东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 电磁场与波 考试学期 07-08-2 得分

适用专业 信息工程 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

姓名 学号

线 封 密

以下为答案及评分标准

一．简答题（40 分）

1．（5 分）写出积分形式的 Maxwell 方程组及电流连续性方程

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}_C + \vec{J}_V + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)\cdot d\vec{S} \qquad (1)$$ 1 分

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \qquad (2)$$ 1 分

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \qquad (3)$$ 1 分

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad (4)$$ 1 分

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \qquad (5)$$ 1 分

2．（6 分）推导动态矢量磁位满足的波动方程

由恒等式 $\nabla\cdot\nabla\times\vec{A}=0$ 以及 $\nabla\cdot\vec{B}=0$，可定义：$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$， （1） 1 分

由恒等式 $\nabla\times\nabla\varphi=0$ 以及 $\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \nabla\times\left(\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)=0$， （2）

定义： $\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla\varphi$， （3）

由： $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_C+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$， $\vec{B}=\mu\vec{H}$， $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$

$$\Rightarrow \nabla\times\vec{B}=\mu\vec{J}_C+\mu\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \qquad (4)$$ 1 分

将两定义（1）（2）代入：$\Rightarrow \nabla\times\nabla\times\vec{A}=\mu\vec{J}_C-\mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\mu\varepsilon\nabla\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}$

由矢量恒等式$\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)-\nabla^2\vec{A}$

$$\begin{aligned}&\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)-\nabla^2\vec{A}=\mu\vec{J}_C-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}-\mu\varepsilon\nabla\frac{\partial\varphi}{\partial t}\Rightarrow\\&\nabla^2\vec{A}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=\nabla\left(\nabla\cdot\vec{A}+\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)-\mu\vec{J}_C\end{aligned}\qquad(5)$$ 2 分

由 $\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho}{\varepsilon}=-\nabla\cdot\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla^2\varphi\Rightarrow\nabla^2\varphi-\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot\vec{A}\right)=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}$ （6）

利用洛仑兹条件：$\nabla\cdot\vec{A}+\mu\varepsilon\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}=0$，即$\nabla\cdot\vec{A}=-\mu\varepsilon\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}$ （7） 1 分

可将（5）和（6）化为：

$$\nabla^2\vec{A}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu\vec{J}_C\qquad(8)$$ 1 分

$$\nabla^2\varphi+\mu\varepsilon\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon}\qquad(9)$$

（8）式即为动态矢量磁位函数的波动方程。

（答案中的电位部分可以不加，矢量磁位的定义可以不单独说明）

3.（5 分）写出坡印亭定理的数学表示式并解释其物理含义

坡印亭定理的数学表示为：

$$\oint_S\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)\cdot d\vec{S}=-\frac{\partial}{\partial t}\int_V\left(\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}+\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}\right)dV-\int_V\vec{J}\cdot\vec{E}dV$$ 或

$$\nabla\bullet\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}+\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}\right)-\vec{J}\cdot\vec{E}\qquad(1)$$ 2 分

坡印亭定理的物理含义为：

坡印亭定理反映了电磁场中能量守恒及转换关系，即当体积内无其他能源时，经体积表面 S 流出的功率流，等于单位时间内体积 V 中电磁能量的减少与体积 V 中功率的损耗之和。 （2） 3 分

或为：

当体积内无其他能源时，经体积表面 S 流入的功率流之和，等于体积中功率的损耗与单位时间内体积 V 中内的电磁能量的增加。

4.（4 分）写出理想导体表面电磁场的边界条件

理想导体表面的边界条件为：

$\vec{n}\times\vec{H}_1=\vec{J}_S$ 或 $\vec{H}_{1t}=\vec{J}_S$ （1） 1 分

$\vec{n}\times\vec{E}_1=0$ 或 $\vec{E}_{1t}=0$ （2） 1 分

$\vec{n}\cdot\vec{B}_1=0$ 或 $B_{1n}=0$ （3） 1 分

$\vec{n}\cdot\vec{D}_1=\rho_S$ 或 $D_{1n}=\rho_S$ （4） 1 分

5.（6 分）简述均匀平面电磁波在均匀有耗媒质中的传输特性

1）在均匀有耗媒质中电场、磁场与传播方向三者之间相互垂直，仍是横电磁波；
2）电场和磁场的振幅呈指数衰减； 2 分
3）波阻抗为复数，电场和磁场不是同相位； 2 分
4）电磁波的相速与频率有关，出现色散现象； 2 分

