科目名	量子力学	対象	2AM	学部 研究科	先進工学部	学科 専攻科		学籍番号		評点
2022 年 7 月 28 日（木） 2 時限				担当	田村　隆治	学年		氏名		
試験時間	60 分	注意事項	1.筆記用具以外持込不可 2.下記のみ参照・持込可 ［電卓］							

以下の各問いに答えなさい。導出過程を必ず記すこと。必要に応じ、次の数値、公式、関係式を用いよ。$h=2\pi\hbar=6.626\times10^{-34}$ Js, $c=3.00\times10^{8}$ m/s, $m_e=9.11\times10^{-31}$ kg, $m_p=1.67\times10^{-27}$ kg, $k_B=1.38\times10^{-23}$ J/K, $N_A=6.02\times10^{23}$ /mol, $E_n=(n+1/2)\hbar\omega$, 1 eV=1.60×10^{-19} J, $E_l=l(l+1)\hbar^2/2I$, $\hat{p}_x=-i\hbar\frac{d}{dx}$, $\lambda_m T=2.90\times10^{-3}$ m・K, $K=5.6704\times10^{-8}\,T^4$ W/m^2, $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$, $\int_{-\infty}^{\infty}x^2e^{-ax^2}dx=\frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

$\boxed{1}$ 以下の各問いに答えなさい。

(1) 古典統計力学によれば、単原子分子１モルからなる気体の定積比熱はいくらか。

(2) 古典統計力学によれば、室温(290K)で熱運動する中性子の運動エネルギー(J)の平均値はいくらか。

(3) (2)の中性子のド・ブロイ波長を求めよ。

(4) 太陽の放射エネルギー(J/s)を推定せよ。ただし太陽の表面温度を 5800K、半径を 7.0×10^5 km とする。

$\boxed{2}$ 一次元の無限に深い井戸型ポテンシャル中の電子に関して以下の各問いに答えよ。ただし、ポテンシャルは、$V=0\ (0\le x\le L), +\infty\ (x<0, x>L)$とする。

(1) 一次元自由粒子のシュレディンガー方程式の一般解は$\Psi(x)=c_1e^{ikx}+c_2e^{-ikx}$（$c_1, c_2$は複素数）で与えられる。これを用いてエネルギー固有関数を求めよ。規格化定数をCとせよ。

(2) 規格化定数Cを求めよ。

(3) エネルギー固有値を求めよ。なお、導入した量子数のとり得る値を示すこと。

$\boxed{3}$ 一次元調和振動子のハミルトニアンは以下の式で与えられる。ただし、$\hat{a}^\dagger$は生成演算子、$\hat{a}$は消滅演算子である。また、数演算子$\hat{N}$は$\hat{N}\equiv\hat{a}^\dagger\hat{a}$により定義される。以下の各問いに答えなさい。

$$\hat{H}=\hbar\omega\left(\hat{a}^\dagger\hat{a}+\frac{1}{2}\right),\qquad \hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(m\omega\hat{x}+i\hat{p}),\ \hat{a}^\dagger=\frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(m\omega\hat{x}-i\hat{p})$$

(1) $\hat{N}$の固有値をn、固有ケットを$|n\rangle$とする。$|n\rangle$が$\hat{H}$の固有ケットであることを示せ。固有値はいくらか。

(2) nには最小値が存在することを示せ。（ヒント：$\hat{N}$の期待値$\langle n|\hat{N}|n\rangle$を考えると良い）

(3) 交換関係$[\hat{a},\hat{a}^\dagger]=1$を用いて、$\hat{a}^\dagger$、$\hat{a}$はそれぞれ$n$の値を１だけ上げ下げする演算子であることを示せ。（ヒント：$\hat{a}^\dagger|n\rangle$や$\hat{a}|n\rangle$に$\hat{N}$を作用させると良い）

(4) nの最小値は$n=0$である。一次元調和振動子の基底状態$|0\rangle$を求めなさい。規格化定数をCとせよ。

(5) 規格化定数Cを求めよ。

$\boxed{4}$ XH 分子の振動を考える。ただし、X 原子は H 原子よりも十分重いものとする。また、力の定数を$k=500$ N/m とする。以下の各問いに答えよ。

(1) 振動エネルギーはとびとびの値を有するが、振動エネルギー(J)の間隔を求めよ。（ヒント：$k=m\omega^2$）

(2) XH 分子が吸収する光の波長を求めよ。

(3) 室温(290K)において、第１励起状態にある分子数N_1と基底状態にある分子数N_0の比N_1/N_0を求めよ。

$\boxed{5}$ 中心力ポテンシャル中の一電子について以下の各問いに答えよ。ただし、スピンは考えないものとする。

(1) 方位量子数lが$l=2$のとき、角運動量二乗の大きさはいくらか。また、許される角運動量の z 成分をすべてあげよ。（角運動量二乗および角運動量の単位になっていることを確認すること）

(2) エネルギー固有ケット$|nlm\rangle$を考える。エネルギーはE_{nl}は一般に、主量子数nのほかに方位量子数lにも依存する。このとき各エネルギーE_{nl}は何重に縮退しているか。

(3) クーロンポテンシャルの場合は、エネルギーE_nは主量子数nのみに依存する。各エネルギーE_nは何重に縮退しているか。