材料の物理2
（電磁気学）

第十回：磁性体（物質中の電磁場）

物質中の電磁気

磁石

▼

Q:磁石にはどんな力がある？

▼

磁化 (magnetization)

磁気モーメント m

拡大

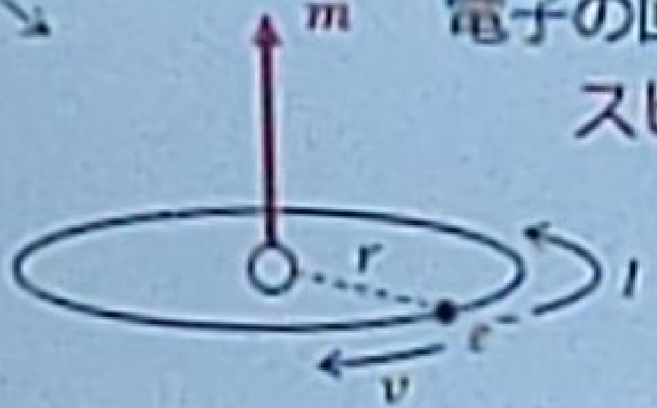
History

隕石	BC 5000	メソポタミア文明など
磁鉄鉱	BC 3000	ギリシャ　マグネシア地方
KS鋼	1917	？ (初代学長)
ネオジム磁石	1984	佐川眞人

原子

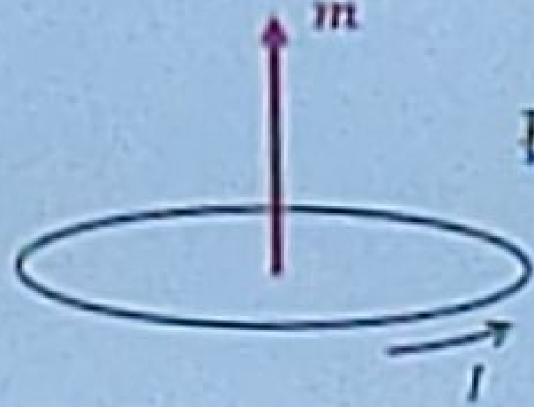
電子の回転運動

スピン



対応

コイル



環状電流

↓

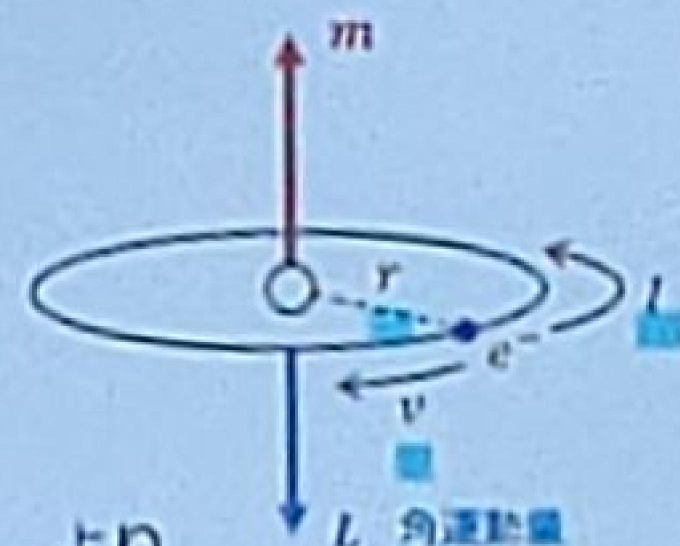
磁気双極子

(dipole)

磁化の起源 … 電子の回転運動（スピン）

電子の双極子モーメント（古典論）

半径 r、速度 v の電子の円運動



電流

$$I = -\frac{e}{T} = -\frac{ev}{2\pi r} \qquad \left(T = \frac{2\pi r}{v} \text{ より}\right)$$

