

# 氧化亚氮自增压液体火箭动力系统设计仿真

冯杰, 汪嘉睿

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

**摘 要:** 为了确定氧化亚氮双组元自增压液体推进系统的理想构型, 并且为随后的部件级细化设计与火箭总体设计快速地提供准确的关键参数, 以 REFPROP 模型为基础, 使用 Modelica 语言搭建了完备的氧化亚氮液体火箭发动机的系统模型库。通过公开发表文献中的实验与仿真数据对系统库中的  $\text{N}_2\text{O}$  自增压贮箱模块进行验证, 压力与质量结果的一致性良好。借助该系统模型库探究了两种典型的增压方式的  $\text{N}_2\text{O}$  双组元液体火箭发动机在运行过程中的不同表现, 结果显示共用  $\text{N}_2\text{O}$  压力源的贮箱相比分开增压的贮箱, 其压力和流量衰减更快, 但是氧燃比变化更加稳定。针对一型用于飞行控制系统验证的小型液体探空火箭, 计算了使用同一套供应系统时, 不同燃烧室室压对火箭飞行情况的影响, 结果表明在 288K 的环境温度下, 当室压提高至  $\text{N}_2\text{O}$  贮箱压力的约 85% 以上时, 火箭飞行高度能够达到 3km 以上, 同时飞行时间能够达到 10s 以上。

**关 键 词:** 挤压式液体探空火箭; 氧化亚氮; 自增压; Modelica; 系统仿真

中图分类号: V434.23-34 文献标志码: A 文章编号:

## Design and Simulation of Nitrous Oxide Self-pressurized Liquid Rocket Propulsion System

FENG Jie, WANG Jia-rui

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In order to determine the ideal configuration of nitrous oxide bi-propellant self-pressurized liquid propulsion system, and quickly provide accurate key parameters for subsequent component level refinement design and overall rocket design, a complete system model library of nitrous oxide liquid rocket engine was built using Modelica language based on the REFPROP model. The self-pressurized tank module of nitrous oxide in the library was validated through experimental and simulation data published in public literature, which showed good consistency in pressure and mass. The system model library was used to explore the different performance of two typical nitrous oxide bi-propellant liquid rocket engines with different pressurization methods during operation. The results showed that the tank with a shared nitrous oxide pressure source had faster pressure and flow rate decay compared to the tank with separate pressure source, but the oxygen fuel ratio was more stable. For a small liquid sounding rocket used for verifying flight control system, the influence of different combustion chamber pressures on rocket flight performance was calculated under the same supply system. The results show that at an ambient temperature of 288K, when the chamber pressure increases to about 85% or more of the  $\text{N}_2\text{O}$  tank pressure, the rocket's flight altitude can reach over 3km, and the flight time can reach over 10s.

**Key words:** squeezed liquid sounding rocket; nitrous oxide; self-pressurization; Modelica; system simulation

## 0 引言

随着我国航天事业的不断发展,人们对于面向教学、科研和科普等任务的小型液体动力探空火箭的需求开始愈发强烈。这类小液体火箭的特点一般是使用挤压式的推进剂供应系统,发动机推力大小在数百牛,射高在数百至数千米,有动力段飞行时间在数秒至数十秒。从客户的角度出发,要求其结构尽可能的安全、简单和可靠,并且能够针对不同的具体任务快速定制。

氧化亚氮( $\text{N}_2\text{O}$ )作为一种绿色无毒和安全稳定的推进剂<sup>[1,2]</sup>,国外的航天单位早已将其应用于固液混合探空火箭<sup>[3,4]</sup>、液体探空火箭<sup>[5,6]</sup>和航天器姿轨控<sup>[7]</sup>等领域。一般的挤压式输送系统通过引入额外的高压气源来提供燃烧室工作所需的推进剂流量,而 $\text{N}_2\text{O}$ 具有较高的饱和蒸气压,在常温下通过自身蒸发可以使贮箱的压力达到数个兆帕,利用这一性质制成的发动机可以省去一个气瓶和配套阀门、管路等组件的干重,进而提高整箭的载荷和射高,因此可以认为 $\text{N}_2\text{O}$ 是制作小型液体探空火箭最理想的推进剂。

不过利用 $\text{N}_2\text{O}$ 的自增压特性意味着供应系统需要工作在气液饱和线附近,此时 $\text{N}_2\text{O}$ 会表现出典型的非理想气体和可压缩液体的性质,准确描述其物性参数将变得十分困难,进而给整个动力系统工作状态的预示带来了一定挑战,其中特别是 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压贮箱的排放过程。对于挤压式液体火箭来说,贮箱本身不仅作为动力系统上游的压力源决定着推力和燃料消耗率的变化情况,还充当了箭体的大部分结构,很大程度上约束了结构布局和气动外形的设计,进而影响弹道。因此要想设计出协调的小液体火箭,就需要对各个子系统开展联合建模和仿真,并且尤其要对 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压贮箱准确建模。

目前对 $\text{N}_2\text{O}$ 发动机的研究主要集中在燃烧室和自增压贮箱排放过程这类部件级问题,考虑整个动力系统或整个飞行器的报道较少。Casalino和Pastrone<sup>[8,9]</sup>指出, $\text{N}_2\text{O}$ 发动机的设计与规定的火箭飞行任务密切相关,尤其是推力具有重要的影响,因为它同时影响了发动机和火箭弹道,因此发动机的设计不能与火箭总体分开。根据这一指导思想,Casalino和Pastrone针对射高在100 km

的能够飞越卡门线的 $\text{N}_2\text{O}$ 固液混合火箭开展了发动机和弹道耦合的优化设计工作,论证了使用 $\text{N}_2\text{O}$ /HTPB推进剂组合的混合火箭进入太空的可能性。他们还分析了使用不同 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压模型对优化结果的影响,结果仅有略微的差别。

