Астрадь

Содержание

1 Конические сечения

1.1 Гипербола

Гипербола — геометрическое место точек евклидовой плоскости, абсолютное значение разности расстояний от которых до двух выделенных точек F_1 и F_2, называемых фокусами, постоянно и равно удвоенной действительной полуоси гиперболы.

$$\big||F_1M| - |F_2M|\big| = 2a \tag{1}$$

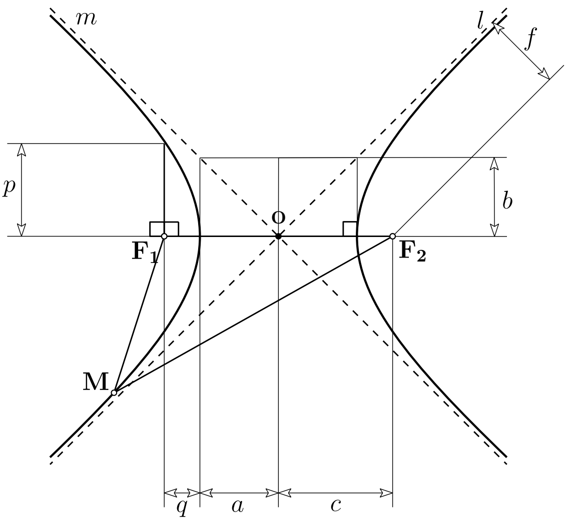

Рис. 1: Гипербола

Ближайшие друг к другу точки двух ветвей гиперболы называются вершинами гиперболы.

Большая или действительная полуось (a) гиперболы — расстояние от центра гиперболы до одной из вершин.

Действительная или поперечная ось — прямая, содержащая большую ось гиперболы

Фокальное расстояние (c) — расстояние от центра гиперболы до одного из фокусов.

Эксцентриситетом гиперболы (e), как и эллипса, является отношение фокального расстояния к большой полуоси, так как большая полуось гиперболы всегда больше ее фокального расстояния, эксцентриситет гиперболы $e > 1$ и может быть найдет из определения:

$$e = \frac{c}{a} \tag{2}$$

Перицентрическое расстояние (q) — расстояние от фокуса до ближайшей вершины гиперболы.

$$q = a(e-1) \tag{3}$$

Мнимая полуось (b) — длина перпендикуляра к оси абсцисс, восставленного из вершины до пересечения с асимптотой. Равна прицельному параметру.

Мнимая или сопряжённая ось — прямая, перпендикулярная действительной оси и проходящая через её центр.

Прицельный параметр (f) — расстояние от фокуса до асимптоты гиперболы.

Фокальный параметр (p) — длина отрезка, перпендикулярного к действительной оси, проведённого от фокуса до гиперболы.

$$p = \frac{b^2}{a} \tag{4}$$

Каноническое уравнение гиперболы в прямоугольных декартовых координатах записывается следующим образом:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{5}$$

В полярных координатах уравнение принимает следующий вид:

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\varphi}, \tag{6}$$

причём полюс находится в фокусе гиперболы, а вершина гиперболы лежит на продолжении полярной оси.

Уравнение двух асимптот является уравнением пересекающихся прямых и принимает следующий вид:

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0 \tag{7}$$

Ниже представлены важные соотношения, справедливые для гиперболы:

$$c^2 = a^2 + b^2 \tag{8}$$

Также, как и любое коническое сечение, гипербола имеет своё оптическое свойство: свет от источника, находящегося в одном из фокусов гиперболы, отражается второй ветвью гиперболы таким образом, что продолжения отраженных лучей пересекаются во втором фокусе.