2022 年度 数学 A 課題 9

学科 AM科 学籍番号 8223031 氏名 栗山 淳

問 1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ -1 & 8 & -27 & 64 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とするとき, 以下のものを求めよ.

(1) 行列式 $|A|$ (2) 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ をみたす x (3) 連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ をみたす z

(1)

$$|A| = (4-(-3))(4-2)(4-(-1))(-3-2)(-3-(-1))(2-(-1)) = 2100$$

(2)

$$x = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 9 & 16 \\ 0 & 8 & -27 & 64 \end{vmatrix} = \frac{1}{2100}(4-(-3))(4-2)(4-0)(-3-2)(-3-0)(2-0)$$

$$= \frac{4}{5}$$

(3)

$$z = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 0 & 16 \\ -1 & 8 & 0 & 64 \end{vmatrix} = \frac{1}{2100}(4-0)(4-2)(4-(-1))(0-2)(0-(-1))(2-(-1))$$

$$= -\frac{4}{35}$$

解答例

問 1. (1) Vandermonde の行列式から

$$|A| = (4-(-3))(4-2)(4-(-1))(-3-2)(-3-(-1))(2-(-1)) = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot 3 = 2100.$$

(2) Cramer の公式と Vandermonde の行列式から

$$x = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} \boxed{\begin{matrix}1\\0\\0\\0\end{matrix}} & \begin{matrix}1\\2\\4\\8\end{matrix} & \begin{matrix}1\\-3\\9\\-27\end{matrix} & \begin{matrix}1\\4\\16\\64\end{matrix} \end{vmatrix} = \frac{1}{2100}(4-(-3))(4-2)(4-0)(-3-2)(-3-0)(2-0)$$

$$= \frac{7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-3) \cdot 2}{2100} = \frac{4}{5}.$$

(3) Cramer の公式と Vandermonde の行列式から

$$z = \frac{1}{|A|}\begin{vmatrix} \begin{matrix}1\\-1\\1\\-1\end{matrix} & \begin{matrix}1\\2\\4\\8\end{matrix} & \boxed{\begin{matrix}1\\0\\0\\0\end{matrix}} & \begin{matrix}1\\4\\16\\64\end{matrix} \end{vmatrix} = \frac{1}{2100}(4-0)(4-2)(4-(-1))(0-2)(0-(-1))(2-(-1))$$

$$= \frac{4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot 1 \cdot 3}{2100} = -\frac{4}{35}.$$