

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ МИХАЙЛА
ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ №6

з навчальної дисципліни

«Алгоритми та структури даних»

Тема «Графи. Найкоротші шляхи»

Студентка гр. КН-24-1 Бояринцова П. С.

Викладач Сидоренко В. М.

Тема роботи: Графи. Найкоротші шляхи

1.1 Постановка завдання

Мета роботи: набути практичних навичок розв'язання задач пошуку найкоротших шляхів у графі та оцінювання їх асимптотичної складності.

Завдання: знаходження найкоротших шляхів від вершини 1 до всіх інших за допомогою алгоритму.

1.2 Розв'язання задачі

Завдання

Знайди найкоротші шляхи від вершини 1 до всіх інших за допомогою алгоритму, вказаному у варіанті.

3. Алгоритм Дейкстри

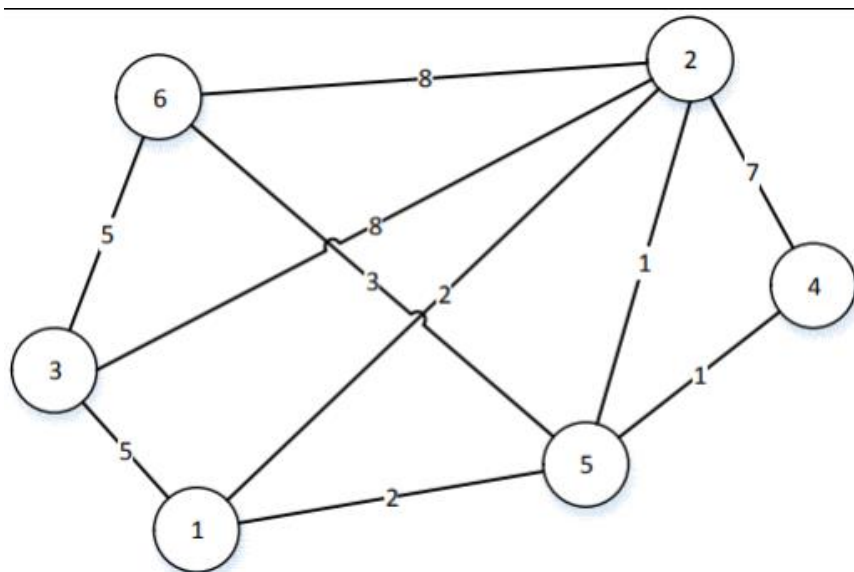


Рисунок 1 – Граф

Розв'язання.