磁気モーメント　$m = \underbrace{SI}_{\text{回路面積}}$，　(7.57) $m = SIk$　より

$$= \pi r^2 \frac{-ev}{2\pi r} = -\frac{1}{2} erv$$

一方、電子の角運動量 L は　古典力学より　電子の質量 $= m_e$

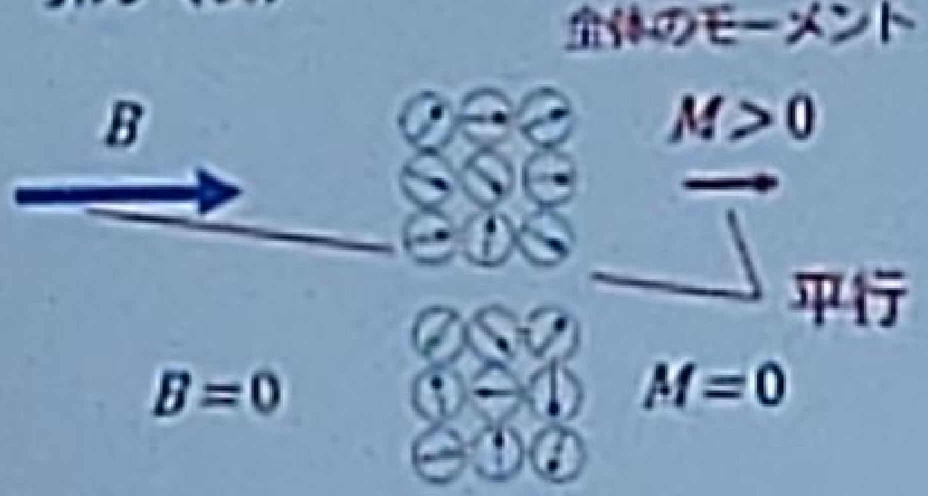
$$L = m_e rv \quad \text{なので}$$

磁気双極子モーメントは

$$m = -\frac{e}{2m_e} L$$ "軌道磁気モーメント"

