



شبیه سازی سیستم صف $m/m/1/k$

نام و نام خانوادگی	شماره دانشجویی	ایمیل	تاریخ ارسال گزارش
امیر تاجیک	۹۶۱۲۲۱۳۰۰۴	amirtajik@gmail.com	۱۴ آذر ۱۳۹۶

چکیده

در این گزارش به بررسی سیستم صف $m/m/1/k$ و فرآیند شبیه سازی آن می پردازیم. در این تمرین ظرفیت صف محدود و برابر با ۱۲، و دارای تنها یک سرویس دهنده می باشد و نرخ سرویس دهی μ است.

هدف از انجام تمرین، بدست آوردن احتمالات ترک صف P_d و بلاک شدن P_b از طریق شبیه سازی و مقایسه آن با مقادیر بدست آمده از روابط ریاضی می باشد.

کلید واژه ها- شبیه سازی، تئوری صف، FCFS، MM1K، فرآیند پواسون، توزیع نمایی، موعد

۱. مقدمه

معمولاً در بررسی سیستم های پیچیده، با اجزاء زیاد یا روابط بسیار اجزاء با هم، از شبیه سازی استفاده می شود. در این بین گاهی (مانند تمرین حاضر) روابط ریاضی برای تحلیل سیستم موجود می باشد با اینحال شبیه سازی چنین سیستم هایی و مقایسه نتایج آن با نتایج دقیق حاصل از روابط ریاضی به ما در شبیه سازی سیستم های دیگری که چنین روابطی برای آنها وجود ندارد، کمک خواهد کرد. بعلاوه گاهی اوقات تنها راه تحلیل داده های موجود شبیه سازی است.

تمرین حاضر به منظور شبیه سازی یکی از مسائل تئوری صف در حالت $M/M/1/k$ می باشد. در این مسأله، یک سرویس دهنده وجود دارد. نرخ ورود براساس λ لاندای بوده و با متغیر تصادفی بصورت نمایی تعیین میشود. هر مشتری مدت زمان θ میتواند در صف بایستد و پس از آن صف را ترک میکند. اگر صف پر باشد، مشتری هایی که به صف مراجعه میکنند بلوکه می شوند. هر فرد پس از رسیدن موعد، صف را ترک خواهد کرد مگر اینکه شروع به دریافت سرویس کرده باشد.

در ادامه فرض های در نظر گرفته شده برای شبیه سازی سیستم مذکور بیان شده و در پایان نتایج حاصل از اجرای کد شبیه سازی با مقادیر بدست آمده از روابط ریاضی مربوطه مقایسه خواهد شد.

۲. مراحل شبیه سازی

۲-۱ شرح مسأله

هدف این مطالعه، شبیه سازی یک سیستم صف $M/M/1/K$ (یک صف و یک پردازنده) با نرخ سرویس دهی μ برای پردازنده و ظرفیت محدود $k=12$ برای صف است. خط مشی سرویس دهی به صورت FCFS^۱ است. هر فردی که وارد سیستم می شود فقط برای مدت زمان مشخصی تا دریافت سرویس می تواند منتظر بماند، این مدت زمان را با متغیر تصادفی θ نشان می دهیم. بنابراین هر فرد پس از گذشت مدت زمان θ ، در صورت عدم دریافت سرویس، صف را ترک خواهد کرد.

- پس از اینکه یک مشتری شروع به دریافت سرویس کند، حتی با رسیدن موعد خود، صف را ترک نخواهد کرد.
- تابع توزیع زمان انتظار، θ ، را یکبار بصورت ثابت و یکبار بصورت نمایی در نظر می گیریم.
- طول صف نشان دهنده تمامی مشتریهای حاضر در سیستم میباشد. به طور مثال در این تمرین اگر ۱۱ مشتری در صف منتظر باشند و یک مشتری در حال سرویس دهی باشد، مشتریهای جدید بلاک خواهند شد.
- پایان شبیه سازی: هنگامی که تمامی افراد دارای یکی از حالت های خروج، ترک، یا سرویس شده باشند.

۲-۲ هدف و طرح کلی پروژه

پروژه به صورت انفرادی انجام شده و با اینکه روش ریاضی برای بدست آوردن مقادیر مورد نظر وجود دارد، ولی در صورت قابل قبول بودن نتایج حاصل از شبیه سازی می توان آن را توسعه داده و در مواردی که جواب آن به صورت ریاضی و دقیق موجود نمی باشد نیز استفاده کرد.

