量子力学

第4回目（5/11）

2AM　前期木曜2限

先進工学部マテリアル創成工学科　田村隆治

tamura☺rs.tus.ac.jp

認証コード：6766

第4回目で学ぶ内容

物質波が従うシュレディンガー方程式について理解を深める。まず、粒子の並進運動を学習する。

前回の復習

【物質波の基本方程式】

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi$$ Schrödinger方程式

$$\hat{H}\equiv-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x,t)$$

※Ψを波動関数とよぶ。その物理的な意味は後で明らかになる。

※本授業では、一部の例外を除いて、時間変化しないポテンシャルを扱う。従って$V(x,t)$は$V(x)$と表される。このときハミルトニアンは時間tを変数に含まない。

※ハミルトニアンが時間tを含まない場合、変数分離解を考えることで、Schrödinger方程式を2つの方程式に分解することができる。

Schrödinger方程式

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi}$$

変数分離解を考えよう。 $\boxed{\Psi(x,t)=\varphi(x)f(t)}$

※一般解はこのように分離できない。数学的には微分方程式の基本解を求めることに相当している。一般解は基本解の一次結合(線形結合)で与えられる。

※変数分離解を求めることはSchrödinger方程式の定常状態の解を求めることに他ならない。定常状態とは(エネルギーなどの)物理量が時間変化しない状態をさす。(これについては後で学習する)

左辺: $i\hbar\frac{\partial f(t)\varphi(x)}{\partial t}=i\hbar\varphi(x)\frac{\partial f(t)}{\partial t}$

右辺: $\hat{H}f(t)\varphi(x)=f(t)\hat{H}(x)\varphi(x)$

$$\therefore\ i\hbar\frac{1}{f(t)}\frac{\partial f(t)}{\partial t}=\frac{1}{\phi(x)}\hat{H}(x)\phi(x)=E(=\mathrm{const})$$

※左辺はtのみの関数で、エネルギーの次元を持っているのでこれを$E(t)$とおこう。
右辺はxのみの関数なので、等号が成立するためには、$E(t)$はtを含んではならない。
従って、微分方程式が成り立つためには、$E(t)$は定数でなければならない。

※定数Eは複素数でなく実数である。波動関数が規格化可能であることを要請すると実数でなければならないことを示すことができる。

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial f(t)}{\partial t} = Ef(t)}$$

時間に依存するSchrödinger方程式

$$\boxed{\hat{H}\varphi(x) = E\varphi(x)}$$

時間に依存しないSchrödinger方程式

※ハミルトニアンが時間tを含まない場合はSchrödinger方程式が2つの方程式に分解された。時間に依存するS.E.は以下に示すように直ちに解ける。

時間に依存するSchrödinger方程式

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial f(t)}{\partial t} = Ef(t)}$$

この解は $f(t) = C\exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right)$

時間に依存しないSchrödinger方程式

$$\boxed{\hat{H}\varphi(x) = E\varphi(x)}$$

※これは、数学的には固有値方程式とよばれる形をしている。

$\varphi(x)$: 固有関数　　E : 固有値

※ $\hat{H}$は全エネルギーを表す演算子なので、$\varphi(x)$をエネルギー固有関数、Eをエネルギー固有値とよぶ。

固有値方程式とその解 $\hat{H}\Psi(x) = E\Psi(x)$

例題：次の固有値方程式を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = \lambda \boldsymbol{x}$$

変形して、
$$\begin{pmatrix} 3-\lambda & 1 \\ 2 & 2-\lambda \end{pmatrix} \boldsymbol{x} = 0$$

逆行列が存在しないという条件から、$(3-\lambda)(2-\lambda) - 2 = 0$

$\therefore \lambda = 1,4$

固有値とよぶ

$\lambda = 1$ のとき $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\lambda = 4$ のとき $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

固有ベクトルとよぶ

時間に依存しないSchrödinger方程式を解くとは、固有値と固有関数の組を求めること。

Schrödinger方程式の解 $(E_1, \Psi_1), (E_2, \Psi_2), (E_3, \Psi_3), (E_4, \Psi_4), \cdots$