様々な磁性体 … 外場応答で分類

- 引力（弱）

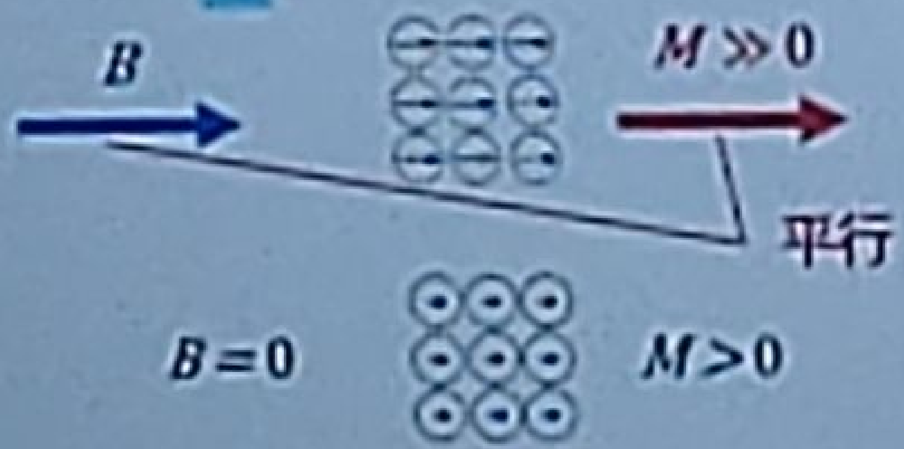


常磁性　paramagnetism　Ex) Mn, Pt, Al, O_2, CO_2, ガラス

para = parallel

- 磁場と磁化が平行
- 磁場ゼロで磁化ゼロ

- 引力（強）



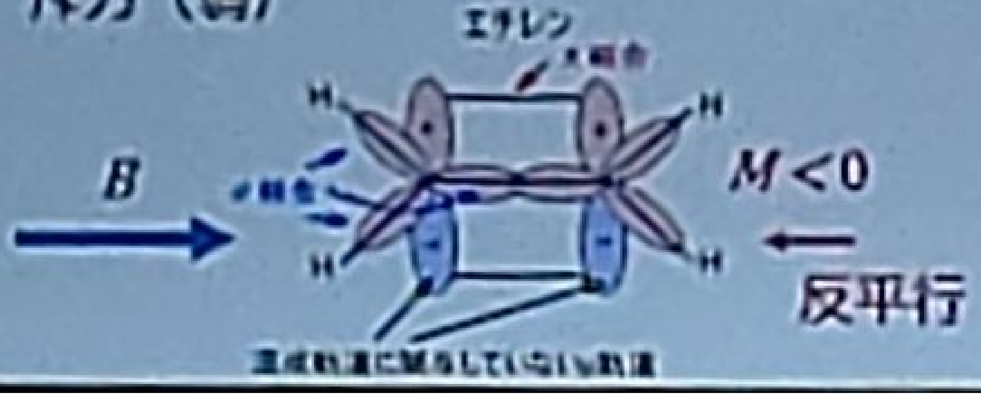
強磁性　ferromagnetism　Ex) Fe, Ni, Co

ferro = Fe　鉄

- 磁場と磁化が平行
- 磁場ゼロでも磁化が揃ったまま

→**自発磁化**

- 斥力（弱）

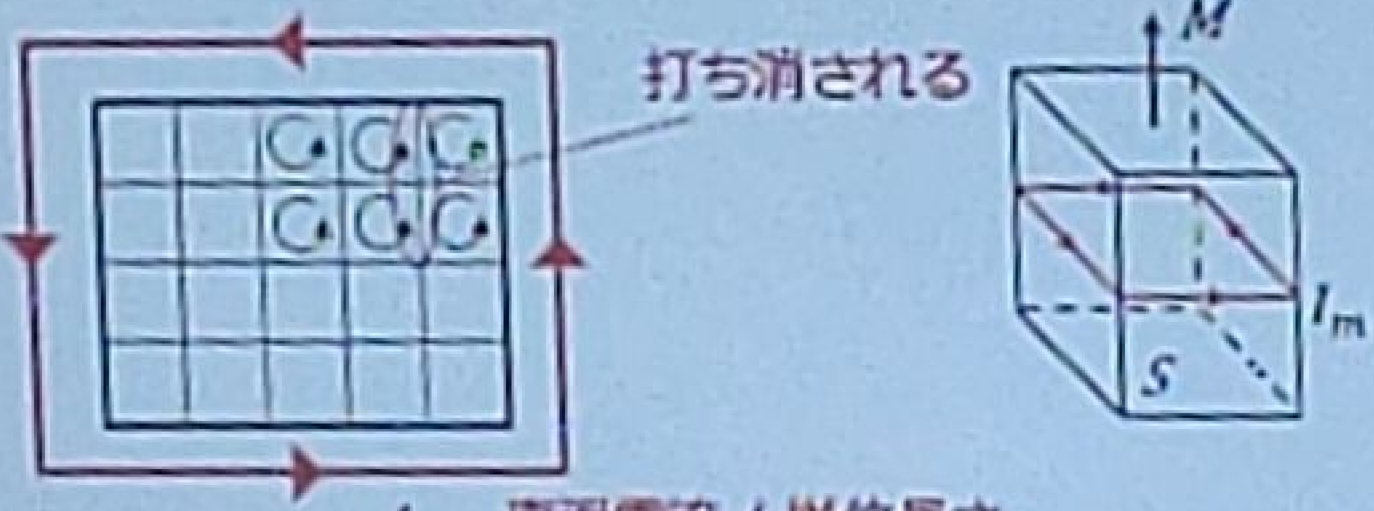


反磁性　diamagnetism　Ex) グラフェン、有機分子 π電子（非局在）

- 磁場と磁化が反平行
- 量子論的取り扱いが必要

