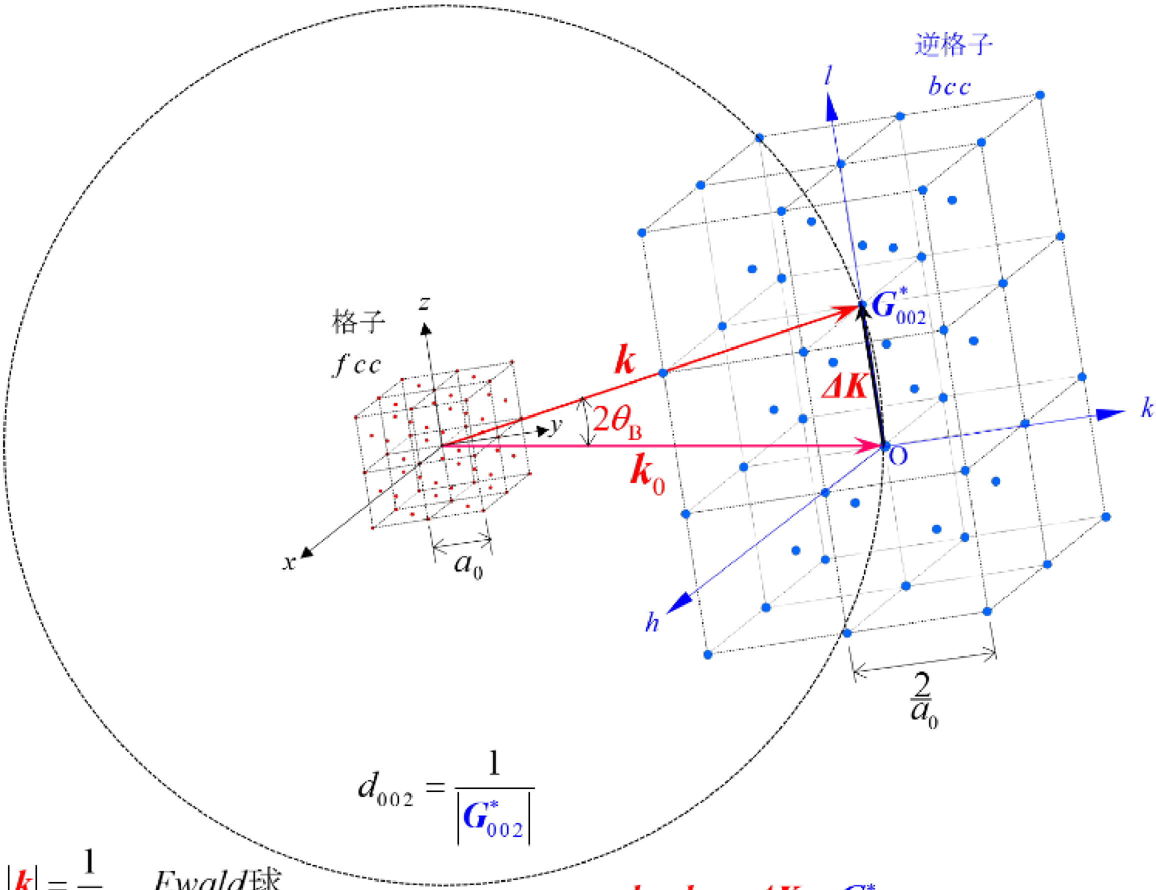


$$d_{002} = \frac{1}{\left|\boldsymbol{G}^{*}_{002}\right|}$$

$$\left|\boldsymbol{k}_0\right| = \left|\boldsymbol{k}\right| = \frac{1}{\lambda} \quad Ewald球$$

$$\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0 = \boldsymbol{\Delta K} = \boldsymbol{G}^{*}_{002}$$

平面波と球面波

●　平面波

実際の波とその複素数表現はどのような関係にあるのか？
波の進行方向は？

x 軸正の向きに進行する平面波は次式で与えられる。

$$A \cdot e^{2\pi i(-kx+\nu t)} \quad \text{または} \quad A \cdot e^{2\pi i(+kx-\nu t)} \tag{1}$$

一方、x 軸負の向きに進行する平面波は次式で表現される。

$$A \cdot e^{2\pi i(+kx+\nu t)} \quad \text{または} \quad A \cdot e^{2\pi i(-kx-\nu t)} \tag{2}$$