※固有値方程式を取ることでエネルギーが量子化され、古典力学の問題が解消される。

固有値方程式の意味 $\hat{H}\Psi_i = E_i \Psi_i$

「系が固有関数ψ_iで表される状態にあるとき、エネルギーを測定すると、エネルギーとしてE_iが観測される」と解する。

波動関数の意味:ボルンの確率波解釈(1926年)

波動関数の振幅$|\Psi(x,t)|^2$は粒子の存在確率を表す。

※ $|\Psi(x,t)|^2 \equiv \Psi(x,t)\cdot\Psi^*(x,t)$ を複素二乗とよぶ。複素二乗は実数である。

※波動関数の解釈については歴史的な論争があったことは有名である。
アインシュタインによる批判「神はサイコロを振らない」

Schrödinger方程式の一般解

※S.E.の基本解が求められたとして、一般解の表式を与えておく。

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi}$$

変数分離解 $\boxed{\Psi(x,t)=\varphi(x)f(t)}$

$f(t)=C\exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right)$ より、S.E.の特解は以下の式で与えられる。

$$\boxed{\psi_n(x,t)=\varphi_n(x)\exp\left(-\frac{iE_nt}{\hbar}\right)}$$

$\varphi_n(x)$:エネルギー固有関数

E_n:エネルギー固有値

一般解は基本解の線形結合で与えられる。

$$\Psi(x,t)=\sum_n C_n\psi_n=\boxed{\sum_n C_n\varphi_n(x)\exp\left(-\frac{iE_nt}{\hbar}\right)}$$

C_n:係数

量子力学における定常状態

S.E.の解が位置の関数と時間の関数の積の形（変数分離形）で書けるときは物理量が時間変化しない定常状態を表している。一例として、変数分離解の存在確率を調べてみよう。

$$|\psi_n(x,t)|^2 = \psi_n(x,t)\cdot{\psi_n}^*(x,t)$$
$$= \varphi_n(x)\exp\left(-\frac{iE_nt}{\hbar}\right)\cdot{\varphi_n}^*(x)\exp\left(\frac{iE_nt}{\hbar}\right)$$
$$= \varphi_n(x)\cdot{\varphi_n}^*(x) = |\varphi_n(x)|^2$$

※定常状態において任意の位置xにおける存在確率は時間変化しない。

※定常状態とエネルギー固有状態は同値である。エネルギー固有状態は一般に、同じエネルギー固有値E_nをもつ状態の重ね合わせとして表現されるが、時間因子$\exp\left(-\frac{iE_nt}{\hbar}\right)$はどれも共通なのでくくり出すことができる。従って、位置の関数と時間の関数の積の形で書け、定常状態となる。

※エネルギーの異なる定常状態を重ね合わせたものはもはや定常状態でない。（位置の関数と時間の関数の積に書けない。）

※時間に依存しないS.E.を解くことは定常状態の解を求めることにほかならない。また、上で見たように、定常状態における粒子の存在確率は以下の式で与えられる。

粒子の存在確率 $\boxed{|\psi_n(x,t)|^2 = |\varphi_n(x)|^2}$

定常状態における粒子の存在確率

位置x~x+dxに粒子が見い出される確率

$$P(x)dx \propto |\Psi(x)|^2 dx$$

従ってある定数Nを用いて、 $P(x)dx = |N\Psi(x)|^2 dx$

定数Nは、確率の総和が1となる条件から決まる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = 1$$

N 規格化因子

$N\Psi(x)$ 規格化された波動関数

物理量を表す演算子

エネルギー演算子 $\hat{H} \equiv -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$

運動エネルギー演算子 $\hat{H}_K = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$

運動量演算子 $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{d}{dx}$

理由 $\frac{\hat{p}^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right)^2 = -\frac{i\hbar}{2m}\frac{d}{dx}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$