磁化電流：磁化率χ_mの理解

一様な磁化を持つ磁性体

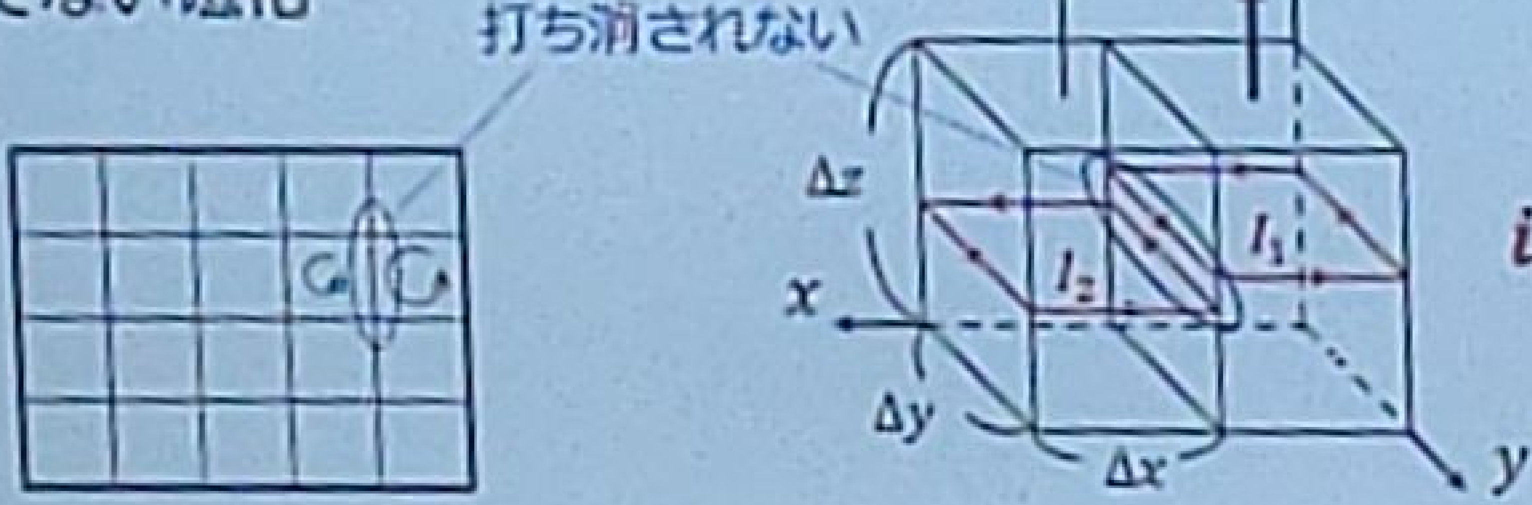


I_m　表面電流 / 単位長さ

$$M = I_m$$

$$\left(\begin{array}{c} MV = I_m \Delta z S \\ MS\Delta z = I_m \Delta z S \\ M = I_m \end{array}\right)$$

一様でない磁化



$$i_m = \nabla \times M$$

微小体積毎の i と M のゆらぎを考慮する必要がある

証明）

各々の微小体積での I, M は　円電流が作る磁場

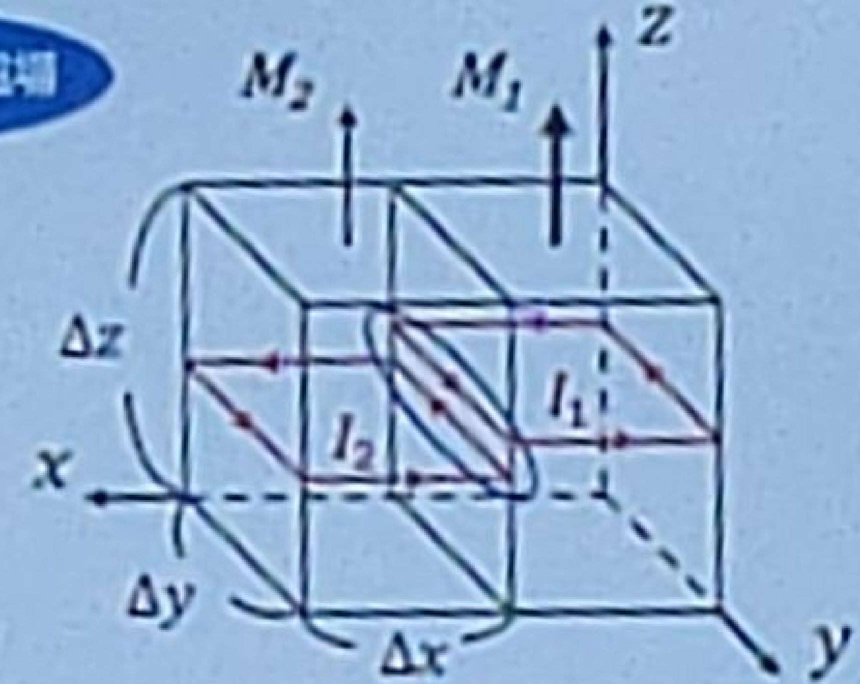
$$M_1\,\Delta x\Delta y\Delta z = I_1\,\Delta x\Delta y$$