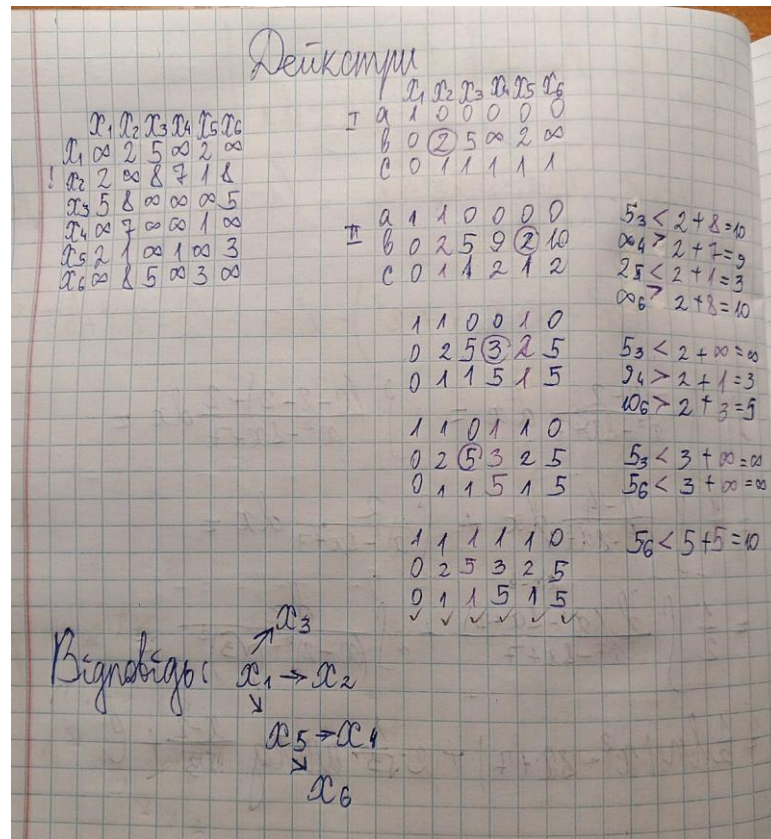


Рисунок 2 – Розв’язання

1.3 Відповіді на контрольні питання

1. Що таке граф і які головні складові його структури?

Граф — це математична структура, яка складається з вершин (або вузлів) і ребер.

Головні складові графа:

– Вершини (V) — об’єкти, між якими встановлюються зв’язки.

– Ребра (E) — з’єднання між парами вершин. Можуть бути:

орієнтованими (дуги) — зв’язок має напрямок;

неорієнтованими — зв’язок не має напрямку.

– Вага ребра — числове значення, що відображає “вартість” переходу від однієї вершини до іншої (опціонально).

– Структури подання графа:

матриця суміжності;

список суміжності;

матриця інцидентності.

2. Які алгоритми використовуються для пошуку найкоротших шляхів у графах?

Найпоширеніші алгоритми:

- Алгоритм Дейкстри — для графів без від'ємних ваг.
- Алгоритм Беллмана–Форда — працює з від'ємними вагами; дозволяє виявити від'ємні цикли.
- Алгоритм Флойда–Воршелла — знаходить найкоротші шляхи між усіма парами вершин.

3. Як працює алгоритм Дейкстри і які його особливості?

Принцип роботи:

- Починаємо з початкової вершини, встановлюємо відстань до неї 0, до решти — нескінченність.
- Вибираємо вершину з найменшою відстанню, оновлюємо відстані до її сусідів.
- Повторюємо, поки не обійдемо всі вершини.

Особливості:

- Працює тільки для графів без від'ємних ваг.
- Ефективний для знаходження найкоротших шляхів від однієї вершини до всіх інших.
- Складність: $O((V + E) \log V)$ з чергою з пріоритетом (heap).

4. Що таке алгоритм Белмена–Форда і коли його варто застосовувати?

Алгоритм Беллмана–Форда також знаходить найкоротші шляхи від однієї вершини до всіх інших, але дозволяє наявність від'ємних ваг.

Принцип роботи:

1. Ініціалізуємо відстані як у Дейкстри.
2. Виконуємо $|V| - 1$ ітерацій, на кожній "розслаблюючи" всі ребра — оновлюємо відстані, якщо знайдено коротший шлях.
3. Після всіх ітерацій перевіряємо, чи немає негативного циклу.

Переваги:

Працює з від'ємними ребрами.

Може виявити наявність циклів з від'ємною вагою.

Недоліки:

Працює повільніше, ніж алгоритм Дейкстри: $O(|V| \times |E|)$.

5. Як працює алгоритм Флойда–Форшала і які його переваги та недоліки?

Алгоритм Флойда–Форшала (часто пишуть Флойда–Воршелла) знаходить найкоротші шляхи між усіма парами вершин графа.

Принцип роботи:

- Використовує динамічне програмування.
- Ітеративно покращує оцінки шляхів між усіма вершинами, перевіряючи, чи існує проміжна вершина, через яку шлях коротший.

Суть:

Для кожної пари вершин (i, j) , перевіряємо, чи можна покращити шлях через третю вершину k :

$$\text{distance}[i][j] = \min(\text{distance}[i][j], \text{distance}[i][k] + \text{distance}[k][j])$$

Переваги:

Простий у реалізації.

Дає найкоротші шляхи між всіма парами вершин.

Працює з від'ємними вагами (якщо немає циклів з від'ємною вагою).

Недоліки:

Висока складність: $O(|V|^3)$ — повільний для великих графів.