Астрадь

Содержание

1 Конические сечения

1.1 Гипербола

Гипербола — геометрическое место точек M Евклидовой плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от M до двух выделенных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянно и равно удвоенной действительной полуоси гиперболы.

$$\big||F_1M| - |F_2M|\big| = 2a \tag{1}$$

Ближайшие друг к другу точки двух ветвей гиперболы называются *вершинами.*

Большая или *действительная полуось* (a) гиперболы — расстояние от центра гиперболы до одной из вершин.

Фокальный параметр (p) — длина перпендикуляра, проведённого от фокуса до асимптоды.

Фокальное расстояние (c) — расстояние от центра гиперболы до одного из фокусов.

Мнимая или *сопряжённая* ось — прямая, перпендикулярная действительной оси и проходящая через её центр.

Действительная или *поперечная* ось — прямая, содержащая большую ось гиперболы

Прицельный параметр (b) — расстояние от фокуса до асимптоты гиперболы.

Мнимая полуось (b) — длина перпендикуляра к оси абсцисс, восставленного из каждой из вершин до пересечения с асимптотой. Равна прицельному параметру и имеет то же обозначение.

Перицентрическое расстояние (q) — расстояние от фокуса до ближайшей вершины гиперболы

Ниже представлены основные формулы для гиперболы:

$$c^2 = a^2 + b^2 \tag{2}$$

Эксцентриситет гиперболы $e > 1$ и его можно найти следующим образом:

$$e = \frac{c}{a} \tag{3}$$

Перецентрическое расстояние гиперболы вычисляется по следующей формуле:

$$q = a(e - 1) \tag{4}$$

Фокальный параметр рассчитывается также, как и для эллипса:

$$p = \frac{b^2}{a} \tag{5}$$

Перемещением центра гиперболы в начало координат и вращением её относительно центра уравнение гиперболы можно привести к каноническому виду:

Канонический вид:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{6}$$

Если полюс находится в фокусе гиперболы, а вершина гиперболы лежит на продолжении полярной оси, то, уравнение гиперболы в полярных координатах имеет следующий вид:

$$r = \frac{p}{1 - e\cos\varphi} \tag{7}$$

Уравнение двух асимптот имеет следующий вид:

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0 \tag{8}$$

Эксцентриситет, *действительная* и *мнимая* полуоси соотносятся следующим образом:

$$b^2 = a^2(e^2 - 1) \tag{9}$$

Также ,как и любое коническое сечение, гипербола имеет своё оптическое свойство:

Свет от источника, находящегося в одном из фокусов гиперболы, отражается второй ветвью гиперболы таким образом, что продолжения отраженных лучей пересекаются во втором фокусе.

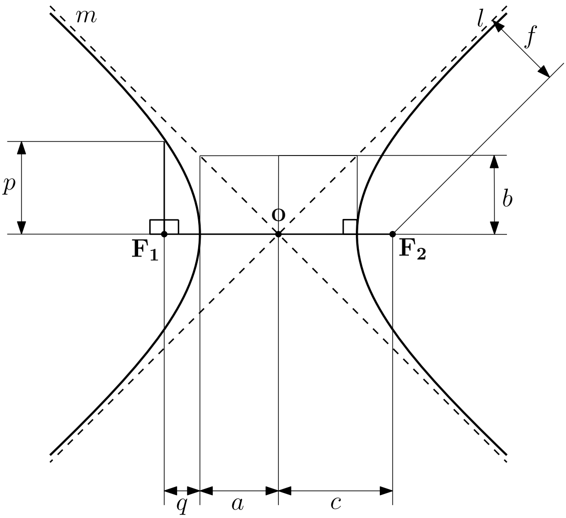

Рис. 1: Гипербола