方向：導線に垂直

$= Q = \lambda l$

$$\therefore E_a(a) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \quad \cdots\cdots\ l\text{によらない}$$

cf. 先の演習問題(p.19、[5])と同様の問題

→ ガウスの法則ではるかに簡単

演習 (p.37, [6])

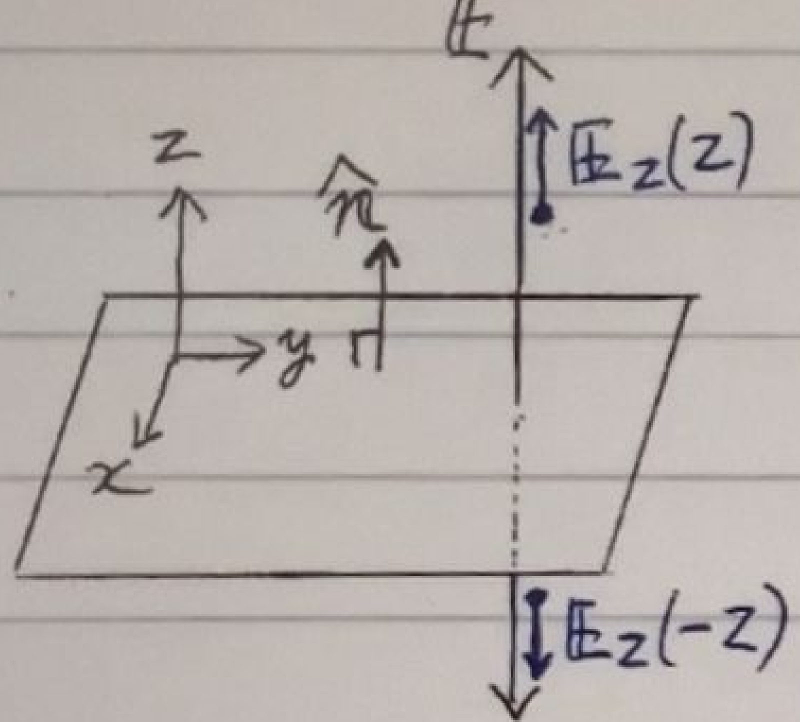
半径 a、長さ l の十分に長い円筒があり、その表面に面密度 σ の電荷を与えたときの円筒の内外の電場を求めよ。

→ レポート課題

3) 面対称電荷

→ 電荷が平面に一様に分布

⇓



・対称性より、電場は面に垂直（z軸方向）で、場所 (x, y) によらない。

・面の上下で対称

$$E_z(-z) = -E_z(z)$$

例題 (p.27, 2)

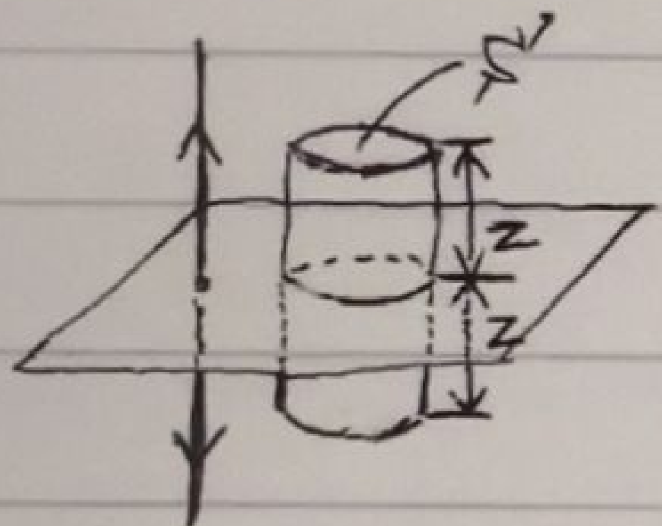
一様な面電荷密度 σ の無限に広い平板がつくる電場を求めよ。

例題 (p.27, 2)

