最終課題

2023年12月19日　13:14

1

(1)

角運動量 $\vec{L}$ は 質点が原点Oの周りを回転する場合の「勢い」に相当する量を、質点の位置ベクトル r と 運動量ベクトル p の外積によって定義されたものである。

原点周りの力のモーメント $\vec{N}$ は次のように定義される

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$

($\vec{r}$: 位置ベクトル , $\vec{F}$: 力)

(力$\vec{F}$を受けて運動量pで運動する質点)

$\vec{L}$ と $\vec{N}$ の間に成立する関係式は

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

(r^{-2})

(2)

$$V_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} - G\frac{Mm}{r}$$

$$F(r) = -\frac{dV_{eff}(r)}{dr} = \frac{L^2}{mr^3} - G\frac{mM}{r^2}$$

惑星に働く力が釣り合うので

$r = r_0$ のとき

$$F(r_0) = 0$$

$$\frac{L^2}{mr_0^3} - G\frac{mM}{r_0^2} = 0$$

$$\frac{L^2}{mr_0^3} = G\frac{mM}{r_0^2}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{Gm^2M}$$

この時の有効ポテンシャル E_0 は

$$E_0 = V_{eff}(r_0) = \frac{L^2}{2mr_0^2} - G\frac{mM}{r_0} = \frac{L^2}{2m} \times \frac{G^2m^4M^2}{L^4} - GmM \times \frac{Gm^2M}{L^2}$$

$$= \frac{G^2m^4M^2}{2mL^2} - \frac{G^2m^3M^2}{L^2}$$

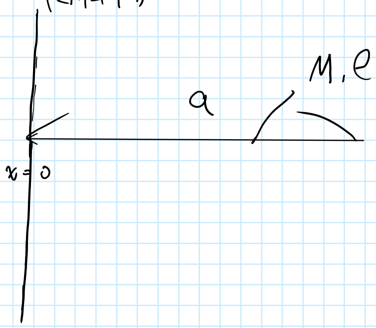
$$= \frac{G^2m^4M^2 - 2G^2m^4M^2}{2mL^2}$$

$$= -\frac{G^2m^4M^2}{2mL^2}$$

$$= -\frac{G^2m^3M^2}{2L^2}$$

(3)

(回転軸)



$\rho = \frac{M}{a}$

慣性モーメント

$$I = \int_V \rho(a) \cdot a^2 \, dV$$

$$= \int_V Ma \, dV$$

$$= \int_0^a Ma \, dV$$

$$= M \left[\frac{1}{2} a^2 \right]_0^a$$

$$= \frac{1}{2} Ma^2$$

2. スライドが見やすかった.