6.（4 分）均匀平面波在导体的趋肤深度与电导率的关系是什么？

与电磁波频率的关系是什么？

$$\delta=\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$ （1） 6 分

导体的趋肤深度与电导率的平方根成反比； （2） 2 分
导体的趋肤深度与电磁波频率的平方根成反比； （3） 2 分
导体的电导率越大，电磁波的频率越高，趋肤深度就越小。 （4） 2 分

注：如果答出（1）需解释定义，写出（2）（3）（4）各给 2 分

7.（5 分）简述电磁波在无穷大两种不同媒质分界面上发生全反射的两个条件。

根据斯涅尔折射定律有：$k_1\sin\theta_1=k_2\sin\theta_2$ ，

或由于一般非磁性媒质有 $\mu_1=\mu_2\approx\mu_0$，有 $\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta_1=\sqrt{\varepsilon_2}\sin\theta_2$，

全反射即为：当 $0°<\theta_1<90°$ 时，有 $\theta_2=90°$。

当 $k_1>k_2$ 或 $\varepsilon_1>\varepsilon_2$ 时，若 $\theta_i\geq\arcsin\left(\frac{k_2}{k_1}\right)$ 或 $\theta_i\geq\arcsin\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right)$，则发生全发射。

所以发生全反射的条件为：

1）$k_1 > k_2$ 或 $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$，即由光密媒质向光疏媒质入射。 （1） 3 分

2）$\theta_i \geq \arcsin\left(\dfrac{k_2}{k_1}\right)$ 或 $\theta_i \geq \arcsin\left(\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right)$，即入射角大于临界角。 （2） 2 分

8.（5 分）谐振腔固有品质因数的定义是什么？如何提高谐振腔的固有品质因数？

谐振腔固有品质因数的定义为：$Q_0 = 2\pi\dfrac{W}{W_0}$，其中 W 为平均电磁储能，W_0 一个振荡周期内谐振腔损耗能量。 或：

在不考虑谐振腔的输出能量（或无载）的情况下，在谐振频率上，谐振腔中的平均电磁储能与一个振荡周期内谐振腔损耗能量之比的 2π倍。 （1） 2 分

提高谐振腔固有品质因数的方法： （2） 3 分

1．在一定的条件下，谐振腔的体积应尽量大，以增加谐振腔的储能；

2．在一定的条件下，谐振腔的封闭面应尽量小，以减小谐振腔的损耗；

3．在谐振腔内填充低损耗介质，以增加谐振腔的储能；

4．提高谐振腔壁导体的电导率，以减小谐振腔的损耗；

5．提高谐振腔内壁的光洁度，以减小谐振腔的损耗。

（以上只答出红色部分即可）注：答对任意 3 条给 3 分

二.（**10** 分）如图所示无限长同轴传输线，内、外导体均为理想导体，半径分别为 R_1 和 R_2，（设外导体的厚度为 0）

1．若内外导体间填充理想介质，介电常数为 ε，求同轴线单位长度的电容。（3 分）

2．若内外导体间填充非理想介质，导电率为 σ，求同轴线单位长度的漏电导。（2 分）

3．若内外导体间填充理想介质，内外导体和介质的磁导率都为 μ_0，求同轴线内外导体间的单位长度的电感。 （5 分）

解：

1. 设单位长度内导体带有电荷 ρ_l，外导体带有 $-\rho_l$，

利用高斯定理（需说明选取的高斯面）：

$$\vec{E}=\vec{a}_r\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon r}\quad (R_1\le \mathrm{r}\le R_2)$$

由：$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon r}dr=\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$

得：$C_0=\frac{\rho_l}{U}=\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$ （1） 3 分

可以用 Laplace's eq 电位方程求解。

2. 利用静电比拟法可得（需说明哪些量替换）：

$$G_0=\frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$ （2） 2 分

3. 设内导体中电流为 I，外导体中电流为-I

由于认为外导体厚度为 0，所以只求 $R_1\leqslant r\leqslant R_2$ 区域的电感：

$r\leqslant R_1$ 单位长度的自感为：$L_{10}=\frac{\mu_0}{8\pi}$

或利用：

$$\vec{H}_1=\vec{a}_\alpha\frac{I\pi r^2}{\pi R_1^2}\frac{1}{2\pi r}=\vec{a}_\alpha\frac{Ir}{2\pi R_1^2}$$，有：

$$W_{m1}=\frac{\mu_0}{2}\int_0^{R_1}H_1^2 2\pi r dr=\int_0^{R_1}\left(\frac{I}{2\pi a}\right)^2 2\pi r^3 dr=\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}\quad (\mathrm{J/m})$$

