第6講

2024年5月22日　13:23

3. ガウスの法則　※クーロンの法則＆重ね合わせの原理
→別の表現法

・電荷の分布 ⟶ 電場

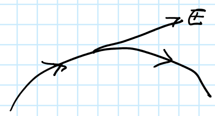
↓

電荷の分布と電場とを同時に連立して考える。

ガウスの法則 ⇐ (・電場自体が従う法則を求めておくと便利
・電場を"もの""実体"として扱おう

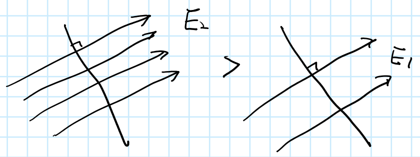
・電気力線：電場を実体として考えるための直観的表現

1) 電場は電気力線上における各点の接線方向で、その向きは電気力線に記した向き。



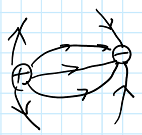
2) 電場の強さは、電気力線に垂直な面の面密度に比例
(単位面積あたりの本数)

→ (電気力線の面密度 $N(\psi) = \alpha E(\psi)$
比例定数



$E_2 = 2E_1$

3) 電気力線は、正電荷で出発し、負電荷で終結する。
(正電荷以外から発生したり、負電荷以外で消滅することはない)



⇓

電気力線は途中で途切れることはない。

⇓

例えば、正電荷のみを包みこむ閉曲面を考えると、
どんな面であっても、面を貫いて出て行く総本数は変わらない。
そして、その本数は、正電荷の大きさに比例する。
負電荷の場合は、面を貫いて中に入ってくるが、これを負の本数が外へ出て行くと考える。
(面密度は電場に比例かつ電場は電荷に比例)

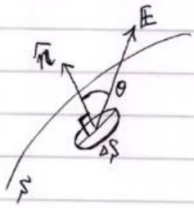
4) 閉曲面を貫いて外へ出て行く電気力線の総本数は、
面に包みこまれた電荷に比例する。

↳ 電場のガウスの法則の直観的表現（文章表現）

⇓ (数式で表わそう)

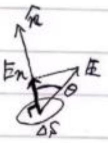
閉曲面を貫いて外へ出る電気力線の総本数
→ 微小面積 ΔS あたりの本数 ΔN を合算（積分）

[redacted] [redacted]



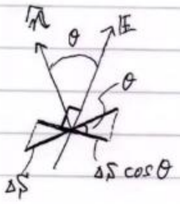
・ΔNは、電気力線に垂直な面 $\Delta S\cos\theta$ を貫く本数なので、面密度 $w=\alpha E$ を用いて、

$$\Delta N = w\,\Delta S\cos\theta$$
$$= \alpha E\,\Delta S\cos\theta$$



↓ $E\cos\theta = E_n$

$$= \alpha E_n \Delta S$$



となる。

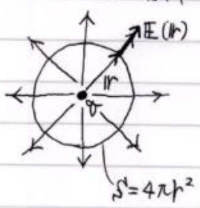
総本数 Nは、

$$N = \int_S \alpha E_n\, dS \quad \text{———} ①$$

ここで、簡単な例として点電荷：

球面を貫く電気力線の総本数$N(r)$は、

ここで、簡単な例として点電荷：



球面を貫く電気力線の総本数$N(r)$は、

$$N(r) = 4\pi r^2 \cdot w(r)$$
$$= 4\pi r^2 \alpha E(r)$$

↓ $E(r) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$

$$N = \frac{\alpha q}{\varepsilon_0}$$ ※rによらない ——②

↳ 閉曲面のとり方によらない

①と②より、

$$\int_S \alpha E_n\, dS = \frac{\alpha q}{\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 \int_S E_n\, dS = q$$

↳ 電場のガウスの法則の数式的表現

古江 広和 の画面

↳ 閉曲面のとり方によらない

①と②より、

$$\int_S \alpha E_n\, dS = \frac{\alpha q}{\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 \int_S E_n\, dS = q$$

↳ 電場のガウスの法則の数式的表現

左辺：真空中で面を貫ぬく電気力線の総本数

右辺：閉曲面内の電荷

◦ガウスの法則から電場を求めることが可能

↳しかし、$\int_S E_n dS$ の積分を解くには、E_nの関数が必要

↳一般的には無理な注文

（E_nを求めたいのに、あらかじめE_nの関数を知らねばならないので）

$\Downarrow$

しかし、電荷分布がある対称性をもっているときは、電場もそれに応じた対称性をもつ。

↳適当な閉曲面を選べば、積分を簡単に実行できる。

↳対称的な状況で、E_nがdSのとり方によらず一定

$\Downarrow$

$$\int_S E_n dS = E_n \underbrace{\int_S dS}_{\text{曲面積}}$$