演算子とその固有値に関する例題（10分）

系が以下の状態にあるとする。運動量と運動エネルギーを測定すると、どのような結果が得られるか。

（1）　$\Psi = e^{ikx}$

（2）　$\Psi = e^{-ikx}$

（3）　$\Psi = e^{ikx} + e^{-ikx}$

演算子と固有値に関する例題（10分）

（1） $\Psi = e^{ikx}$

$$\hat{p}_x \Psi = -i\hbar \frac{d}{dx} e^{ikx} = \hbar k e^{ikx} = (\hbar k)\Psi$$

Ψは運動量演算子p_xの固有関数であり、運動量を測定すれば
$\hbar k$ が得られる。

$$\hat{H}_K \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} e^{ikx} = -\frac{\hbar^2}{2m}(ik)^2 e^{ikx} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\Psi$$

Ψは運動エネルギー演算子H_Kの固有関数でもあり、運動エネルギーを測定すれば $\hbar^2 k^2 / 2m$が得られる。

（2） $\Psi = e^{-ikx}$

$$\hat{p}_x \Psi = -i\hbar \frac{d}{dx} e^{-ikx} = -\hbar k e^{ikx} = (-\hbar k)\Psi$$

Ψは運動量演算子p_xの固有関数であり、運動量を測定すれば
$-\hbar k$が得られる。

運動方向はexp(ikx)とは逆の向き

演算子と固有値に関する例題（10分）

$$\hat{H}_K\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}e^{-ikx} = -\frac{\hbar^2}{2m}(-ik)^2 e^{ikx} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\Psi$$

Ψは運動エネルギー演算子H_Kの固有関数でもあり、運動エネルギーを測定すれば$\hbar^2 k^2/2m$が得られる。

（3） $\Psi = e^{ikx} + e^{-ikx}$

$$\hat{p}_x\Psi = -i\hbar\frac{d}{dx}\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) = \hbar k e^{ikx} - \hbar k e^{-ikx} \neq c\Psi$$

Ψは運動量演算子の固有関数ではない。また、運動量の固有関数の和となっている。運動量を測定すると、いずれかの固有値（$\hbar k$か$-\hbar k$）が観測されると考える（Diracの解釈）。

固有関数でないと、観測値が定まらないことに注意しよう。

$$\hat{H}_K\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[(ik)^2 e^{ikx} + (-ik)^2 e^{-ikx}\right] = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}\Psi$$

Ψは運動エネルギー演算子H_Kの固有関数であり、運動エネルギーを測定すれば$\hbar^2 k^2/2m$が得られる。

本授業で扱う3つのポテンシャル

自由電子	$V(x) = $ 定数
原子や分子の振動	$V(x) = \dfrac{1}{2}kx^2$
分子の回転、原子内電子	$V(r) = -\dfrac{e^2}{r}$

※いずれのポテンシャルも時間tを含まない。従って、時間に依存しないSchrödinger方程式$\hat{H}\Psi(x) = E\Psi(x)$を解いて定常状態（エネルギー固有状態）を求めれば良い。

※時間に依存しないSchrödinger方程式は$y'' + f(x)y = 0$の形をしている。数学では$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ の形の微分方程式を二階同次線形微分方程式とよぶ。

※線形であるとは、左辺がy 、y'、 y''の線形結合で書かれることをさす。同次線形微分方程式において、$f(x), g(x)$が解であればその線形結合$c_1 f(x) + c_2 g(x)$も解になる。（重ね合わせの原理とよぶ）

※二階同時線形微分方程式の2つの解$f(x), g(x)$が独立な解であれば、一般解は$c_1 f(x) + c_2 g(x)$で与えられる。このとき、$f(x), g(x)$を基本解とよぶ。

※ここで波動関数に2つの要請を行おう。(1)波動関数とその一階微分は連続であること。(2)波動関数は一価であること。(1)に関して、波動関数やその一階微分に不連続があると、その点で二階微分が発散する。従って、運動エネルギーが発散する。(2)については、同じ位置で波動関数が2つの値を持つことになる。いずれも不合理である。

完全に自由な粒子　$V(x) = 0 \quad (-\infty < x < \infty)$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = E\Psi(x) \qquad \therefore \frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\Psi$$

