

Методы оптимизации

Лекция 10: Метод Ньютона.

Квазиньютоновские методы

Александр Катруца

Факультет инноваций и высоких технологий
Физтех-школа прикладной математики и информатики



21 августа 2018 г.

Метод Ньютона

$$x_{k+1} = x_k - f''(x_k)^{-1} f'(x_k)$$

Скорость сходимости-1

Скорость сходимости-2

Теорема

Пусть

- ▶ $f(x)$ локально сильно выпукла с константой μ :
 $\exists x^* : f''(x^*) \succeq \mu I$

Скорость сходимости-2

Теорема

Пусть

- ▶ $f(x)$ локально сильно выпукла с константой μ :
 $\exists x^* : f''(x^*) \succeq \mu I$
- ▶ гессиан Липшицев: $\|f''(x) - f''(y)\| \leq M\|x - y\|$

Скорость сходимости-2

Теорема

Пусть

- ▶ $f(x)$ локально сильно выпукла с константой μ :
 $\exists x^* : f''(x^*) \succeq \mu I$
- ▶ гессиан Липшицев: $\|f''(x) - f''(y)\| \leq M\|x - y\|$
- ▶ начальная точка x_0 достаточно близка к x^* : $\|x_0 - x^*\| \leq \frac{2\mu}{3M}$

Скорость сходимости-2

Теорема

Пусть

- ▶ $f(x)$ локально сильно выпукла с константой μ :
 $\exists x^* : f''(x^*) \succeq \mu I$
- ▶ гессиан Липшицев: $\|f''(x) - f''(y)\| \leq M\|x - y\|$
- ▶ начальная точка x_0 достаточно близка к x^* : $\|x_0 - x^*\| \leq \frac{2\mu}{3M}$

тогда метод Ньютона сходится квадратично

$$\|x_{k+1} - x^*\| \leq \frac{M\|x_k - x^*\|^2}{2(\mu - M\|x_k - x^*\|)}$$

Пример сходимости

Доказательство

Pro & Contra

Квазиньютоновские методы

Метод Barzilai-Borwein

Метод DFP

Метод BFGS

Квазиньютоновские методы с ограниченной памятью

Метод L-BFGS

Pro & Contra