ここで、

物理量の振幅	：	A	
空間座標	：	x	
時間	：	t	
波数	：	$k=\dfrac{1}{\lambda}$	λ は波長（空間的周期）
振動数	：	$\nu=\dfrac{1}{T}$	T は周期（時間的周期）

式(1)、式(2) の exp の肩の部分は位相（phase）と呼ばれる。

問　　1．位相の次元は無次元でなければならないことを示せ。
　　　　2．下図の振動数 ν、周期 T 、波数 k 、波長 λ を求めよ。

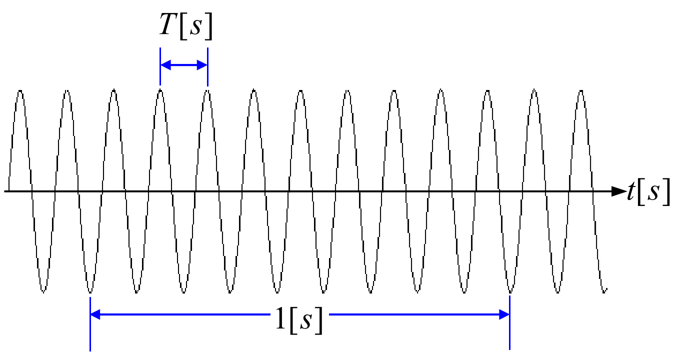


図１　周期と振動数の関係

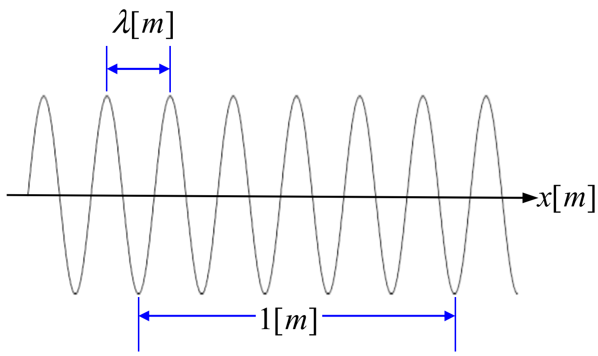


図２　波長と波数の関係

三次元空間の平面波

$Ae^{2\pi i(-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\nu t)}$ 　を考える。図 3 を参照

$\boldsymbol{r}$：　波面上の空間ベクトル　成分は $(x,\ y,\ z)$

$\boldsymbol{k}$ ：　波数ベクトル（波面に垂直）　　成分は $\begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k\cos\alpha \\ k\cos\beta \\ k\cos\gamma \end{pmatrix}$

ここで、$k = |\boldsymbol{k}|$ 、α, β, γ は $\boldsymbol{k}$ の x, y, z 軸からの角度

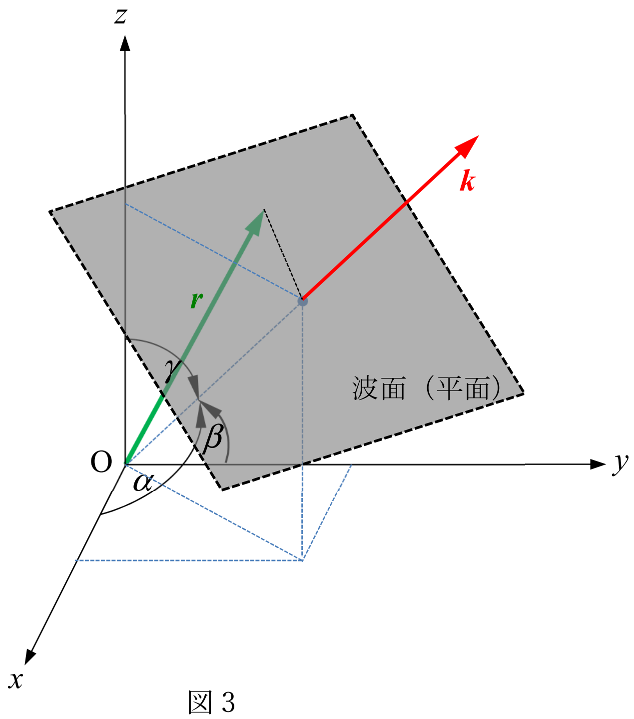


図 3

時刻 $t \equiv 0$ とすると、位相は $2\pi\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} = 2\pi(k_x x + k_y y + k_z z)$ となる。