۲-۳ ایجاد مدل

برای هر مشتری یکی از سه حالت، سرویس گرفتن، خارج شدن از صف، یا بلاک شدن اتفاق خواهد افتاد. در مراحل مختلف پروژه، جهت درک بهتر فرآیند ساده سازی شده و همچنین ارزیابی نتایج حاصله از برنامه تا آن مقطع، از دیتاشیت هایی مانند MS Excel استفاده شده است.

۲-۴ ترجمه مدل

در ابتدا روش Time-Scheduling برای پروژه انتخاب شد. در این روش سعی می شود در مقاطع کوتاه زمانی وضعیت افراد حاضر در صف و سیستم بررسی شود. این کار از طریق چک کردن مشخصات زمانی مختلف مشتریها و انجام عکس العمل مناسب در خصوص آن صورت می گیرد. به عنوان مثال اگر بعد از یک پله زمانی کوچک، از زمان ورود به صف گذشته باشد، اینکار انجام شده و برای سرویس دهی نیز عمل متناظر انجام می شود. مسأله ای که حائز اهمیت است، انجام این دو وظیفه بصورت موازی و در thread های جداگانه است تا نتیجه بهتری از شبیه سازی دریافت شود.

در ادامه بدلیل پیچیدگی این روش و عدم تسلط کافی اینجانب به تمامی جوانب مورد نیاز، و علیرغم نوشتن چند نسخه کد و پیشروی در مرحله ای از شبیه سازی، روش event-scheduling برای انجام این تمرین انتخاب گردید.

در این روش، اساس را بر پیدا کردن اولین رخداد بعدی قرار میدهم. از بین سه رخداد قابل تصور (خروج، ترک، بلاک) رخدادی که در زمان نزدیکتر اتفاق می افتد انتخاب کرده و مراحل مرتبط با آنرا انجام میدهم.

بلاک شدن: زمانی اتفاق می افتد که حداکثر ظرفیت سیستم پر باشد و مشتری جدید قصد ورود به صف را داشته باشد.

ترک صف: پس از آنکه مشتری در صف قرار گرفت، اگر تا قبل از موعد خود، سرویس دریافت نکند، صف را ترک خواهد کرد.

سرویس گرفتن: در صورتی که مشتری قبل از موعد خود، به ابتدای صف برسد شروع دریافت سرویس کرده و موعد آن دیگر اهمیت ندارد. پس از گذشت زمان سرویس لازم برای هر مشتری، مشتری سیستم را ترک میکند.

۲-۵ درستی یابی

مدل برنامه ریزی شده، با دقت بسیار و طی مراحل متعدد توسعه داده شد. در این بین از روشهای مختلف کد نویسی و امکانات متنوع برای نیل به هدف مدنظر و پیاده سازی روند طراحی شده، استفاده گردید تا اطمینان حاصل شود که

۲-۶ ارزیابی

جهت ارزیابی نتایج بدست آمده، نمودار حاصل از احتمالات ترک صف و بلاک شدن رسم شده و در تقابل با مقادیر بدست آمده از روابط ریاضی مورد بررسی قرار گرفت.