磁化　体積　電流　面積

$$I_1 = M_1\Delta z$$

同様に

$$I_2 = M_2\Delta z$$



境界での電流 I_y は

$$I_y = I_1 - I_2 = (M_1 - M_2)\,\Delta z$$

面積 $(\Delta x\Delta z)$ で規格化し、電流密度 i_{m_y} に直す

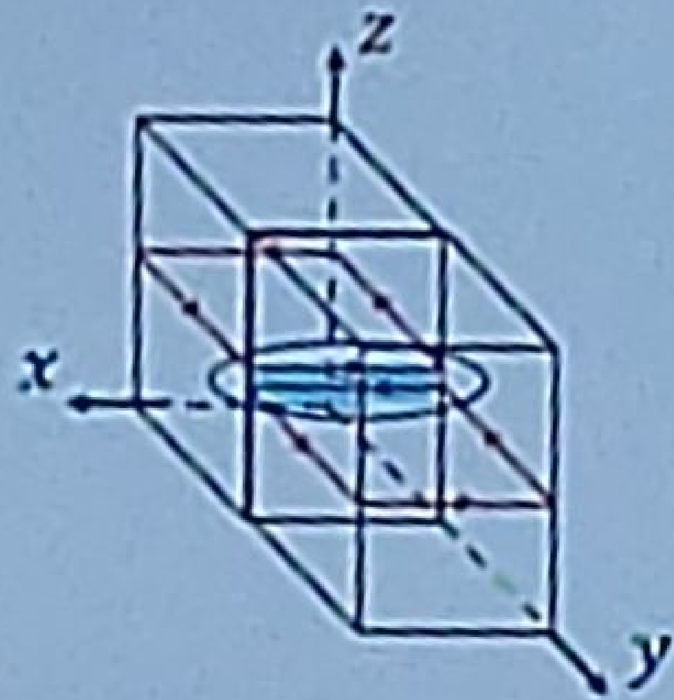
$$i_{m_y} = \frac{I_y}{\Delta x\Delta z} = -\frac{(M_2 - M_1)}{\Delta x}$$

$\Delta x \to 0$ の極限をとり　$i_{m_y} = -\dfrac{\partial M_z}{\partial x}$　（※M_1 , M_2 は z方向より）

y方向に隣接する境界面でも同様に考える

$$I_x = (M_2 - M_1)\,\Delta z$$

$$i_{m_x} = \frac{I_x}{\Delta x\,\Delta y} = +\frac{M_2 - M_1}{\Delta y}$$



$\Delta y \to 0$ の極限より

$$i_{m_x} = \frac{\partial M_z}{\partial y}$$

z方向にも同様に考えてまとめると

$$\begin{cases} i_{m_x} = \dfrac{\partial M_z}{\partial y} - \dfrac{\partial M_y}{\partial z} \\ i_{m_y} = \dfrac{\partial M_x}{\partial z} - \dfrac{\partial M_z}{\partial x} \\ i_{m_z} = \dfrac{\partial M_y}{\partial x} - \dfrac{\partial M_x}{\partial y} \end{cases}$$

これより

外積で表現できる！

$$\boldsymbol{i}_m(\boldsymbol{r}) = \nabla \times \boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})$$

磁化電流 ＝ 磁化の回転

物質中の磁場

アンペールの法則　$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\boldsymbol{i}$　を拡張

物質中では磁化電流 $\boldsymbol{i}_m$ が流れているので　項をプラス

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{i}_m)$$

$$\nabla\times\underline{\left(\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}-\boldsymbol{M}\right)}=\boldsymbol{i}$$ が得られる

$\parallel$　物質中の磁場の強さ

$\boldsymbol{H}$　$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})=\dfrac{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})}{\mu_0}-\boldsymbol{M}(\boldsymbol{r})$ が定義できる

これより

$\underline{\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{i}}$　**"物質中のアンペールの法則"**

ここでストークスの定理

$$\int_S (\nabla \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\, dS = \int_C \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{l}$$ より

$$\int_C \boldsymbol{H}\, d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{i}\, \boldsymbol{n}\, dS$$ が成立

"物質中のアンペールの法則"
(積分形)

また、モノポールは物質中でも存在しない

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\int_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\, \boldsymbol{n}(\boldsymbol{r})\, dS = 0$$

かけられた磁場の強さHと磁化Mの関係

$$M = \chi_m H$$ と表す　　実験で計測するとき超便利！

磁化率 … 外場に対する磁気的応答

$\chi_m \gg 0$　強磁性　$(\sim 10^4)$

$\chi_m > 0$　常磁性　$(\sim +10^{-5})$

$\chi_m < 0$　反磁性　$(\sim -10^{-5})$

また、Hの定義式に代入すると

$$B = \mu_0(1+\chi_m)H$$
$$= \mu H$$

$\mu = \mu_0(1+\chi_m)$　**"透磁率"**

外場に対する磁気的応答
物質固有の値

Ex) 鉄芯、モーター、トランス

本日の課題

① 磁気モーメントの起源を古典論に基づいて説明せよ。