一様な面電荷密度σの無限に広い平板がつくる電場を求めよ。

解) ガウス曲面として箱を考える。

└ 直方体面、円柱面など



⇒ 電荷面に対して対称な箱

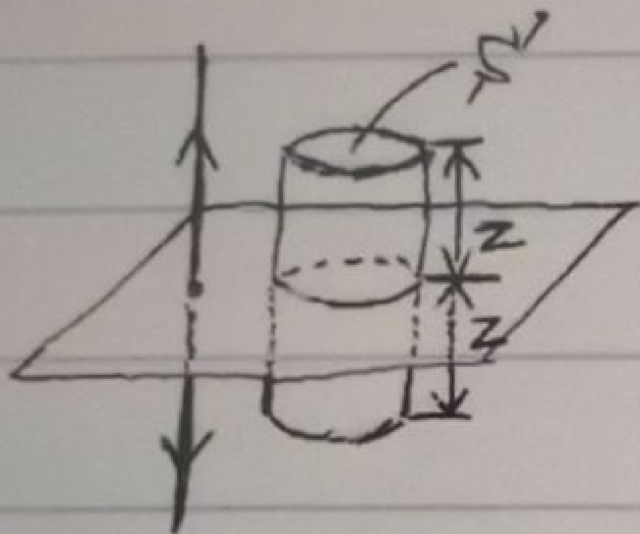
↳ 上下面までの距離zが同じ

箱の側面方向の電場はないので、

$$\varepsilon_0\int_S E_n\,dS = \varepsilon_0\int_{\text{上面}} E_z\,dS + \varepsilon_0\int_{\text{下面}} E_z\,dS$$

$$= \varepsilon_0 E_z \int_{\text{上下面}} dS$$

一 直方体型、円柱型 など



⇒ 電荷面に対して対称な箱

↳ 上下面までの距離 z が同じ

箱の側面方向の電場はないので、

$$\varepsilon_0 \int_S E_n \, dS = \varepsilon_0 \int_{\text{上面}} E_z \, dS + \varepsilon_0 \int_{\text{下面}} E_z \, dS$$

$$= \varepsilon_0 E_z \underbrace{\int_{\text{上下面}} dS}_{2S'}$$

$$= 2\varepsilon_0 S' E_z$$

$$= Q$$

Q：面電荷密度 σ

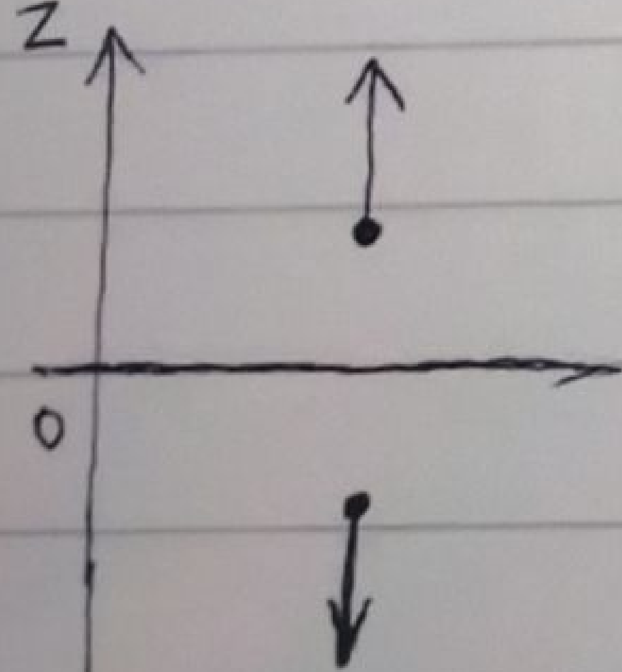
↳ $Q = \sigma S'$

ゆえに、

$$2\varepsilon_0 S' E_z = \sigma S'$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