۲-۷ طراحی آزمایش شبیه سازی

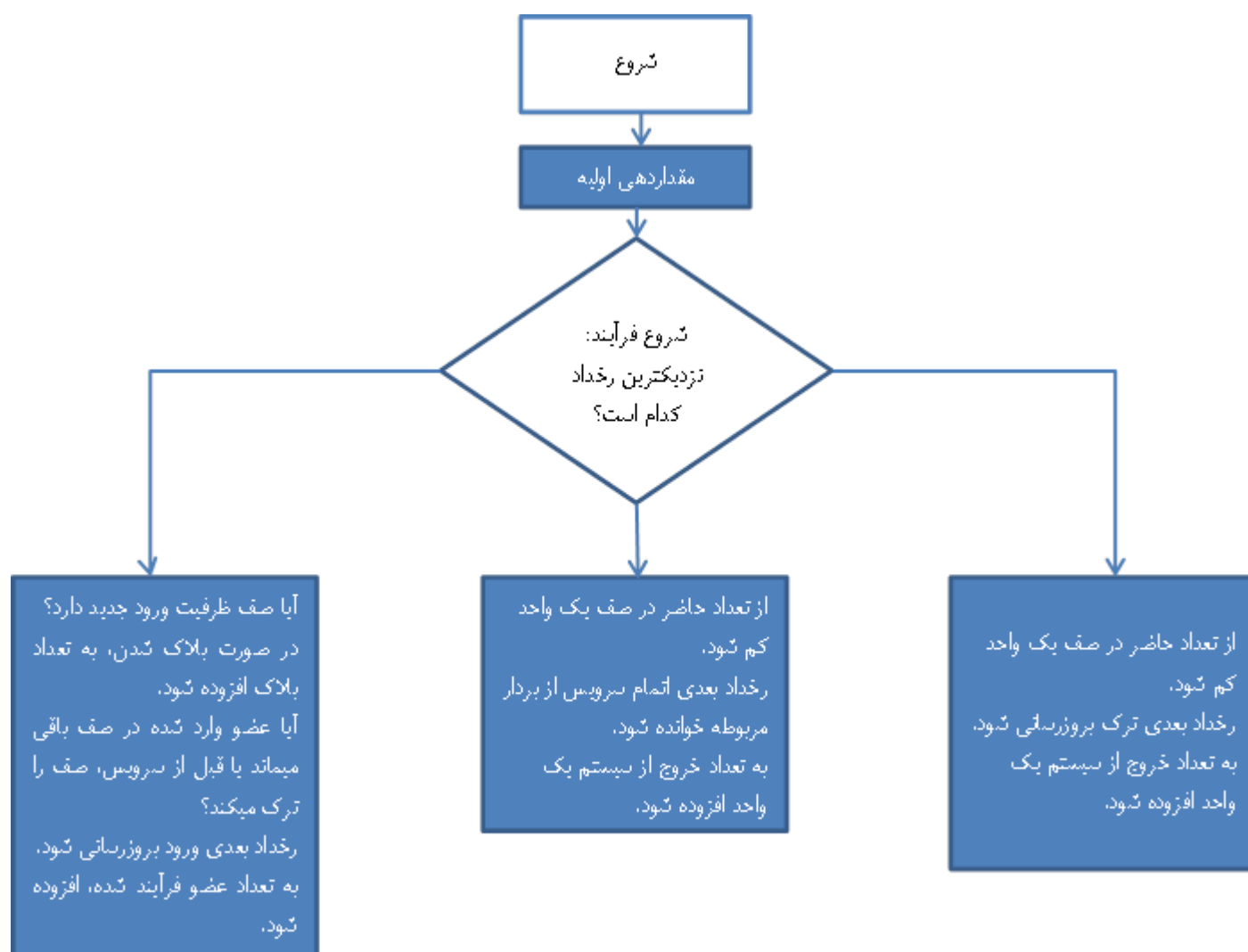
در این قسمت مایل هستیم بدانیم با تغییر کدام مولفه ها ممکن است بتوانیم جواب بهتری به دست آوریم. از طرفی پارامترهایی که قرار است در شبیه سازی لحاظ شوند، بیان میگردند.

پارامترهایی که در این تمرین خواسته شده است، احتمال بلاک شدن P_b ، و احتمال ترک صف P_d ، نسبت به نرخ های ورود λ در بازه $[0.1 - 2.0]$ می باشد.

۲-۸ اجرای کد و تحلیل

پس از اطمینان از صحت کد نوشته شده و برآورده شدن خواسته های در نظر گرفته شده برای کد که شبیه سازی مدنظر را پیاده سازی کرده باشد و همچنین پس از رفع ایرادات، کد اجرا شده و نتایج تحلیل می گردد.

۳. بنویشتن کد شبیه سازی



شکل ۱- تحلیل مسأله قبل از نوشتن کد

۳.۱. تحلیل قبل از کد نویسی

قبل از شروع به کد نویسی، مراحل اولیه شبیه سازی بر روی کاغذ و به صورت دستی و همچنین در نرم افزار Excel مدل شد تا روند کلی از شبیه سازی شکل گرفته و در ادامه با استفاده از آن کد نویسی اولیه آغاز شود.

شاید مهم ترین بخش از کد نوشته شده، تحلیل مشتریهایی ست که وارد صف می شوند ولی در صف باقی نمی مانند. این تحلیل پایه اصلی شبیه سازی اینجانب را تشکیل می دهد که قابل قبول بودن یا نبودن خطاهای شبیه سازی در نهایت میتواند متأثر از همین تحلیل باشد.

اینجانب اینطور محاسبه کردم که با ثبت کردن زمان پایان سرویس برای هر عضو، میتوان ترک یا عدم ترک عضو بعدی را محاسبه کرد. و به همین ترتیب می توان تا زمانی که صف پر میشود در این خصوص در مورد هر مشتری تصمیم گیری کرد. در صورت مثبت

بودن این محاسبات، زمان ترک مشتری به ساختار داده بردار (vector data structure) افزوده شده و در ادامه به عنوان منبعی برای خواندن نزدیکترین زمان ترک استفاده میشود.

