

Cálculos Financeiros com Formulários, Excel e IA Generativa

Enunciado do Exame de Época Especial 2023/24 de Cálculo Financeiro em Solicitadoria

1 - Regime de Juros Simples

Uma dívida, contraída à taxa de juro trimestral de 2%, será liquidada através de três pagamentos, de capital e juros, de 14000€ daqui a 10 meses, 12000€ dentro de 15 meses e 16000€ dentro de 20 meses. Regime de juro simples. Base de calendário 30/360. Calcule:

- O valor atual da dívida (momento 0) na modalidade do desconto por dentro.
- O valor atual da dívida (momento 0) na modalidade do desconto por fora.

R: a) EUR 38 151,74 e b) EUR 37 733,33

2 - Regime de Juros Compostos

Considere um investimento de 50000€ a 1 ano com as seguintes características:

- Juro líquido capitalizado trimestralmente (retenção em sede de IRS 28%)
- Taxa de juro variável anual nominal bruta convertível trimestralmente indexada à EURIBOR 3M, com um spread subtrativo de 0,25%;
- Prémio de permanência trimestral cumulativo de 0,25%, a partir do segundo semestre do investimento, inclusive, aplicável à taxa anual nominal bruta em vigor em cada trimestre;
- EURIBOR 3 M aplicável sucessivamente nos quatro semestres do investimento: 2,75%; 2,50%; 2,25%; 2,00%.
- Regime de juro composto
- Base de calendário 30/360

Calcule o valor obtido nesta aplicação financeira no final do 1º ano.

R: EUR 50 837.71

3 - Rendas

Contratou com um banco uma aplicação financeira em que deverá depositar, no final de cada mês 200€ durante 4 anos, que renderão juros à taxa de juro anual efetiva de 2% nos dois primeiros anos e à taxa anual de juro efetiva de 4% nos dois últimos anos. Determine o valor da aplicação financeira no final dos 4 anos.

4 - Empréstimos

Um empresário contraiu hoje um empréstimo de 80 000 euros, a amortizar anualmente de forma postecipada, durante 4 anos, tendo por base uma TAN de 7%, convertível quadrimestralmente (base de calendário 30/360), ocorrendo o primeiro pagamento dentro de 1 ano. O método de amortização acordado foi o Hamburguês. No primeiro ano existe um período de carência de capital. Elabore o quadro de amortização contemplando as linhas 1, 2, 3 e 4.

k	R _{k-1}	jk	J _k	m	T _k	M _k	R _k
---	------------------	----	----------------	---	----------------	----------------	----------------

Soluções do Problema 1 - Regime de Juros Simples

Solução Excel

Tx Juro Trim	Pag.	Valor	Meses	D. Dentro	D. Fora
2%	1º	14000	10	13125.00	13066.67
	2º	12000	15	10909.09	10800.00
	3º	16000	20	14117.65	13866.67
	Total			38151.74	37733.33

Solução ChatGPT-4o

[GPT-4o] Para calcular o valor atual da dívida sob o regime de juros simples e base de calendário 30/360, temos dois métodos de desconto: desconto por dentro e desconto por fora.

Dados fornecidos:

- Taxa de juro trimestral: 2% (0,02 por trimestre)
- Pagamentos:
 - o 14.000€ em 10 meses
 - o 12.000€ em 15 meses
 - o 16.000€ em 20 meses
- Regime de juro simples
- Base de calendário 30/360

Fórmulas:

- Desconto por dentro:
 $PV = FV / (1 + i \times t)$
Onde:
 - o (i) é a taxa de juro trimestral (0,02).
 - o (t) é o tempo em anos.
- Desconto por fora:
 $PV = FV \times (1 - i \times t)$
Onde:
 - o (i) é a taxa de juro trimestral.
 - o (t) é o tempo em anos.

Resultado dos cálculos:

- Desconto por dentro: €38.151,74
- Desconto por fora: €37.733,33

Está Correcto!