※ zによらない一定値



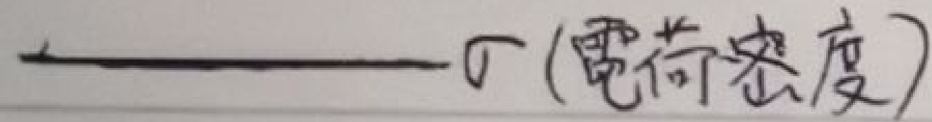
向きを符号で表わすと、

$$E_z = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} & (z>0) \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} & (z<0) \end{cases}$$

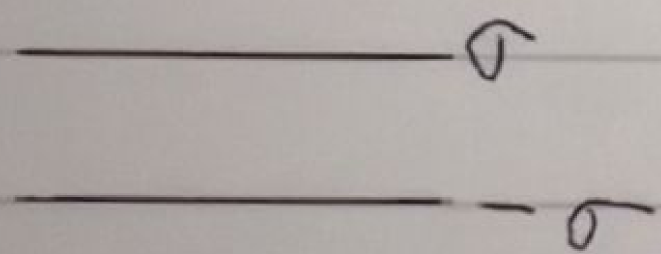
演習 (p.37、[2])

以下の図に示すように、平板に電荷を与えたときの電場を求めよ。

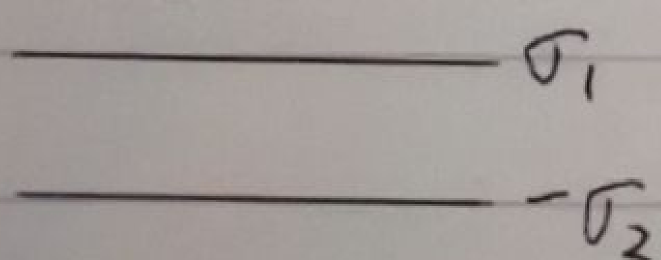
(1)



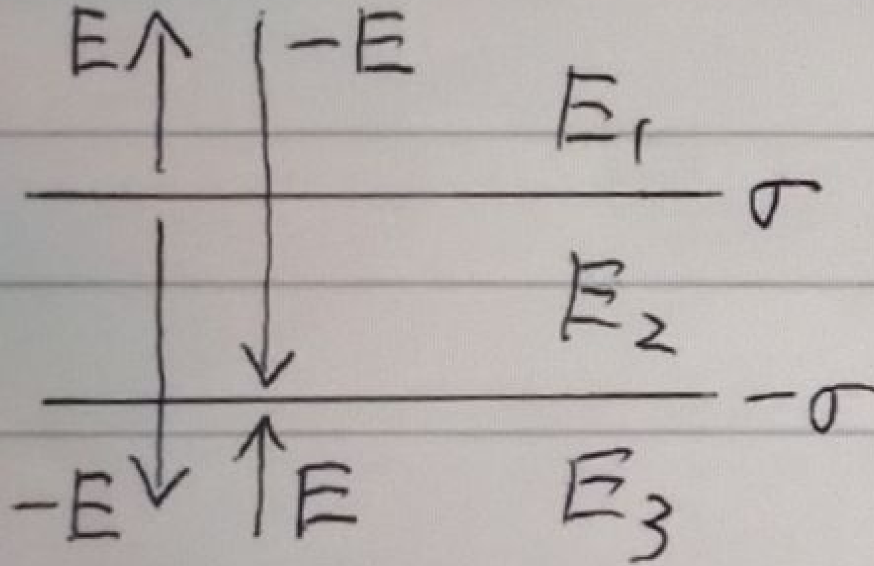
(2)



(3)