在 $R_1\leqslant r\leqslant R_2$ 区域，利用安培环路定律：

$$\vec{H}_2=\vec{a}_r\frac{I}{2\pi r}$$ 则：

$$W_{m2}=\frac{\mu_0}{2}\int_{R_1}^{R_2}H_2^2 2\pi r dr=\frac{\mu_0}{2}\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 2\pi r dr=\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\quad (\mathrm{J/m})$$

单位长度总磁场能量为：

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=W_{m1}+W_{m2}$$

所以：

$$L_0=\frac{2W_m}{I^2}=\frac{2}{I^2}\left(W_{m1}+W_{m2}\right)=L_{10}+L_{20}\quad (\mathrm{H/m})$$
$$=\frac{\mu_0}{8\pi}+\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\quad (\mathrm{H/m})$$ （3） 5 分

第 3 小题 也可以利用 $L=\frac{\Psi}{I}$ 来求解。

（内外导体间电感，不需要考虑 r<R 的区域）

三．(**15** 分) 无耗介质中（$\varepsilon=\varepsilon_0$，$\mu=\mu_0$），已知电磁波的电场强度为：

$$\dot{E}=\left(\vec{a}_x-j0.5\vec{a}_y\right)E_0\cos kz\ \ \mathrm{V/m}$$

1．求与之相伴的磁场强度的瞬时表达式；（5 分）（4 分）

2．求 $z=\frac{\lambda}{8}$ 处的平均坡印亭矢量和瞬时坡印亭矢量；（7 分）（5 分）

3．求向负 z 方向传播的电磁波分量的极化方式，若为圆或椭圆极化，指出其旋向。（3 分）（6 分）

解：（极化部分分值太小）

1． 由于此时的波是驻波，因此不能用均匀平面波的公式 $\dot{H}=\frac{1}{Z}\vec{k}_0\times\dot{E}$ 直接求解，**（或者可以拆为两个传播方向相反的均匀平面波分别用阻抗关系求解再合并）**

由 Maxwell 方程，和 $\dot{E}=\left(\vec{a}_x-j0.5\vec{a}_y\right)E_0\cos kz\ \ \mathrm{V/m}$ 得：

$$\dot{H}=\frac{1}{-j\omega\mu}\nabla\times\dot{E}=\frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\vec{a}_y+j0.5\vec{a}_x\right)E_0\cos kz\right]$$
$$=\frac{kE_0}{\omega\mu}\left(0.5\vec{a}_x-j\vec{a}_y\right)\sin kz$$ （1） 3 分

$$\vec{H}(t)=\frac{kE_0}{\omega\mu}\left(0.5\vec{a}_x\cos\omega t+\vec{a}_y\sin\omega t\right)\sin kz$$ （2） 2 分

2． 由于场为纯驻波，所以平均坡印亭矢量 $\vec{S}_{av}=0$； （3） 2 分

演算如下：

$$\dot{\vec{E}}=\left(\vec{a}_x-j0.5\vec{a}_y\right)E_0\cos kz\,,\quad \dot{\vec{H}}=\frac{kE_0}{\omega\mu}\left(0.5\vec{a}_x-j\vec{a}_y\right)\sin kz\quad ;$$

$$\vec{S}_{av}=\mathrm{Re}\left(\dot{\vec{S}}\right)=\mathrm{Re}\left(\frac{1}{2}\dot{\vec{E}}\times\dot{\vec{H}}^*\right)$$

$$=\mathrm{Re}\left(j\frac{5}{8}\cos kz\frac{kE_0^2}{\omega\mu}\sin kz\vec{a}_z\right)=0$$ （3） 2 分

瞬时坡印亭矢量为：

$$\vec{E}(t)=\left(\vec{a}_x\cos\omega t+0.5\vec{a}_y\sin\omega t\right)E_0\cos kz$$ （4） 1 分

$$\vec{H}(t)=\frac{kE_0}{\omega\mu}\left(0.5\vec{a}_x\cos\omega t+\vec{a}_y\sin\omega t\right)\sin kz$$ （5） 1 分

$$\vec{S}(t)=\vec{E}(t)\times\vec{H}(t)$$

$$=\left(\vec{a}_x\cos\omega t+0.5\vec{a}_y\sin\omega t\right)E_0\cos kz\times\frac{kE_0}{\omega\mu}\left(0.5\vec{a}_x\cos\omega t+\vec{a}_y\sin\omega t\right)\sin kz$$ （6）

$$=\vec{a}_z\frac{3}{16}\frac{kE_0^2}{\omega\mu}\sin 2kz\sin 2\omega t$$

2 分

$$\vec{S}\left(t,\frac{\lambda}{8}\right)=\vec{a}_z\frac{3}{16}\frac{kE_0^2}{\omega\mu}\sin 2\omega t$$ （6'） 1 分

