

問 1. 次の行列を行基本変形を用いて階段行列に変形し, 行列の階数を求めよ.

$$(1) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(2) B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(1)

(1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{2 \times \text{1行} - 1\text{行} \\ 3 \times \text{1行} - 1\text{行}}]{} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\text{rank } A = 1}$$

(2)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{2 \times \text{1行} - 1\text{行} \\ 3 \times \text{1行} - 1\text{行}}]{} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{3\text{行} - 5 \times 2\text{行}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{rank } B = 2}$$

(3)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[\substack{3 \times \text{1行} - 1\text{行} \\ 2 \times \text{1行} - 1\text{行}}]{} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{2\text{行} + 2 \times 3\text{行}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 11 & 17 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\text{rank } C = 3}$$