(2) 重ね合わせの原理



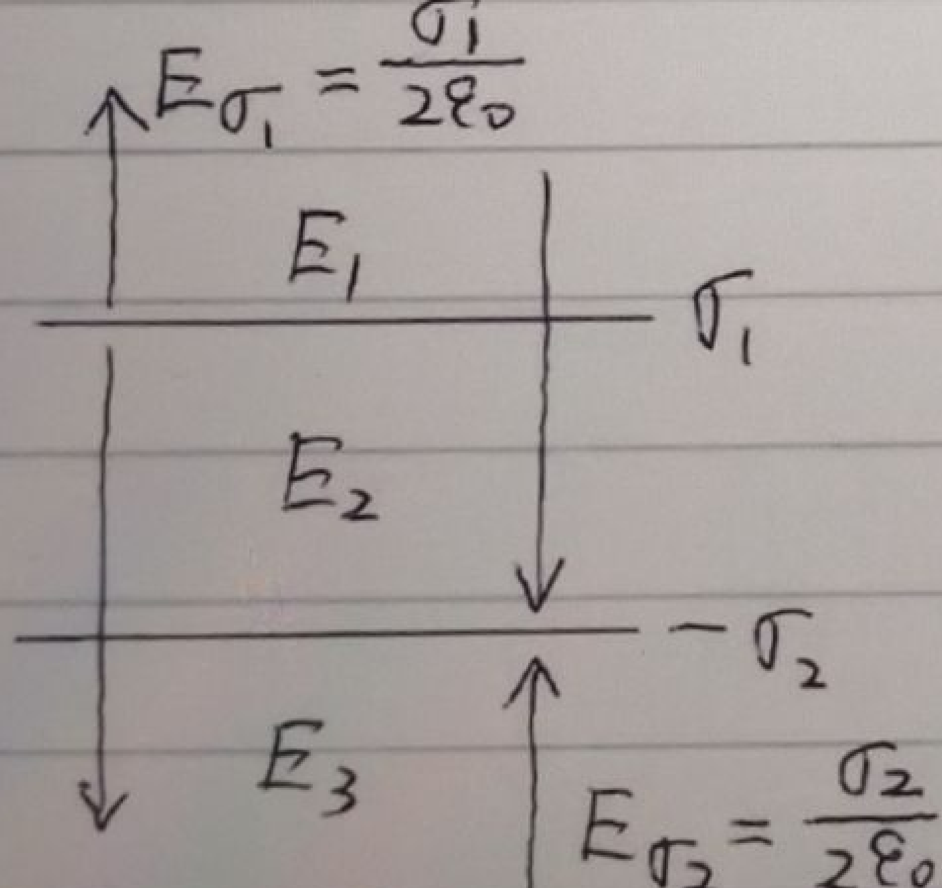
$$E_1 = E + (-E) = 0$$

$$E_2 = -E + (-E) = -2E = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_3 = -E + E = 0$$

※コンデンサー

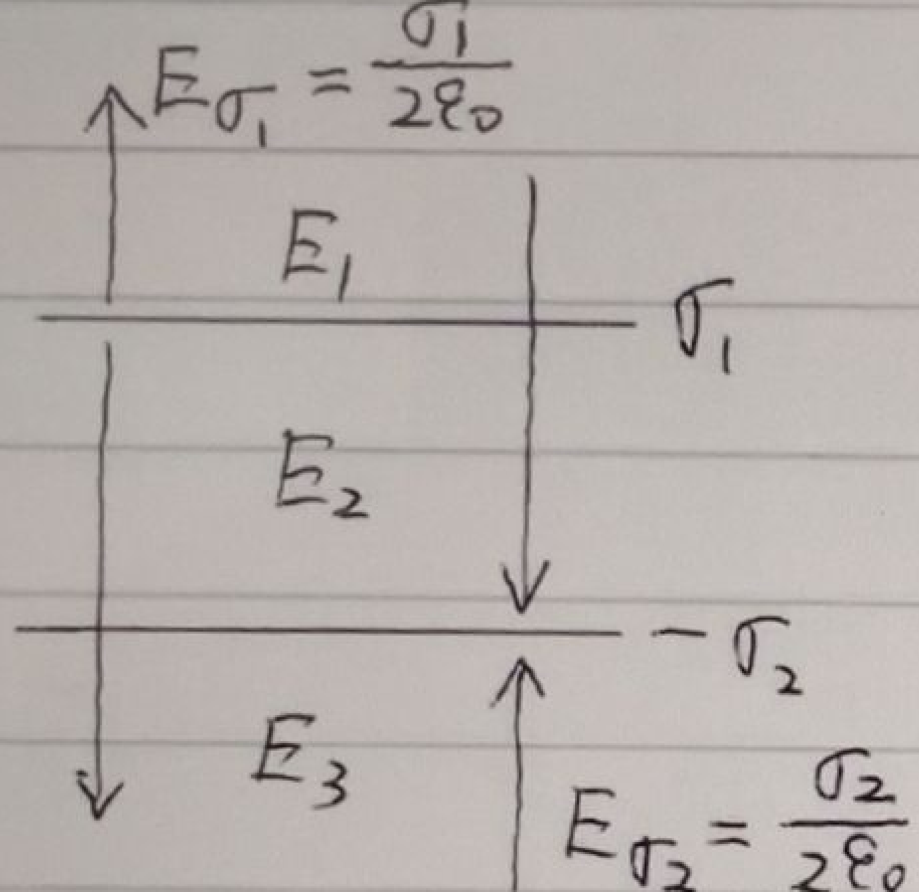
(3)