Solução Claude 3.5 Sonnet

Dados do problema:

- Taxa de juro trimestral: 2% (0,02)
- Pagamentos: 14.000€ (10 meses), 12.000€ (15 meses), 16.000€ (20 meses)
- Regime de juro simples
- Base de calendário: 30/360

Primeiro, convertemos os meses para trimestres:

- 10 meses = $10 * (3/12) = 3,3333$ trimestres
- 15 meses = $15 * (3/12) = 5$ trimestres
- 20 meses = $20 * (3/12) = 6,6667$ trimestres

a) Cálculo do valor atual com desconto por dentro:

Fórmula: $VA = P / (1 + i * n)$, onde VA é o valor atual, P é o pagamento, i é a taxa de juro trimestral, e n é o número de trimestres.

- 1º pagamento: $14.000 / (1 + 0,02 * 3,3333) = 13.066,67€$
- 2º pagamento: $12.000 / (1 + 0,02 * 5) = 10.909,09€$
- 3º pagamento: $16.000 / (1 + 0,02 * 6,6667) = 13.195,88€$

Valor atual total (desconto por dentro) = $13.066,67 + 10.909,09 + 13.195,88$
= 37.171,64€

b) Cálculo do valor atual com desconto por fora:

Fórmula: $VA = P * (1 - i * n)$

- 1º pagamento: $14.000 * (1 - 0,02 * 3,3333) = 12.666,67€$
- 2º pagamento: $12.000 * (1 - 0,02 * 5) = 10.400,00€$
- 3º pagamento: $16.000 * (1 - 0,02 * 6,6667) = 12.773,33€$

Valor atual total (desconto por fora) = $12.666,67 + 10.400,00 + 12.773,33$
= 35.840,00€

Resultados:

a) O valor atual da dívida (momento 0) na modalidade do desconto por dentro é 37.171,64€.

b) O valor atual da dívida (momento 0) na modalidade do desconto por fora é 35.840,00€.

Embora o raciocínio esteja correto, as fórmulas utilizadas estejam corretas, e mesmo a substituição dos parâmetros das fórmulas pelos dados do problema também estejam corretos, o Claude 3.5 Sonnet enganou-se em todos os cálculos, bastante simples, que efetuou...

Soluções do Problema 2 - Regime de Juros Compostos

Solução Excel

C0	Tx Lib	n	Indexante	Spread	TANB	PP	TANL	TTEL	Capital Inicial	Juro	Capital Final
50000	28%	1	2.75%	-0.25%	2.50%		1.80%	0.450%	50000.00	225.00	50225.00
		2	2.50%	-0.25%	2.25%		1.62%	0.405%	50225.00	203.41	50428.41
		3	2.25%	-0.25%	2.00%	0.25%	1.62%	0.405%	50428.41	204.24	50632.65
		4	2.00%	-0.25%	1.75%	0.50%	1.62%	0.405%	50632.65	205.06	50837.71

Solução GPT-4o

[GPT-4o] Let's break down the calculation for each quarter step by step. We're using the initial capital of €50,000 and applying the given conditions.

Initial Capital: Capital at start: €50,000

1st Quarter:

- EURIBOR 3M: 2.75% per annum.
- Subtract the spread: $2.75\% - 0.25\% = 2.50\%$ per annum.
- Convert to quarterly rate: $2.50\% / 4 = 0.625\%$ per quarter.
- Gross interest for 1st quarter = $50,000 \times 0.00625 = 312.50$
- After 28% retention, net interest = $312.50 \times (1 - 0.28) = 225.00$
- New balance = $50,000 + 225.00 = 50,225.00$

2nd Quarter:

- EURIBOR 3M: 2.50% per annum.
- Subtract the spread: $2.50\% - 0.25\% = 2.25\%$ per annum.
- Convert to quarterly rate: $2.25\% / 4 = 0.5625\%$ per quarter.
- Gross interest for 2nd quarter = $50,225 \times 0.005625 = 282.52$
- After 28% retention, net interest = $282.52 \times (1 - 0.28) = 203.41$
- New balance = $50,225 + 203.41 = 50,428.41$

3rd Quarter (with loyalty premium):