※運動エネルギーは非負なので、$E \geq 0$ である。

$\Psi(x) = e^{\alpha x}$ として、$\alpha^2 = -\dfrac{2mE}{\hbar^2}, \alpha = \pm i\dfrac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

ここで$k = \dfrac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$とおく（$k \geq 0$）。このとき、$E = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m}$。

基本解：　e^{ikx}, e^{-ikx}

一般解：　$\Psi = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$　c_1, c_2：任意定数

※完全に自由な粒子の場合、固有値Eは連続的であり、任意の$E \geq 0$ に対して固有関数が存在する。これは稀なケースである。

基本解：　e^{ikx}, e^{-ikx}　　$k \geq 0$

一般解：　$\Psi = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$　　c_1, c_2　：任意定数

エネルギー固有値　$E = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m}$

分散関係：完全に自由な電子

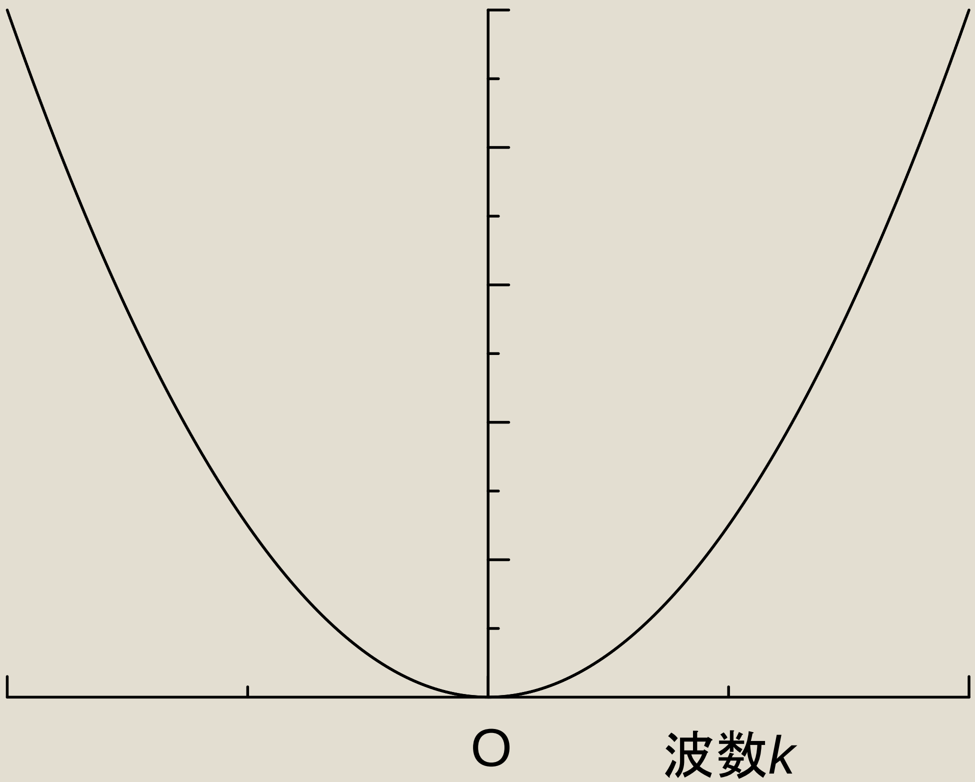
エネルギー固有値

$$\boxed{E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}}$$

エネルギー固有関数

$$\boxed{\Psi = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}}$$

c_1, c_2 ：任意定数



完全に自由な電子の場合、エネルギー固有値は連続的な値をとる。

※分散関係はもともと角振動数と波数の関係であったが、角振動数はエネルギーと$E = \hbar\omega$（ド・ブロイの関係）で結ばれるので、エネルギーと波数の関係も分散関係とよばれる。

完全に自由な粒子

基本解:　e^{ikx}, e^{-ikx}　　$k \geq 0$

一般解:　$\Psi = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx}$　　c_1, c_2 :任意定数

