Misure di Volume

J. B. d'Alembert, B. Cavalieri, A. Einstein

17 novembre 2015

1 Teoria

Il **volume** di un corpo è la misura dello spazio occupato da esso.

In questa relazione andremo a misurare indirettamente il volume di alcuni oggetti; in particolare calcoleremo il volume di due cubi ed un parallelepipedo rettangolo a partire dalla misura dei loro spigoli, e di una sfera a partire dalla misura del diametro.

Per la misure di queste grandezze ci serviremo di un calibro universale a nonio, illustrato in Fig. 1. Esso è composto dalle seguenti parti:

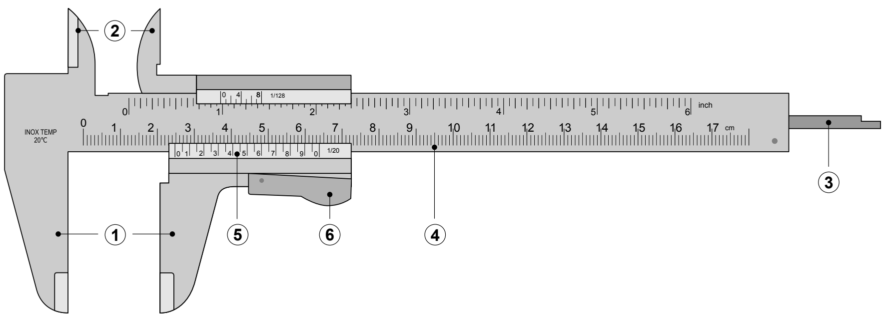

Figura 1: Calibro universale a nonio.

1. **becchi esterni**: per larghezze o diametri esterni;
2. **becchi interni**: per larghezze o diametri interni;
3. **asta**: per misure di profondità;
4. **scala principale**: per misure millimetriche;
5. **nonio**: per misurare le frazioni di millimetro;
6. **freno**: per il bloccaggio.

Per la lettura del calibro, avendo ben posizionato l'oggetto tra i becchi esterni, si guarda quale tacca della scala principale è *immediatamente precedente* alla tacca che denota lo 0 sul nonio. Il valore di tale tacca è la misura precisa al millimetro. In seguito si determina quale tacca del nonio corrisponde con la maggior precisione ad una tacca della scala principale; tale valore sul nonio corrisponderà alla frazione di millimetro da aggiungere alla misura precedente.

Le formule per il volume che andremo ad utilizzare saranno le seguenti:

- cubo di spigolo ℓ: $V = \ell^3$
- parallelepipedo rettangolo di spigoli a, b e c: $V = abc$
- sfera di raggio r o diametro $d = 2r$: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

2 Misure

Tutte le misure sono state svolte utilizzando un calibro universale a nonio ventesimale, la cui sensibilità è $\sigma = 0.005\,\text{cm}$. I campioni utilizzati sono stati due cubi, **C1** e **C2**, un parallelepipedo **P** ed una sfera **S** Tutti i valori ottenuti sono riportati in tabella.

solido	**grandezza**	**misura** (cm)				
C1	ℓ_1	1.245	1.255	1.250	1.255	1.250
C2	ℓ_2	3.725	3.700	3.720	3.715	3.720
P	a	0.515	0.510	0.510	0.515	0.510
	b	4.325	4.320	4.330	4.335	4.320
	c	9.750	9.750	9.750	9.750	9.750
S	d	2.110	2.105	2.095	2.100	2.110

3 Analisi dei dati

Calcoliamo i valori medi ($\overline{x}$) e gli errori assoluti (ε_x) di tutte le misure, quantificando l'errore assoluto tramite la semidispersione (s_x), quando questa sia maggiore o uguale alla sensibilità dello strumento, oppure la sensibilità stessa. Dal momento che ci serviranno per la propagazione dell'errore, andremo a calcolare anche gli errori relativi (e_x), che ricordiamo essere legati agli errori assoluti dalla formula $e_x = \varepsilon_x / \overline{x}$.

solido	x	$\overline{x}$ (cm)	s_x (cm)	ε_x (cm)	e_x
C1	ℓ_1	1.251	0.005	0.005	0.004
C2	ℓ_2	3.716	0.012	0.012	0.003
P	a	0.512	0.002	0.005	0.010
	b	4.326	0.008	0.008	0.0018
	c	9.750	0.000	0.005	0.0005
S	d	2.104	0.008	0.008	0.004

Di seguito andiamo a calcolare i volumi e propagare l'errore su di essi.

Per il primo cubo:

$$
\begin{aligned}
e_{V_1} &= 3\, e_{\ell_1} = 0.012 \\
\overline{V_1} &= \left(\overline{\ell_1}\right)^3 = (1.251\,\mathrm{cm})^3 = 1.958\,\mathrm{cm}^3 \\
\varepsilon_{V_1} &= \overline{V_1} \cdot e_{V_1} = \left(1.958\,\mathrm{cm}^3\right) \cdot 0.012 = 0.02\,\mathrm{cm}^3 \\
V_1 &= (1.96 \pm 0.02)\,\mathrm{cm}^3
\end{aligned}
$$

Per il secondo cubo:

$$
\begin{aligned}
e_{V_2} &= 3\, e_{\ell_2} = 0.009 \\
\overline{V_2} &= \left(\overline{\ell_2}\right)^3 = (3.716\,\mathrm{cm})^3 = 51.313\,\mathrm{cm}^3 \\
\varepsilon_{V_2} &= \overline{V_2} \cdot e_{V_2} = \left(51.313\,\mathrm{cm}^3\right) \cdot 0.009 = 0.5\,\mathrm{cm}^3 \\
V_2 &= (51.3 \pm 0.5)\,\mathrm{cm}^3
\end{aligned}
$$

Per il parallelepipedo:

$$
\begin{aligned}
e_{V_\mathbf{P}} &= e_a + e_b + e_c = 0.012 \\
\overline{V_\mathbf{P}} &= a\, b\, c = 0.512\,\mathrm{cm} \cdot 4.326\,\mathrm{cm} \cdot 9.750\,\mathrm{cm} = 21.595\,\mathrm{cm}^3 \\
\varepsilon_{V_\mathbf{P}} &= \overline{V_\mathbf{P}} \cdot e_{V_\mathbf{P}} = \left(21.595\,\mathrm{cm}^3\right) \cdot 0.012 = 0.3\,\mathrm{cm}^3 \\
V_\mathbf{P} &= (21.6 \pm 0.3)\,\mathrm{cm}^3
\end{aligned}
$$