

科目名	量子力学	対象	2AM	学 部 研 究 科	先進工学部	学 科 専 攻 科		学籍 番号		評 点
2021 年 9 月 9 日 (木) 2 時限				担当	田村 隆治	学年		氏名		
試験 時間	60 分	注 意 事 項	1.筆記用具以外持込不可 2.下記のみ参照・持込可 []							

以下の各問いに答えなさい。導出過程を必ず記すこと。必要に応じ、次の数値、公式、関係式を用いよ。 $h=2\pi\hbar=6.626\times 10^{-34}$ Js, $c=3.00\times 10^8$ m/s, $m_e=9.11\times 10^{-31}$ kg, $m_p=1.67\times 10^{-27}$ kg, $k_B=1.38\times 10^{-23}$ J/K, $N_A=6.02\times 10^{23}$ /mol, $E_n=(n+1/2)\hbar\omega$, $1\text{ eV}=1.60\times 10^{-19}$ J, $1\text{ nm}=10^{-9}$ m, $1\text{ pm}=10^{-12}$ m, $\hat{p}_x=-i\hbar\frac{d}{dx}$,

$$\lambda_m T = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

1 以下の問いに答えなさい。

- (1) 太陽光スペクトルのピーク波長は約 500 nm である。太陽の表面温度(K)を推定せよ。
- (2) 金属セシウムに波長 500nm の光を当てたとき、出てくる光電子の運動エネルギーの最大値は何 eV か。ただし、セシウムの仕事関数を 1.38 eV とする。
- (3) 速度 10^6 m/s で運動する自由電子のド・ブロイ波長(nm)を求めよ。

2 一次元調和振動子に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) 質量 m の粒子が x 軸上で $F = -m\omega^2 x$ の復元力を受けて運動する系の (時間に依存しない) Schrödinger 方程式をかけ。
- (2) 基底状態の固有関数は $\Psi_0 = A \exp(-ax^2)$ の形で表される。 a を求めよ。
- (3) Ψ_0 のエネルギー固有値を求めなさい。
- (4) Ψ_0 を規格化せよ。
- (5) Ψ_0 の位置の期待値 $\langle x \rangle$ 及び位置二乗の期待値 $\langle x^2 \rangle$ を求めなさい。

3 多数の N_2 分子からなる系において、並進に関する以下の問いに答えよ。ただし、温度を 300K、 N_2 分子の質量を 4.6×10^{-26} kg とする。

- (1) 一分子の運動エネルギー (J) の平均値を求めよ。
- (2) 二乗平均速度 $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ (m/s) を求めよ。

4 N_2 分子の回転について以下の問いに答えよ。ただし結合距離を 110pm、N の原子量を 14 とする。

- (1) 換算質量(kg)を求めよ。
- (2) 合成慣性モーメント I ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$) を求めよ。
- (3) N_2 分子の回転のエネルギー固有値は $E_l = l(l+1)\hbar^2/2I$ で与えられるが、多数の N_2 分子からなる系において、 $l=l$ の状態をとる N_2 分子の数を N_l 、 $l=0$ の状態をとる N_2 分子の数を N_0 としたとき、 N_l/N_0 はどのような式で表されるか。多重度を考慮すること。
- (4) 室温(300K)において第 10 励起状態にある分子数 N_{10} と基底状態にある分子数 N_0 の比 N_{10}/N_0 を求めよ。

5 ハミルトニアンが $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ で与えられる一電子固有状態 $|nlm\rangle$ について、以下の定理を用いて位

置の逆数の期待値 $\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle$ を求めよ。結果をボーア半径 $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2}$ を用いて表しなさい。ただし、状態 $|nlm\rangle$ のエ

ネルギー固有値は $E_n = -\frac{me^4 Z^2}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$ で与えられる。

ヘルマン - ファインマンの定理： $\frac{dE(\lambda)}{d\lambda} = \left\langle \Psi_\lambda \left| \frac{d\hat{H}(\lambda)}{d\lambda} \right| \Psi_\lambda \right\rangle$