起電力 ϕ_{em}　　Φ の時間変化

定義：　$$\phi_{em} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

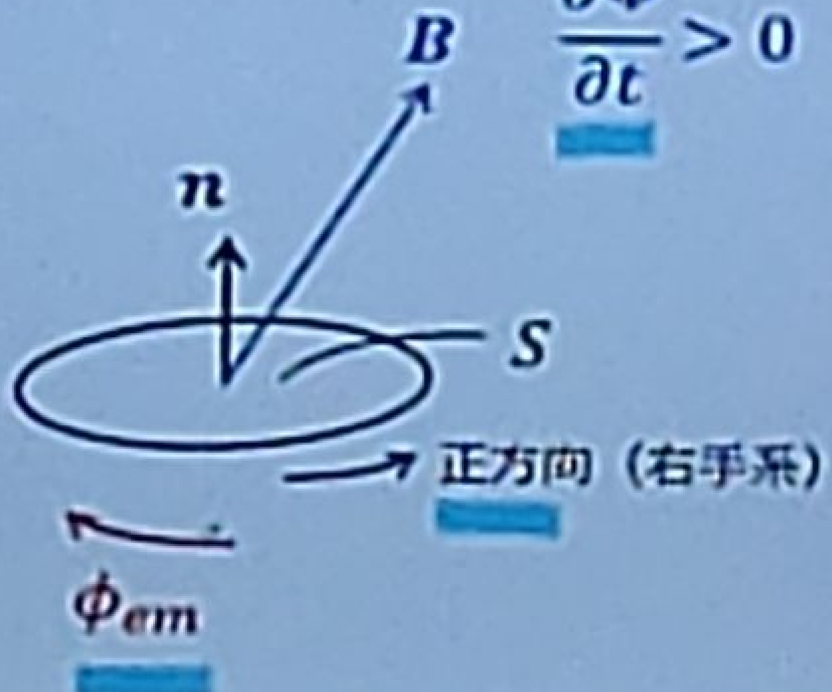
起電力　　磁束の変化

ファラデーの電磁誘導の法則

実験デモ

意味：

$\frac{\partial \Phi}{\partial t} > 0$



磁場が増大　$\frac{\partial \Phi}{\partial t} > 0$

⇓

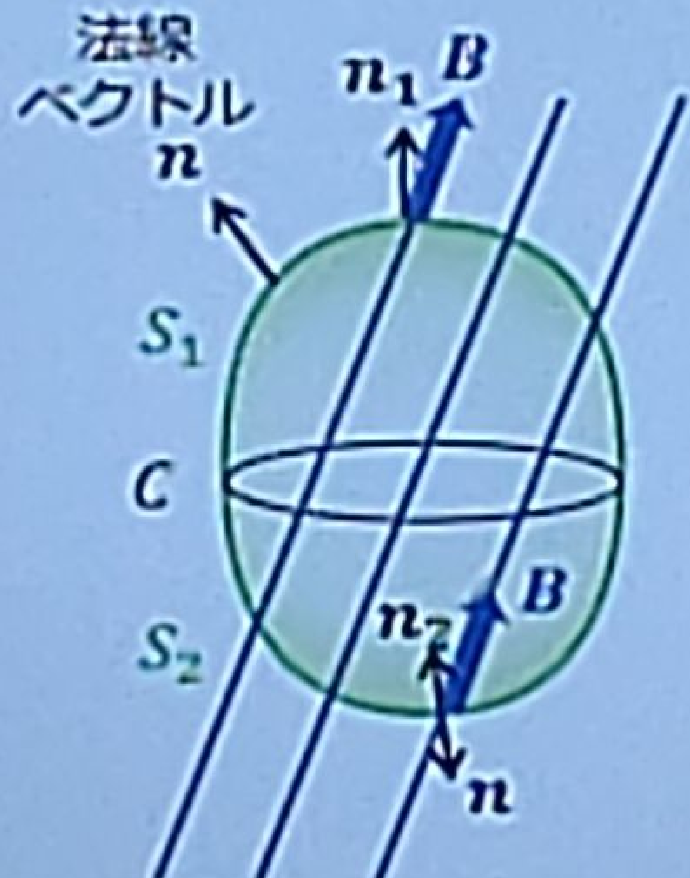
（回路の）負方向に電流発生　$\phi_{em} < 0$

‖　　（逆も同様）

磁場変化を妨げる方向に電流発生

レンツの法則

S の選び方について … 縁C が同一なら任意形状でOK



証)

