

АСТРАДЬ

Содержание

1	Конические сечения	2
1.1	Эллипс	2

1 Конические сечения

1.1 Эллипс

Эллипс — плоская замкнутая кривая, сумма расстояний от любой точки которой до двух фиксированных точек, называемых фокусами, постоянна и равна удвоенной большой полуоси эллипса.

$$F_1M + F_2M = \text{const} = 2a \quad (1)$$

Главные отрезки эллипса:

1. Большая полуось (a)
2. Малая полуось (b)
3. Фокусное расстояние (c)

a , b и c связаны следующим образом: $b^2 + c^2 = a^2$, что несложно вывести из определения эллипса. Эксцентриситет (e) — числовая характеристика, показывающая степень отклонения от окружности. В эллипсе $0 < e < 1$.

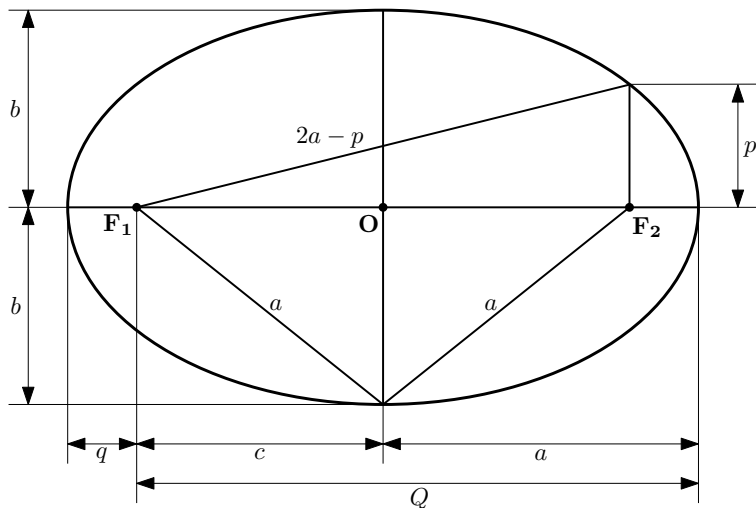


Рис. 1: Эллипс

Основные формулы для эллипса:

Эксцентриситет

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (2)$$

Расстояние до апоцентра

$$r_a = a(1 + e) \quad (3)$$

Расстояние до перицентра

$$r_n = a(1 - e) \quad (4)$$

Фокальный параметр

$$p = \frac{b^2}{a} = a(1 - e^2) = b\sqrt{1 - e^2} \quad (5)$$

Площадь эллипса

$$S = \pi ab \quad (6)$$

Радиус кривизны дуги эллипса в зависимости от расстояния x от фокуса:

$$R = \frac{(2ax - x^2)^{3/2}}{ab} \quad (7)$$

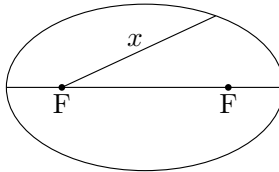


Рис. 2: К вычислению радиуса кривизны эллипса

Уравнения эллипса:

Каноническое уравнение

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (8)$$

Параметрическое уравнение

$$\begin{cases} x = a \cos \phi \\ y = b \sin \phi \end{cases} \quad (9)$$

Уравнение в полярных координатах, где ϕ — истинная аномалия. При положительном знаке перед e второй фокус эллипса будет находиться в точке $(0, 2c)$, а при отрицательном — в точке $(\pi, 2c)$.

$$r = \frac{p}{1 \pm e \cos \phi} \quad (10)$$

Оптические свойства эллипса:

1. Свет от источника, находящегося в одном из фокусов, отражается эллипсом так, что отражённые лучи пересекутся во втором фокусе.
2. Свет от источника, находящегося в одном из фокусов, отражается эллипсом так, что отражённые лучи ни в каком фокусе не пересекутся.