

# Прогнозирование намерений по сигналам ECoG\*

*Калиниченко О. И., Ремизова А. С.*

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт

Работа посвящена построению системы тестирования  $L \times K$  прогностических моделей для различных критериев качества. Рассматривается случай коррелированных входных и выходных сигналов электрокортикограммы и фазовых траекторий движения конечностей высокой размерности. Рассматривается задача предсказания намерений по сигналам головного мозга. Входные данные – сигналы электрокортикограммы (ECoG). Для выявления и устранения скрытых зависимостей используются методы снижения размерности пространства и отбора признаков. Предложенная система тестирования оценивает качество прогноза моделей и ошибку. Вычислительный эксперимент проводится на данных ECoG проекта NeuroTycho.

**Ключевые слова:** декодирование временных рядов, PLS, QPFS, электрокортикограмма, траекторий движения конечностей.

## Введение

Работа посвящена исследованию методов моделирования нейросетевого интерфейса (BCI) [4]. Входные данные – сигналы мозга, полученные с помощью электрокортикографии (ECoG) и электроэнцефалографии (EEG). ECoG-сигналы имеют более высокое разрешение и большую амплитуду, однако для их получения требуется непосредственное подсоединение электродов к коре головного мозга. Одной из задач при построении систем BCI является предсказание намерений.

Предлагается декодировать исходные сигналы и спрогнозировать траекторию движения верхних конечностей. Исходное пространство имеет избыточно высокую размерность. Линейная зависимость между признаками приводит к мультиколлинеарности. Для устранения мультиколлинеарности предлагается применить методы понижения размерности и отбора признаков.

Признаковое описание многомерного временного ряда существует в пространствах независимых и зависимых переменных. Для учета существующих закономерностей в исходном и выходном пространстве используется скрытое пространство латентных переменных. В скрытом пространстве происходит согласование между образами исходных пространств.

В эксперименте рассматриваются следующие модели: метод частных наименьших квадратов (PLS) [2], отбор признаков с помощью квадратичного программирования (QPFS) [3], метод Белсли (Belsley) и вариации этих методов.

PLS является методом отбора признаков

Описание метода QPFS...

Предлагается система тестирования прогностических моделей с оценкой качества и анализом ошибки. Подобный инструмент может применяться не только в задаче анализа сигналов мозга, но и во многих других задачах, связанных с прогнозированием многомерных временных рядов.

## Постановка задачи

### Постановка задачи предсказания

Задана выборка  $\mathcal{D} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ , где  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  — матрица объектов,  $\mathbf{X} = [\chi_1 \dots \chi_n]$ , где  $\chi_j \in \mathbb{R}^m$  — вектор значений  $j$ -го признака на элементах выборки;  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times r}$  — матрица ответов. Имеется линейная модель  $\mathbf{f}$  с набором параметров  $\boldsymbol{\theta}$  из пространства  $\mathbb{R}^{n \times r}$ , предсказывающая  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$  по  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , следующего вида:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \underset{1 \times n}{\mathbf{x}} \underset{n \times r}{\boldsymbol{\theta}}. \quad (1)$$

Задана функция ошибки  $S$  на выборке  $\mathcal{D}$  и модели  $\mathbf{f}$  с параметрами  $\boldsymbol{\theta}$ . Задачей является поиск наилучших параметров  $\boldsymbol{\theta}^*$ , то есть таких, при которых функция ошибки минимальна:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} S(\boldsymbol{\theta} | \mathcal{D}, \mathbf{f}). \quad (2)$$

В случае коррелированных данных  $\mathbf{X}$  решение задачи выбора оптимального вектора параметров  $\boldsymbol{\theta}$  нестабильно.

За  $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$  обозначена матрица  $[\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \boldsymbol{\theta}), \dots, \mathbf{f}(\mathbf{x}_m, \boldsymbol{\theta})]^\top$ . Рассматривается квадратичная функция ошибки:

$$\|\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) - \mathbf{Y}\|_2^2 \rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times r}} \quad (3)$$

Если пространство признаков имеет высокую размерность, вероятно, что матрица  $\mathbf{X}$  близка к вырожденной, а потому решение проблемы оптимизации (3) будет нестабильным. Для решения указанной задачи применяются методы отбора признаков.