具体到 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压贮箱的建模上,最早发展出来的是相平衡模型。Zakirov等<sup>[10]</sup>考虑了推进剂与贮箱壁的换热,推导了相平衡自增压模型。Whitmore等<sup>[11]</sup>认为贮箱壁绝热,将 $\text{N}_2\text{O}$ 排出视为等熵过程,建立了 $\text{N}_2\text{O}$ 贮箱自增压的工程模型,可以方便预示 $\text{N}_2\text{O}$ 液体和蒸汽的流量。Zilliac等<sup>[12]</sup>采用集中参数的思想,将 $\text{N}_2\text{O}$ 贮箱划分为气相区、液相区和厚度为零的饱和区,并认为气相区和液相区间的质量和能量交换都通过饱和区实现,各区域 $\text{N}_2\text{O}$ 的热力学参数使用Peng-Robinson真实气体方程(P-R方程)计算。Fernandez<sup>[2]</sup>进一步建立了氦气辅助增压下的 $\text{N}_2\text{O}$ 贮箱排放模型,同样使用了P-R方程计算氦气和 $\text{N}_2\text{O}$ 的热力学参数。Zimmerman等<sup>[13]</sup>使用6组实验数据评估了平衡、Zilliac和Karabeyoglu以及Casalino和Pastrone三种不同的自增压模型,认为Zilliac模型的表现最佳。Zimmerman等<sup>[14]</sup>还以 $\text{CO}_2$ 作为替代品,使用一个半透明的圆柱形贮箱通过光学手段研究自增压推进剂的动力学特性。宋长青等<sup>[15]</sup>在其模型中仍然使用了三区假设,但基于REFPROP软件的热力学库函数重新推导了 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压贮箱排放的方程,该软件相比P-R方程在饱和区附近表现更加精确,而且并未消耗过多的计算时间。总的来说,对 $\text{N}_2\text{O}$ 自增压贮箱排放过程的研究仍然以实验为主,理论上的预示方法普遍采用集中参数思想的“三区”假设,差别在对 $\text{N}_2\text{O}$ 状态参数和传热传质过程的建模。

本文基于REFPROP模型推导了双组元 $\text{N}_2\text{O}$ 和燃料贮箱的数学模型,并使用公开文献中的算例验证了该模块的准确性。接着面向 $\text{N}_2\text{O}$ 液体探空火箭使用Modelica语言从发动机到火箭弹道搭建了完备的系统仿真库,随后基于该库分析了两种常见不同推进剂供应系统构型给 $\text{N}_2\text{O}$ 双组元发动机运行参数带来的差异,并计算了某型试验用小型探空火箭为达到期望的射高所需的燃烧室室压。本文的内容源自星辰探空火箭与空间技术俱

乐部动力组的开源液体火箭项目，可以访问网站 [https://github.com/ASRSTJ1E/ASRST\\_Liquid\\_Sounding\\_Rocket](https://github.com/ASRSTJ1E/ASRST_Liquid_Sounding_Rocket) 来获取该系统模型库及其他 N<sub>2</sub>O 液体火箭相关的内容。

## 1 系统库数学模型

### 1.1 N<sub>2</sub>O 自增压贮箱模型

REFPROP模型的核心思想是使用外部高精度流体模型来计算原本由P-R真实气体状态方程所负责的热力学参数及偏导数。原REFPROP模型考虑了液相N<sub>2</sub>O流出控制体积的过程，可直接应用于单组元发动机和固液混合发动机。但是对于一些使用了特殊结构，例如将N<sub>2</sub>O同时作为燃料路压力源的直接气源挤压和活塞间接挤压等增压方式的双组元发动机与安装了泄压阀的发动机来说，则还需要添加气相N<sub>2</sub>O流出控制体积的质量项和能量项。

对模型做出如下假设：如图1所示采用集总参数的思想，将N<sub>2</sub>O贮箱划分为气相区、液相区和厚度为0的饱和区，并认为单个分区内部的物性参数都一致；认为各区的压强相同；忽略N<sub>2</sub>O的势能和动能；贮箱内壁面温度保持不变，且和各区的N<sub>2</sub>O之间的能量交换只有对流换热。

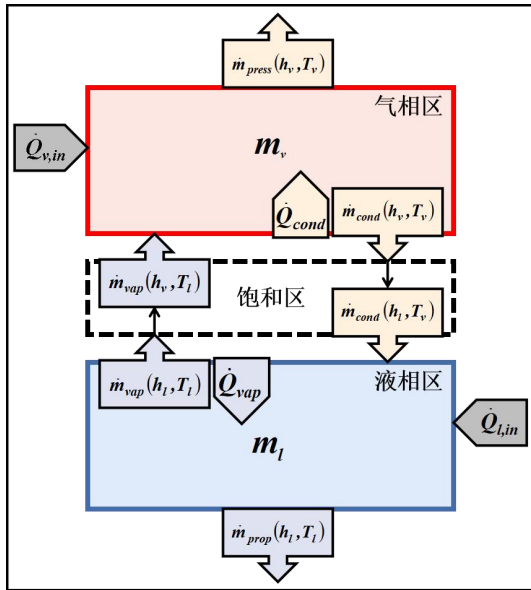


图1 三区模型示意图

Fig.1 Diagram of Three-Zones model

图1中： $m_v$  和  $m_l$  分别为气相区和液相区内 N<sub>2</sub>O 的总质量； $\dot{Q}_{v,in}$  和  $\dot{Q}_{l,in}$  分别为气相区和液相

区与贮箱壁面的换热率； $\dot{Q}_{cond}$  和  $\dot{Q}_{vap}$  分别为液化放热量和汽化吸热量； $\dot{m}_{cond}$  和  $\dot{m}_{vap}$  分别为液化和汽化的质量流量； $\dot{m}_{press}$  和  $\dot{m}_{prop}$  分别为从贮箱中流出的气相与液相 N<sub>2</sub>O 的质量流量。

