

授業コンテンツを担当教員に無断で他者に
配信することを固く禁じます。

光科学 1

第3回

東京理科大学先進工学部 マテリアル創成工学科
曾我 公平

第2回のまとめ

- 量子

- 運動エネルギー $\varepsilon = h\nu$

- 運動量 $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$

- プランク定数

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

- 共鳴吸収の条件

- $\Delta E = h\nu$

- 様々な電磁波とその用途

第2回の課題

【課題 1】

100 Wの663 nmの光から一秒間に放出される光子の数は何個か計算し、さらに1モルの水にこれを照射したとき、1秒間に水分子が光子を受け取る確率を検討しなさい。ただし、プランク定数は $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ とする。

【課題 2】

594 kHzのAMラジオ、80.0 MHzのFMラジオ、800 MHzの携帯電話、1.70 GHzの携帯電話について、それぞれの波長を光速を $3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$ として求めることにより、影響を受けやすい障害物の大きさを推定しなさい。

第2回の課題

【課題 1】の解答

663 nmの光子1個のエネルギーを求める。

663 nmの光の振動数は

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6.63 \times 10^{-7} \text{m}}$$

その光子のエネルギーは

$$\begin{aligned} \varepsilon = h\nu &= 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times \frac{3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6.63 \times 10^{-7} \text{m}} \\ &= 3.00 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

$$100\text{W} = 100 \frac{\text{J}}{\text{s}} \div \frac{100 \frac{\text{J}}{\text{s}}}{3.00 \times 10^{-19} \text{ J}} = 3.3 \times 10^{20} \frac{\text{個}}{\text{s}}$$

1 mol の水(18 ml)中に 6.02×10^{23} 個の水分子があるので

$$\frac{3.3 \times 10^{20} \frac{\text{個}}{\text{s}}}{6.0 \times 10^{23} \text{個}} = 0.55 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}$$

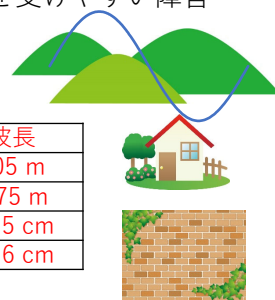
100Wの光を照射しても一秒間に 10^{-3} 個しか光子に遭遇しない。 →量子の世界

第2回の課題

【課題 2】の解答

594 kHzのAMラジオ、80.0 MHzのFMラジオ、800 MHzの携帯電話、1.70 GHzの携帯電話について、それぞれの波長を光速を 3.00×10^8 m/sとして求めることにより、影響を受けやすい障害物の大きさを推定しなさい。

	周波数	Hz	波長m	波長
AMラジオ	594	1.00E+03	5.05E+02	505 m
FMラジオ	80.0	1.00E+06	3.75E+00	3.75 m
800MHz携帯	800	1.00E+06	3.75E-01	37.5 cm
1.7GHz 携帯	1.70	1.00E+09	1.76E-01	17.6 cm



1 - 4. 光と物質の相互作用

- 物質界面で起こる現象
 - 屈折
 - 反射
 - 散乱
- 物質内部で起こる現象
 - 透過
 - 吸収
 - 発光

物質界面で起こる現象 1. 屈折 refraction

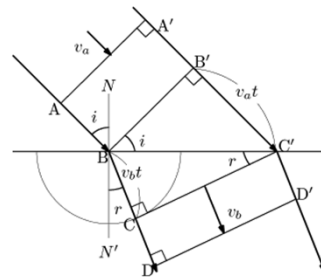
- 物質界面で誘電率が変化→光の速さが変化
- 光の速さと屈折率

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad n = \frac{c_0}{c} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

- 媒質Aでは v_a の速さ、
媒質Bでは v_b の速さ。
- 同じ時間 t の間に進行する距離は、
異なる速さ v_a と v_b に対して

$$\overline{B'C'} = v_a t \neq v_b t = \overline{BC}$$

でなければならず、
光は曲がらざるを得ない。



Water



K. Soga et al. ed., “*Transparency in Biology ~Making Invisible Visible~*”
(Springer, 2021) <https://www.springer.com/jp/book/9789811596261>



Vegetable Oil



K. Soga et al. ed., “*Transparency in Biology ~Making Invisible Visible~*”
(Springer, 2021) <https://www.springer.com/jp/book/9789811596261>