$$E_1 = E_{\sigma_1} - E_{\sigma_2} = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$E_2 = -E_{\sigma_1} - E_{\sigma_2} = -\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

(3)



$$E_1 = E_{\sigma_1} - E_{\sigma_2}$$
$$= \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2)$$

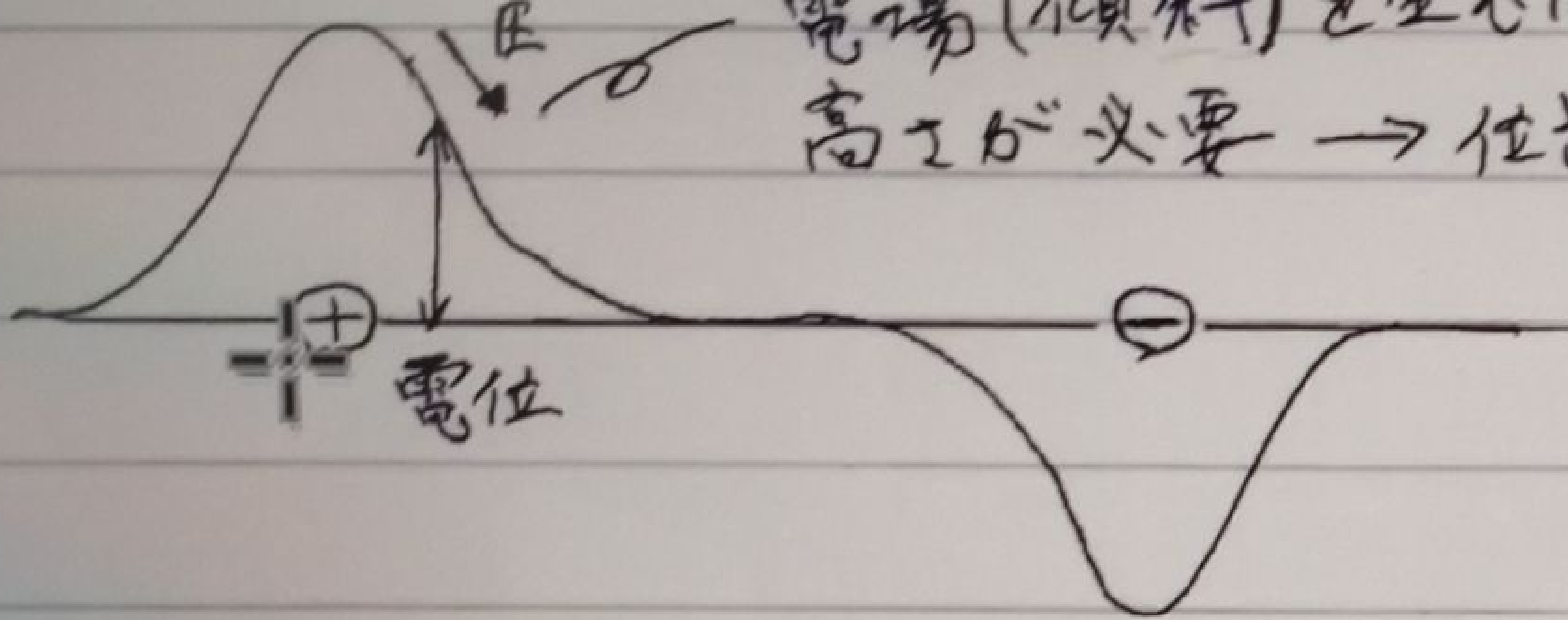
$$E_2 = -E_{\sigma_1} - E_{\sigma_2}$$
$$= -\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