REFPROP软件内置的物性计算函数以温度和密度作为传入参数，因此需要以温度和密度作为独立变量进行推导。分别对气相区和液相区应用质量方程有：

$$\frac{dm_v}{dt} = \dot{m}_{vap} - \dot{m}_{cond} - \dot{m}_{press} \quad (1)$$

$$\frac{dm_l}{dt} = \dot{m}_{cond} - \dot{m}_{vap} - \dot{m}_{prop} \quad (2)$$

应用能量方程有：

$$\frac{dU_v}{dt} = \dot{m}_{vap} h_v(T_l) - \dot{m}_{cond} h_v(T_v) - \dot{m}_{press} h_v(T_v) - P \dot{V}_v + \dot{Q}_{v,in} + \dot{Q}_{cond} \quad (3)$$

$$\frac{dU_l}{dt} = \dot{m}_{cond} h_l(T_v) - \dot{m}_{vap} h_l(T_l) - \dot{m}_{prop} h_l(T_l) - P \dot{V}_l + \dot{Q}_{l,in} - \dot{Q}_{vap} \quad (4)$$

式中： $U$ 、 $h$ 、 $P$  和  $T$  分别表示内能、比焓、压强和温度，下标  $v$  和  $l$  分别代表气相和液相。

将  $dU_v/dt$  展开可以得到式(5)：

$$\frac{dU_v}{dt} = m_v \left( \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_{\rho_v, T_v} \frac{dT_v}{dt} + \left. \frac{\partial u}{\partial \rho} \right|_{T_v, \rho_v} \frac{d\rho_v}{dt} \right) + u_v \frac{dm_v}{dt} \quad (5)$$

由体积  $V = m/\rho$ ，将其对时间求导有：

$$\dot{V}_v = \left( \frac{m_v}{\rho_v} \right)' = \frac{\dot{m}_v \rho_v - m_v \dot{\rho}_v}{\rho_v^2} \quad (6)$$

$$\dot{V}_l = \left( \frac{m_l}{\rho_l} \right)' = \frac{\dot{m}_l \rho_l - m_l \dot{\rho}_l}{\rho_l^2} \quad (7)$$

认为贮箱体积不发生改变，有

$$\dot{V}_v + \dot{V}_l = 0 \quad (8)$$

由压力假设  $P_v(T_v, \rho_v) = P_l(T_l, \rho_l)$  等式左右求导有：

$$\left. \frac{\partial P}{\partial T} (T_v, \rho_v) \right|_{\rho} \frac{dT_v}{dt} + \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} (T_v, \rho_v) \right|_T \frac{d\rho_v}{dt} = \left. \frac{\partial P}{\partial T} (T_l, \rho_l) \right|_{\rho} \frac{dT_l}{dt} + \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} (T_l, \rho_l) \right|_T \frac{d\rho_l}{dt} \quad (9)$$

认为贮箱压力等于气相压力：

$$P_{tank} = P_v(T_v, \rho_v) \quad (10)$$

综上可以得到关于变量  $\dot{T}_v$ 、 $\dot{\rho}_v$ 、 $\dot{T}_l$ 、 $\dot{\rho}_l$  的描述 N<sub>2</sub>O 贮箱的方程组：

$$\begin{cases}
\left( -m_v \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{T_v, \rho_v} \dot{T}_v + \left( \frac{m_v P}{\rho_v^2} - m_v \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_{T_v, \rho_v} \dot{\rho}_v = \\
-\dot{m}_{vap} h_v(T_l) + \dot{m}_{cond} h_v(T_v) + \dot{m}_{press} h_v(T_v) - \\
\dot{Q}_{v,in} - \dot{Q}_{cond} + \dot{m}_v u_v + \frac{P \dot{m}_v}{\rho_v} \\
\left( -m_l \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{T_l, \rho_l} \dot{T}_l + \left( \frac{m_l P}{\rho_l^2} - m_l \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_{T_l, \rho_l} \dot{\rho}_l = \\
-\dot{m}_{cond} h_l(T_v) + \dot{m}_{vap} h_l(T_l) + \dot{m}_{prop} h_l(T_l) - \\
\dot{Q}_{l,in} - \dot{Q}_{evap} + \dot{m}_l u_l + \frac{P \dot{m}_l}{\rho_l} \\
\left( \frac{m_v}{\rho_v^2} \right) \cdot \dot{\rho}_v + \left( \frac{m_l}{\rho_l^2} \right) \cdot \dot{\rho}_l = \frac{\dot{m}_v}{\rho_v} + \frac{\dot{m}_l}{\rho_l} \\
\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{T_v, \rho_v} \cdot \dot{T}_v + \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{T_v, \rho_v} \cdot \dot{\rho}_v = \\
\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_{T_l, \rho_l} \cdot \dot{T}_l + \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{T_l, \rho_l} \cdot \dot{\rho}_l
\end{cases} \quad (11)$$

蒸发率使用如下公式计算：

$$\dot{m}_{vap} = \frac{E h_s A_s (T_p - T_s)}{h_{lv}} \quad (12)$$

式中：\$E\$ 为 \$10^3\$ 量级的经验因子；\$h\_s\$ 为对流换热系数；\$A\_s\$ 为贮箱横截面积；\$h\_{lv}\$ 为汽化潜热；\$T\_p\$ 和 \$T\_s\$ 为气/液相区与饱和区推进剂温度。

液化率使用如下公式计算：

$$\dot{m}_{cond} = \begin{cases} \frac{(P - P_{sat}) V_v}{Z_v (R_u / M) T_v \Delta t} & P > P_{sat} \\ 0 & P \leq P_{sat} \end{cases} \quad (13)$$

式中：\$P\_{sat}\$ 为饱和压力；\$Z\_v\$ 为压缩因子；\$R\_u / M\$ 为气体常数；\$\Delta t\$ 为数值积分的时间步长。

贮箱内壁面和 \$N\_2O\$ 间的换热率使用对流换热公式计算：

$$\dot{Q}_{tp} = h_{tp} A_{tp} (T_l - T_p) \quad (14)$$

式中：\$h\_{tp}\$ 为对流换热系数；\$A\_{tp}\$ 为对流换热面积；\$T\_l\$ 为贮箱内壁面温度。

Modelica 在求解时要求手动推导自定义函数 \$P(T, \rho)\$ 的导数<sup>[16]</sup>，其关于时间 \$t\$ 的一阶导数如下：

$$\frac{dP(T, \rho)}{dt} = \frac{\partial P}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial P}{\partial \rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (15)$$