- EURIBOR 3M: 2.25% per annum.
- Subtract the spread: $2.25\% - 0.25\% = 2.00\%$ per annum.
- Add loyalty premium: $2.00\% + 0.25\% = 2.25\%$ per annum.
- Convert to quarterly rate: $2.25\% / 4 = 0.5625\%$ per quarter.
- Gross interest for 3rd quarter = $50,428.41 \times 0.005625 = 283.66$
- After 28% retention, net interest = $283.66 \times (1 - 0.28) = 204.24$
- New balance = $50,428.41 + 204.24 = 50,632.65$

4th Quarter (with loyalty premium):

- EURIBOR 3M: 2.00% per annum.
- Subtract the spread: $2.00\% - 0.25\% = 1.75\%$ per annum.
- Add loyalty premium: $1.75\% + \underline{0.25\%} = 2.00\%$ per annum. <<< Erro
- Convert to quarterly rate: $2.00\% / 4 = 0.50\%$ per quarter.
- Gross interest for 4th quarter: $= 50,632.65 \times 0.005 = 253.16$
- After 28% retention, net interest = $253.16 \times (1 - 0.28) = 182.27$
- New balance = $50,632.65 + 182.27 = 50,814.92$

Summary:

1. After 1st quarter: €50,225.00
2. After 2nd quarter: €50,428.41

3. After 3rd quarter: €50,632.65
4. After 4th quarter: €50,814.92

Thus, the final balance at the end of 1 year is €50,814.92.

Resultado ligeiramente incorrecto, por não reconhecer que o prémio de permanência é cumulativo, e que portanto no 4º trimestre o prémio deveria ser $0.25\% + 0.25\% = 0.50\%$ e não 0.25% (que estaria correto, não fosse o prémio de permanência cumulativo). Quando chamado à atenção do erro que estava a cometer,

[Eu] Also notice that the quarterly loyalty premium of 0.25%, starting from the second half of the investment is CUMULATIVE! Perhaps one should take this into account to compute the final value?

O GPT-4o “prontamente” reconheceu o erro e corrigindo-o, obteve o resultado correto:

[GPT-4o] You're absolutely correct that the cumulative quarterly loyalty premium starting from the second half of the investment needs to be considered. Since the loyalty premium of 0.25% applies cumulatively, it will be added to the interest rate for the third and fourth quarters.

Let's walk through the updated calculations step by step, taking this into account:

...

Step 2: Calculate the interest rates with the spread and cumulative premium

- 1st Quarter: $2.75\% - 0.25\% = 2.50\%$
- 2nd Quarter: $2.50\% - 0.25\% = 2.25\%$
- 3rd Quarter: $2.25\% - 0.25\% + 0.25\%$ (loyalty) = 2.25%
- 4th Quarter: $2.00\% - 0.25\% + (0.25\% + 0.25\%$ loyalty cumulative) = 2.25%

...

Solução Claude 3.5 Sonnet

[Claude] Vamos resolver este problema passo a passo, calculando o juro e o valor acumulado para cada trimestre.

Dados iniciais:

- Capital inicial: 50.000€
- Taxa de retenção IRS: 28%
- Spread subtrativo: 0,25%
- Prémio de permanência: 0,25% (a partir do 3º trimestre)
- EURIBOR 3M para cada trimestre: 2,75%, 2,50%, 2,25%, 2,00%
- Base de calendário: 30/360 (90 dias por trimestre)

Cálculos trimestrais:

Trimestre 1:

- Taxa anual nominal bruta: $2,75\% - 0,25\% = 2,50\%$
- Taxa trimestral: $2,50\% / 4 = 0,625\%$
- Juro bruto: $50.000 * 0,625\% = 312,50€$
- Juro líquido: $312,50 * (1 - 0,28) = 225,00€$
- Capital no fim do trimestre: $50.000 + 225,00 = 50.225,00€$

Trimestre 2:

- Taxa anual nominal bruta: $2,50\% - 0,25\% = 2,25\%$
- Taxa trimestral: $2,25\% / 4 = 0,5625\%$
- Juro bruto: $50.225,00 * 0,5625\% = 282,52\text{€}$
- Juro líquido: $282,52 * (1 - 0,28) = 203,41\text{€}$
- Capital no fim do trimestre: $50.225,00 + 203,41 = 50.428,41\text{€}$

