

Bicycle Model Handling Simulation

葛逸凡 3210103331 使用 Matlab R2022b

2023 年 11 月 19 日

1 simulink 模型搭建

根据书本公式 (5-9):

$$\begin{cases} \dot{v} = ((k_1 + k_2)\frac{v}{n} + \frac{1}{u}(ak_1 - bk_2)\omega_r - k_1\delta)/m - u\omega_r \\ \dot{\omega}_r = ((ak_1 - bk_2)\frac{v}{u} + \frac{1}{u}(a^2k_1 + b^2k_2)\omega_r - ak_1\delta)/I_z \end{cases}$$

使用 simulink 中的 Matlab function 模块, 编写出 $\dot{v}, \dot{\omega}_r$ 关于 v, ω_r, δ, u 的方程。

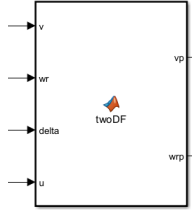


图 1: Matlab function 模块

其中 v 和 ω_r 分别由 \dot{v} 和 $\dot{\omega}_r$ 积分得到。在第五章的特定条件下, 汽车 x 轴的前进速度 u 视为不变, δ 手动设置以研究不同操作下车辆模型的响应。最终线性二自由度汽车 simulink 模型如下图所示

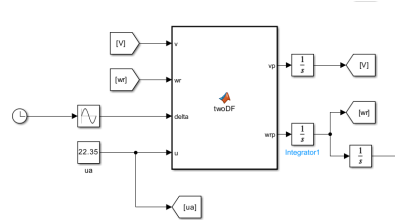


图 2: 线性二自由度汽车模型

2 习题作答

(1) 稳定性因素 K 、特征车速 u_{ch} :

$$K = \frac{m}{L^2} \left(\frac{a}{k_2} - \frac{b}{k_1} \right) = \frac{1818.2}{3.048^2} \left(-\frac{1.463}{110185} - \frac{1.585}{-62618} \right) = 2.355 \times 10^{-3} s^2/m^2$$

$$u_{ch} = \sqrt{1/K} = \sqrt{1/(2.355 \times 10^{-3})} = 20.6 m/s$$

(2) 稳态横摆角速度增益曲线 $\frac{\omega_r}{\delta}_s - u_a$

由式 (5-11) 可知,

$$\frac{\omega_r}{\delta}_s = \frac{u/L}{1 + Ku^2}$$

因此设计 Matlab 程序:

```

1  %上题求得的稳定性因数
2  K = 2.355*10^(-3);
3  %车身长度
4  L = 3.048;
5  %速度区间设置在1-40m/s
6  u = 1:40;
7  %横摆角速度增益曲线
8  YawRateGain1 = (u/L)./(1+K*u.^2);
9  %设置K=0的情况作为对照
10 YawRateGain2 = u/L;
11 %绘图
12 plot(u,YawRateGain1);
13 axis([0 40 0 10]);
14 hold on
15 plot(u,YawRateGain2)

```

获得横摆角速度增益曲线如下图所示。

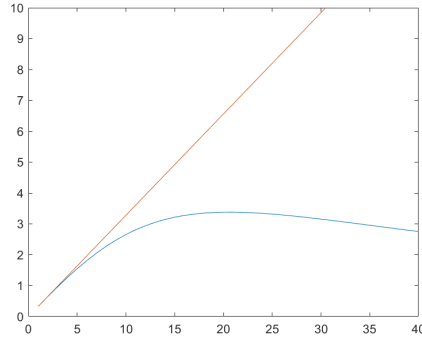


图 3: 横摆角速度增益曲线

(3) 车速 $u_a = 22.35m/s$ 时的转向灵敏度 $\frac{\omega_r}{\delta_{s\omega}}$

根据公式 (5-11) 计算可得, 车速 $u_a = 22.35m/s$ 时的稳态横摆角速度增益 $\frac{\omega_r}{\delta}_s = 3.37$, 该车的转向系总传动比 $i = 20$, 即 $\delta_{s\omega} = i\delta$, 所以 $\frac{\omega_r}{\delta_{s\omega}} = \frac{\omega_r}{\delta}_s / i = 0.1685$