二阶导数如下：

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 P(T, \rho)}{dt^2} = & \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \left( \frac{dT}{dt} \right)^2 + \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \frac{\partial P}{\partial T} \right) + \\
& \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T \partial \rho} \left( \frac{d\rho}{dt} \frac{dT}{dt} \right) + \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right) + \\
& \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T \partial \rho} \left( \frac{dT}{dt} \frac{d\rho}{dt} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \frac{\partial P}{\partial T} \right) + \\
& \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \left( \frac{d\rho}{dt} \right)^2 + \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)
\end{aligned} \quad (16)$$

式(15)(16)中的各个热力学偏导数同样可以使用 REFPROP 库函数获取。

## 1.2 其它发动机部件模型

常见的探空火箭用氧化亚氮自增压双组元液体发动机有如图2所示的两种不同的供应系统配置形式：

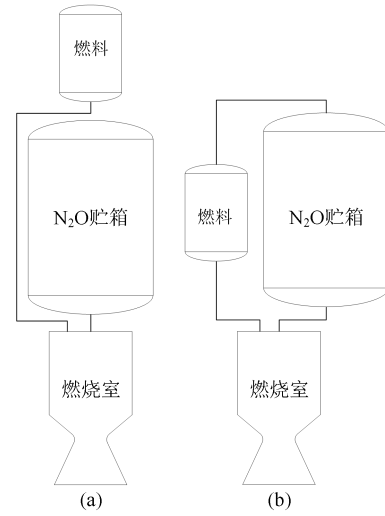


图2 两种双组元自增压发动机示意图

Fig.2 Schematic diagram of two different bi-propellant self-pressurized engine

其中 a 构型燃料贮箱使用预封装的增压气体挤压燃料，与 \$N\_2O\$ 贮箱没有直接连接；b 构型贮箱通过一条通道将气相 \$N\_2O\$ 引到燃料贮箱进行增压。本小节将建立图 2 中除 \$N\_2O\$ 自增压贮箱外的剩余发动机部件的数学方程。

### 1.2.1 a 构型燃料贮箱

首先由理想气体方程有：

$$P_g V_g = m_g R_g T \quad (17)$$

对上式进行微分，可以得到气垫压力的变化：

$$\frac{dP_g}{dt} = m_g R_g \left( \frac{dT}{V_g dt} - \frac{T}{V_g^2} \frac{dV_g}{dt} \right) \quad (18)$$

假设增压气体的膨胀是等熵过程，有：

$$\frac{c_p}{T} \frac{dT}{dt} = \frac{R_g}{P} \frac{dP_g}{dt} \quad (19)$$

密度由温度和压力唯一确定：

$$\rho_g = EoS(T, P_1) = \frac{P_g}{R_g T} \quad (20)$$

式中 $EoS$ 为气体状态方程的指代。

认为贮箱内液体燃料的体积变化等于贮箱内气垫的体积变化：

$$\dot{m}_l = -\rho_l \frac{dV_g}{dt} \quad (21)$$

则式(18)~(21)就是描述a型贮箱的4个方程。

### 1.2.2 b 构型燃料贮箱

b构型燃料贮箱的建模与 $N_2O$ 自增压贮箱类似。由质量方程有：

$$\frac{dm_g}{dt} = \dot{m}_{press} \quad (22)$$

由能量方程有：

$$m_g \left( \frac{\partial u}{\partial T} \bigg|_{\rho_g, T_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{\partial u}{\partial \rho} \bigg|_{T_g, \rho_g} \frac{d\rho_g}{dt} \right) + u_g \frac{dm_g}{dt} = \dot{m}_{press} h_g(T_g) - P \dot{V}_g \quad (23)$$

认为贮箱压力由气体 $N_2O$ 提供：

$$P_{tank} = P_g(T_g, \rho_g) \quad (24)$$

认为贮箱体积保持不变，则燃料的质量流量计算公式如下：

$$\dot{m}_{fuel} = \rho_{fuel} \frac{m_g \dot{\rho}_g - \dot{m}_g \rho_g}{\rho_g^2} \quad (25)$$

则式(22)~(25)就是描述b型贮箱的4个方程。

### 1.2.3 管路

由于液体 $N_2O$ 在管路中流动时容易发生相变，因此流量不只取决于压力，还受温度的影响。Whitmore<sup>[11]</sup>开发的两相非均匀非平衡模型虽然形式简单，不过该方程中非均匀非平衡项的参数难以获得，并且经过评估其对流量的贡献很小，因此这里仍然采用不可压缩模型：

$$q_m = C_D A \sqrt{2\rho(P_1 - P_2)} \quad (26)$$

式中： $C_D$ 为流阻系数； $A$ 为最小横截面积（对

推进剂供应管路来说即为喷嘴横截面积）； $\rho$ 为推进剂密度； $P_1$ 和 $P_2$ 分别为上下游压力。

### 1.2.4 推力室

定义混合比 $K_c$ 如下：

$$K_c = \frac{m_{ox}}{m_f} \quad (27)$$

式中： $m_{ox}$ 和 $m_f$ 分别为燃烧室内氧化剂和燃料的质量，其变化率的计算公式如下：

$$\frac{dm_{ox}}{dt} = \dot{m}_{ox} - \frac{K_c}{1+K_c} \dot{m}_{Gout} \quad (28)$$

$$\frac{dm_f}{dt} = \dot{m}_f - \frac{1}{1+K_c} \dot{m}_{Gout} \quad (29)$$

式中： $\dot{m}_{ox}$ 和 $\dot{m}_f$ 分别为进入燃烧室内的氧化剂和燃料的质量流量； $\dot{m}_{Gout}$ 为经由喷管排出的燃气的质量流量。