位相が一定の条件　i.e., $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} =$ 定

この時の $\boldsymbol{r}$ ベクトルは、$\boldsymbol{k}$ に垂直な平面を表す。これが平面波と呼ぶ理由である。

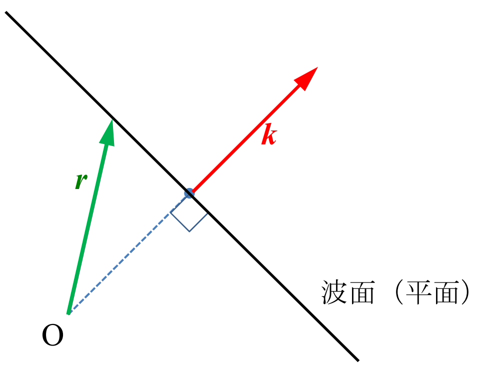


図 4

平面波はどちらに進むか？ → 位相時計の時間・距離空間の四次元空間での分布

$Ae^{2\pi i(-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\nu t)} = Ae^{2\pi i(-k_x x - k_y y - k_z z + \nu t)}$ において x 軸方向の波を考える。

$\downarrow \leftarrow 2\pi k_x \equiv 2\pi k \quad \to \kappa$

$\downarrow \leftarrow 2\pi\nu \qquad\qquad \to \omega$ 　と置き換えて、

$Ae^{2\pi i(-kx+\nu t)} \to Ae^{i(-\kappa x+\omega t)}$

$\downarrow \leftarrow A \equiv 1$ として、複素平面上に表現し、その虚部を取ると、

$\sin(-\kappa x + \omega t)$ ●

これを図４のようにシンボリックに表現して、時間空間座標に並べる。

虚部の振幅をつないでみると波の進行が見えてくる。

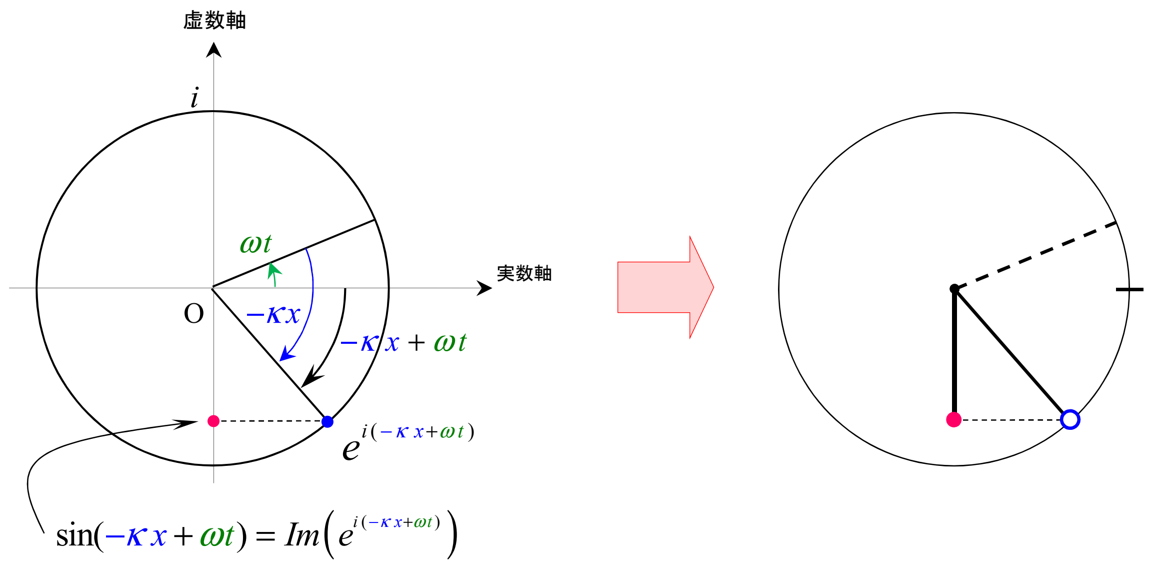


図５　複素平面上の $e^{i(-\kappa x+\omega t)}$ とその虚数軸への投影　⇒　シンボリックに表現