### Постановка задачи отбора признаков

Пусть  $\mathcal{J} = \{1, \dots, n\}$  — множество индексов признаков, а  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{J}$  — его некоторое подмножество. Тогда линейную модель  $\mathbf{f}$  на подмножестве признаков  $\mathcal{A}$  можно определить как:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathcal{A}, \boldsymbol{\theta}) = \underset{1 \times |\mathcal{A}| \times r}{\mathbf{x}_{\mathcal{A}}} \underset{|\mathcal{A}| \times r}{\boldsymbol{\theta}} \quad (4)$$

Функция ошибки  $S$  теперь вычисляется на выборке  $\mathcal{D}$ , модели  $\mathbf{f}$  с параметрами  $\boldsymbol{\theta}$  и на  $\mathcal{A}$ .

Тогда задача предсказания определяется как поиск набора признаков  $\mathcal{A}$  и матрицы параметров  $\boldsymbol{\theta}^* \in \mathbb{R}^{|\mathcal{A}| \times r}$  такого, что:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{A}| \times r}} S(\boldsymbol{\theta}, \mathcal{A} | \mathcal{D}, \mathbf{f}) \quad (5)$$

Обозначим  $X_{\mathcal{A}}$  матрицу, столбцы которой — векторы признаков, индексы которых находятся в  $\mathcal{A}$ . В случае  $X_{\mathcal{A}}$ ,

**PLS.** Метод частных наименьших квадратов PLS рассматривает в качестве признаков линейные комбинации исходных. Предполагается, что существует скрытое пространство латентных переменных малой размерности  $l$  ( $l < n, r$ ). Происходит поиск матрицы  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ , которая наилучшим образом описывает матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ .

$$\underset{m \times n}{\mathbf{X}} = \underset{m \times l}{\mathbf{T}}^\top \cdot \underset{l \times n}{\mathbf{P}}^\top + \underset{m \times n}{\mathbf{E}} \quad (6)$$

$$\underset{m \times r}{\mathbf{Y}} = \underset{m \times l}{\mathbf{U}}^\top \cdot \underset{l \times r}{\mathbf{Q}}^\top + \underset{m \times r}{\mathbf{F}} \quad (7)$$

**T** —

**QPFS**

Чтобы вычислить матрицу **Q** и вектор **b**

$$\text{Sim} \quad (8)$$

$$\text{Rel} \quad (9)$$

Коэффициент корреляции Пирсона определяется как:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)}{\sqrt{\text{var}(\mathbf{x}_i) \cdot \text{var}(\mathbf{x}_j)}}$$

### Метрики

Пусть имеются истинный прогноз  $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m)$  и предсказание  $\hat{\mathbf{Y}} = (\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \dots, \hat{\mathbf{y}}_m)$ ;  $\mathbf{y}_i$  и  $\hat{\mathbf{y}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  — вектора размерности  $r$ .

Среднеквадратичная ошибка (mean squared error):

$$\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i\|_2^2 \quad (10)$$

Корень среднеквадратичной ошибки (root-mean-squared error):

$$\text{RMSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \sqrt{\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}})} \quad (11)$$

Нормированная среднеквадратичная ошибка (scaled mean squared error):

$$\text{sMSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \frac{\sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i\|_2^2}{\sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}\|_2^2}, \quad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{y}_i \quad (12)$$

MAE, MADE, Коэффициент корреляции. Различные параметры модели из [3].

### Литература

- [1] J. del R. Millán, F. Renken, J. Mourino and W. Gerstner Brain-actuated interaction // *Artif. Intell.*, 159(2004) 241–259.
- [2] Isachenko R., Vladimirova M., Strijov V. Dimensionality reduction for time series decoding and forecasting problems // *Machine Learning and Data Analysis*.
- [3] Katrutsa A., Strijov V. Comprehensive study of feature selection methods to solve multicollinearity problem according to evaluation criteria // *Expert System with Applications*, 76, 1–11.
- [4] Motrenko A., Strijov V. Multi-way Feature Selection for ECoG-based Brain-Computer Interface // ???.