使用集中参数思想对燃烧室进行建模<sup>[17]</sup>。假设燃烧室绝热，忽略燃烧时滞，并认为燃烧产物为理想气体，则通过对理想气体状态方程进行求导可以得到燃烧室工作压强随时间的变化率：

$$\frac{dP_c}{dt} = \left[ \frac{P_c V_c}{(RT_c)^2} \frac{\partial(RT_c)}{\partial K_c} \frac{dK_c}{dt} + \right] \cdot \frac{(RT_c)}{V_c} \quad (30)$$

式中： $V_c$ 为燃烧室容积； $RT_c$ 为燃烧室内的燃气热值，与其偏导数 $\frac{\partial(RT_c)}{\partial K_c}$ 都是关于燃烧室工作压强和推进剂的混合比的函数，在模型库中通过关于室压和混合比进行插值的方法描述。

$\dot{m}_{Gout}$ 的计算公式如下：

$$\dot{m}_{Gout} = \begin{cases} \text{当} \left( \frac{P_e}{P_c} \right) \leq \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \text{时,} \\ \dot{m}_{Gout} = \frac{P_c A_t}{\sqrt{(RT_c)}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \\ \text{当} \left( \frac{P_e}{P_c} \right) > \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \text{时,} \\ \dot{m}_{Gout} = \frac{P_c A_t}{\sqrt{(RT_c)}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[ \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_e}{P_c} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \end{cases} \quad (31)$$

式中： $P_e$ 为外界压强； $A_t$ 为喷管喉部横截面积； $k$ 为燃气比热比。

推力的计算公式如下：

$$F = \dot{m}_{Gout} u_e + A_e (P_e - P_a) \quad (32)$$

式中： $u_e$  为喷管出口速度； $P_e$  为外界压强； $A_e$  为喷管出口横截面积； $P_e$  和  $P_a$  分别为喷管出口压强和外界压强。 $u_e$  的计算公式如下：

$$u_e = Ma_e \sqrt{kRT} \quad (33)$$

式中： $Ma_e$  为出口马赫数，使用气动函数计算：

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{Ma_e} \left[ \frac{2}{k+1} \left( 1 + \frac{k-1}{2} Ma_e^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (34)$$

### 1.3 火箭弹道模型

忽略偏航运动，在纵向平面内建立无控火箭的模型如下<sup>[18]</sup>：

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dV}{dt} = F \cos \alpha - X - mg \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = F \sin \alpha + Y - mg \cos \theta \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z \\ \frac{d\varphi}{dt} = \omega_z \\ \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta \\ \frac{dm}{dt} = -\dot{m}_{Gout} \\ \alpha = \varphi - \theta \end{array} \right. \quad (35)$$

式中： $V$  为火箭速度； $F$  为发动机推力； $J_z$  为转动惯量； $x$  和  $y$  分别为横向和纵向的位移； $\alpha$ 、 $\varphi$  和  $\theta$  分别为攻角、俯仰角和弹道倾角； $X$ 、 $Y$  和  $M_z$  分别为空气阻力、升力与俯仰力矩，使用下式计算：

$$\left\{ \begin{array}{l} X = C_d q S \\ Y = C_l q S \\ M_z = C_m q S L \\ q = \frac{1}{2} \rho V^2 \end{array} \right. \quad (36)$$

式中： $C_d$ 、 $C_l$  和  $C_m$  分别为阻力系数、升力系数和俯仰力矩系数； $q$  为动压； $\rho$  为空气密度。

### 1.4 特殊参数的获取

1.1和1.2小节中涉及到的 $N_2O$ 的物性参数绝大部分都能通过REFPROP库函数获取，但是汽化潜热 $h_{lv}$ 和内能 $u$ 的热力学偏导数无法直接得到。由于汽化潜热 $h_{lv}$ 仅在蒸发率公式的分母出现过，

并且未出现在导数运算中，因此采用插值方法来描述较为合适。

内能 $u$ 涉及到求导，可以通过Helmholtz能来计算。将Helmholtz能用 $f$ 表示，它可以被气体常数 $R$ 和温度 $T$ 无量纲化，并被划分为理想气体部分与偏移部分<sup>[19,20]</sup>：

$$\alpha(\rho, T) = \frac{f}{RT} = \alpha^0(\rho, T) + \alpha^r(\rho, T) \quad (37)$$

式中： $\alpha^0(\rho, T)$ 和 $\alpha^r(\rho, T)$ 分别为理想气体部分和偏移部分的无量纲Helmholtz能，计算公式如下：

$$\alpha^0 = a_1 + a_2 \tau + \ln \delta + (c_0 - 1) \ln \tau - \frac{c_1 (T_c)^{c_2}}{c_2 (c_2 + 1)} \tau^{-c_2} + \sum_{k=1}^5 v_k \ln [1 - \exp(-u_k \tau / T_c)] \quad (38)$$

$$\alpha^r(\delta, \tau) = \sum N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} + \sum N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} \exp(-\delta^{l_k}) \quad (39)$$

式中： $\delta = v_c / v = \rho / \rho_c$ ， $\tau = T_c / T$ ， $T_c$ 和 $\rho_c$ 分别为该物质临界温度和临界密度。对于 $N_2O$ ，其 $T_c = 309.52K$ ， $\rho_c = 452.0115kg/m^3$ 。参数 $a_k$ 、 $c_k$ 、 $v_k$ 、 $u_k$ 、 $N_k$ 、 $i_k$ 、 $j_k$ 和 $l_k$ 的具体值可以参考文献<sup>[20]</sup>。

于是内能 $u$ 的热力学偏导数计算公式如下：

$$\left( \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)_T = \frac{TR}{\rho} [\tau \delta \alpha'_{\tau \delta}] \quad (40)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_\rho = R \left[ -\tau^2 (\alpha''_{\tau \tau} + \alpha''_{\tau \tau}) \right] \quad (41)$$

式中： $\alpha'_{\tau \delta}$ 为 $\alpha^r$ 关于 $\delta$ 和 $\tau$ 的二阶偏导数， $\alpha''_{\tau \tau}$ 和 $\alpha''_{\tau \tau}$ 同理。需要指出的是，REFPROP软件在计算物性参数时使用的也是本节中引用的公式。