エネルギー固有値:　$E = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m}$

kが負の値も取るものとすれば、すべての基本解を

$$\Psi = e^{ikx} \qquad -\infty < k < \infty$$

で表すことができる。

基本解は運動量の固有状態なので、系が基本解で表される状態にあれば運動量は確定値をとる。

運動量:　$p = \hbar k$

速度:　$v = \dfrac{\hbar k}{m}$

存在確率に関する例題（10分）

系が以下の状態にあるとする。粒子はどこにいると考えられるか。

（1）$\Psi = e^{ikx}$

（2）$\Psi = e^{-ikx}$

（3）$\Psi = e^{ikx} + e^{-ikx}$

存在確率に関する例題（10分）

（1） $\Psi = e^{ikx}$

$|\Psi|^2 = e^{ikx} \cdot e^{-ikx} = 1$ 位置xによらず一定値

粒子がどこにいるか全く分からない。

（2） $\Psi = e^{-ikx}$

$|\Psi|^2 = e^{-ikx} \cdot e^{ikx} = 1$ 位置xによらず一定値

粒子がどこにいるか全く分からない。

（3） $\Psi = e^{ikx} + e^{-ikx}$

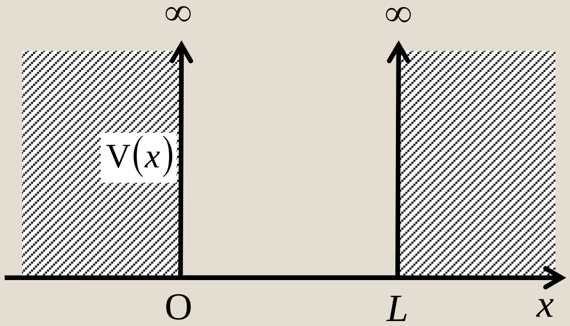
$\Psi = 2\cos(kx) \quad \therefore |\Psi|^2 = 4\cos^2(kx)$

$x = \dfrac{n\pi}{k} = \dfrac{n\lambda}{2}$ の位置に粒子がいる確率が高い。

無限に深い井戸型ポテンシャル中の粒子

※空間的に閉じ込められた電子や陽子、中性子の状態を理解する上で基本となるモデルである。

0~L区間ではV(x)=0



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}=E\Psi(x) \qquad 0<x<L$$

一般解 $\Psi(x)=c_1e^{ikx}+c_2e^{-ikx} \qquad k\geq 0$

境界条件：井戸の外では存在確率がゼロと考える。

ここで波動関数の連続性を要請する。（x=0,Lで値が不連続にとばない）

$$\Psi(0)=c_1+c_2=0 \quad \therefore c_2=-c_1$$

$$\Psi=c_1e^{ikx}-c_1e^{-ikx}=2ic_1\sin(kx)=C\sin(kx) \qquad \because C\equiv 2ic_1$$

$$\Psi(L)=C\sin(kL)=0 \quad \therefore k=\frac{n\pi}{L} \qquad n=0,1,2,3,\cdots$$

エネルギー固有関数 $\boxed{\Psi(x)=C\,sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}$ $\quad n=1,2,3,\cdots$

※n=0が除かれる理由を考えよう。

無限に深い井戸型ポテンシャル中の粒子

エネルギー固有関数 $\Psi_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{L}}\, sin\left(\dfrac{n\pi x}{L}\right) \qquad n = 1,2,\cdots$

エネルギー固有値

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi_n}{dx^2} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\left[\sqrt{\frac{2}{L}}\, sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right] = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2\sqrt{\frac{2}{L}}\, sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = E_n\Psi_n$$

$$E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{n\pi\hbar}{L}\right)^2 = \frac{n^2h^2}{8mL^2} \qquad n = 1,2,3,\cdots$$

