МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА
«**АЛГОРИТМИ І СТРУКТУРИ ДАНИХ**»

ЗВІТ
З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ №2

Виконав:
студент групи КН-24-1
Соломка Б. О.

Перевірив:
доцент кафедри АІС
Сидоренко В. М.

Кременчук 2025

Тема: Асимптотична складність алгоритмів. Інші нотації.

Мета: Набути практичних навичок у розв’язанні задач на оцінку асимптотичної складності алгоритмів у Ω, Θ, o, θ, ω-нотаціях.

Хід роботи

Асимптотична складність алгоритмів є ключовим поняттям у комп'ютерних науках, що дозволяє оцінювати ефективність алгоритмів незалежно від конкретної реалізації чи обчислювального середовища.

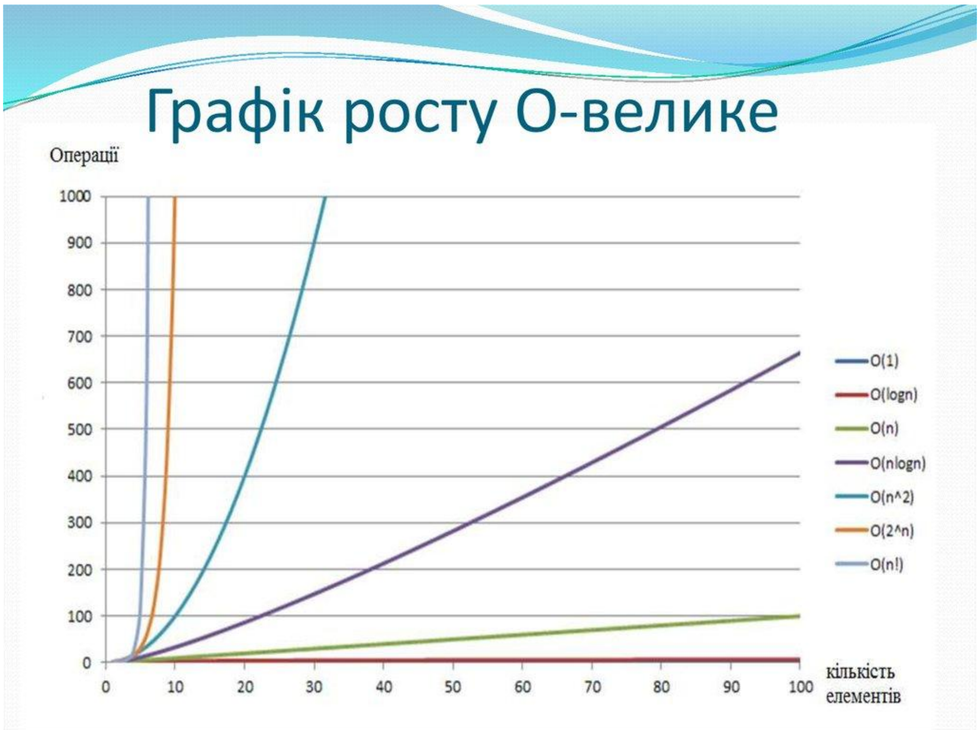

Рисунок 1 – Приклад О-нотації.

У цій практичній роботі розглядаються різні типи асимптотичних нотацій (О-нотація, Ω-нотація, Θ-нотація, о-нотація та ω-нотація).

Задача 8. Маємо функції $f(n) = n^4 + 2n^3 - 5n^2 + 8$ та $g(n) = n^4$. Показати, що $f(n) = O(g(n))$, використовуючи метод меж.

Розв'язання:

Для доведення того, що $f(n) = O(g(n))$, використаємо метод меж, обчисливши ліміт відношення функцій при $n \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^4 + 2n^3 - 5n^2 + 8}{n^4}$$

Рисунок 2 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

Розкриємо дріб:

$$\lim_{n\to\infty} (1 + \frac{2n^3}{n^4} - \frac{5n^2}{n^4} + \frac{8}{n^4}) = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{2}{n} - \frac{5}{n^2} + \frac{8}{n^4})$$

Рисунок 3 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

При $n\to\infty$:

$$\frac{2}{n} \to 0$$

$$\frac{5}{n^2} \to 0$$

$$\frac{8}{n^4} \to 0$$

Рисунок 4 – Формули, виконані за допомогою технології LaTeX.

Таким чином:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 1$$

Рисунок 5 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

Оскільки ліміт скінченний (дорівнює 1), то $f(n) = O(g(n))$.

Альтернативно, можна використати пряме доведення:

Для $n \geq 1$:

$2n^3 \leq 2n^4$ (оскільки $n \geq 1$)

$-5n^2 \leq 0$

$8 \leq 8n^4$ (оскільки $n \geq 1$)

Отже, $f(n) = n^4 + 2n^3 - 5n^2 + 8 \leq n^4 + 2n^4 + 0 + 8n^4 = 11n^4$

Таким чином, для $c = 11$ і $n_0 = 1$ маємо $f(n) \leq c \cdot g(n)$ для всіх $n \geq n_0$, що доводить $f(n) = O(g(n))$.

Задача 13. Задано функції $f(n) = n^3 - n^2 + 2$ і $g(n) = n^4$. Показати, що $f(n) = O(g(n))$, використовуючи метод меж.

Розв'язання:

Для доведення того, що $f(n) = O(g(n))$, використаємо метод меж, обчисливши ліміт відношення функцій при $n \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^3 - n^2 + 2}{n^4}$$

Рисунок 6 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

Розкриємо дріб:

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^3}{n^4} - \frac{n^2}{n^4} + \frac{2}{n^4}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^4}\right)$$

Рисунок 7 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

При $n \to \infty$:

$$\frac{1}{n} \to 0$$

$$\frac{1}{n^2} \to 0$$

$$\frac{8}{n^4} \to 0$$

Рисунок 8 – Формули, виконана за допомогою технології LaTeX.

Таким чином:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

Рисунок 9 – Формула, виконана за допомогою технології LaTeX.

Оскільки ліміт дорівнює 0, то $f(n) = O(g(n))$.

Альтернативно, можна використати пряме доведення:

Для $n \geq 1$:

$n^3 \leq n^4$ (оскільки $n \geq 1$)

$-n^2 \leq 0$

$2 \leq 2n^4$ (оскільки $n \geq 1$)

Отже, $f(n) = n^3 - n^2 + 2 \leq n^4 + 0 + 2n^4 = 3n^4$

Таким чином, для $c = 3$ і $n_0 = 1$ маємо $f(n) \leq c \cdot g(n)$ для всіх $n \geq n_0$, що доводить $f(n) = O(g(n))$.

Висновки

У ході виконання практичної роботи були розглянуті основні асимптотичні нотації та методи доведення асимптотичних співвідношень між функціями. Особлива увага приділялася методу меж, який є потужним інструментом для аналізу асимптотичної поведінки функцій.

Було успішно доведено, що:

Функція $f(n) = n^4 + 2n^3 - 5n^2 + 8$ належить до класу $O(n^4)$

Функція $f(n) = n^3 - n^2 + 2$ належить до класу $O(n^4)$

Важливим спостереженням є те, що для визначення асимптотичної складності функції достатньо зосередитись на доданку з найвищим степенем, оскільки саме він визначає поведінку функції при великих значеннях аргументу.

Застосування методу меж спрощує процес доведення асимптотичних відношень і дає інтуїтивне розуміння того, як співвідносяться функції при зростанні аргументу до нескінченності. Ці навички є надзвичайно важливими для розробки та аналізу ефективності алгоритмів у комп'ютерних науках.