S_1を貫く磁束　$\Phi_1 = \int_{S_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}_1 \mathrm{d}S$

S_2を貫く磁束　$\Phi_2 = \int_{S_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}_2 \mathrm{d}S$

磁場のガウス則より　(8.15)

$$\int_{S_1+S_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S = 0$$

球面は閉じているのでゼロ

$$\int_{S_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S + \int_{S_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S = 0$$

球面は分けられる

$$\int_{S_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S + \int_{S_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S = 0$$

$\boldsymbol{n}_1 = \boldsymbol{n},\ \ \boldsymbol{n}_2 = \underset{\text{逆方向}}{-}\boldsymbol{n}$ より

$$\underbrace{\int_{S_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}_1\mathrm{d}S}_{\Phi_1} - \underbrace{\int_{S_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n}_2\mathrm{d}S}_{\Phi_2} = 0$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

S_1を貫く磁力線　=　S_2を貫く磁力線

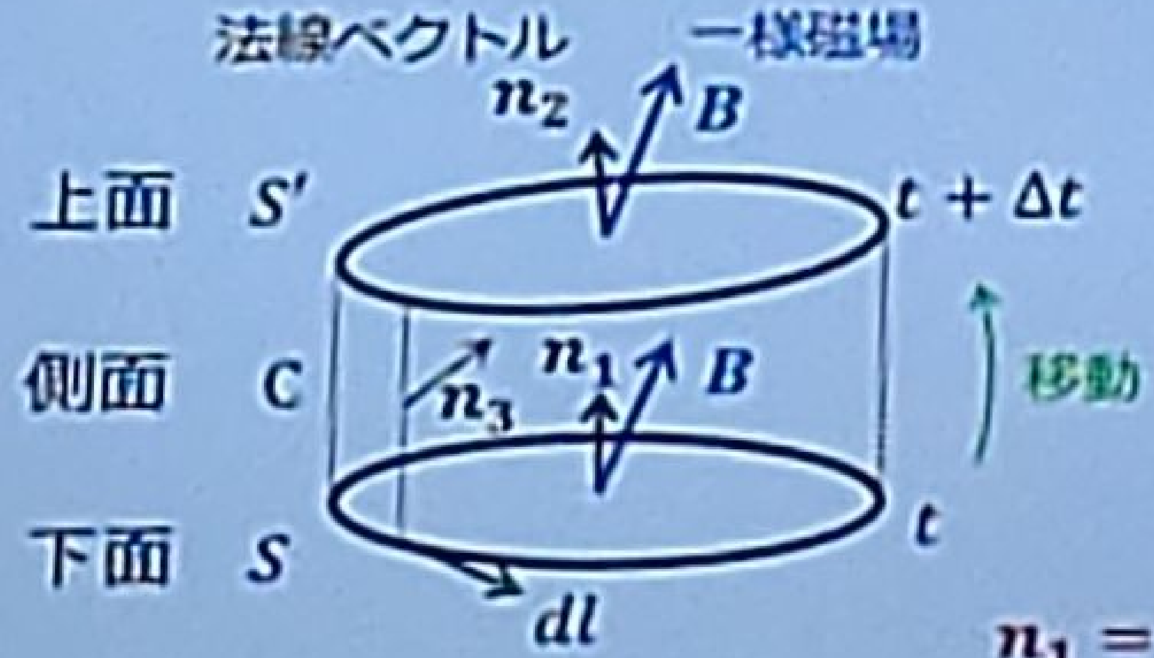
曲面の形状は任意でOK

9.2 磁場中を運動する回路 … 起電力が発生

回路を貫く磁束の時間変化

モデル

一様磁場中で移動する回路



磁束の変化

$$\Delta\Phi = \int_{S'} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}_2\,\mathrm{d}S - \int_{S} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}_1\,\mathrm{d}S$$

磁場のガウス則を円筒に適用

$$\int_{S+S'+C} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S = 0$$

$\boldsymbol{n}_1 = -\boldsymbol{n}$より　$\boldsymbol{n}_3 = -\boldsymbol{n}$より（内側なので）