※井戸に閉じ込められた粒子のエネルギーが量子化されていることがわかる。古典力学では物理量は連続量であったことを思い出そう。

※井戸が狭いほど（L が小さいほど）エネルギーの量子化が顕著になる。

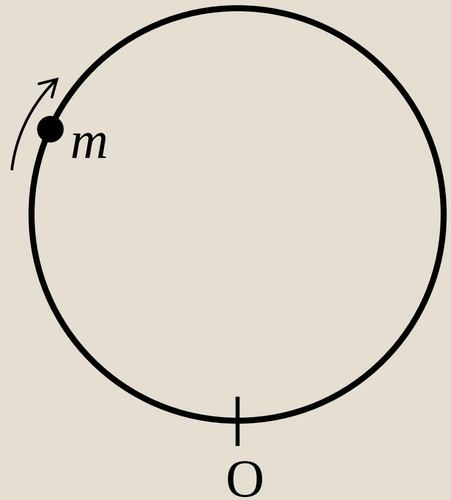
※原子に束縛された電子のエネルギーはとびとびの値を有することが理解できる。

※運動エネルギーに最低値が存在する。

最低エネルギー $E_1 = \dfrac{h^2}{8mL^2}$

長さLのリング上の粒子

※金属中の自由電子を理解する上で基本となるモデルである。



一般解： $\Psi = c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx} \qquad k \geq 0$

x=xとx=x+Lは同じ位置なので波動関数の一価性を要請する。

$$\boxed{\Psi(x) = \Psi(x+L)}$$

周期的境界条件とよぶ

$$c_1 e^{ikx} + c_2 e^{-ikx} = c_1 e^{ik(x+L)} + c_2 e^{-ik(x+L)}$$

$$\therefore c_1(1-e^{ikL})e^{ikx} - c_2 e^{-ikL}(1-e^{ikL})e^{-ikx} = 0$$

e^{ikx}, e^{-ikx} は独立な解なので、$ae^{ikx} + be^{-ikx} = 0$ となるのは $a = b = 0$ のときのみ。

$$\therefore 1 - e^{ikL} = 0 \qquad \therefore k = \frac{2n\pi}{L} \quad n = 0,1,2,3,\cdots \qquad k_n = \frac{2n\pi}{L}$$ とおく。

一般解： $\Psi_n = c_1 e^{ik_n x} + c_2 e^{-ik_n x} \qquad k_n \geq 0$

k_n が負の値もとるとすると、すべての基本解を次のように表すことができる。

$$\boxed{\text{基本解：} \ \Psi_n = e^{ik_n x} \qquad k_n = \frac{2n\pi}{L} \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots}$$

分散関係：長さLのリング上の粒子の分散関係

許される波数：

$$k_n = \frac{2n\pi}{L} \quad n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots$$

