

# Прогнозирование намерений по сигналам ECoG\*

*Калиниченко О. И., Ремизова А. С.*

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт

Работа посвящена построению системы тестирования  $L \times K$  прогностических моделей для различных критериев качества. Рассматривается случай коррелированных входных и выходных сигналов электрокортикограммы и фазовых траекторий движения конечностей высокой размерности. Рассматривается задача предсказания намерений по сигналам головного мозга. Входные данные – сигналы электрокортикограммы (ECoG). Для выявления и устранения скрытых зависимостей используются методы снижения размерности пространства и отбора признаков. Предложенная система тестирования оценивает качество прогноза моделей и ошибку. Вычислительный эксперимент проводится на данных ECoG проекта NeuroTycho.

**Ключевые слова:** декодирование временных рядов, PLS, QPFS, электрокортикограмма, траекторий движения конечностей.

## Введение

Работа посвящена исследованию методов моделирования нейросетевого интерфейса (BCI) [5]. Входные данные – сигналы мозга, полученные с помощью электрокортикографии (ECoG) и электроэнцефалографии (EEG). ECoG-сигналы имеют более высокое разрешение и большую амплитуду, однако для их получения требуется непосредственное подсоединение электродов к коре головного мозга. Одной из задач при построении систем BCI является предсказание намерений.

Предлагается декодировать исходные сигналы и спрогнозировать траекторию движения верхних конечностей. Исходное пространство имеет избыточно высокую размерность. Линейная зависимость между признаками приводит к мультиколлинеарности. Для устранения мультиколлинеарности предлагается применить методы понижения размерности и отбора признаков.

Признаковое описание многомерного временного ряда существует в пространствах независимых и зависимых переменных. Для учета существующих закономерностей в исходном и выходном пространстве используется скрытое пространство латентных переменных. В скрытом пространстве происходит согласование между образами исходных пространств.

В эксперименте рассматриваются следующие модели: метод частных наименьших квадратов (PLS) [2], отбор признаков с помощью квадратичного программирования (QPFS) [4], метод Белсли (Belsley) и вариации этих методов.

PLS является методом отбора признаков

Описание метода QPFS...

Предлагается система тестирования прогностических моделей с оценкой качества и анализом ошибки. Подобный инструмент может применяться не только в задаче анализа сигналов мозга, но и во многих других задачах, связанных с прогнозированием многомерных временных рядов.

## Постановка задачи

### Постановка задачи предсказания

Задана выборка  $\mathcal{D} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ , где  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  — матрица объектов,  $\mathbf{X} = [\chi_1 \dots \chi_n]$ , где  $\chi_j \in \mathbb{R}^m$  — вектор значений  $j$ -го признака на элементах выборки;  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times r}$  — матрица ответов,  $\mathbf{Y} = [y_1 \dots y_r]$ . Имеется линейная модель  $\mathbf{f}$  с набором параметров  $\boldsymbol{\theta}$  из пространства  $\mathbb{R}^{n \times r}$ , предсказывающая  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$  по  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , следующего вида:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \underset{1 \times n}{\mathbf{x}} \underset{n \times r}{\boldsymbol{\theta}}. \quad (1)$$

Задана функция ошибки  $S$  на выборке  $\mathcal{D}$  и модели  $\mathbf{f}$  с параметрами  $\boldsymbol{\theta}$ . Задачей является поиск наилучших параметров  $\boldsymbol{\theta}^*$ , то есть таких, при которых функция ошибки минимальна:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \Theta} S(\boldsymbol{\theta} | \mathcal{D}, \mathbf{f}). \quad (2)$$

В случае коррелированных данных  $\mathbf{X}$  решение задачи выбора оптимального вектора параметров  $\boldsymbol{\theta}$  нестабильно.

За  $\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$  обозначена матрица  $[\mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}(\mathbf{x}_2, \boldsymbol{\theta}), \dots, \mathbf{f}(\mathbf{x}_m, \boldsymbol{\theta})]^\top$ . Рассматривается квадратичная функция ошибки:

$$\|\mathbf{F}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) - \mathbf{Y}\|_2^2 \rightarrow \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times r}} \quad (3)$$

Если пространство признаков имеет высокую размерность, вероятно, что матрица  $\mathbf{X}$  близка к вырожденной, а потому решение проблемы оптимизации (3) будет нестабильным. Для решения указанной задачи применяются методы отбора признаков.