## 2 模型验证

由于液体火箭发动机主要部件的动态和静态模型及火箭的飞行动力学模型已经发展地十分成熟，并在实际型号的研制过程中得到了广泛应用，因此本节将仅针对 $N_2O$ 自增压贮箱模块验证准确性。因为文献<sup>[15]</sup>在P-R方程模型和REFPROP模型的校验中分别使用了文献<sup>[3]</sup>中第四章的第1、2组数据，故本文同样使用该组数据进行模型验证，不过由于第1组数据噪声较大，因此使用滤波后的数据。禁用掉 $\dot{m}_{press}$ 项，涉及到的参数的值与计算的初始条件如表1所示：

表1 文献[3]中算例使用的参数与初始条件

**Table 1 Simulation parameters and initial conditions used in examples of reference[3]**

参数	算例1	算例2
流阻系数	0.425	0.365
喷嘴面积/m <sup>2</sup>	0.0001219352	0.0001219352
初始温度/K	286.5	278.5
加注量/kg	19.32933	16.23298
室压/Pa	$-2924.42t^6 + 46778.07t^5$	$95.92t^6 - 2346.64t^5$
	$-285170.63t^4 + 813545.02t^3$	$+21128.78t^4 - 87282.73t^3$
	$-1050701.53t^2 + 400465.85t$	$+186675.17t^2 - 335818.91t$
	+1175466.2	+3029190.03

得到的仿真结果与已有实验及仿真结果数据的对比如图3~6所示。

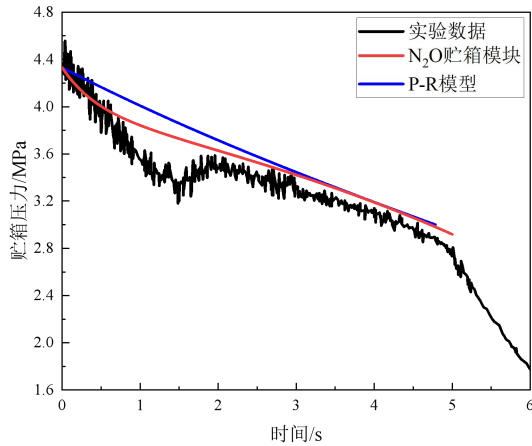


图3 贮箱压力-时间曲线（算例1）

Fig.3 Tank pressure-time curve (Example 1)

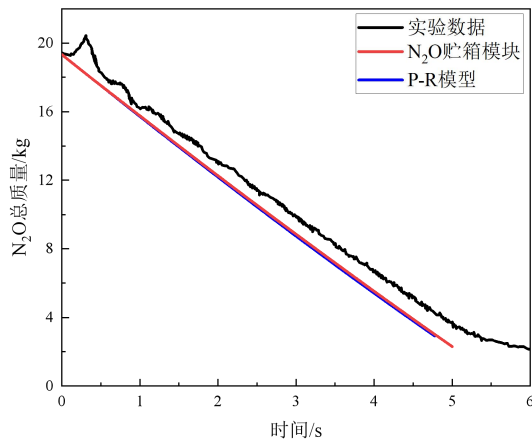


图4 质量-时间曲线（算例1）

Fig.4 Mass-time curve (Example 1)

从图3、4中可以看到，尽管和实验数据相差较远，但N<sub>2</sub>O贮箱模块仍然比Fernandez所使用的P-R方程模型更加接近实验数据，而且在预测质

量时两者的表现相近。

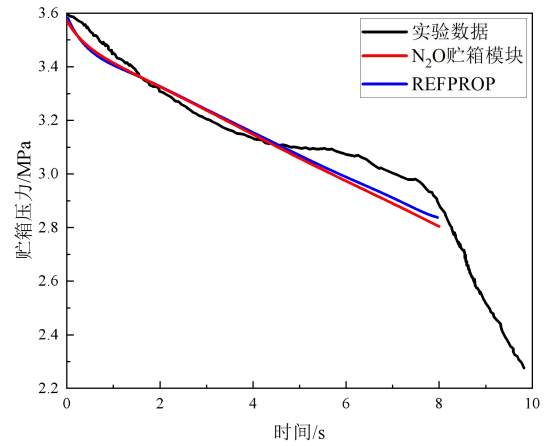


图5 贮箱压力-时间曲线（算例2）

Fig.5 Tank pressure-time curve (Example 2)

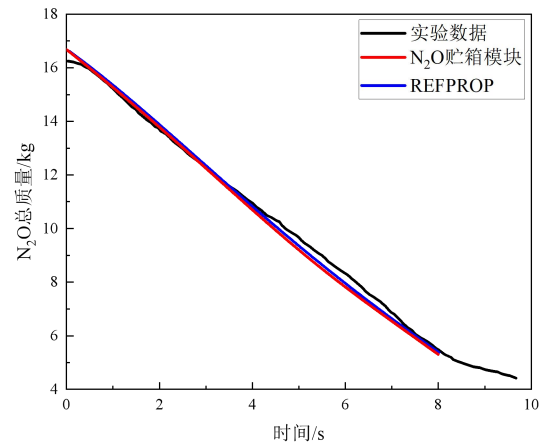


图6 质量-时间曲线（算例2）

Fig.6 Mass-time curve (Example 2)

需要首先说明的是，Fernandez 在文献[3]中指出了文献[12]的数据是近似值而非准确值，不过文献[15]在检验原 REFPROP 模型时仍然使用了文献[12]的近似初始值。由于本文使用算例 2 的主要目的是对比 REFPROP 模型和 Modelica 模块的差异，因此仍然使用近似值的初始条件。从图 5、6 中可以看到 N<sub>2</sub>O 贮箱模块和 REFPROP 模型存在细微差异，图 6 中从起始段开始 Modelica 模块一直预示了更大的质量流量，却在图 5 中一开始认为更大的贮箱压力，在质量排放更多后压力也随着更快地衰减。经分析，这是由于在传热传质的建模过程中使用了不同的参数。总的来说 Modelica 自增压贮箱模块具有足够的准确度。