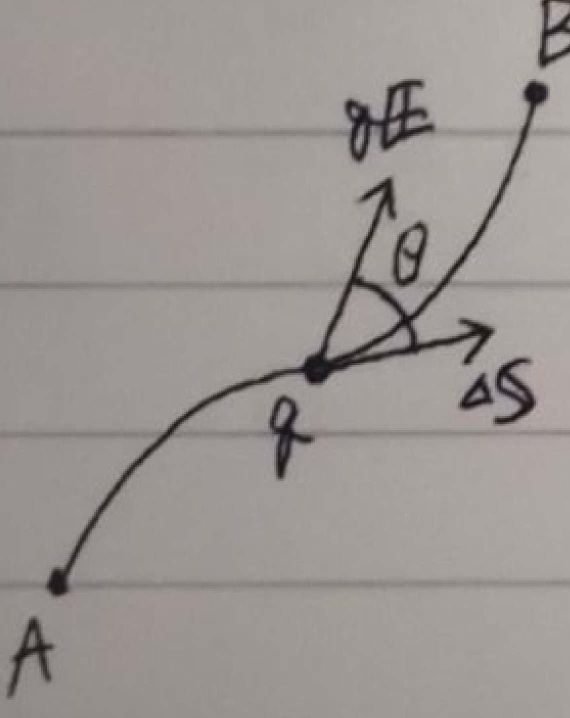
$$E_3 = -E_{\sigma_1} + E_{\sigma_2}$$
$$= \frac{1}{2\varepsilon_0}(-\sigma_1 + \sigma_2)$$

