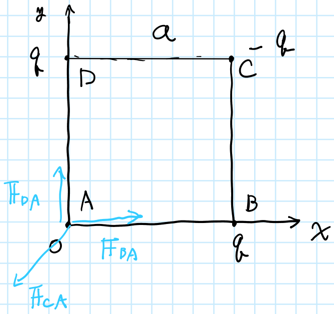
第4講

2024年5月8日　12:56

(例題)　p.8　例題2

一辺の長さが a の正方形の各頂点に q と $-q$ の点電荷を図のように置いたとき、頂点Aの点電荷に働くクーロン力を求めよ。



(解)　点Aの電荷に働く力 $\mathbb{F}_A$

$$\mathbb{F}_A = \mathbb{F}_{BA} + \mathbb{F}_{CA} + \mathbb{F}_{DA}$$

※ 2つの電荷間の2体力を合成すればよい

↳ 重ね合せの原理

$$\mathbb{F}_{BA} = F_{BA}\hat{\mathbb{r}}_{BA}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{-q\cdot q}{a^2}\cdot\frac{(-a,0,0)}{a}$$

$$= \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}(1,0,0)$$

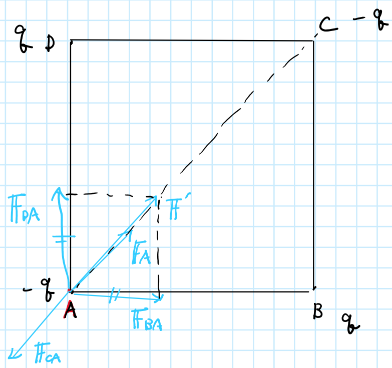
※ $\mathbb{F}_{BA} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{|-q||q|}{a^2}}_{大きさ}\cdot\underbrace{\frac{(a,0,0)}{a}}_{方向\ \hat{\mathbb{r}}_{AB}}$ と考えてもよい。

同様にして、$\mathbb{F}_{CA}$, $\mathbb{F}_{DA}$ を求め、

$$\mathbb{F}_A = \mathbb{F}_{BA} + \mathbb{F}_{CA} + \mathbb{F}_{DA}$$

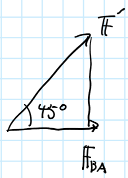
とすることで解は求められる。(教科書)

☆しかし、まずは幾何学的に解けないかを考える



$\mathbb{F}_A = \mathbb{F}_{BA} + \mathbb{F}_{CA} + \mathbb{F}_{DA}$

向き：AからC $(\overrightarrow{AC})$



大きさ：$F_A = F' - F_{CA}$

$F' = \sqrt{2}F_{BA}\ (= \sqrt{2}F_{DA})$

$= \sqrt{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$　大きさ(絶対値) $|-q|\times|q|$

$F_{CA} = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}a)^2}$

$= \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

よって　$F_A = F' - F_{CA}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

よって $F_A = F' - F_{CA}$

$= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right) \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

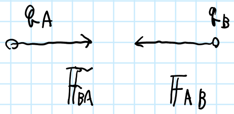
$= \frac{2\sqrt{2}-1}{2} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

$= \frac{2\sqrt{2}-1}{8} \cdot \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 a^2}$

物理としては この記述が適当

※クーロンの法則

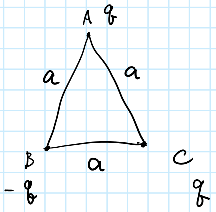
$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_A q_B}{r^2}$ ⇒ 符号は 引力か斥力 かを示すのみで、向きを表わしている わけではない。



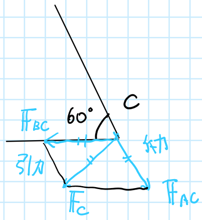
$F = |F_{BA}| = |F_{AB}|$

(演習) P.18 [2]

一辺の長さが a の 正三角形の 頂点 A、B、C に q、$-q$、q の点電荷を それぞれ 置いたとき、頂点 C の点電荷に働くクーロン力を求めよ。



$F_C = F_{AC} + F_{BC}$



向き: $\overrightarrow{AB}$ の方向

大きさ: $|F_C| = |F_{AC}| = |F_{BC}|$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2}$

