光科学１
第1回

東京理科大学先進工学部　マテリアル創成工学科
曽我 公平

1

はじめに

- 理系の大学では、**<u>論理的なアプローチ</u>**で問題解決をするためのスキルを学ぶ。
- 「学ぶ」：<u>問題解決</u>の手法を身に着ける

問題　A.　既に解いたことのある問題

　　　B.　まだ解いたことのない問題

　　　　　←「応用力」を問われる

<u>B.の問題を解決する能力の方が商品価値が高い（希少価値がある）</u>

2

はじめに

- 研究
  - いままで誰も明らかにしたことのない事実を明らかにすること。
  - オリジナリティ：誰も解いたことのない問題を解く
- 知識と論理的思考能力
  - 知識：誰かほかの人が考えたこと。
  - 誰も解いたことのない問題：必要なのは知識に基づいて**考える力**
- **「わかる」≠「覚える」**
- 覚える：考えなくてもできる。意味がわからなくても覚えられる
- 「わかる」のチェック方法：
  どこまでも「なぜ？」に答えられるか？
  - どこかで、「本に書いてあったから」「誰かが言ってたから」が出てきたらアウト。
  - 日本語の**文章で**答える。

3

はじめに

- 口述で聞いた内容をノートする習慣を
  - 黒板やスライドを写し取ることはわかっていなくてもできる
  - ノートをとる：**聞き取って内容を理解する→まとめる→書きとる**

4

材料の工学のカリキュラム

この授業の趣旨

- 光科学
  - 材料の光機能を使うために必要
  - 材料の光プロセスをコントロールするのに必要
  - 物質の組成・構造・結合を調べるのに必要
  - 物質の性質を調べるのに必要
- 光と物質の相互作用の理解
- 学術分野としては分光学

光科学

分光学を通して、光と物質の相互作用を理解する。

- ◎材料光科学１：**<u>光の基礎と物質による吸収</u>**
  1. 「**光**」とは「**電磁波**」であり「**量子**」であるもの
  2. **吸光度**の考え方
  3. **分子内の分極の振動**による**赤外光**の吸収
  4. **分子分極の回転**による**マイクロ波**の吸収
- ◎材料光科学２
  1. スペクトルの**形状、幅、分裂**
  2. **多電子系**のエネルギー準位とその表し方
  3. エネルギー準位の**縮退と分裂**
  4. **核磁気や電子スピン**による**電磁波**の吸収

地球温暖化（英: global warming）

- 温室効果（英: greenhouse effect）
- 地球温暖化（英: global warming）
- 気候変動に関する国際連合枠組条約(since 1992)（英：United Nations Framework Convention on Climate Change、省略名称：UNFCCC）

- **質問：大気には酸素や窒素が二酸化炭素よりはるかに多く含まれるのに、なぜ温暖化に寄与しないの？**

1．「光」とは何か？

- 皆さんにとって「光」とはなんですか？

1．「光」とは何か？

- 皆さんにとって「光」とはなんですか？
  - 明るいもの？
  - 希望？
  - なみ？
  - 粒子？
- **科学的に過不足のない**説明

「光とは**電磁波**であり、かつ**量子**であるものである。」

　　粒子じゃなくて**量子**

　　ただの**波**じゃなくて**電磁波**

１－１．電磁波としての光

- 「電磁波」ってなぁに？？
- 電磁波：電場と磁場の波
- 波とは何か？
- **波**とは**周期的対称性**をもつものや現象
- **対称**：ある**操作**の前後で**見分けがつかない**こと
- ある**操作**＝空間的、時間的な進展→　**周期的対称性**
- 電場と磁場が、特定の空間的、時間的な進展の後に**見分けがつかない**。
- 式で書けば
  - $f(\boldsymbol{r}) = f(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R})$
    - 空間の$\boldsymbol{R}$の進展について見分けがつかない
  - $g(t) = g(t + T)$
    - 時間のTの進展について見分けがつかない