### 3 发动机系统参数确定

#### 3.1 两种不同构型发动机的对比

尽管从制造端上来说，火箭工程师可以从自身的条件出发来选择供应方案的构型：因为合适的双口瓶通常难以获得，同时又缺少加工条件时可以选择构型b；构型a通常出于安全考虑，因为氧化亚氮和燃料的接触存在潜在的爆炸风险，不过无法充分发挥出自增压系统的优势。但是本节将聚焦于设计端，计算两种不同构型给发动机总体参数带来的影响。

仿真的假设如下：使用乙醇作为燃料，两种构型供应系统的氧路工作在相同的条件，a构型除了燃料路的初始压强与b构型的初始压强相同，其它参数完全相同。计算时涉及到的参数值与初始条件如表2所示：

表2 参数与初始条件  
Table 2 Parameter and initial conditions

参数	值
氧路流阻系数	0.425
燃料路流阻系数	0.625
b 构型增压气输运管路流阻系数	0.925
氧路最小内径/m	0.003
燃料路最小内径/m	0.001
b 构型增压气输运管路最小内径/m	0.01
环境温度	288
初始压强/MPa	5.6518
气体 N <sub>2</sub> O 初始质量/kg	0.243722
液体 N <sub>2</sub> O 初始质量/kg	0.756278
燃料初始质量/kg	0.2
a 构型燃料贮箱增压气初始质量/kg	0.5

于是得到发动机各个状态变量随时间的变化情况，其中燃烧室压力、N<sub>2</sub>O质量流量和氧燃比随时间变化的曲线分别如图7、8和9所示：

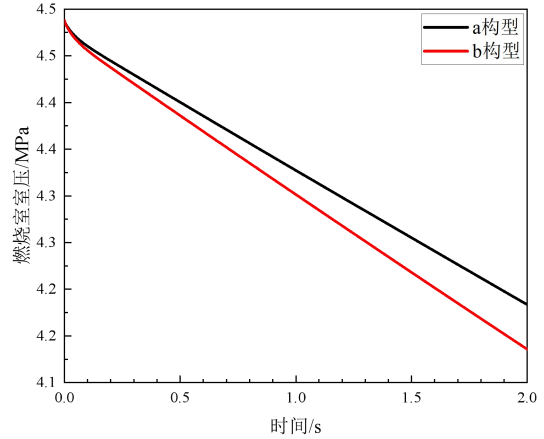


图7 燃烧室室压-时间曲线

Fig.7 Combustion chamber pressure-time curve

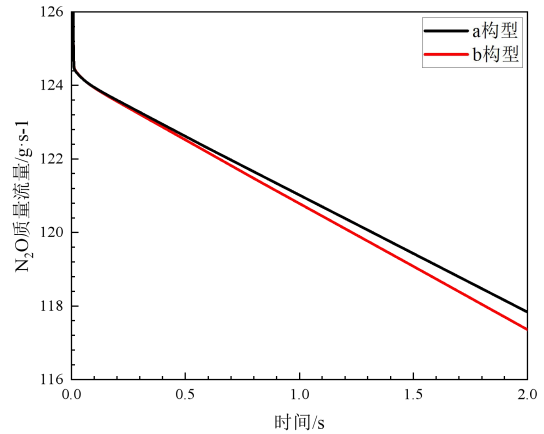


图8 N<sub>2</sub>O质量流量-时间曲线

Fig.8 N<sub>2</sub>O massflow rate-time curve

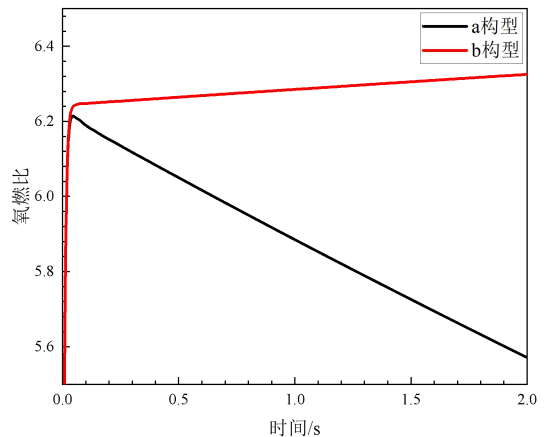


图9 氧燃比-时间曲线

Fig.9 O/F ratio-time curve

可以发现在该算例中，由于N<sub>2</sub>O贮箱需要额外给燃料贮箱供给压力，因此b构型的燃烧室室压和质量流量相比a构型衰减更快；同时因为使用了两个不同的压力源，所以a构型氧燃比的变化相比b构型更加剧烈，这会导致燃烧室燃气参



数更快的变化。

### 3.2 某型火箭燃烧室室压的选取

图10是某型用于飞控系统验证的小型探空火箭的简化结构示意图，用户要求飞行高度尽可能高，同时能提供10s以上的有动力段。不过当火箭的长度及内径限制被给出后，贮箱等供应系统组件就难以更改，因此最好的方法是先尝试通过调节推力室参数来达到设计目标。

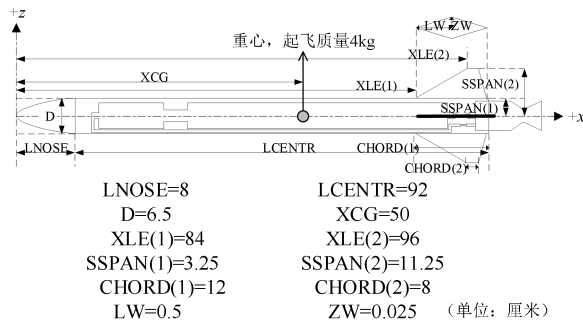


图10 小型液体探空火箭结构和气动外形参数

Fig.10 Structural and aerodynamic parameters of a small liquid rocket

在推力室的众多参数中，最关键的一项就是室压，因为作为一款自增压发动机，燃烧室位于 $N_2O$ 贮箱的下游，两个部分间的压力差驱动着质量流量的产生，若燃烧室室压过低，则发动机比冲会明显下降；而如果室压过高，则 $N_2O$ 蒸汽的自生压力不足以驱动期望的质量流量。同时从制造端的角度来讲，燃烧室室压的调节通过改变喉径的大小即可实现。继续使用3.1节中的b构型推进剂供应系统的参数和初始条件，计算喉径从8mm到15mm变化时，火箭重要飞行参数的变化情况，结果如图11所示：