### Постановка задачи отбора признаков

Пусть  $\mathcal{J} = \{1, \dots, n\}$  — множество индексов признаков, а  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{J}$  — его некоторое подмножество. Тогда линейную модель  $\mathbf{f}$  на подмножестве признаков  $\mathcal{A}$  можно определить как:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathcal{A}, \boldsymbol{\theta}) = \underset{1 \times |\mathcal{A}|}{\mathbf{x}_{\mathcal{A}}} \underset{|\mathcal{A}| \times r}{\boldsymbol{\theta}} \quad (4)$$

Функция ошибки  $S$  теперь вычисляется на выборке  $\mathcal{D}$ , модели  $\mathbf{f}$  с параметрами  $\boldsymbol{\theta}$  и на  $\mathcal{A}$ .

Тогда задача предсказания определяется как поиск набора признаков  $\mathcal{A}$  и матрицы параметров  $\boldsymbol{\theta}^* \in \mathbb{R}^{|\mathcal{A}| \times r}$  такого, что:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{A}| \times r}} S(\boldsymbol{\theta}, \mathcal{A} | \mathcal{D}, \mathbf{f}) \quad (5)$$

Задача отбора признаков поставлена как:

$$\mathcal{A}^* = \arg \min_{\mathcal{A} \in \mathcal{J}} Q(\mathcal{A} | \mathbf{X}, \mathbf{y}), \quad (6)$$

где  $Q : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$  — это некоторый критерий качества, который определяет качество выбранного подмножества признаков  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{J}$ .

Для решения этой задачи не обязательно требуется оценка оптимального вектора параметров  $\boldsymbol{\theta}^*$ . Она использует зависимости между векторами  $\chi_j, j \in \mathcal{J}$  и целевыми векторами  $y_i, i \in \{1, \dots, r\}$ .

**PLS.** Метод частных наименьших квадратов PLS рассматривает в качестве признаков линейные комбинации исходных. Предполагается, что существует скрытое пространство латентных переменных малой размерности  $l$  ( $l < n, r$ ). Происходит поиск матрицы  $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ , которая наилучшим образом описывает матрицы  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$ .

$$\underset{m \times n}{\mathbf{X}} = \underset{m \times l}{\mathbf{T}}^T \cdot \underset{l \times n}{\mathbf{P}}^T + \underset{m \times n}{\mathbf{E}} \quad (7)$$

$$\underset{m \times r}{\mathbf{Y}} = \underset{m \times l}{\mathbf{U}}^T \cdot \underset{l \times r}{\mathbf{Q}}^T + \underset{m \times r}{\mathbf{F}} \quad (8)$$

$\mathbf{T}$  —

**QPFS**

Чтобы вычислить матрицу  $\mathbf{Q}$  и вектор  $\mathbf{b}$

$$\text{Sim} \quad (9)$$

$$\text{Rel} \quad (10)$$

Коэффициент корреляции Пирсона определяется как:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)}{\sqrt{\text{var}(\mathbf{x}_i) \cdot \text{var}(\mathbf{x}_j)}}$$

**Метрики**

Пусть имеются истинный прогноз  $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m)$  и предсказание  $\hat{\mathbf{Y}} = (\hat{\mathbf{y}}_1, \hat{\mathbf{y}}_2, \dots, \hat{\mathbf{y}}_m)$ ;  $\mathbf{y}_i$  и  $\hat{\mathbf{y}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  — вектора размерности  $r$ .

Среднеквадратичная ошибка (mean squared error):

$$\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i\|_2^2 \quad (11)$$

Корень среднеквадратичной ошибки (root-mean-squared error):

$$\text{RMSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \sqrt{\text{MSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}})} \quad (12)$$

Нормированная среднеквадратичная ошибка (scaled mean squared error):

$$\text{sMSE}(\mathbf{Y}, \hat{\mathbf{Y}}) = \frac{\sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i\|_2^2}{\sum_{i=1}^m \|\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}\|_2^2}, \quad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{y}_i \quad (13)$$

MAE, MADE, Коэффициент корреляции. Различные параметры модели из [4].

Сложность модели

## Литература

- [1] J. del R. Millán, F. Renken, J. Mourino and W. Gerstner Brain-actuated interaction // *Artif. Intell.*, 159(2004) 241–259.
- [2] Isachenko R., Vladimirova M., Strijov V. Dimensionality reduction for time series decoding and forecasting problems // *Machine Learning and Data Analysis*.
- [3] Katrutsa A., Strijov V. Stress test procedure for feature selection algorithms, 2015 // *Expert System with Applications*, 142, 172–183

- [4] *Katrutsa A., Strijov V.* Comprehensive study of feature selection methods to solve multicollinearity problem according to evaluation criteria, 2017 // *Expert System with Applications*, 76, 1-11.
- [5] *Motrenko A., Strijov V.* Multi-way Feature Selection for ECoG-based Brain-Computer Interface // ???.