۳.۲. کد نویسی اولیه

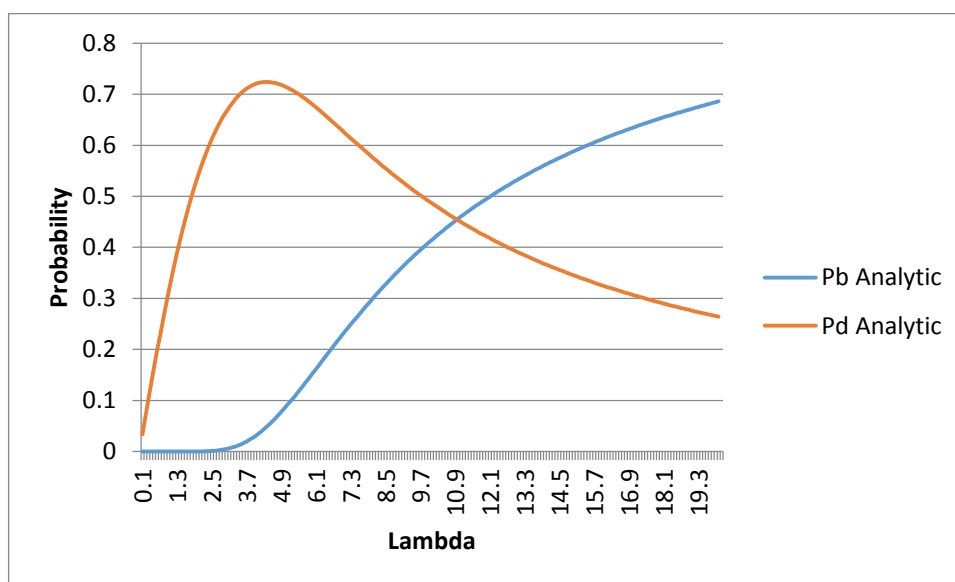
کد نویسی اولیه در ورژنهای ابتدایی به منظور تست خط کد های جدید و اطمینان از طرز عملکرد توابع ایجاد شد.

۳.۳. کد نهایی

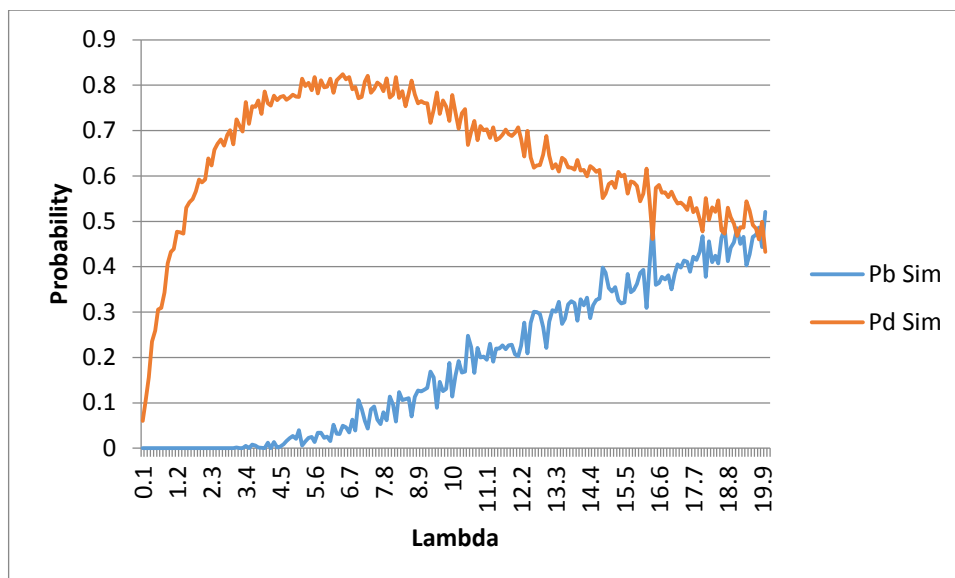
کد نهایی پس از انجام تغییرات متعدد روی ورژنهای قبلی، با هدف خواناتر شدن، سریعتر شدن و خروجی مناسب تولید گردید.