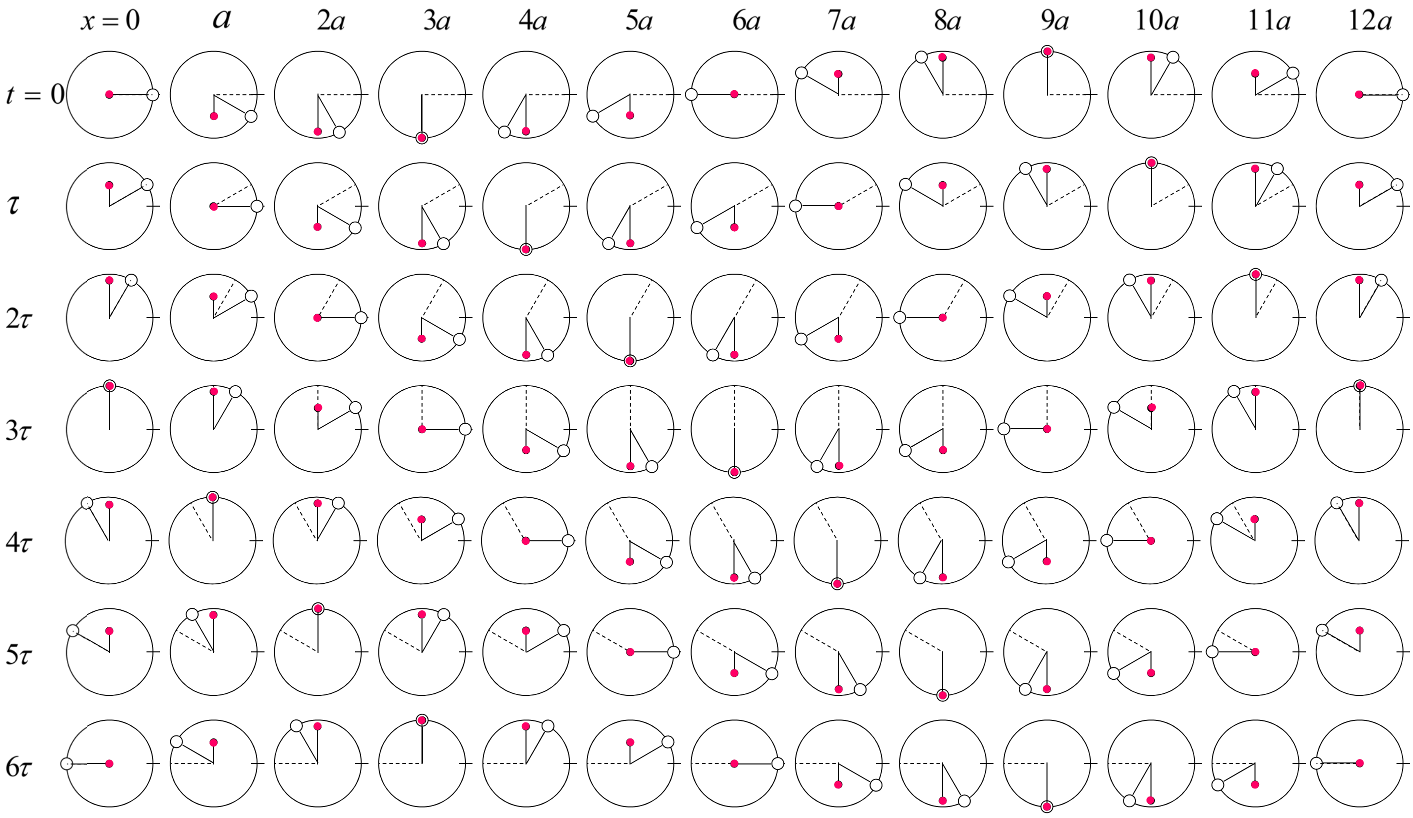


図６　　位相時計の空間的時間的分布

位相時計の虚部（赤丸）を結ぶと波の時間変化が分かる。

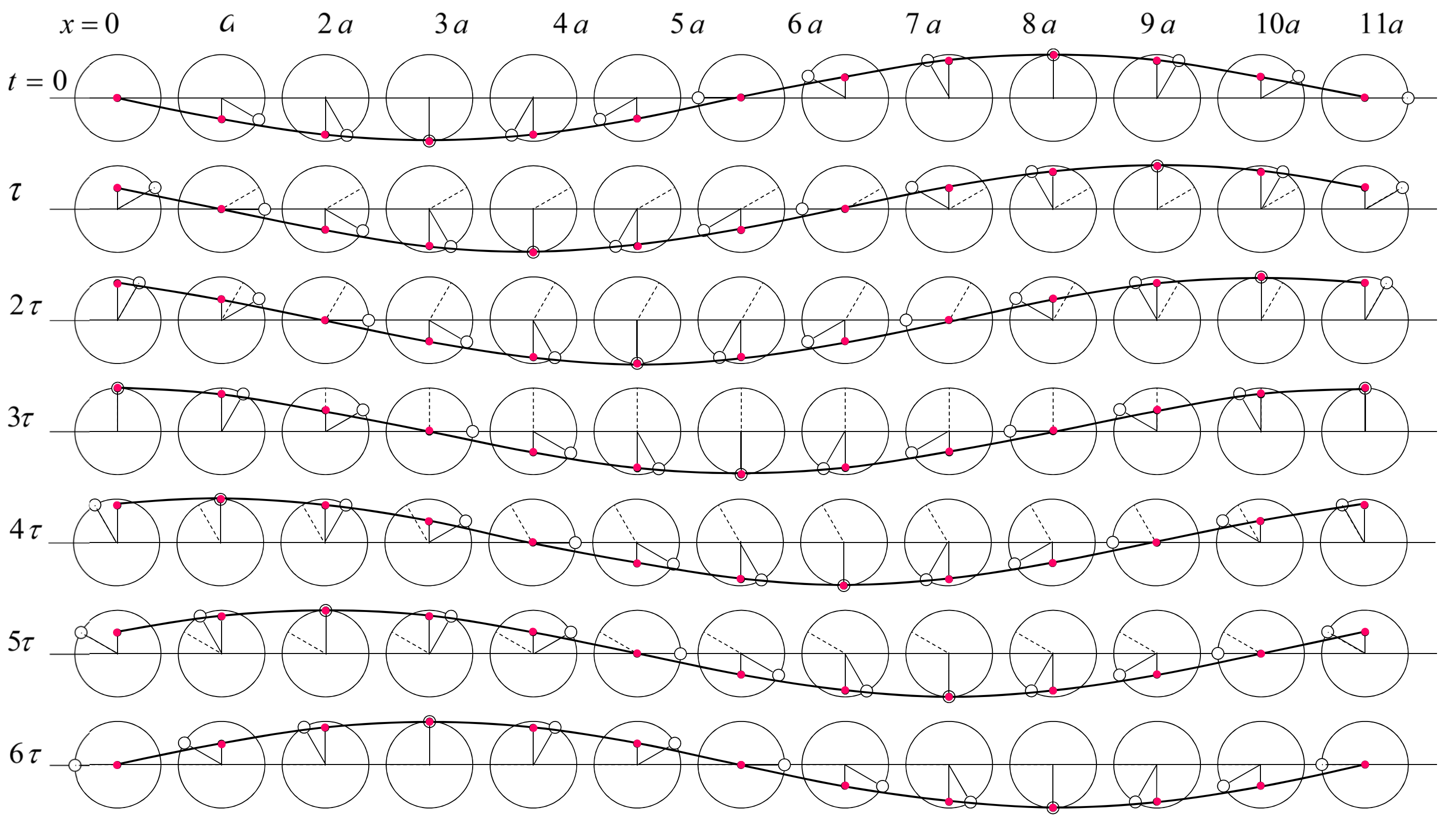


図７　波の時間的変化による波の進行の表現。

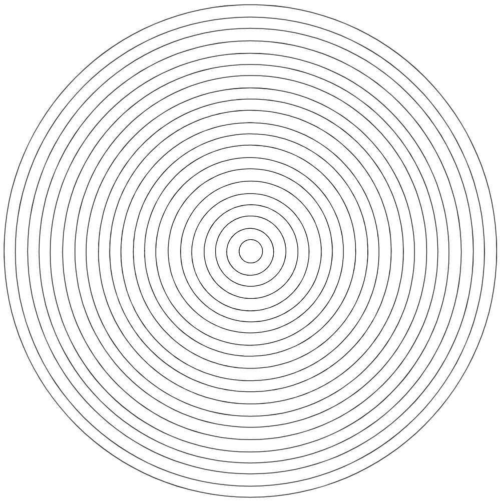
● **球面波**

波源中心からの距離$|\boldsymbol{r}|$に反比例して振幅が減衰し、波源中心からすべての向きに進行する波

$$\frac{A}{|\boldsymbol{r}|}e^{2\pi i(-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\nu t)} \qquad ここで\quad \frac{A}{|\boldsymbol{r}|}：振幅 \qquad (3)$$