何気なく使ってきた言葉は
知ってはいるがわかってはいない

- 光
- 電磁波
- 波
- 対称

電場とは何か？

- 電場は電荷に力を及ぼすもの
- 電荷は電場の発生源
  - *鶏と卵のような関係*
- クーロンの法則を式を使わずに言葉だけで説明してみよう
- 時間的、空間的に電場と磁場が周期性を持つ波
  - マクスウェルの方程式で扱うのがスマート

13

物質中のマクスウェルの方程式

- マクスウェル方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho, \qquad \boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \qquad (1)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \qquad \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \qquad (2)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad (3)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \qquad (4)$$

$\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$: 空間における微分のベクトル

14

物質中のマクスウェルの方程式

- マクスウェル方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho, \qquad \boldsymbol{D} = e\boldsymbol{E} \qquad (1)$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \qquad \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \qquad (2)$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad (3)$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \qquad (4)$$

- 波動方程式

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E} = 0$$

$\nabla^2 \boldsymbol{E}$：空間の周期性　　$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E}$：時間の周期性

- その解は

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0}\cos(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x} - \omega t + \phi)$$

GOAL:
マクスウェルの方程式の解における重要事項

1．電場と磁場は常に**直交**する
2．電場と磁場は進行方向に垂直な面内にのみに存在する
　→**横波**
3．進行する速さは、誘電率εと透磁率μで

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

と表される。

※基礎物理定数は「真空中」の光速

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 299{,}792{,}458 \text{ 定義値}$$

ベクトルとスカラーに注意

- マクスウェル方程式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho,\qquad \boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}\qquad(1)$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0,\qquad \boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}\qquad(2)$$
$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\qquad(3)$$
$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}+\boldsymbol{J}\qquad(4)$$
$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E_0}\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}-\omega t+\phi)$$

ベクトルとスカラー：演算のルールが違う

$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$: 内積＝スカラー　大きさのみ

$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$: 外積＝**ベクトル**　大きさと回転軸の方向

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{E}=0$$

- 2階の微分方程式：2回微分するともとの形の定数倍

→ 2回微分するともとの形と見分けがつかない

→ 2回の微分する、という操作に対して
　周期的な対称性がある。

$$y=a\cos(bx),\qquad y=a\exp(-ibx)$$
$$\frac{dy}{dx}=-ab\sin(bx),\qquad \frac{dy}{dx}=-iab\exp(bx)$$
$$\frac{d^2y}{dx^2}=ab^2\cos(bx)=b^2y,\qquad y=ab^2\exp(bx)=b^2y$$

進行波

時間の周期性：ωは空間の周期の逆数
($1/\omega$毎に2πになる)

空間の周期性： kは空間の周期の逆数
($1/k$毎に2πになる)

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0}\cos(\boxed{\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t + \phi})$$

位相空間：スカラーの無次元空間

- 進行速度は単位時間あたりに$\boldsymbol{k}$方向に進む距離

$$v = \frac{1/k}{1/\omega} = \omega/k$$

波数ベクトル $\boldsymbol{k}$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E_0}\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t + \phi)$$

- ベクトル：<u>大きさ</u>と<u>方向</u>
- <u>大きさ</u>は単位長さあたりの波の数
- <u>方向</u>は進行方向
- 電磁波、結晶学、物性学で重要な量。

【例題１】

一次元の問題として、次の波動方程式

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E = \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}E \quad (*)$$

が成り立つとき、その解として

$$E = E_0 cos(kx - \omega t + \phi)$$

を仮定する。この解が微分方程式(*)を満たすことを証明し、$k, \omega, \varepsilon, \mu$の満たすべき条件を求めるとともに、その結果から光の速さ、cをε, μで表しなさい。

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

を波動方程式の左辺に代入すると

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E = -k^2 E_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

一方右辺は

$$\varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}E = -\varepsilon\mu\omega^2 E_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

したがって

$$k^2 E_0 \cos(kx - \omega t + \phi) = \varepsilon\mu\omega^2 E_0 \cos(kx - \omega t + \phi)$$