3. -z 方向的电磁波分量为： $\dot{\vec{E}}=0.5\left(\vec{a}_x-j0.5\vec{a}_y\right)E_0e^{jkz}$ V/m

由于 $\Phi_x-\Phi_y=\frac{\pi}{2}$， （7） 1 分

且 Exm ≠ Eym， （8） 1 分

且向-z 方向传播，所以为左旋椭圆极化波。 （9） 1 分

四.（15 分）两理想介质 1 和 2 的分界面为 $x+y+z=5$ 的无限大平面，理想介质 2 为空气。工作频率为 200MHz 的电磁波由介质 1 向介质 2 入射，在原点处（介质 1 中）入射波的场强为： $\vec{E}_0=40\pi\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y-2\vec{a}_z\right)$ V/m， $\vec{H}_0=-\sqrt{3}\left(\vec{a}_x-\vec{a}_y\right)$ A/m。

1．求介质 1 的相对介电常数和电磁波在介质 1 中的波长；（4 分）

2．求该入射波的传播方向(单位矢量) $\vec{k}_0$ 和波矢量 $\vec{k}$；（5 分）

3．求电磁波进入理想介质 2 的每单位面积的平均功率。（6 分）

解：

1. $Z_1=\dfrac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}=\dfrac{|\vec{E}_0|}{|\vec{H}_0|}=\dfrac{40\pi\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=40\pi\Rightarrow\varepsilon_r=9$ （1）—— 2 分

$\lambda=\dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}=\dfrac{C_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}}=\dfrac{3\times10^8}{2\times10^8\times3}=0.5\ \text{m}$ （2）—— 2 分

2. 入射波的方向为：

$$\vec{k}_0=\frac{\vec{E}_0\times\vec{H}_0}{|\vec{E}_0||\vec{H}_0|}=-\frac{40\pi\sqrt{3}\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y-2\vec{a}_z\right)\times\left(\vec{a}_x-\vec{a}_y\right)}{40\pi\sqrt{6}\sqrt{3}\sqrt{2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_y\right)$$

（3）—— 3 分

$k=\beta=\dfrac{2\pi}{\lambda}=\dfrac{2\pi}{0.5}=4\pi\ \ \text{rad/m}$， （4）—— 1 分

所以 $\vec{k}=k\cdot\vec{k}_0=\dfrac{4\pi}{\sqrt{3}}\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_y\right)\ \ \text{rad/m}$ （5）—— 1 分

3. (因为 $\nabla u=\nabla\left(x+y+z\right)=\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_z$ ，所以 $x+y+z=5$ 平面的由介质 1 指向介质 2 的法向矢量为：$\vec{a}_n=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_z\right)$。

由于入射波传播方向为 $\vec{k}_0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{a}_x+\vec{a}_y+\vec{a}_y\right)$，所以入射波对于分界面是垂直入射。

（4）—— 1 分

介质 1 的波阻抗为：$Z_1=40\pi\ \ \Omega$；

透射系数为：$T=\dfrac{2Z_2}{Z_2+Z_1}=\dfrac{240\pi}{160\pi}=\dfrac{3}{2}$ （5）—— 2 分

分界面上的入射波和透射波的场强为：

$$\vec{E}_{i0}=\vec{E}_0 e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}=\vec{E}_0 e^{-j\phi}$$

$$\vec{E}_{t0}=T\vec{E}_{i0}=\frac{3}{2}\vec{E}_0 e^{-j\phi}$$

（6）—— 1 分

ϕ 为原点至分界面的相位延迟，不需计算，

电磁波进入理想介质 2 的每单位面积的平均功率为：

$$\vec{S}_{0av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\dot{\vec{E}}_{t0}\times\dot{\vec{H}}_{t0}^{*}\right)=\vec{k}_0\frac{1}{2Z_2}\left|E_{t0}\right|^2$$

$$S_{0av}=\frac{1}{2Z_2}\left|E_{t0}\right|^2=\frac{\left(\frac{3}{2}\times 40\pi\times\sqrt{6}\right)^2}{2\times 120\pi}=90\pi\ \ \mathrm{W/m^2}$$