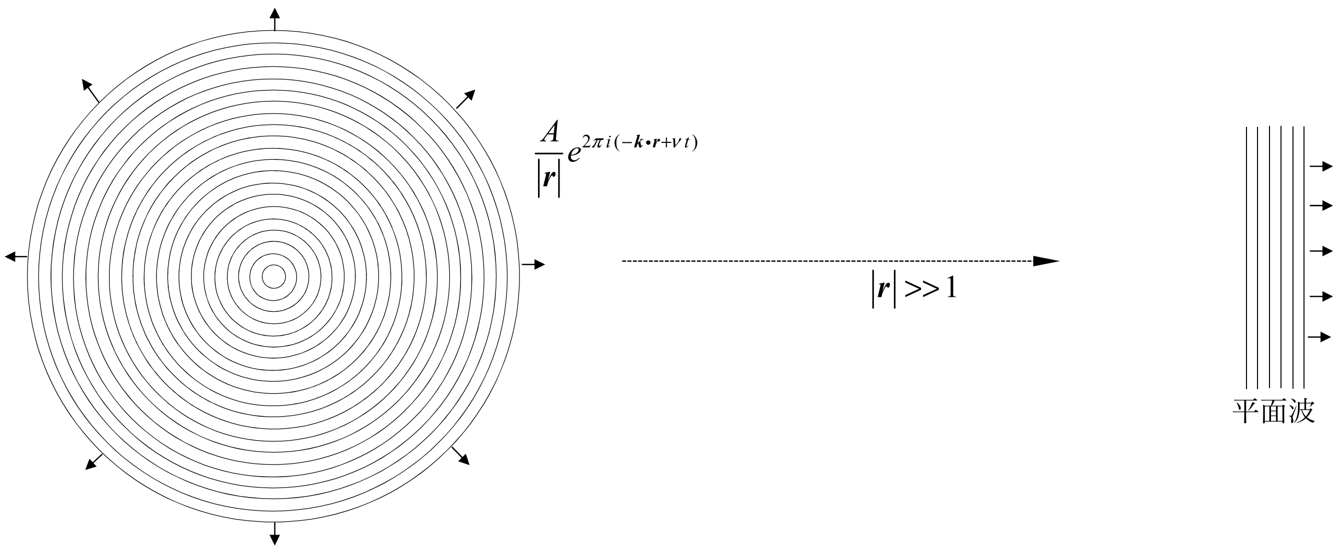
$\boldsymbol{k}$ ベクトルは波源中心からあらゆる向きを向いている。

∴　t=一定とすると、$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}=$ 一定　における$\boldsymbol{r}$は球面となる。



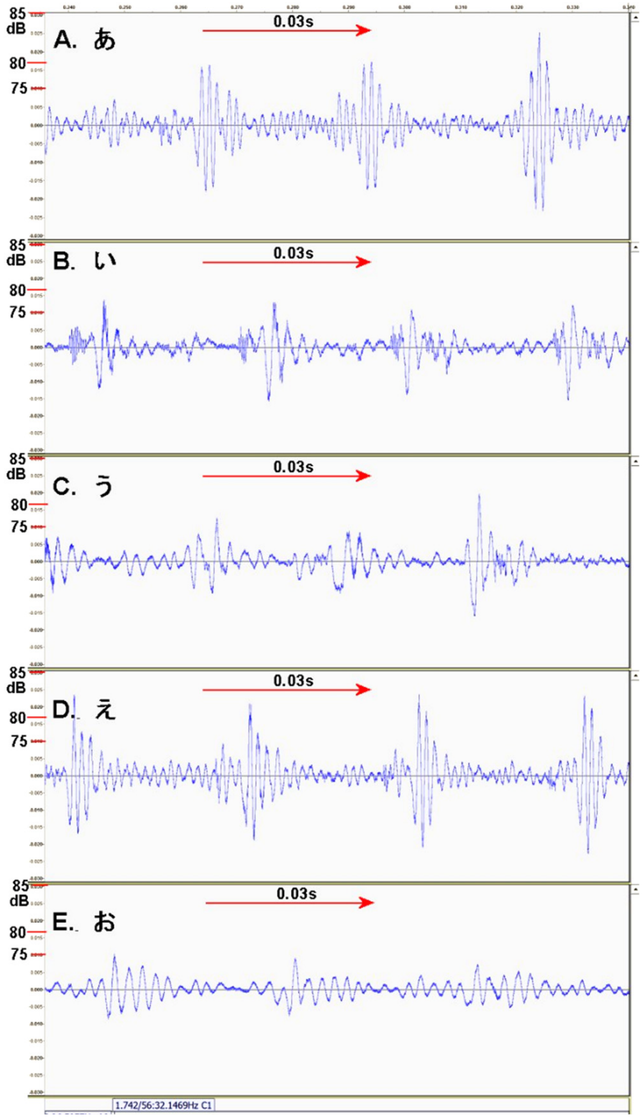
波源中心からの距離が増大するほど球面の曲率半径は増大し、十分遠方では平面とみなせる。