2.3 電場

・クーロン力: 2つの電荷が存在して、はじめて力が働く。

(1つの電荷だけでは 何も起こらない)

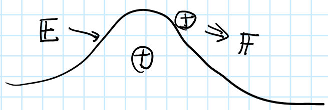
q_1 ・- - - - ・ q_2 ⇒ 遠隔作用

電荷 ー 電荷

しかし、空間に全く電荷がないときと、電荷があるときでは、電気的状況が異なる。

↳ 電気的な場が存在する。⇒ 電場

電場の 中に 電荷をもちこむと、その電荷に電気力が働くと考えられる。



電場 ー 電荷 ⇒ 近接作用

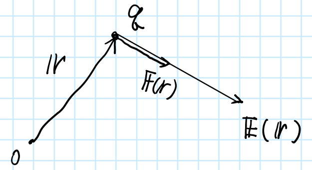
・電場 E の中に 電荷 q をもちこんだときに 働く力 F

$F = qE$ → E の単位 [N/C] (※ [V/m] が一般的)

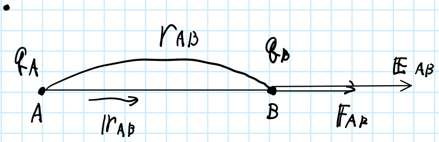
(1 ー 般化)

$F = qE$ → Eの単位 [N/C] (※ [V/m] が一般的)

(一般化)



$$F(r) = qE(r)$$

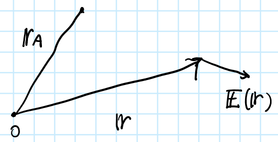


$$F_{AB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_B}{r_{AB}^2}\hat{r}_{AB}$$

$$F_{AB} = q_B E_{AB}$$

$$\underbrace{E_{AB}}_{\text{Aの位置にある}q_A\text{が、Bの位置に作る電場}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{r_{AB}^2}\hat{r}_{AB}$$

(一般化)



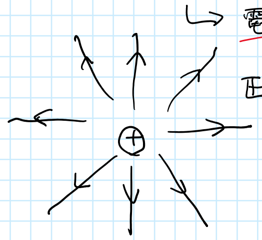
r_Aの位置にあるq_Aが
rの位置に作る電場:

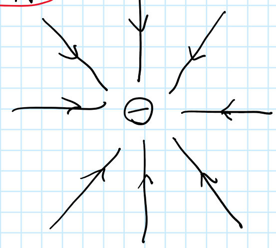
$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{|r - r_A|^2}\cdot\frac{r - r_A}{|r - r_A|}$$

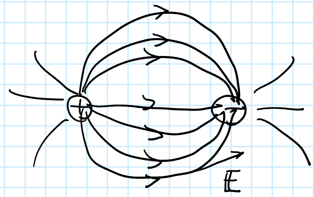
$$= \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r - r_A}{|r - r_A|^3}$$

$$\begin{cases} E_x(r) = \dfrac{q_A}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{x - x_A}{|r - r_A|^3} \\ E_y(r) = \dfrac{q_A}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{y - y_A}{|r - r_A|^3} \\ E_z(r) = \dfrac{q_A}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{z - z_A}{|r - r_A|^3} \end{cases}$$

・電場のイメージをつかむために、直線的に表現する手段.
↳ 電気力線

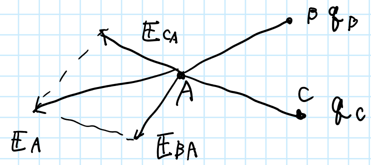






・電場の向き ― 接線方向
〃 の大きさ ― 面密度: 電気力線に垂直な面での単位面積当たりの本数.

・点電荷の集まりによる電場
↳ 重ね合わせの原理が電場についても成り立つ.



$$E_A = E_{BA} + E_{CA}$$

(一般化)

$\sum^{N} \quad q_i \quad r - r_i$

$\mathbb{E}_A$ $\mathbb{E}_{BA}$

(一般化)

$$\mathbb{E}(\mathbb{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathbb{r} - \mathbb{r}_i}{|\mathbb{r} - \mathbb{r}_i|^3}$$

$\mathbb{r}_i$ の位置にある i 番目の電荷 q_i が
$\mathbb{r}$ の位置に作る電場の総和