//

4. 静電ポテンシャル(電位)と静電エネルギー

電場(傾斜)を生むには、
高さが必要 → 位置エネルギー





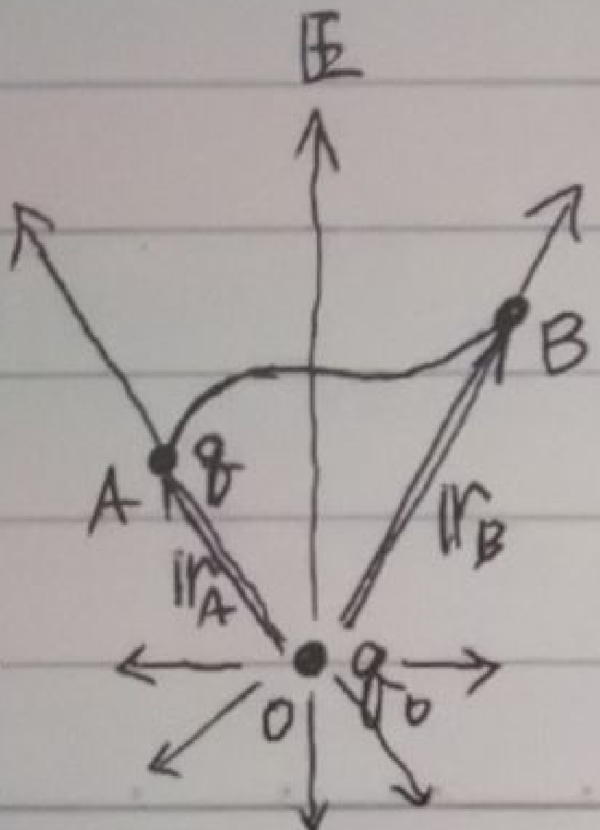
○電場 E の中を電荷 q が移動するとき、
電気力により仕事を受ける。

→ 電場と仕事の関係

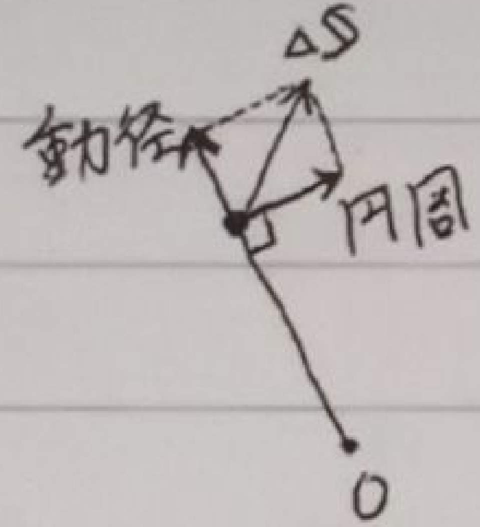
⇓

電荷 q が電気力 qE を受けて ΔS だけ

例) 原点に点電荷 q_0:



→ 移動は動径と円周方向の組合せ



$$\Downarrow$$

{円周方向は、$\mathbb{E}\cdot ds = E\,ds\cos 90^\circ = 0$

$\Downarrow$

円周方向は、$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E\,ds\cos 90^\circ = 0$
動径方向は、$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E\,ds\cos 0^\circ = E\,ds$

よって、動径方向($\mathbb{r}$)のみ考えればよい
(円周方向：同電場間での移動は仕事0)

$\Downarrow$

$$ds = dr$$

よって、

$$W_{AB} = q\int_{r_A}^{r_B} E\,dr$$

$$= q\int_{r_A}^{r_B} \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

$$= \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} \longrightarrow \text{ポイント}$$

$$ds = dr$$

よって、

$$W_{AB} = q\int_{r_A}^{r_B} E\,dr$$

$$= q\int_{r_A}^{r_B} \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} \longrightarrow \text{ポイント}$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

※ 仕事(W_{AB})は原点からの距離(r_Aとr_B)によって定まり、経路とは無関係

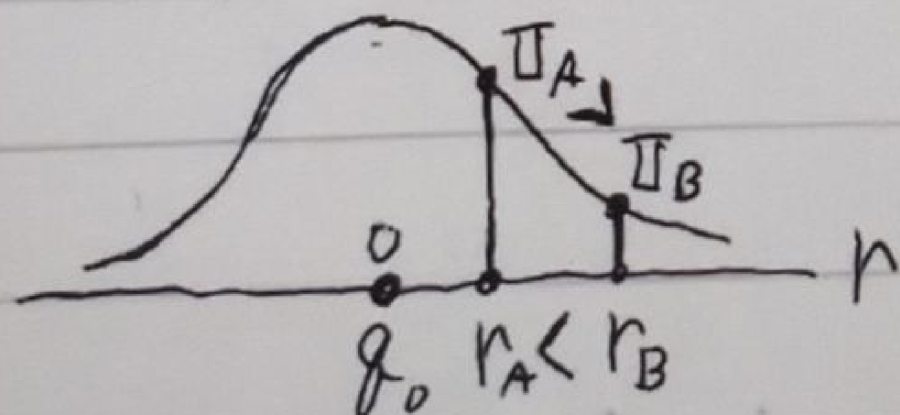
→ 一般の静電場でも同様

位置エネルギーの概念

電荷qの位置エネルギー：

$U_A = U(r_A)$, $U_B = U(r_B)$ ⇒ 静電エネルギーという。

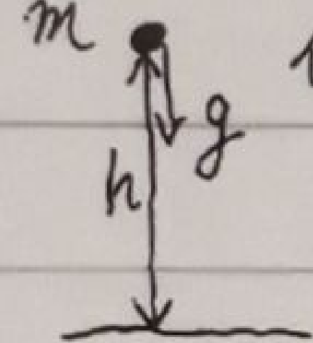
$$W_{AB} = q\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = U_A - U_B$$
$$= U(r_A) - U(r_B)$$



。電気力は電荷 q に比例 → U も q に比例：$U = q\phi$

⇓

ϕ：静電ポテンシャル（電位）という。

cf. 