(4) 静态储备系数 S.M. 由公式 (5-17) 可得:

$$S.M. = \frac{k_2}{k_1 + k_2} - \frac{a}{L} = \frac{-110185}{-62618 - 110185} - \frac{1.463}{3.048} = 0.157$$

S.M. 为正值, 汽车具有不足转向特性。

(5) 侧向加速度为 $0.4g$ 时的前、后轮侧偏角绝对值之差 $\alpha_1 - \alpha_2$ 与转弯半径的比值 $R/R_0 (R_0 = 15m)$ 由公式 (5-13) 可得,

$$\alpha_1 - \alpha_2 = K \times a_y L = 28.13 \times 10^{-3} rad$$

$$R_0 = L/\delta = 15m,$$

$$\delta = 0.2032rad$$

$$R = \frac{L}{\delta - (\alpha_1 - \alpha_2)} = \frac{3.048}{0.2032 - 0.02813} = 17.41m$$

$$\frac{R}{R_0} = \frac{17.41}{15} = 1.16;$$

(6) 车速 $u = 30.56m/s$ 时, 瞬态相应的横摆角速度波动的固有(圆)频率 ω_0 、阻尼比 ζ 、反应时间 τ 与峰值反应时间 ϵ

由公式 (5-34),(5-35),(5-36),(5-37) 得:

$$\omega_0 = \frac{L}{u} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{m I_z} (1 + K u^2)} = 4.62$$

$$\zeta = \frac{-m(a^2 k_1 + b^2 k_2) - I_z(k_1 + k_2)}{2L\sqrt{m I_z k_1 k_2} (1 + K u^2)} = 0.589$$

$$\tau = -\frac{\arctan[\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{(-\frac{m u a}{L k_2} \omega_0 - \zeta)}]}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.2586s$$

$$\epsilon = \frac{\arctan(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta})}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} + \tau = 0.467s$$

3 使用 Simulink 模型进行进一步探究

3.1 完善 simulink 模型

为了更加直观地感受车辆的操作响应, 为 simulink 模型添加大地坐标系下 X、Y 坐标的计算。由书本图 5-23 及图 5-24 可清晰得知大地坐标系下车辆在 X 轴和 Y 轴的速度分量与车辆的质心速度的关系分别为:

$$\begin{cases} v_X = v_1 \cos(\beta + \phi) \\ v_Y = v_1 \sin(\beta + \phi) \end{cases}$$

式中 β 为质心侧偏角, 可以由 $\arctan(v/u)$ 获得; ϕ 为车辆横摆角, 可以通过横摆角速度积分获得。完善后的 simulink 模型如下图所示:

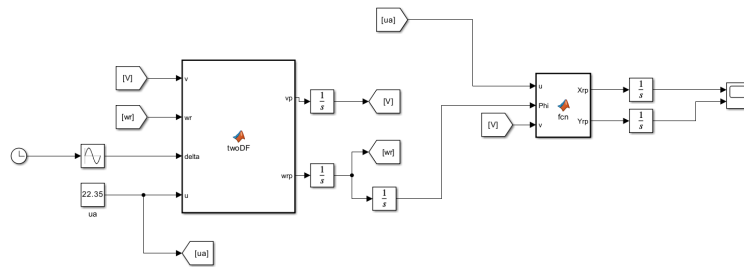


图 4: 带路径计算的 simulink 模型

设定前轮转角在 -30° - 30° 范围内以正弦规律转动, 得到的车辆路径如图 5 所示:

3.2 改变车速

设置车速分别为 $10m/s$, $20m/s$, $30m/s$, 运行时间为 $50s$, 车辆路径如图 6 所示:

