono le prestazioni di un ricevitore in cui si prendessero decisioni binarie prima del decodificatore?

2 3) E quelle del ricevitore ottimo?

Esercizio 2 (5 PUNTI)

Si consideri il codice convoluzionale a due stati con Rate 1/3 e con generatori (ottali) 2, 3, 1.

1 1) Disegnare lo schema a blocchi del codificatore, il diagramma di stato, il diagramma a traliccio, e la sequenza in uscita quando in ingresso si applichi la sequenza 010101100.

2 2) Ipotizzando che in ricezione (hard decision) a causa del rumore il bit ricevuto in nona posizione sia errato e tutti gli altri corretti, determinare, applicando l'algoritmo di Viterbi, la stima a massima verosimiglianza della sequenza trasmessa partendo da quella sequenza ricevuta.

2 3) Stimare la probabilità di errore sul bit che si può ottenere usando tale codice nell'ipotesi di *soft decision* in ricezione.

Esercizio 3 (9 PUNTI)

Su di un canale lineare tempo-invariante, in presenza di rumore AWGN indipendente dal segnale, si trasmette una sequenza di simboli indipendenti ed equiprobabili $a_k = \pm 1$ usando la forma d'onda $s(t)=\sum_k a_k\, g(t-kT)$.

Il canale di trasmissione, non ideale, introduce interferenza intersimbolica. All'uscita dal campionatore in ricezione il canale discreto ha risposta all'impulso: $h(n)=0.5\delta(n+1)+\delta(n)+0.2\delta(n-1)$.

3 1) Si determini la risposta all'impulso dell'equalizzatore Zero-Forcing stabile che inverte il canale (se esiste), stimando la varianza del rumore in uscita dall'equalizzatore (si assuma che i campioni del rumore all'ingresso dell'equalizzatore siano indipendenti e con varianza σ^2).

3 2) Si disegni la struttura di un equalizzatore con due prese Zero-Forcing ed una Decision-Feedback, e si determinino i relativi coefficienti. Si determini la caratteristica ingresso-uscita del sistema complessivo che include l'equalizzatore.

2 3) Con i valori dei coefficienti calcolati al punto precedente, quale è la varianza dell'interferenza intersimbolica residua?

1 4) Quale è la varianza del rumore in uscita dall'equalizzatore ?

Esercizio 4 (5+3 PUNTI)

Si consideri il codice TCM per modulazione d'ampiezza PAM a otto livelli (con mapping naturale) in cui i due bit meno significativi sono codificati usando un codice convoluzionale a quattro stati con Rate 1/2 e con generatori (ottali) 5, 2.

3 1) Quale è la struttura del codificatore, del trasmettitore e del ricevitore?

2 2) Tenendo conto delle transizioni parallele, quanti sono gli eventi errore a distanza minima e quanti bit di informazione errati producono ? Che banda viene richiesta per trasmettere 10 Mb/s?

3 3) Si calcoli il guadagno asintotico rispetto ad una modulazione d'ampiezza PAM non codificata di pari efficienza spettrale, ed il valore di E_b/N_0 richiesto per ottenere $P(E) = 10^{-8}$.

DOMANDE (9 PUNTI)

1 D1. Descrivere la relazione che permette di rendere sistematico un codice lineare a blocco caratterizzato da un polinomio generatore g(D) che usato direttamente darebbe un codice non sistematico.

2 D2. Descrivere, servendosi di un semplice esempio, la differenza tra *hard decision* e *soft decision* per la decodifica di codici lineari a blocco.

3 D3. Descrivere il significato della funzione "Esponente di Errore" e del "Cut-off Rate".

3 D4. Descrivere in dettaglio la tecnica di equalizzazione adattativa MMSE che usa il metodo del gradiente stocastico nel caso di trasmissione di un segnale in banda-passante. Indicare come va scelto il passo di aggiornamento.

TNA : 10/7/2003

HAMM (7,4)

1

$$g(D) = D^3 + D + 1$$

\+ PARITÀ degli "1"

~~Possiamo dunque stabilire la seguente tabella~~

DISTANZA da 0000000

	PAROLA DI INFORMAZIONE	HAMMING (7,4)		HAMMING + BIT DI PARITÀ	
0	0000	0000000	0	00000000	0
1	0001	0001011	3	00010111	4
2	0010	0010110	3	00101101	4
3	0011	0011101	4	00111010	4
4	0100	0101100	3	01011001	4
5	0101	0100111	4	01001110	4
6	0110	0111010	4	01110100	4
7	0111	0110001	3	01100011	4
8	1000	1011000	3	10110001	4
9	1001	1010011	4	10100110	4
10	1010	1001110	4	10011100	4
11	1011	1000101	3	10001011	4
12	1100	1110100	4	11101000	4
13	1101	1111111	7	11111111	8
14	1110	1100010	3	11000101	4
15	1111	1101001	4	11010010	4

NON SISTEMATICO

TMA : 10/7/2003 $\boxed{1}$ (2)

1

1) $d^H_{MIN} = 4 \rightarrow t = 1$, rileva fino a 3 errori

2) $P_w(E) \le \sum_{i=t+1}^{n} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} = 1 - \sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$

$$\begin{cases} P_w(E) \simeq \binom{n}{t+1} p^{t+1} (1-p)^{n-t-1} \\ P_b(E) \simeq \dfrac{2t+1}{n} P_w(E) \end{cases}$$

HARD DECISION

$$p = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}}\right) \rightarrow P_w(E) \simeq Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}\underbrace{(t+1)}_{2}}\right)$$

SOFT decisione $\rightarrow d^2_{MIN} = 4 E_s d^H_{MIN}$; $E_s = E_b \frac{K}{N}$

$$d^2_{ij} = \sum_{k=1}^{N} (a_{ik} - a_{jk})^2 E_s$$

$$P_w(E) \le 15\, Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N} d^H_{MIN}}\right)$$

3

$$P_w(E) \le 7\, Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}\cdot 3}\right) + 7\, Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}\cdot 4}\right) + 1\cdot Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}\frac{K}{N}7}\right)$$

$$P_b(E) \simeq \frac{2t+1}{N} P_w(E)$$