∴　球面波を無限遠方で観測すると平面波となる。



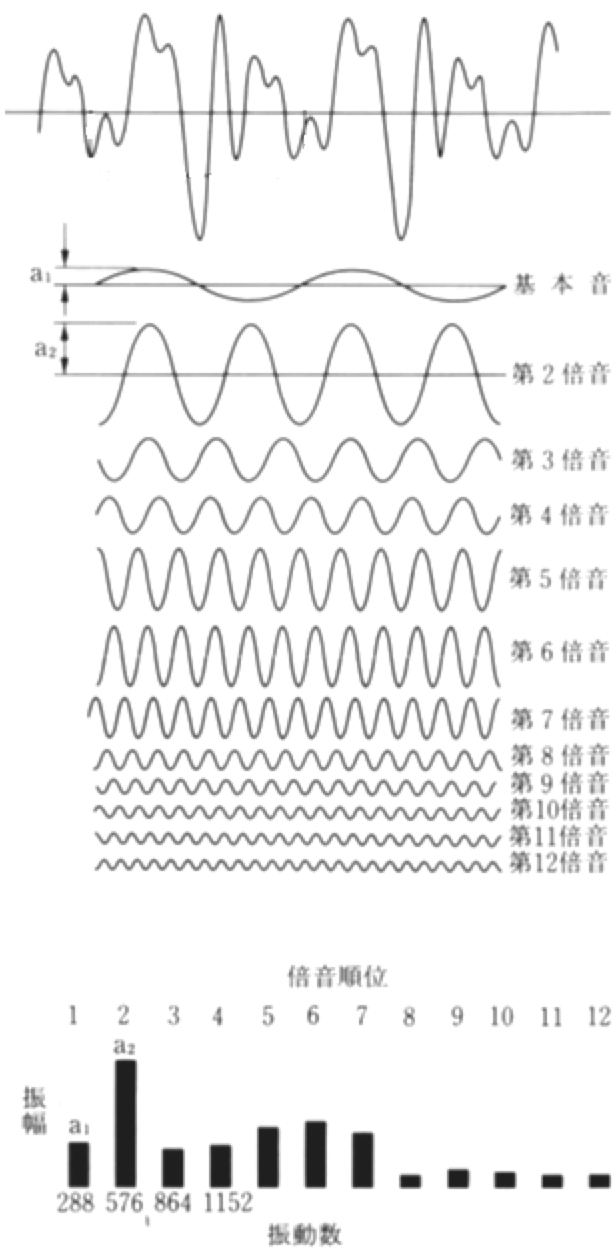
問題：　平面波の波面の微小部分を取り出すと球面波となる。図示し、説明せよ。

波の重ね合せ　（音波の分解）



母音の波形

http://yufuinnomori.blog.fc2.com/blog-entry-34.html



尺八の「ろ」の音　12 倍音の合成

T. Terada; J. College of Sci. Tokyo Imp. Univ. 21 (1906-1907) Art 10, Proc. Tokyo. Math-Phys Soc. [2] (1906) 83

一見、複雑な波も正弦波（余弦波）の重ね合せでできている。

逆に、複雑な波は互いに独立な正弦波（余弦波）に分解できる。

分解された正弦波(余弦波)の成分の大きさ(波の振幅)を、振動数あるいは波数ごとに表現すること

⇩　⇧

フーリエ変換

https://www.youtube.com/watch?v=aN7Z2tYF6hM　23:30

フーリエ展開を横浜国立大学の過去問で【高校生でもわかるフーリエ展開・フーリエ変換#1】

https://www.youtube.com/watch?v=ZibUbfrJ6LM　　17:09

フーリエ変換とは？【高校生でもわかるフーリエ展開・フーリエ変換#2】