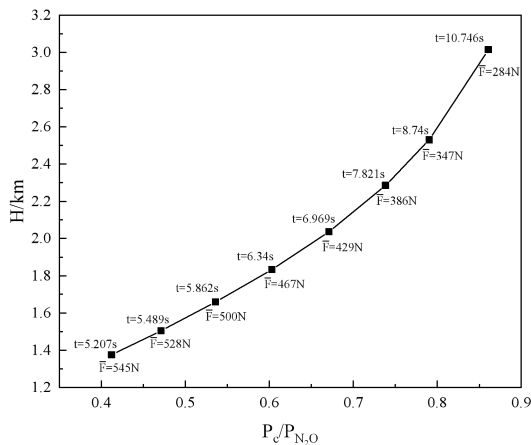


图11 小型探空火箭重要飞行参数变化情况

Fig.11 The variation of some important flight parameters of a small sounding rocket

从上图中可以直观地看到，在288K的环境温度下，当室压达到 $N_2O$ 贮箱压力的约85%时，该型火箭的最大飞行高度能够达到3km以上，同时能够提供10s的有动力段。

## 4 结论

本文面向 $N_2O$ 自增压液体探空火箭搭建了基于Modelica语言的系统仿真库，并针对某型探空火箭的设计任务使用该库给出了动力系统的方案选取和参数确定的意见，研究表明：

- 1) Modelica库中的 $N_2O$ 自增压贮箱模块建模准确，能够和公开发表文献中的实验与仿真数据吻合良好。
- 2) 共用 $N_2O$ 贮箱压力源的发动机相比分开提供压力源的发动机，其贮箱压力和质量流量下降地更快，但是氧燃比更加稳定。
- 3) 针对某给定外形限制的小型液体火箭动力系统任务，在环境温度为288K时，当室压达到 $N_2O$ 贮箱压力的约85%时，火箭的最大飞行高度能达到3km，同时有动力段时长能达到10s。

## 参考文献

- [1] 宋长青, 徐万武, 张家奇等. 氧化亚氮推进技术研究进展[J]. 火箭推进, 2014, 40(02): 7-15.  
SONG C H, XU W W, ZHANG J Q, et al. Research progress of nitrous oxide propulsion technology[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2014, 40(02): 7-15.
- [2] SARRITZU A, PESANTE M R, LA LUNA S, et al. Review and Perspectives of “Green” Self-Pressurizing Propellants for In-Space Propulsion and their Applicability to Orbital Stages[C]//AIAA Scitech 2024 Forum, 2024: 1791.
- [3] FERNANDEZ M M. Propellant tank pressurization modeling for a hybrid rocket [D]. Rochester Institute of Technology, 2009.
- [4] VANPELT D, SKINNER M, BUCHANAN A, et al. Overview of a 4-inch OD paraffin-based hybrid sounding rocket program[C]//40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 2004: 3822.

- 
- 
- [5] PERRY M K, HICKS R D, COPELAND O, et al. Design and Testing of a Self-Pressurizing Liquid Propelled Rocket[C]//2018 Joint Propulsion Conference, 2018: 4868.
- [6] SHELTON M A, BIAGLOW J P. Development of a Self-Pressurizing Ethane-Nitrous Oxide Propulsion System for an Amateur Rocket[C]//AIAA Region II Student Conference, 2018.
- [7] GIBBON D, BAKER A, NICOLINI D, et al. The design, development and in-flight performance of a low power resistojet thruster[C]//39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 2003: 4548.
- [8] CASALINO L, PASTRONE D. Optimal design of hybrid rockets with self-pressurizing oxidizer[C]//42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2006: 4501.
- [9] CASALINO L, PASTRONE D. Optimal design of hybrid rocket motors for microgravity platform[J]. Journal of Propulsion and Power, 2008, 24(3): 491-498.
- [10] ZAKIROV V, LI L. 1-D, Homogeneous Liquefied Gas Self-Pressurization Model[C]//Proceeding of European Conference For Aerospace Sciences (Eucass). 2005.
- [11] WHITMORE S A, CHANDLER S N. Engineering model for self-pressurizing saturated-N<sub>2</sub>O-propellant feed systems[J]. Journal of propulsion and Power, 2010, 26(4): 706-714.
- [12] ZILLIAC G, KARABEYOGLU M. Modeling of propellant tank pressurization[C]//41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2005: 3549.
- [13] ZIMMERMAN J E, WAXMAN B S, CANTWELL B, et al. Review and evaluation of models for self-pressurizing propellant tank dynamics[C]//49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. 2013: 4045.
- [14] ZIMMERMAN J, CANTWELL B, ZILLIAC G. Initial experimental investigations of self-pressurizing propellant dynamics[C]//48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2012: 4198.
- [15] 宋长青. 氧化亚氮自增压研究[D]. 国防科学技术大学, 2014.
- [16] (美)迈克尔·M·蒂勒. Modelica多领域物理系统建模入门与提高[M]. 刘俊堂, 郑党党, 译. 北京: 航空工业出版社, 2017.
- [17] 汪洪波, 吴海燕, 谭建国. 推进系统动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [18] 方群, 李新国, 朱战霞等. 航天飞行动力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2015.
- [19] THORADE M, SAADAT A. HelmholtzMedia—A fluid properties library[C]//Proceedings of the 9th International MODELICA Conference, 2012, 10: 3384.
- [20] LEMMON E W, SPAN R. Short fundamental equations of state for 20 industrial fluids[J]. Journal of Chemical & Engineering Data, 2006, 51(3): 785-850.