

(1)トレスカの降伏条件を用いて、この容器が降伏する条件を求めてください。

周(θ)方向: $\sigma_\theta = \frac{pr}{t}$ 軸(x)方向: $\sigma_x = \frac{pr}{2t}$ より, $\sigma_\theta = 20p, \sigma_x = 10p$ となる。

薄肉容器であるため、径方向の応力 $\sigma_r = 0$ であるから、主応力は、

$$\sigma_1 = \sigma_\theta, \sigma_2 = \sigma_x, \sigma_3 = \sigma_r (= 0)$$

トレスカの降伏条件より、 $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_y$ であるから、

$$\sigma_\theta - \sigma_r = 20p - 0 = \sigma_y \quad \therefore 20p = 240(\text{MPa}), p = 12(\text{MPa})$$

従って、トレスカの降伏条件では容器が降伏する限界の内圧 p は12MPaである。

(2)ミーゼスの降伏条件を用いて、この容器が降伏する条件を求めてください。

(1)と同様に、主応力は、

$$\sigma_1 = \sigma_\theta, \sigma_2 = \sigma_x, \sigma_3 = \sigma_r (= 0)$$

ミーゼスの降伏条件 $\sigma_3 = 0$ のとき、 $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} = \sigma_y$ であるから、

$$\sqrt{\sigma_\theta^2 + \sigma_x^2 - \sigma_\theta \sigma_x} = \sqrt{(20p)^2 + (10p)^2 - 200p^2} = \sigma_y$$

$$\therefore \sqrt{300p^2} = 10\sqrt{3}p = 240(\text{MPa}), p \sim 13.9(\text{MPa})$$

従って、ミーゼスの降伏条件では容器が降伏する限界の内圧 p は約13.9MPaである。

演習問題

材料の理論強度(へき開破壊)と実際の強度はどれくらい違うのか？

Q. 鉄(α -Fe)の理論強度を求めてください

表面張力 γ : 2.0 J/m²

ヤング率 E : 200 GPa

原子間距離 b_0 : 0.25 nm

$$\sigma_{\max, \alpha\text{-Fe}} = \sqrt{\frac{\gamma E}{b_0}} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 10^9}{0.25 \times 10^{-9}}} = \sqrt{1600 \times 10^{18}} = 40 \times 10^9 \quad (40 \text{ GPa}) \quad \therefore \sigma_{\max} = \frac{E}{5}$$

※ J/m² = N/m

より精密に様々な材料について同様の計算をすると、理論強度とヤング率の関係は、

$$\sigma_{\max} = \frac{E}{15} \sim \frac{E}{10}$$

となる。

※へき開破壊の理論強度はおおよそ「ヤング率 E の1/10」という理解でOK

演習問題

銅のCu, Ag, Au, Niの共通点は何でしょう？

結晶構造



(1) 体心立方格子

(2) 面心立方格子

(3) 六方最密格子

→室温、大気圧における結晶構造が面心立方格子(FCC)です。