

問 1. 次の連立 1 次方程式について以下の問に答えよ.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_5 = 8 \\ 2x_1 - 2x_3 + 3x_4 = 5 \end{cases}$$

- (1) 連立 1 次方程式の拡大係数行列を求めよ.
 (2) (1) で求めた拡大係数行列を簡約化せよ.
 (3) (2) で求めた簡約な行列に対応する連立 1 次方程式を書け.
 (4) 元の連立 1 次方程式の解を求めよ.

$$(1) \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & -2 & 3 & 0 & 5 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{2\text{行} - 1\text{行} \times 3 \\ 3\text{行} - 1\text{行} \times 2}} \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & 12 & -12 & 8 \\ 0 & -4 & -8 & 11 & -10 & 5 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{2\text{行} \times (-\frac{1}{4})} \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{1\text{行} - 2 \times 2\text{行}} \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{1\text{行} - 2 \times 3\text{行} \\ 2\text{行} + (3) \times 3\text{行}}} \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{array} \right] \quad (2)$$

$$(3) \begin{cases} x_1 - x_3 + 3x_5 = -2 \\ x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 7 \\ x_4 - 2x_5 = 3 \end{cases}$$

$$(4) x_3 = C_1, \quad x_5 = C_2 \quad \text{と する}$$

$$x_4 = 3 + 2C_2$$

$$x_2 = 7 - 2C_1 + 3C_2$$

$$x_1 = -2 + C_1 - 3C_2$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} + C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_2 \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \left(\begin{array}{l} C_1: \text{任意の} \\ C_2: \text{定数} \end{array} \right)$$