量子力学 第1回　　8222104　桧崎 太輔

$$\left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p^2}{2m} P(p)\, dp$$

$$P(p)\, dp = \frac{\exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right) dp}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right) dp}$$

$E_k = \frac{p^2}{2m}$　公式より.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_BT}\right) dp = \sqrt{2\pi m k_B T}$$

$$与式 = \frac{1}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} p^2 \cdot \frac{\exp\left(-\frac{E_k}{k_BT}\right)}{\sqrt{2\pi m k_B T}} dp$$

$$= \frac{1}{2m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} p^2 \exp\left(-\frac{E_k}{k_BT}\right) dp \quad \cdots ①$$

公式より.

$$① = \frac{1}{2m} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2mk_BT}} \cdot \sqrt{2\pi m k_B T}$$

$$= \underline{\frac{k_B T}{2}}$$

よって 運動エネルギーの期待値の式は成立する.

$$\left\langle \frac{1}{2}kx^2 \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}kx^2 p(x)\,dx$$

$$p(x)\,dx = \frac{\exp\left(-\frac{E_p}{k_BT}\right)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{E_p}{k_BT}\right)dx}$$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ より.

$$与式 = \frac{k}{2}\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{\exp\left(-\frac{E_p}{k_BT}\right)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{k}{2k_BT}x^2\right)dx}$$

公式より.

$$与式 = \frac{k}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \exp\left(-\frac{1}{2k_BT}x^2\right)dx}{\sqrt{\frac{\pi}{\frac{k}{2k_BT}}}}$$

$$= \frac{k}{2}\sqrt{\frac{k}{2\pi k_BT}} \cdot \frac{1}{\frac{2k}{2k_BT}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\frac{k}{2k_BT}}}$$

$$= \frac{k_BT}{2}$$

よって、位置エネルギーの期待値の等式は成り立つ.