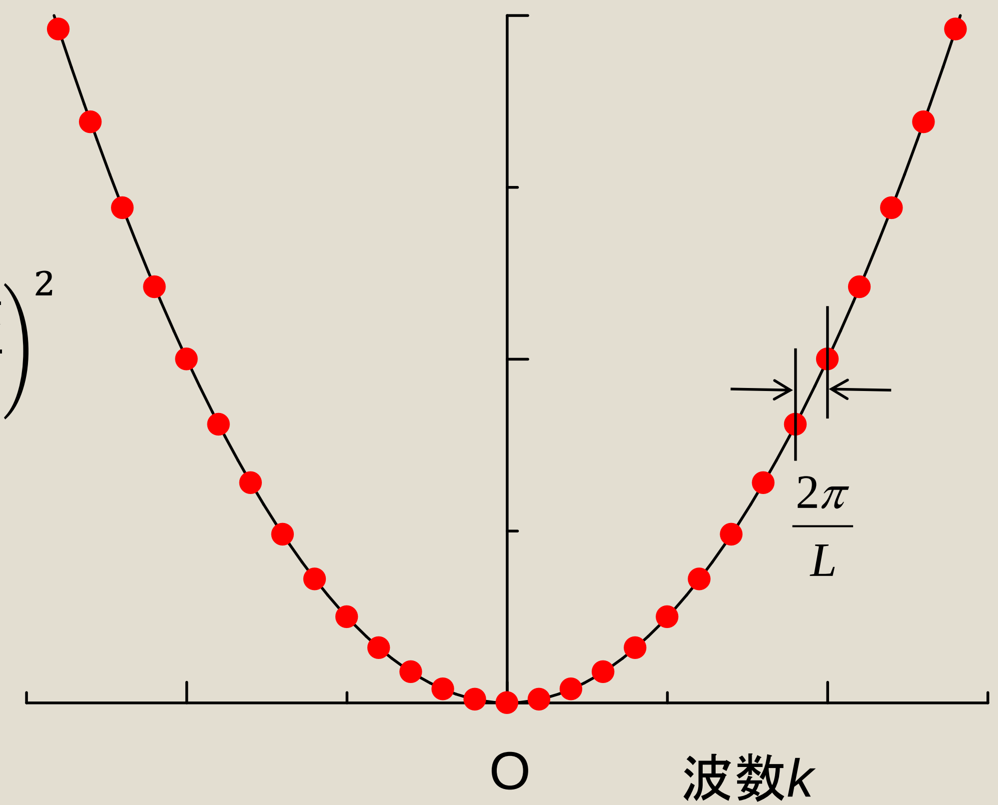
基本解： $\Psi_n = e^{ik_n x}$

エネルギー固有値：

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2n\pi}{L}\right)^2$$

運動量： $p_n = \hbar k_n$

速度： $v_n = \frac{\hbar k_n}{m}$



※長さLのリング中に制限された粒子のエネルギーが量子化される。また、Lが小さいほどエネルギーの量子化が顕著になる。

完全に自由な粒子（3次元）

ハミルトニアン　$\hat{H}=\dfrac{\hat{p}_x^2+\hat{p}_y^2+\hat{p}_z^2}{2m}=-\dfrac{\hbar^2}{2m}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$

時間に依存しないSchrödinger方程式　$\hat{H}\Psi=E\Psi$

基本解：$\Psi=e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}=e^{i(k_x,k_y,k_z)\cdot(x,y,z)}=e^{ik_xx}e^{ik_yy}e^{ik_zz}$　　k_i:実数

$$\hat{H}\Psi=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)e^{ik_xx}e^{ik_yy}e^{ik_zz}$$
$$=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(-k_x{}^2-k_y{}^2-k_z{}^2\right)e^{ik_xx}e^{ik_yy}e^{ik_zz}=\frac{\hbar^2\boldsymbol{k}^2}{2m}\Psi$$

※ $\boldsymbol{k}^2=k_x{}^2+k_y{}^2+k_z{}^2$ である。

※ $\hat{H}\Psi=$（定数）×Ψの形をしているのでS.eq.を満足していることがわかる。

エネルギー固有関数：$\Psi=e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$

エネルギー固有値：$E=\dfrac{\hbar^2\boldsymbol{k}^2}{2m}$

第4回目のまとめ

以下の内容を良く消化して、人に説明できるようにしましょう。

ハミルトニアン $\hat{H}$ が時間tを含まないときは、次の時間に依存しないSchrödinger方程式を解くことによって定常状態の解が求められる。

$$\hat{H}(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

一般解は2つの基本解の線形結合となる。また、この固有値方程式を解くことは、固有値E_nと固有関数Ψ_nの組を求めることを意味する。

無限に深い井戸型ポテンシャル中の粒子

エネルギー固有関数 $\Psi_n(x) = C \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad n = 1,2,3,\cdots$

エネルギー固有値: $E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{n\pi\hbar}{L}\right)^2 = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$ エネルギー量子化

長さLのリング上の粒子

エネルギー固有関数: $\Psi_n(x) = Ce^{i\frac{2n\pi}{L}x} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$

エネルギー固有値: $E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \quad k_n = \frac{2n\pi}{L}$ エネルギー量子化

レポート課題（30分）

以下のエネルギー固有関数の規格化因子Cを求めよ。

1．長さ*L*の無限に深い井戸型ポテンシャル中の粒子

$$\boxed{\Psi_n(x) = C\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)} \qquad n = 1,2,3,\cdots$$

2．長さ*L*のリング上の粒子

$$\boxed{\Psi_n(x) = Ce^{i\frac{2n\pi}{L}x}} \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$$

ヒント>>tamura☺rs.tus.ac.jpまで

※提出方法

〆切：5/17(水)　　提出先：LETUS

フォーマット：手書き・ワープロいずれも可

ファイル形式：PDF　　ファイル名書式：”82xxxxx材料太郎.pdf”