资料来源：学习辅导中心
整理人：李峰灯
联系电话：15050591986
更多资料，常年提供，欢迎致电！

36

东南大学考试卷（A卷）

课程名称	电磁场与波	考试学期	08-09-03	得分	
适用专业	信息工程	考试形式	闭卷	考试时间长度	120 分钟

一、简答题（36分）

1. 推导静电场中电位满足的拉普拉斯方程；

① $\nabla\cdot E = -\nabla\varphi = \rho$ $\therefore -\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$

2. 写出任意一种复数形式的 Maxwell 方程组；

② $\nabla\times E$

3. 由 Maxwell 方程组旋度方程和电流连续性方程推导电场散度方程；

4. 写出电磁场坡印亭定理的数学表达式及物理意义；

5. 推导时变电磁场中电场强度满足的波动方程；$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\nabla\rho}{\varepsilon} - \mu\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$

6. 写出矩形波导和矩形谐振腔的主模。截止波长最长的模

TE_{10}

$k = k_{mnp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{d}\right)^2}$

二、（14分）

设无限长同轴线的内导体半径为 R_1，外导体内半径为 R_2，内外导体都是理想导体，内外导体之间媒质的介电常数为 ε，内外导体间的电位差为 U，且外导体接地。(圆柱坐标系中，$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$)

1. 求内、外导体间的电场强度和电位移；
2. 求同轴线单位长度电容。

$\vec{S}_{av} = \frac{1}{2}Re[\vec{E}\times\vec{H}^*] = \frac{1}{2}Re[\vec{a}_x - j\vec{a}_y]10^{-4}e^{-j20\pi z}\times[\vec{a}_y \ldots]\frac{10^{-4}}{120\pi}e^{j20\pi z}$

$= \frac{10^{-8}}{240\pi}Re[(\vec{a}_x - j\vec{a}_y)\times(\vec{a}_y - j\vec{a}_x)]$

$\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ 1 & -j & 0 \\ -j & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2a_z$

三、（24分）

均匀平面波在真空中传播，其电场强度矢量的复数表达式为

$\vec{E} = (\vec{a}_x - j\vec{a}_y)10^{-4}e^{-j20\pi z}$ (V/m)　$k = 20\pi$

$E_x = 10^{-4}e^{-j20\pi z}$　$E_y = -j\cdot10^{-4}e^{-j20\pi z}$　$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 120\pi$

1. 求该均匀平面波的频率；$f = 3GHz$
2. 写出磁场强度矢量的瞬时表达式；$\vec{H} = \vec{a}_z\times\frac{\vec{E}}{Z} = (\vec{a}_y + j\vec{a}_x)\frac{10^{-4}e^{-j20\pi z}}{120\pi}$

$\vec{H} = (\vec{a}_y + j\vec{a}_x)\,2.65\times10^{-7}\cos(\omega t - 20\pi z)$

3. 求平均玻印廷矢量；$\frac{1}{2}Re[\vec{E}\times\vec{H}^*] = \vec{a}_z\,2.65\times10^{-\ldots}$　$\vec{a}_y\frac{10^{-4}}{120\pi}\cos(\omega t - 20\pi z) + \vec{a}_x\frac{10^{-4}}{120\pi}\cos(\omega t - 20\pi z)$

4. 判断该均匀平面波的极化形式，若是圆极化或椭圆极化，指出旋向。

(1) $k = 20\pi = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$　$\vec{E}_x = \vec{a}_x 10^{-4}e^{-j20\pi z}$　$\vec{a}_x(-j20\pi\cdot j10^{-4}e^{-j20\pi z}) + \vec{a}_y(-j20\pi\cdot 10^{-4}e^{-j20\pi z})$

$\omega = \frac{20\pi}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$　$\vec{E}_y = -j\vec{a}_y 10^{-4}e^{-j20\pi z} = \vec{a}_x 2\times10^{-3}\pi e^{-j20\pi z} - \vec{a}_y j2\times10^{-3}\pi e^{-j20\pi z}$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = 10\ldots = \vec{a}_y 10^{-4}e^{-j(20\pi z + \frac{\pi}{2})}$　$\vec{H} = (j\vec{a}_x + \vec{a}_y)\frac{2\times10^{-3}\pi}{\omega\mu}e^{-j20\pi z}$

$= 3\times10^{9}Hz$　$\varphi_y - \varphi_x = \frac{\pi}{2}$　$\vec{H} = \vec{H}\cdot\cos\omega t$

(2) $\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -j\omega\mu H$　且 $E_x = E_y$　$\vec{S}_{av} = Re[\frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^*] = \frac{10^{-4}\times2\times10^{-3}\pi}{2\omega\mu}Re[(\vec{a}_x - j\vec{a}_y)(\ldots)]$

$\therefore H = \frac{j}{\omega\mu}\nabla\times E$　圆极化 右旋　$= \frac{10^{-7}\pi}{\omega\mu}\cos^2(20\pi z)Re(\vec{a}_z - j\vec{a}_z)$

$\nabla\times E = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = -a_x\frac{\partial E_y}{\partial z} + a_y\frac{\partial E_x}{\partial z}$　$= \frac{\sqrt{2}\,10^{-7}\pi}{\omega\mu}\cos^2(20\pi z)\vec{a}_z$

9

共 2 页

四、（26分）

空气填充矩形波导的横截面尺寸为 23mm×10mm，波导中传播电磁波的频率为 f=10GHz。

1. 求该波导中能够传输的模式；
2. 求最低传输模式的波导波长、相速和波阻抗；
3. 若该波导中填充介电常数为 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ 的无耗媒质，那么波导中能够传输那些模式？并求最低传输模式的截止波长；
4. 波导填充 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ 的无耗媒质时，要求只能传输 TE_{10} 模，重新确定波导的尺寸。

(1) $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{10\times10^9} = 30mm$

$\therefore \begin{cases} a < \lambda < 2a \\ 2b < \lambda \end{cases}$

只有 TE_{10} 模传输

(2) $\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}} = 2a = 46mm$

$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}} = 66.68mm$

$v_p = \frac{c}{\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}} = 3.96\times10^8 m/s$

$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}} = 497\Omega$

(3) $\lambda = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}\cdot f} = \frac{3\times10^8}{\sqrt{4}\cdot f} = 15mm$

$\lambda < \frac{2}{\sqrt{(\frac{m}{a})^2 + (\frac{n}{b})^2}}$

$\therefore b^2m^2 + a^2n^2 < 4a^2b^2/\lambda^2$

$100m^2 + 529n^2 < 940.4$

$(m=1\ n=0)$；$(m=2\ n=0)$；$(m=3\ n=0)$

$(m=0\ n=1)$，$(m=1\ n=1)$；$(m=2\ n=1)$

$\therefore TE_{10}\ TE_{20}\ TE_{30}\ TE_{01}\ TE_{11}\ TM_{11}\ TE_{21}\ TM_{21}$

$\lambda = \frac{2}{\sqrt{(\frac{2}{23})^2 + (\frac{1}{10})^2}} = 15.09mm$

(4) $\begin{cases} a < \lambda < 2a \\ 2b < \lambda \end{cases}$

$\begin{cases} a < 15 < 2a \\ 2b < 15 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} 7.5 < a < 15 \\ b < 7.5 \end{cases}$