天文学　課題

8223036　栗山淳

1. (a)衛星 Europa のデータより

比例定数 C は次のように求まる

$$C=\frac{P^2}{a^3}=\frac{(3.551)^2}{(6.709\times10^5)^3}=\frac{12.609601}{301976658829000000}\approx4.175687\times10^{-17}$$

(b)Io について

$$C=\frac{(1.769)^2}{(4.216\times10^5)^3}\approx4.175936\times10^{-17}$$

Ganymede について

$$C=\frac{(7.155)^2}{(1.070\times10^5)^3}\approx4.17895739\times10^{-17}$$

Callisto について

$$C=\frac{(16.69)^2}{(1.883\times10^6)^3}\approx4.17216728\times10^{-17}$$

よってこれらの衛星もケプラー第 3 の法則に従っている。

(c)衛星の質量をm、半径を r 、速度を v とすると

$\mathrm{P}=\frac{2\pi r}{v},\frac{mv^2}{r}=G\frac{Mm}{r^2}$より

$$\left(\frac{2\pi r}{v}\right)^2=C\times r^3$$

$$C=\frac{4\pi^2}{rv^2}=4\pi^2\times\frac{1}{GM}$$

$$\therefore C=\frac{4\pi^2}{GM}$$

$G=6.6743\times10^{-11},C=4.17\times10^{-17}$より

$$M=\frac{4\pi^2}{CG}$$

$$\therefore M=\frac{4\pi^2}{6.6743\times10^{-11}\times4.17\times10^{-17}}=\frac{4\pi^2}{27.831831}\times10^{28}\approx1.418\times10^{28}[kg]$$

2.(a)1g の水素は$4\times\frac{1}{6.693\times10^{-27}}=5.97639324\times10^{-28}$個であることが分かる。

水素原子 4 つからヘリウム原子 1 つが作られるのでヘリウムは$\frac{1}{6.693\times10^{-27}}$個作られることが分かる。

よって質量の変化△mは次のようになる

$$\triangle m = 1 - 6.645 \times 10^{-27} \times \frac{1}{6.693 \times 10^{-27}} = 7.17167 \times 10^{-3}$$

よって$\triangle E = 7.17167 \times 10^{-3} \times (3.0 \times 10^{8})^2 = 6.454503 \times 10^{14}[J]$

(b)太陽の持っているエネルギーは

$$E = 6.455 \times 10^{14} \times 2 \times 10^{30} \times \frac{3}{4} \times 10^{3} = 9.6825 \times 10^{47}[J]$$

よって太陽の寿命は次のようになる

$$\frac{9.6825 \times 10^{47}}{4 \times 10^{26}} = 2.420625 \times 10^{21}[s] = 7.676 \times 10^{13}[yr]$$

$$\because (1[yr] = 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 3.1536 \times 10^{7}[s])$$

3.(a)等円運動している物体の質量を m とする。

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}$$

$$\therefore M = \frac{rv^2}{G}$$

このことから、M は r と比例の関係にある。

(b)銀河系の質量を M とすると平均質量密度 D は

$$D = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

(a) より、$M = \frac{rv^2}{G}$なので

$$D = \frac{3v^2}{4\pi G r^2}$$

よって、D はr^2に反比例している。

(c)　(a)より

$$M = \frac{rv^2}{G}$$

$$G = 6.6743 \times 10^{-11}\text{より}$$

$$M = \frac{3.0 \times 10^{5} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3.0 \times 10^{8} \times (220 \times 10^{3})^2}{6.6743 \times 10^{-11}} = 2.0582 \times 10^{42}$$

よって$\frac{M}{2 \times 10^{30}} = 1.029 \times 10^{12}$[倍]

(d)　(c)より

$$1.029 \times 10^{12} - 10^{11} = 9.29 \times 10^{11}\text{[倍]}$$

星やガスに比べて 10 倍くらい大きい。

4(a)球の質量をm、銀河 A の質量を M とすると、銀河 A がこの級の外側に脱出できる速度 vは次のようになる

$$G\frac{mM}{r^2} = \mathrm{M}\frac{v^2}{r}$$

ここで$m = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$なので

$$v^2 = \frac{4}{3}\pi r^2 G\rho$$

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}\pi r^2 G\rho}$$

(b) (a)より、

$$\sqrt{\frac{4}{3}\pi r^2 G\rho} < H_0 \times r$$

$$\frac{4}{3}\pi G\rho < {H_0}^2$$

$$\rho < \frac{3{H_0}^2}{4\pi G}$$

よって、この密度は銀河の質量 M、銀河までの距離 r に依らない

(c) $H_0 = 67km/s/Mpc$,$G = 6.6743 \times 10^{-11}$より、

$$\rho = \frac{3{H_0}^2}{4\pi G} = \frac{3}{4\pi} \times \frac{\left(67 \times 10^3 \div (3.0857 \times 10^{22})\right)^2}{6.6743 \times 10^{-11}} = \frac{3}{4\pi} \times \frac{(21.713 \times 10^{-19})^2}{6.6743 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{3}{4\pi} \times \frac{471.46 \times 10^{-38}}{6.6743 \times 10^{-11}} = \frac{1414.4 \times 10^{-38}}{83.872 \times 10^{-11}} = 16.864 \times 10^{-27}$$

$$\approx 1.686 \times 10^{-26}[kg/m^3]$$

$$\frac{1.686 \times 10^{-26}}{1.6 \times 10^{-27}} \approx 10.5[個]$$

よってこれは単位体積あたり水素原子が 10.5 個存在する場合に相当する。

(d) $\rho_1 = \frac{10^{12} \times 2 \times 10^{30}}{(3.0 \times 10^8 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \times 1.5 \times 10^7)^3 \times \frac{4}{3} \times \pi} \approx 1.67 \times 10^{-26}[kg/m^3]$

(e) (d).(c)より$\rho > \rho_1$より、収縮している。