これより$k, \omega, \varepsilon, \mu$は$k^2 = \varepsilon\mu\omega^2$を満たさなければならない。

一方、

$$c = \nu\lambda = \frac{\omega\lambda}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

は任意の進行波に成り立つので、

$$c^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{\varepsilon\mu}$$

これより、光速は次のようにあらわされる。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

【例題２】

$$\boldsymbol{E_0} = \begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \\ E_{z0} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{B_0} = \begin{pmatrix} B_{x0} \\ B_{y0} \\ B_{z0} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}_0 \cos(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \phi), \qquad \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{B}_0 \cos(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - \omega t + \phi')$$

において、これらがz方向に進行する波である、すなわち

$$\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$$

ならば

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (*)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \quad (**)$$

が成り立つとき、

$$\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B}, \quad B_z = E_z = 0$$

となることを示しなさい。

ベクトルの成分計算により

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}=0$$
$$B_z=E_z=0$$

となることを証明する。

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\qquad(*)$$

2つのベクトル $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$ に対して

$$\boxed{\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}}$$

$\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ の外積

$$(*)\text{の左辺}=\nabla\times\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\\frac{\partial}{\partial y}\\\frac{\partial}{\partial z}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}E_x\\E_y\\E_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\\frac{\partial}{\partial y}\\\frac{\partial}{\partial z}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}E_{x0}\cos(kz-\omega t+\phi)\\E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)\\E_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\frac{\partial}{\partial y}E_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi)-\frac{\partial}{\partial z}E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)\\\frac{\partial}{\partial z}E_{x0}\cos(kz-\omega t+\phi)-\frac{\partial}{\partial x}E_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi)\\\frac{\partial}{\partial x}E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)-\frac{\partial}{\partial y}E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} kE_{y0}\sin(kz-\omega t+\phi) \\ -kE_{x0}\sin(kz-\omega t+\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(*)\text{の右辺} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_{x0}\cos(kz-\omega t+\phi') \\ B_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi') \\ B_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi') \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} \omega B_{x0}\sin(kz-\omega t+\phi') \\ \omega B_{y0}\sin(kz-\omega t+\phi') \\ \omega B_{z0}\sin(kz-\omega t+\phi') \end{pmatrix}$$

cos微分 → −sin
$-\omega t$の微分→ $-\omega$

したがって、

$$E_{x0} = -\frac{\omega}{k}B_{y0}$$

$$E_{y0} = \frac{\omega}{k}B_{x0}$$

$0 = \omega B_{z0}$→<u>磁場のz方向成分はゼロ</u>

$$E_{x0} = \frac{\omega}{k}B_{x0}$$

$$E_{y0} = -\frac{\omega}{k}B_{x0}$$

$0 = \omega B_{z0}$→<u>磁場のz方向成分はゼロ</u>

$$\phi = \phi'$$

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} E_{x0}\cos(kz-\omega t+\phi) \\ E_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi) \\ E_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} B_{x0}\cos(kz-\omega t+\phi') \\ B_{y0}\cos(kz-\omega t+\phi') \\ B_{z0}\cos(kz-\omega t+\phi') \end{pmatrix}$$

$= \frac{\omega}{k}B_{x0}B_{x0}\cos^2(kz-\omega t+\phi) - \frac{\omega}{k}B_{x0}B_{x0}\cos^2(kz-\omega t+\phi) + E_{z0}B_{z0}\cos^2(kz-\omega t+\phi) = 0$ →<u>電場と磁場は直交する</u>

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \quad (**)$$

より

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \frac{1}{\varepsilon\mu}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \quad (**)$$

