

# INE 5415 - Teoria da Computação

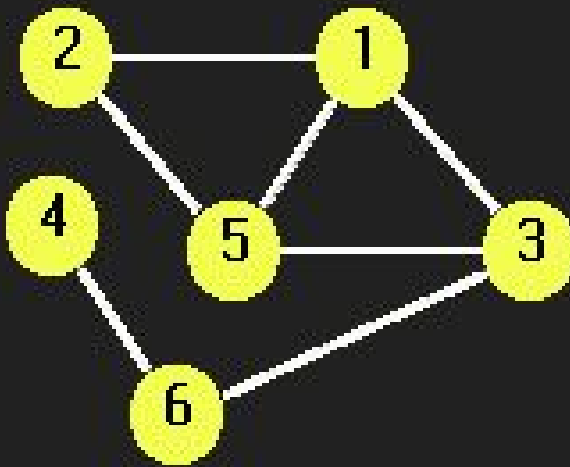
## Subconjunto Internamente Estável (SCIE) - Prova NP-completude

*Graduandos: Gustavo Olegário  
Johann Westphall*

# Conceito: SCIE

Seja  $G(V,A)$  um grafo não orientado. Diz-se que  $S \subset V$  é um subconjunto internamente estável se dois vértices quaisquer de  $S$  nunca são adjacentes entre si. Para o grafo abaixo, são exemplos de SCIE os conjuntos:

$\{2,3\}$ ,  $\{1,4\}$  e  $\{2,3,4\}$



# Prova da NP completude de um problema genérico

Para provar a NP completude de um problema é necessário provar duas características:

- Mostrar que o problema X é NP.
- Mostrar que ele é NP-Hard.

# Prova NP completude SCIE

- SCIE é NP, pois pode ser verificado em tempo polinomial.
- 3-SAT, NP-Completo, pode ser reduzido a SCIE.
- Seja  $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_m$ , onde  $C_i$  é a disjunção de três variáveis, tal que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e suas negações,  $\neg x_1, \neg x_2, \dots, \neg x_n$ .

# Prova NP completude SCIE (cont.)

Modelando o grafo:

- Cada variável em cada cláusula cria um nodo.
- Para cada cláusula adiciona-se uma aresta entre os nodos correspondentes aquela cláusula ("clause gadget")
- Adiciona-se uma aresta entre cada variável e suas negações ( $X_i - \neg X_i$ )
- Verifica-se se esse grafo possui um SCIE de tamanho  $m$  - número de cláusulas - ou não.

# Prova NP completude SCIE (cont.)

- Suponhamos que  $F$  ( $F = C1 \wedge C2 \dots Cm$ ) receba uma atribuição correta.
- Pelo menos uma variável em cada cláusula foi satisfeita.
- Selecionando um nodo de variáveis satisfeitas em cada clause gadget, temos o conjunto  $S$ .
- Um nodo por cláusula =  $m$  nodos.
- Um nodo por gadget não viola a independência.

## Prova NP completude SCIE (cont.)

- Se o algoritmo retornou verdadeiro, tem-se certeza que existe um SCIE.
- Um nodo em cada clause gadget é usado por S.
- Nenhum par  $X_i$  e  $\neg X_i$  está em S.
- Sendo assim, o resultado retornado satisfaz cada cláusula

# Fonte

*<http://www.cs.cornell.edu/courses/cs482/2005su/handouts/npcomplete.pdf>*