位置エネルギー $U = \underbrace{m}_{q}\,\underbrace{gh}_{\phi}$

• $W_{AB} = q\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = q(\phi_A - \phi_B)$

$$\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = \phi_A - \phi_B$$

$$-\int^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = \phi(r_A) - \phi(r_B)$$

参加者が字幕を有効にしました　この文字起こしは誰に表示されますか？　×　発言中:

↳ 電場と電位の関係式

電場の線積分 ＝ 電位差（電圧）

⇓

各点(A, B)の電位を同じだけ変化させても、
電位差は変化しない。

↳ 各点の電位の値を定めるには、基準点Pを
設定し、その点の電位を$\phi_P = 0$と定義する。

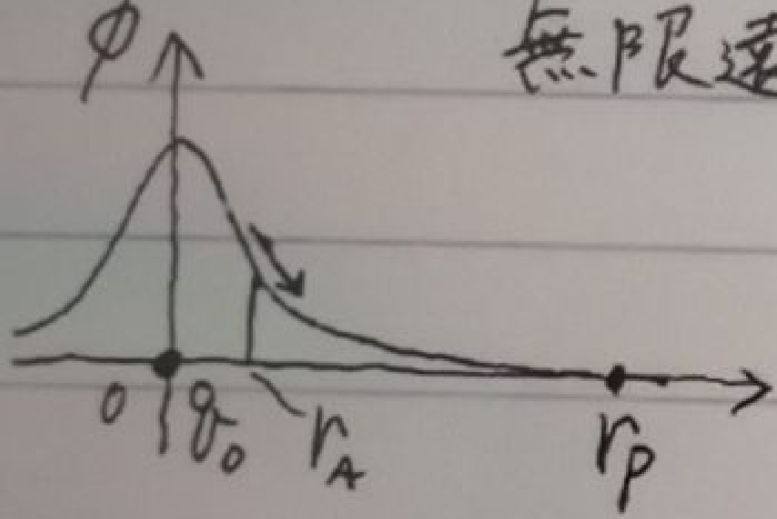
点Aについて、

$$\int_P^A \mathbb{E} \cdot d\mathbb{r} = \phi_P - \phi_A = -\phi_A$$

$$\therefore \phi_A = -\int_P^A \mathbb{E} \cdot d\mathbb{r}$$

※ Pとしてよく選ばれるのは、接地点（アース）や
無限遠点。

例）原点にあるq_0が作る電位は、
無限遠点をPとすると、



$$\phi_A = -\int_P^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}$$

$$\left(\begin{aligned} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} &= E\,dr\cos\theta \\ &= E\,dr\cos 0^\circ \\ &= E\,dr \end{aligned} \right)$$

$$= -\int_P^A \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

$$= -\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\underset{\to\infty}{r_P}} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$= \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_A}$$

$4\pi\varepsilon_0 r_A$

・電位ϕの所にある電荷qの静電エネルギーは、

$$U = q\phi$$

・電位ϕの単位：ボルト(V)

$$1V = 1J/C = 1N\cdot m/A\cdot S$$

$$(U = q\phi) \qquad (MKSA)$$

電場Eの単位：

$$\underset{[V]}{\phi} = -\int E\cdot d\underset{[m]}{r} \Rightarrow E\ (V/m)$$

$$\parallel$$

$$\text{cf. } F = qE \Rightarrow E\ (N/C)$$