

学科 AM 科 学籍番号 8223036 氏名 栗山 淳

問 1. 次の  $\mathbb{R}[x]_2$  のベクトルの組についてベクトルの組の階数  $r$  と  $r$  個の 1 次独立なベクトルの組を 1 つ求め、他のベクトルをこれらのベクトルの 1 次結合で表せ.

$$\begin{cases} f_1(x) = 1 + 2x - x^2, \\ f_2(x) = 2 + 4x - 2x^2, \\ f_3(x) = 1 + 3x + x^2, \\ f_4(x) = 2 + 5x, \\ f_5(x) = x + 2x^2 \end{cases}$$

$$(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5) \text{ of } (1, x, x^2) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ とする} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ とする.}$$

A を簡約化する

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank } A = 2 \text{ である} \quad \underline{r=2}$$

1 次独立な  $f_1$  と  $f_3$  ,

$$\begin{aligned} f_2 &= 2f_1 \\ f_4 &= f_2 + f_3 \\ f_5 &= f_3 - f_1 \end{aligned}$$