2023 年度 線形代数学 1 課題 10

学科 AM科　学籍番号 8223036　氏名 栗山 淳

問 1. $\phi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ に対して次の置換を求めよ.

(1) $\psi\phi$　(2) $\phi\psi$　(3) ψ^{-1}

問 2. 次の置換を互換の積で表し, 置換の符号を求めよ.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 8 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

問1

(1) $\psi\phi(1) = \psi(\phi(1)) = 2$
$\psi\phi(2) = \psi(\phi(2)) = 4$
$\psi\phi(3) = \psi(\phi(3)) = 1$
$\psi\phi(4) = \psi(\phi(4)) = 3$
$\psi\phi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $\phi\psi(1) = \phi(\psi(1)) = 4$
$\phi\psi(2) = \phi(\psi(2)) = 3$
$\phi\psi(3) = \phi(\psi(3)) = 1$
$\phi\psi(4) = \phi(\psi(4)) = 2$
$\phi\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(3) $\psi^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

問2

$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 8 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1\,4\,7)(2\,6\,3\,5\,8)$
$= (1\,7)(1\,4)(2\,8)(2\,5)(2\,3)(2\,6)$

$1 \to 4 \to 7 \to 1$
$2 \to 6 \to 3 \to 5 \to 8 \to 2$

$\mathrm{sgn}(\sigma) = (-1)^6 = 1$

よって符号は 十