学籍番号 8223036　氏名 栗山淳

数理科学　レポート

問題 1

(1) pが命題であるとは真であるか偽であるかが客観的に判断できる文のこと。

(2)

p	q	$\neg p$	$(p \to q)$	$(p \to \neg p)$	$(p \to q) \wedge (p \to \neg p)$
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

(3) P が X 上の述語であるとは、各 $x \in X$毎に、P が命題となること。

(4) $\forall_{\varepsilon} > 0$の否定は$\exists_{\varepsilon} > 0$、$\exists_{n_0} \in \mathbb{N}$の否定は$\forall_{n_0} \in \mathbb{N}$、$\forall_{n} \geq n_0$の否定は$\exists_{n} \geq n_0$

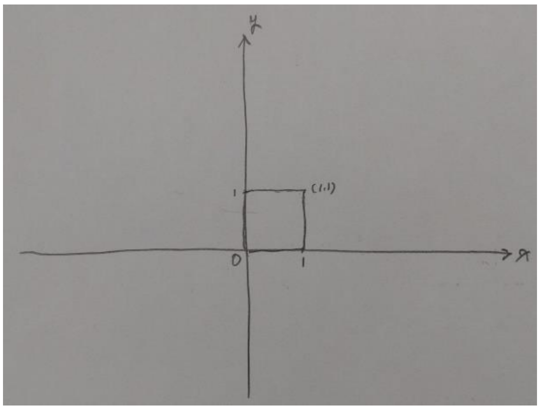
$|a_n - a_0| < \varepsilon$の否定は$|a_n - a_0| \geq \varepsilon$

問題 2

(1)$2^X = \{\emptyset, \{1\}, \{\log_2 3\}, \{2\}, \{1, \log_2 3\}, \{1,2\}, \{\log_2 3, 2\}, \{1, \log_2 3, 2\}\}$

(2)$X \times X = \{\{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,0\}, \{1,0\}, \{2,0\}, \{2,1\}, \{2,2\}, \{1,1\}\}$

(3)I×J= {(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)}よりI × Jを平面上に図示すると原点 (0, 0)、(0, 1)、(1, 0)、(1, 1) を結んだ四角形で次のようになる。



(4)$\cos x < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{2n-1}{2}\pi, \frac{2n+1}{2}\pi\right) (n \in \mathbb{Z})$より

$$\{x \in \mathbb{R}: \cos x < 0\} = \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(\frac{1}{2}\pi + 2n\pi, \frac{3}{2}\pi + 2n\pi\right)$$

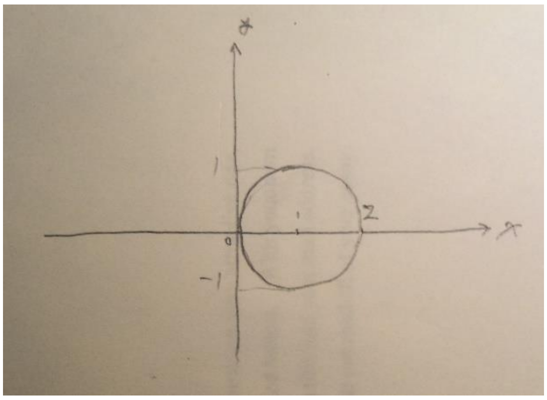
問題 3

(1)各$x \in X$に対して、１つの$f(x) \in Y$を対応させる規則のこと。

(2)$f([-2,2]) = [1,10]$

(3)$g(x, y) = (x-1)^2 + y^2 - 1$

$g(x,y)=0$のとき　$(x-1)^2+y^2-1=0$
$(x-1)^2+y^2=1$
よって答えは以下の図のようになる



(4)$y \in f(A_1) \cap f(A_2)$のとき
　$\exists x_1 \in A_1, f(x_1)=y$
　$\exists x_2 \in A_2, f(x_2)=y$
この時、$f(x_1)=y=f(x_2)$
　　$\therefore x_1=x_2 \in A_1 \cap A_2$

$f(x_1)=f(x_2)$ならば$x_1=x_2$のため f が単射であることが示された。

問題 4

(1) 半順序が成り立ち、$f,g \in C([0,1])$に対して

$$f \leq g \overset{def}{\iff} \forall_x \in [0,1], f(x) \leq g(x)のため$$

$(C[0,1],\ \leq)$は全順序集合である。

(2) 反射律
　　n 次の単位行列を E とする。
　$A=E^{-1}AE$だから$A \sim A$ が言える。
　対称律
　$A \sim B$ならば、正則行列 P が存在して$B=P^{-1}AP$となる。
　このとき$A=PBP^{-1}=\{P^{-1}\}^{-1}BP^{-1}$より
　$B \sim A$が言える。よって$A=B$
　推移律
　$A \sim B, B \sim C$ならば、正則行列 P,Q が存在して$B=P^{-1}AP, C=Q^{-1}BQ$が言えるから、
　$C=Q^{-1}BQ=Q^{-1}\{P^{-1}AP\}Q=(PQ)^{-1}A(PQ)$より

$A \sim C$が言える。

以上より～は同値関係である。

(3) 反射律

$m - m = 0$であり、0 は整数なので、

明らかに$m \sim m$

対称律

$m \sim n$ならば$m - n$ は整数

$m - n = -(n - m)$より

$n - m$も整数であり、$b \sim a$

推移律

$m \sim n, n \sim l$ならば$m - n$と$n - l$は整数である。

$m - l = (m - n) + (n - l)$より$m - l$も整数である

よって$m \sim l$が言える

以上より～は同値関係である。

同値類の集合を外延的記法で表すと次のようになる。

$\mathbb{Z}/\sim\ = \{C(0), C(1), C(2), C(3)\}$

$R = \{0,1,2,3\}$は代表元