۴. نتایج و مقایسه

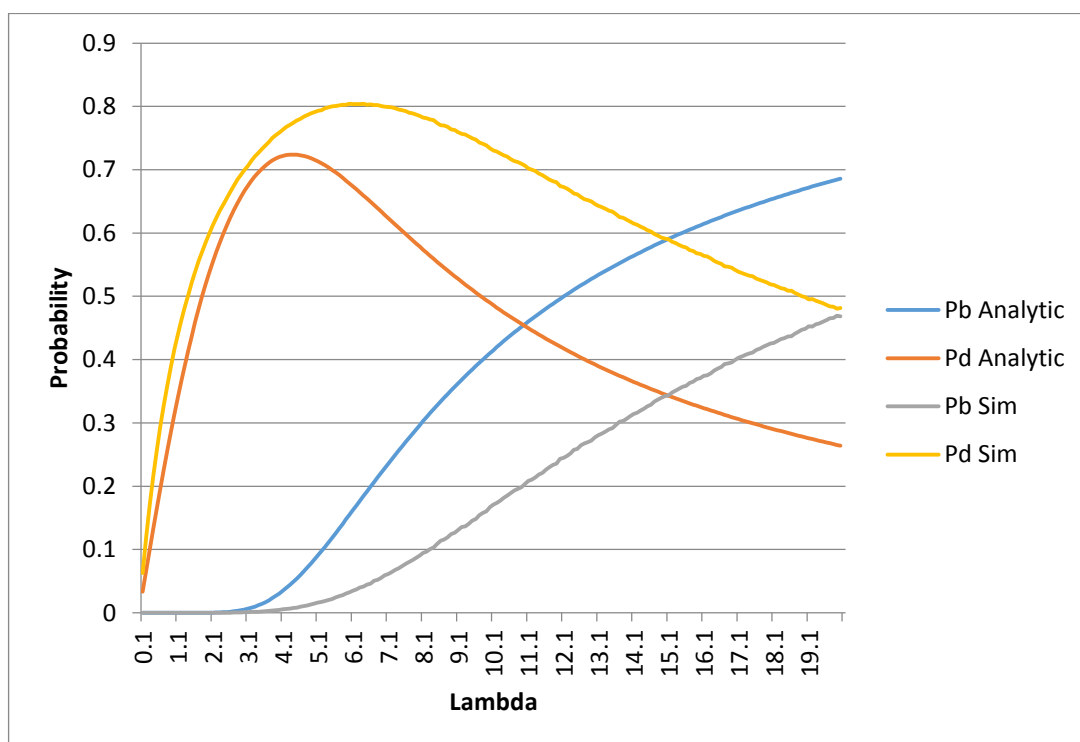
جزئیات مقادیر بدست آمده در فایل اکسل مربوطه قرار دارد. در اینجا صرفاً نمودارهای بدست آمده نمایش داده میشود.



شکل ۲ - نمودار احتمال بلاک شدن و ترک صف نسبت به نرخ ورود از روش ریاضی



شکل ۳ - نمودار احتمال بلاک شدن و ترک صف نسبت به نرخ ورود از روش شبیه سازی با ۱۰۰۰ بار تکرار



شکل ۴ - نمودار مقایسه احتمال بلاک شدن و ترک صف از روش ریاضی با شبیه سازی با ۱ میلیون بار تکرار

۵. نتیجه گیری

با مقایسه مقادیر بدست آمده از شبیه سازی و روش ریاضی، مشخص میشود که مقادیر بدست آمده برای Pb کمتر از میزان مورد انتظار و مقادیر بدست آمده برای Pd بیشتر از میزان مورد انتظار است. علت این واقعیت میتواند عدم موفقیت کامل در تحلیل درست زمانهای ترک صف و امانهای دیگری که در بلاک شدن مشتری موثر می باشند، باشد.

چرا تعداد کمتر است؟ یا چه عواملی موثر است؟

۱. زمان ترک کردن صف کمتر از زمان واقعی است. در نتیجه مشتری ها در عوض اینکه در صف باشند، از صف خارج شده و

صف ظرفیت ورود جدید پیدا میکند و ورودی های جدید بلاک نمیشوند.

۲. ممکن است زمان سرویس گرفتن کمتر از زمان واقعی باشد.

۳. ممکن است فاصله بین ورود ها بیشتر از مقدار واقعی باشد.

علیرغم در نظر گرفتن فرضهای بالا و بررسی چند باره کد نوشته شده، علت اختلاف بوجود آمده در مقادیر بدست آمده از شبیه سازی تا زمان ارائه این گزارش برای اینجانب روشن نشد. امیدوارم در بررسی های آتی و با تحقیق بیشتر پی به علت آن ببرم.

۶. منابع

[1] <http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/Queuing/MMsN-Queuing-System.html>

[2] <http://nptel.ac.in/courses/117103017/47>

[3] Sheldon M. Ross, "introduction to probability and statistics for engineers and scientists", Elsevier Academic Press, 2009