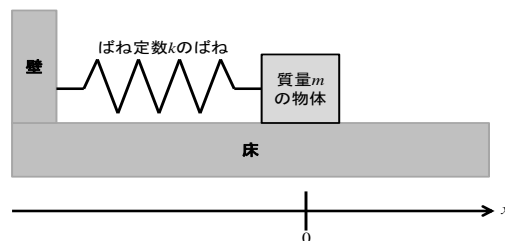


MS-Word で解答し、PDF に変換してアップロードしてください。

学籍番号	8223036	氏名	栗山 淳
------	---------	----	------

【課題 1】

ばね定数 k のばねに質量 m の物体が図のように固定されている。物体と床との摩擦は無視できるものとする。 x 軸を図のようにとり、ばねが自然長のときの位置 x を $x = 0$ とする。



(1) 物体の運動方程式を書きなさい。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

(2) $x = x_0 \sin(\omega t + \delta)$ が運動方程式の解となっていることを確かめなさい。また ω は、ばね定数 k と物体の質量 m でどのように表されるか示しなさい。

$x = x_0 \sin(\omega t + \delta)$ を(1)の式に代入すると、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = m\omega \frac{d}{dt} x_0 \cos(\omega t + \delta) = -m\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \delta) = -m\omega^2 x$$

よって

$$k = m\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

(3) 物体が水素原子だとすると $m = 1u$ である。ばね定数が 516 Nm^{-1} のとき角振動数 ω と振動数 ν を求めなさい。

ただし、原子質量単位 $u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ とする。

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{516 \text{ Nm}^{-1}}{1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = \sqrt{310.8 \times 10^{27} \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}^{-1}}{\text{kg}}} \\ &= \sqrt{31.08 \times 10^{28} \text{ s}^{-2}} = 5.57 \times 10^{14} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{振動数: } \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5.575 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}}{6.283} = 8.87_3 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

(4) (3)の振動数で共鳴を起こす光の、波数と波長を求めなさい。光速は $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

$$\text{波長: } \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}}{8.87_3 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}} = 3.381 \times 10^{-6} \text{ m} = 3.38_1 \mu\text{m}$$

$$\text{波数: } \bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{3.38_1 \times 10^{-6} \text{ m}} = 2.958 \times 10^5 \text{ m}^{-1} = 2.96 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$$

【課題2】

$^1\text{H}^{81}\text{Br}$ の基本振動波数 $\bar{\nu}$ は 2649.7 cm^{-1} である。原子質量単位は $u = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、円周率は 3.1416 、光速は $2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$ とする。

- (1) $^1\text{H}^{81}\text{Br}$ の換算質量を求めなさい。
- (2) $^1\text{H}^{81}\text{Br}$ の力の定数 k を求めなさい。
- (3) 同位体置換で力の定数が変化しないとしたとき、 ^1H を ^2D で置換したときの $^2\text{D}^{81}\text{Br}$ 基本振動波数を求めなさい。

【課題2解答欄】(解答の長さは自由です。)

(1)

ハロゲンを X として HX の菅さん質量は X の質量数を n として

$$m_{eff} = \frac{m_H m_X}{m_H + m_X} = \frac{(1u \times nu)}{1u + nu} = \frac{n}{n+1} u = \frac{81}{82} u = 1.6403 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(2)

角振動数は

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}}$$

従って

$$k = m_{eff}(2\pi\nu)^2 = m_{eff}(2\pi c\bar{\nu})^2$$

$\bar{\nu}$ は 2649.7 cm^{-1} と m_{eff} を代入して

$$k = 408.61 \text{ Nm}^{-1}$$

(3)

同位体置換で力の定数が変化しないとして、 ^1H を ^2D で置換した時の基本振動波数を求めると、X の質量数を n として

$$\begin{aligned} m_{eff}(DX) &= \frac{2u \times nu}{2u + nu} = \frac{2n}{n+2} u = \frac{2n}{n+2} \frac{(n+1)}{n} \frac{n}{n+1} u \\ &= \frac{2(n+1)}{n+2} m_{eff}(HX) \end{aligned}$$

$$\bar{\nu} = \frac{\omega}{2\pi c} = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{k}{m_{eff}}}$$

$$\bar{v}(DX) = \sqrt{\frac{m_{eff}(HX)}{m_{eff}(DX)}} \bar{v}(HX) = \sqrt{\frac{n+2}{2(n+1)}} \bar{v}(HX)$$