に各成分を代入することで同様に電場の方向成分$z=0$が示せる。

- $\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} = 0$
- z方向成分の電場や磁場はゼロになる。

$$v = c = \frac{1/k}{1/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

マクスウェルの方程式の解における重要事項

1．電場と磁場は常に**直交**する
2．電場と磁場は進行方向に垂直な面内にのみに存在する
　→**横波**
3．進行する速さは、誘電率εと透磁率μで

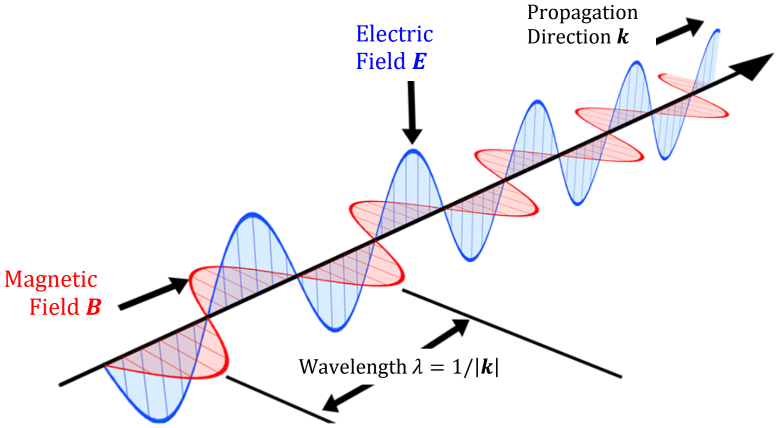
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

　と表される。

※基礎物理定数は「真空中」の光速

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 299{,}792{,}458\ \text{定義値}$$

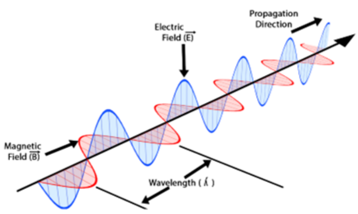
Electromagnetic Wave

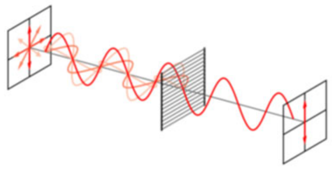


https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetic_waves.png

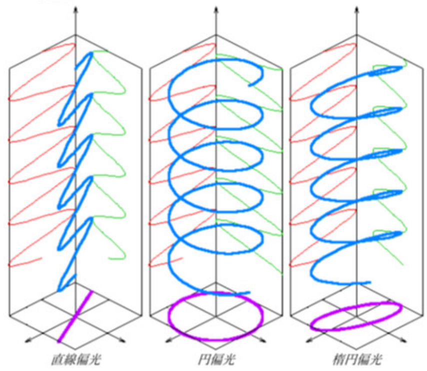
偏光

Electromagnetic Wave





偏光子
左側：偏光していない自然光。
中央：偏光子が電場の水平方向成分を吸収する。
右側 / 垂直方向成分のみを持った直線偏光が得られる。



偏光の理解にお勧めのYouTube
↓
https://youtu.be/8YkfEft4p-w

第1回のまとめ

- 光とは**電磁波**であり、かつ**量子**であるものである。
  - 粒子じゃなくて量子、波じゃなくて電磁波
- 電磁波において
  - 電場と磁場は常に**直交**する
  - 電場と磁場は進行方向に垂直な面内にのみに存在する**横波**である
  - 電磁波の進行する速さは、誘電率εと透磁率μで

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

と表される。

第1回の課題

【課題１】
次の語句の科学的な意味について式や記号を用いずに1行以内の日本語で説明しなさい。

「光」：

「波」：

「電場」：

「電荷」：

「対称」：

第1回の課題

【課題２】

(1) マクスウェルの方程式から電流密度$\boldsymbol{J}=0$ のとき、次の式が成り立つことを示しなさい。

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \quad (**)$$

(2) $(**)$式を用いて、z方向に進行する電磁波の電場のz方向成分がゼロになることを示しなさい。

授業課題の解答と提出方法

- LETUS上の課題のMS-Wordファイルをダウンロードし、**PDFに変換して**LETUSで期限までに提出してください。
- 必要に応じて数式エディタを用いてください。
  - 使い方はMS-Wordの「ヘルプ」タブで？アイコンをクリックして「数式」のキーワードで検索してください。