8223036　栗山淳

〈平面波〉

x軸正の向きに進行する平面波は$A \cdot e^{2\pi i(-kx+\nu t)}$または$A \cdot e^{2\pi i(+kx-\nu t)}$ように与えられている。

ここでkは波数，νは振動数，Aは振幅である。また，この式での exp の方の部分は位相と呼ばれる。

3 次元における平面波では波面上の空間ベクトル(x, y, z)と波面に垂直な波数ベクトル$\begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k\cos\alpha \\ k\cos\beta \\ k\cos\gamma \end{pmatrix}$を使い。

x軸正の向きに進行する平面波の式の位相の部分を変えると作ることができ，次のような式で表される。

位相は$\underline{2}\pi k \cdot r = 2\pi(k_x x + k_y y + k_z z)$となるため，平面波の式は$A \cdot e^{2\pi i(-k_x x - k_y y - k_z z + \nu t)}$となる。

位相時計の時間・距離空間の 4 次元空間での分布つまり平面波はどちらに進むかという話では 3 次元の平面波をx, y, zのどれかの波にとらえなおし，$2\pi\nu = \omega$(角速度)にすることで単位円上における時間と波の位置を表し，波の進行を見ていると思われる。

〈球面波〉

球面波を表す式でも基本的には平面波を表す式と同じだが注意点として球面波の場合，波源中心からの距離$|r|$に反比例して振幅が減衰するため，は現中心からすべての向きに進行する球面波の式は次のように表される。

$$\frac{A}{|r|} e^{2\pi i(-\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} + \nu t)}$$

ここで$\frac{A}{|r|}$：振幅，kベクトルは波源中心からあらゆる向きを向いている。

球面波を波源中心から無限遠方で観測すると平面波になる。

球面波の重ね合わせでは，波源中心の周囲から発散し拡がる外向きの球面波と波源中心へ向かって収束し集まる内向きの球対称の球面波を重ね合わせたものであるがここの式の意味がいまいち分からなかった。特に球対称の球面波を求めるときに出てきた半径r, $r + \triangle r$の 2 つの球面に挟まれた薄い球殻にガウスの定理を利用している理由が分からなかった。

収束する球面波と，発散する球面波の重ね合わせの波の式は次のようになる

$$\phi(r, t) = \frac{A_0}{r} e^{i(-\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t)} + \frac{A_0}{r} e^{i(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \pi)}$$

$$= -\frac{2iA_0}{r} \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}) e^{-i\omega t}$$

〈フーリエ変換〉

一見，複雑な波も簡単な波の重ね合わせでできている。また，複雑な波は互いに独立した簡単な波(正弦波)に分解できる。この時，分解された正弦波の成分の大きさ(波の振幅)を振動数あるいは波数ごとに表現することをフーリエ変換という。

〈フーリエ級数〉

①　区間$[-\pi, \pi]$で定義された有界で積分可能な関数$f(x)$の三角関数による展開

$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$で定義する級数を，$f(x)$のフーリエ級数という。

ここで$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\, dx \ (n = 0,1,2,\cdots)$　　　$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\, dx \ (n = 1,2,3,\cdots)$