Trimestre 3:

- Taxa anual nominal bruta: $(2,25\% - 0,25\%) + 0,25\% = 2,25\%$ (inclui prémio de permanência)
- Taxa trimestral: $2,25\% / 4 = 0,5625\%$
- Juro bruto: $50.428,41 * 0,5625\% = 283,66\text{€}$
- Juro líquido: $283,66 * (1 - 0,28) = 204,24\text{€}$
- Capital no fim do trimestre: $50.428,41 + 204,24 = 50.632,65\text{€}$

Trimestre 4:

- Taxa anual nominal bruta: $(2,00\% - 0,25\%) + \underline{0,25\%} = 2,00\%$ (inclui prémio de permanência) <<< Erro
- Taxa trimestral: $2,00\% / 4 = 0,50\%$
- Juro bruto: $50.632,65 * 0,50\% = 253,16\text{€}$
- Juro líquido: $253,16 * (1 - 0,28) = 182,28\text{€}$
- Capital no fim do trimestre: $50.632,65 + 182,28 = 50.814,93\text{€}$

Portanto, o valor obtido nesta aplicação financeira no final do 1º ano é de 50.814,93€. Gostaria que eu explicasse algum aspecto específico dos cálculos em mais detalhe?

Resultado ligeiramente incorrecto, por não reconhecer que o prémio de permanência é cumulativo, e que portanto no 4º trimestre o prémio deveria ser $0.25\% + 0.25\% = 0.50\%$ e não 0.25% (que estaria correto, não fosse o prémio de permanência cumulativo). Quando chamado à atenção do erro que estava a cometer,

[Eu] Notice that the quarterly loyalty premium of 0.25%, starting from the second half of the investment is CUMULATIVE! Perhaps one should take this into account to compute the final value?

O Claude 3.5 Sonnet “prontamente “reconheceu o erro e corrigindo-o, obteve o resultado correto. E ainda reflectiu quão crucial é considerar cuidadosamente todos os aspetos dos produtos financeiros, especialmente quando envolvem benefícios cumulativos ou taxas variáveis ao longo do tempo!!

[Claude] You're absolutely right, and I apologize for missing that crucial detail. Thank you for pointing it out. The cumulative nature of the loyalty premium indeed changes our calculations. Let's recalculate with this important factor in mind.

...

Quarter 3:

- Gross annual nominal rate: $(2.25\% - 0.25\%) + 0.25\% = 2.25\%$ (includes first loyalty premium)
- Quarterly rate: $2.25\% / 4 = 0.5625\%$
- Gross interest: $50,428.41 * 0.5625\% = 283.66\text{€}$
- Net interest: $283.66 * (1 - 0.28) = 204.24\text{€}$
- Capital at end of quarter: $50,428.41 + 204.24 = 50,632.65\text{€}$

Quarter 4:

- Gross annual nominal rate: $(2.00\% - 0.25\%) + (0.25\% * 2) = 2.25\%$ (includes cumulative loyalty premium)
- Quarterly rate: $2.25\% / 4 = 0.5625\%$
- Gross interest: $50,632.65 * 0.5625\% = 284.81\text{€}$

- Net interest: $284.81 * (1 - 0.28) = 205.06\text{€}$
- Capital at end of quarter: $50,632.65 + 205.06 = 50,837.71\text{€}$

Therefore, the final value of this financial investment at the end of the 1st year is 50,837.71€.

This updated calculation correctly accounts for the cumulative nature of the loyalty premium. The main differences are:

1. In the 3rd quarter, we add a 0.25% loyalty premium.
2. In the 4th quarter, we add a 0.50% loyalty premium ($0.25\% * 2$), as it's cumulative.

This results in a higher final value of 50,837.71€, which is more than our previous calculation due to the increased interest rate in the 4th quarter.

Thank you again for catching this important detail. It's a great reminder of how crucial it is to carefully consider all aspects of financial products, especially when they involve cumulative benefits or changing rates over time.

Is there anything else you'd like me to explain or clarify about this revised calculation?