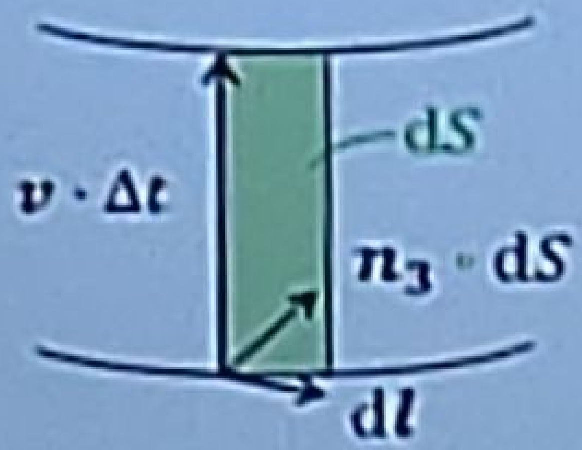
$$\underbrace{\int_{S'} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}_2\,\mathrm{d}S - \int_{S} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}_1\,\mathrm{d}S}_{=\Delta\Phi} - \int_{C} \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}_3\,\mathrm{d}S = 0$$

$\boldsymbol{n}_1 = -\boldsymbol{n}$ より　$\boldsymbol{n}_3 = -\boldsymbol{n}$ より（内側なので）

$$\underbrace{\int_{S'} \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_2 \cdot \mathrm{d}S - \int_{S} \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_1 \cdot \mathrm{d}S}_{=\Delta\Phi} - \int_{C} \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_3 \cdot \mathrm{d}S = 0$$

これより　$\Delta\Phi = \int_{C} \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_3 \cdot \mathrm{d}S$

もう少し計算　$\boldsymbol{n}_3 \cdot \mathrm{d}S = \boldsymbol{v}\Delta t \times \mathrm{d}\boldsymbol{l}$　より



$$\Delta\Phi = \int_{C} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{v} \times \mathrm{d}\boldsymbol{l}) \cdot \Delta t$$

ベクトル解析の公式

$$= -\int_{C} (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \mathrm{d}\boldsymbol{l} \cdot \Delta t$$

$\Delta\Phi = \frac{\partial \phi_{em}}{\partial t}$ より　$(\lim \Delta t \to 0)$

$$\phi_{em} = \int_{C} \underline{(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})} \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

ローレンツ力の項

また、回路内に誘起された電場=起電力なので（(3.35)より）

$$\underline{\phi_{em} = \int_{C} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}$$

これより

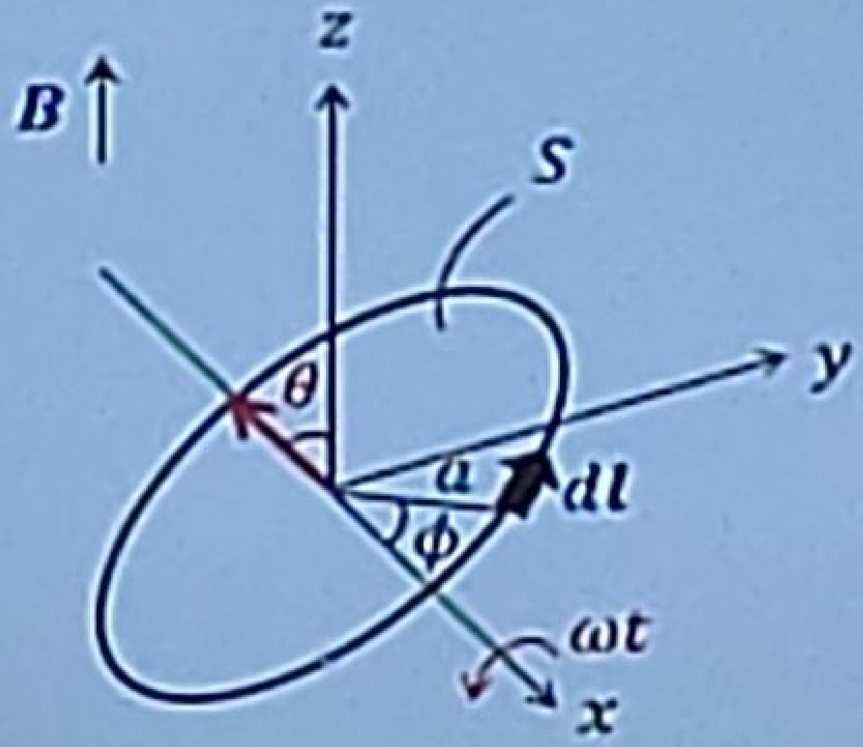
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

$$\underbrace{\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}}_{\text{ローレンツ力}}$$

ローレンツ力の発生 ⇄ 誘導電流，磁場の変化 ❗

例題1　一様磁場中でωで回転する円形コイル

→誘電起電力ϕ_{em}は？



磁束密度は

$$\Phi(t) = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \mathrm{d}S$$

$$(\theta = \omega t)$$

$\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n} = B \cos \omega t$ より

$$= \int_S B \cos \omega t \cdot \mathrm{d}S$$

$$= \pi a^2 B \cos \omega t$$

これより

$$\phi_{em} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \underline{\pi a^2 B \omega \sin \omega t}$$