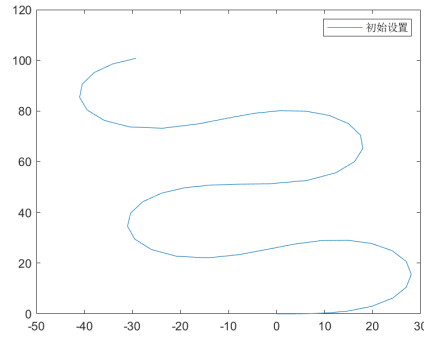


图 5: 正弦波输入的车辆路径

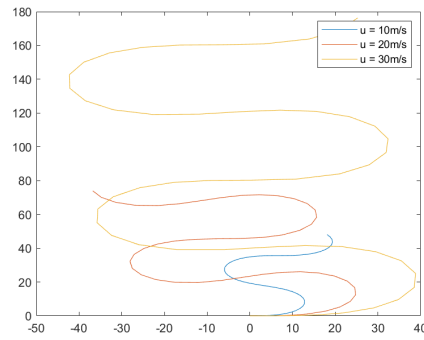


图 6: 不同车速下的车辆路径

3.3 改变车辆质量及转动惯量

设置质量 m 分别为 $1000kg$, $1818.2kg$, $2000kg$, 转动惯量在保持 $m = 1818.2kg$ 时改变为 $3000, 4500kg^2$ 时, 车辆路径如图 7 所示:

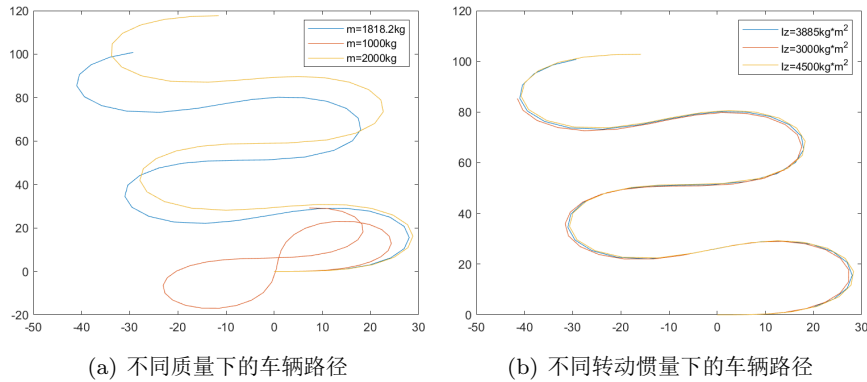


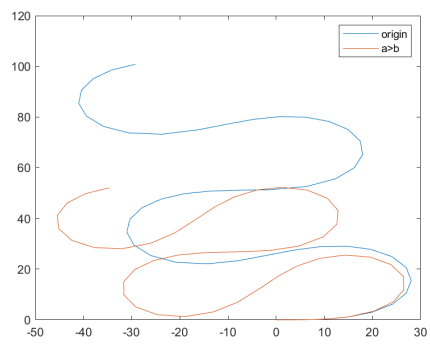
图 7: 不同质量、转动惯量下的车辆路径

可见质量会影响车辆的操作稳定性, 而转动惯量的影响并不明显, 主要原因是此时仅仅改变了车辆的转动惯量, 事实上转动惯量改变时车辆的其他参数也会发生变化, 因此此时研究的转动惯量对车辆操作响应的影响意义不大。

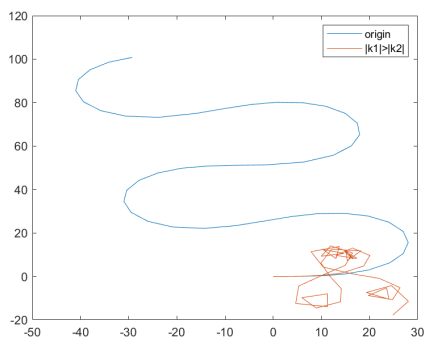
3.4 改变车辆前轴后轴长度分配以及侧偏刚度

使车辆前轴长于后轴, 得到的车辆路径如图 8(a) 所示。

同理使前轮侧偏刚度的绝对值大于后轮侧偏刚度的绝对值, 得到车辆路径如图 8(b) 所示。可见, 当车辆前轴长度大于后轴或者前轮侧偏刚度大于后轮时, 都会使车辆趋于过度转向, 使操作响应变得不稳



(a) 不同前后轴长度分配下的车辆路径



(b) 不同前后侧偏刚度下的车辆路径

定。