（7）—— 2 分

五.（**20** 分）矩形波导的横截面尺寸为 20mm x 10mm，内部填充空气。

1．当工作频率为 f = 10GHz 时，波导中能够传输哪些模式？求出最低传输模式的截止频率、相速、波导波长与波阻抗。（9 分）

2．若波导中填充 $\varepsilon_r = 4$ 的无耗介质，当工作频率为 f = 10GHz 时，TE_{01} 模能否传输？最低传输模式的截止波长与截止频率如何变化？（3 分）

3．填充 $\varepsilon_r = 4$ 的无耗介质时，要求只传输 TE_{10} 模，确定其工作频段。（4 分）

4．当填充 $\varepsilon_r = 4$ 的无耗介质时，若在矩形波导传输方向上相距 20mm 长的两截面处用理想导体平面短路，形成尺寸为 20mmX10mmX20mm 的矩形谐振腔，确定谐振腔的主模及对应的谐振频率。（4 分）

解：

1. $f=10GHz,\ \ \lambda=\dfrac{C_0}{f}=\dfrac{3\times10^8}{10\times10^9}=0.03\ \mathrm{m}=30\mathrm{mm}$ （1） 1 分

$$\lambda_{C\ TE10}=2a=40\mathrm{mm}\qquad \lambda_{C\ TE01}=2b=20\mathrm{mm}$$
$$\lambda_{C\ TE20}=a=20\mathrm{mm}$$

所以能够传输的模式为 TE_{10} 模，也为最低模式（主模） 判断（2） 2 分

$\lambda_{C\ TE10}=2a=40\mathrm{mm}\qquad f_{C\ TE10}=\dfrac{C_0}{\lambda_{C\ TE10}}=\dfrac{3\times10^8}{40\times10^{-3}}=7.5\ \mathrm{GHz}$ （3） 1 分

$$V_{p\ TE10}=\frac{2\pi}{k_z}=\frac{C_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{C\ TE10}}\right)^2}}=\frac{3\times10^8}{0.66}=4.54\times10^8\ \text{m/s}$$ （4） 1 分

$$\lambda_{g\ TE10}=\frac{V_{p\ TE10}}{f}=\frac{4.54\times10^8}{10\times10^9}=0.0454\ \text{m}$$ （5） 2 分

$$Z_{TE10}=\frac{Z_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{C\ TE10}}\right)^2}}=\frac{377}{0.66}=571.2\ \Omega$$ （6） 1 分

2. 当填充 $\varepsilon_r=4$ 的无耗介质时，

$$f=10GHz,\quad \lambda=\frac{C_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{f}=\frac{1.5\times10^8}{10\times10^9}=0.015\ \text{m}=15\text{mm}$$ （7） 1 分

而 $\lambda_{C\ TE01}=2b=20\text{mm}$， TE_{01} 可以传输。 （8） 1 分

此时，$\lambda_{C\ TE10}=2a=40\text{mm}\quad f_{C\ TE01}=\dfrac{C_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_{C\ TE10}}=\dfrac{1.5\times10^8}{40\times10^{-3}}=3.75\ \text{GHz}$

可见，填充介质后，截止频率降低了。 （9） 2 分

3. 填充 $\varepsilon_r=4$ 的无耗介质后，

$$\lambda_{C\ TE10}=2a=40\text{mm}\quad \lambda_{C\ TE01}=2b=20\text{mm}\quad \lambda_{C\ TE20}=a=20\text{mm}$$

$$f_{C\ TE10}=3.75\ \text{GHz}\quad f_{C\ TE01}=\frac{v}{\lambda_{C\ TE10}}=\frac{1.5\times10^8}{20\times10^{-3}}=7.5\ \text{GHz}$$ （10） 3 分

所以单模传输的工作频带为：$3.75\ \text{GHz}<f\ \leq7.5\ \text{GHz}$ （11） 1 分

4. 按题意有：$a=2b=d=20\text{mm}$，

因此，此谐振腔的主模是 TE_{101} 模，其谐振频率为： （12） 2 分

$$f=\frac{C_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda}=\frac{C_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{d}\right)^2}=\frac{1.5\times10^8}{2}\sqrt{2\left(\frac{1}{20\times10^{-3}}\right)^2}=5.3\ \text{GHz}$$

（13） 2 分