交流が発生

別解（確認）ローレンツ力による誘導電場から考える

微小切片 d$\boldsymbol{l}$ の運動を考える。

角度ϕ，回転半径$a\sin\phi$，$v = a\omega\sin\phi$

角速度= ω より

$$\boldsymbol{v} = (0, -v\sin\omega t, v\cos\omega t)$$

磁場B は

$$\boldsymbol{B} = (0, 0, B)$$

d$\boldsymbol{l}$ に生じる誘導電場は

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = (-vB\sin\omega t, 0, 0)$$

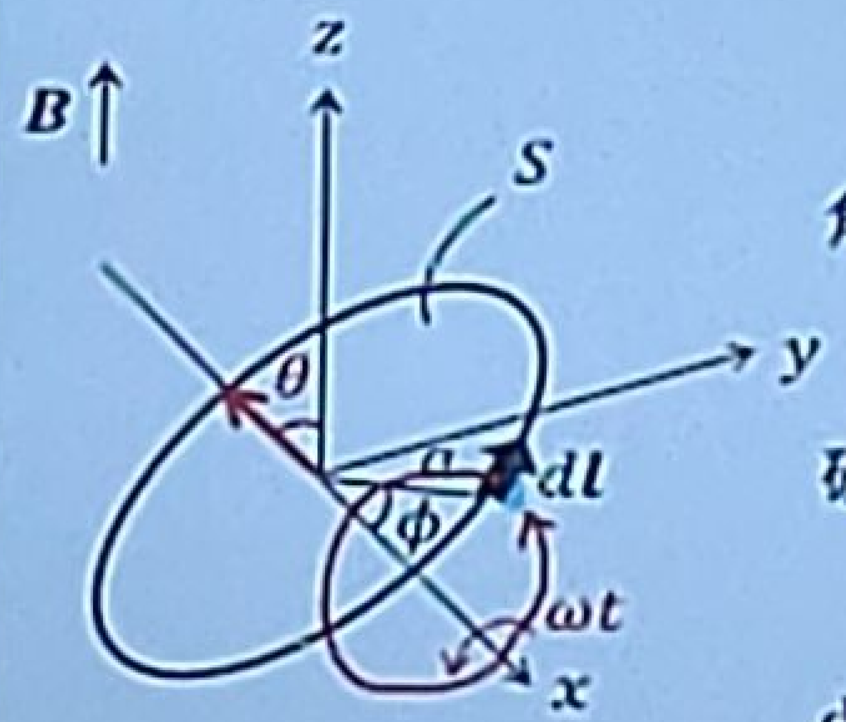
また

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l} = (-\mathrm{d}l\sin\phi, \mathrm{d}l\cos\phi\cos\omega t, \mathrm{d}l\cos\phi\sin\omega t)$$

なので

別解（確認）ローレンツ力による誘導電場から考える

微小切片 dl の運動を考える。



角度ϕ，回転半径$a\sin\phi$， $v = a\omega\sin\phi$

角速度= ω より

$$\boldsymbol{v} = (0, -v\sin\omega t\,, v\cos\omega t)$$

磁場B は

$$\boldsymbol{B} = (0,0,B)$$

dl に生じる誘導電場は

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = (-vB\sin\omega t\,, 0,0)$$

また

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l} = (-\mathrm{d}l\sin\phi\,, \mathrm{d}l\cos\phi\cos\omega t\,, \mathrm{d}l\cos\phi\sin\omega t)$$

なので

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} = (-vB\sin\omega t\,,0,0)$$

また

$$\mathrm{d}\boldsymbol{l} = (-\mathrm{d}l\sin\phi\,,\mathrm{d}l\cos\phi\cos\omega t\,,\mathrm{d}l\cos\phi\sin\omega t)$$

なので

d$\boldsymbol{l}$ に生じる起電力は

$$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = vB\sin\phi\sin\omega t\cdot\mathrm{d}l$$

回路について結合する　　（$\mathrm{d}l = a\,d\phi$ に変数変換）

$$\phi_{em} = \int_C \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_0^{2\pi} a^2\omega B\sin\phi\ \sin\omega t\cdot\mathrm{d}\phi$$

$$= \underline{\pi a^2 B\omega\sin\omega t}$$

ローレンツ力から生じる誘導起電力

‖　一致（9.19）

交流電流

課題：p143　例題1を解くこと