真空における定数：物理定数

- c_0 : 真空中の光速

$$c_0 = 2.998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- ϵ_0 : 真空誘電率

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

- μ_0 : 真空透磁率

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

物質界面で起こる現象 2. 反射 reflection

- 誘電体の反射：屈折率界面での反射
入射角と反射角が等しくなる

$$r_s = t_s - 1 = \frac{\cos\theta_1 - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - \sin^2\theta_1}}{\cos\theta_1 + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - \sin^2\theta_1}}$$

$$r_p = t_p - 1 = \frac{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\cos\theta_1 - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - \sin^2\theta_1}}{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\cos\theta_1 + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) - \sin^2\theta_1}}$$

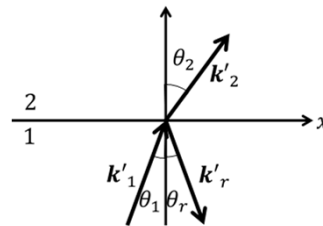


Fig. 1.22 Bending phenomena on the interface of media 1 and 2 with refractive indices n_1 and n_2 , respectively.

物質界面で起こる現象 2. 反射 reflection

導電体の反射：
電荷のキャリアの電磁波への追従振動(ドルーデモデル)

電荷が電場に追随して運動する
→電荷は電場の湧き出し
→同じ速さで運動する電場が生まれる

入射角と反射角が等しくなる
のは、運動量保存則による

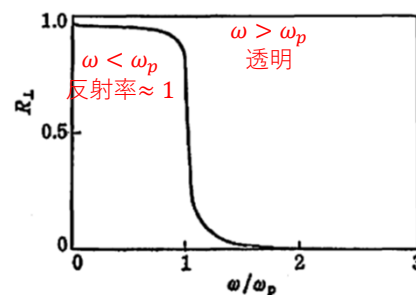


図 2.10 ドルーデモデルで計算した金属の反射スペクトル ($\omega_p \tau = 50$)

物質界面で起こる現象 3. 散乱 scattering

- 波長よりも小さい分極による散乱：レイリー散乱
 - 波長の4乗に反比例 $\propto \lambda^{-4}$
- 波長よりも大きい誘電率の変化：ミー散乱
 - 基本的には屈折現象として理解できる
- 出てくる光の方向がランダムなら散乱と呼ばれる
- 出てくる光の方向が決まって入れば屈折や反射
- マットmatte色の原因：透明じゃない原因

物質界面で起こる現象

- **屈折と反射→像を結ぶ**
 - 角度が決まっている
 - キャリアがない場合
 - 物質中での光の速度の変化 $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$
 - 運動量保存則
 - 電磁波の振動に追従できるキャリアがある(金属など)
 - ドルーでモデル
 - 運動量保存則
- **散乱→マットカラー**
 - 角度はランダム
 - 波長よりも小さい界面：レイリー散乱
 - 波長よりも大きい界面
 - ミー散乱(屈折率変化による)、本質的には屈折率変化による屈折と反射
 - 界面の方向がランダム

物質内部で起こる現象

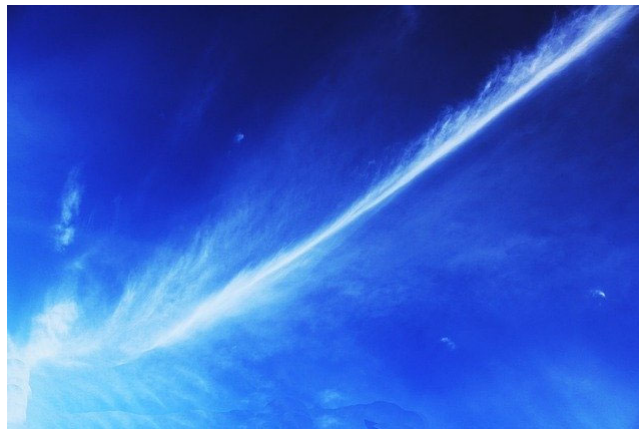
- 透過→速度は誘電率や透磁率によって変化する $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$

$$\epsilon_0: \text{真空誘電率} \quad \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

$$\mu_0: \text{真空透磁率} \quad \mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

- 光吸収 →この授業でさらに詳しく扱う(共鳴吸収)
- 発光 →基本的には共鳴吸収の裏返し

空が青い理由

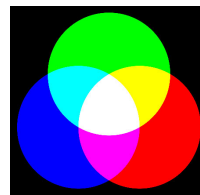
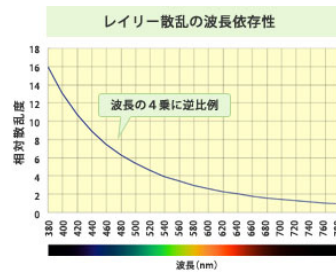


レイリー散乱

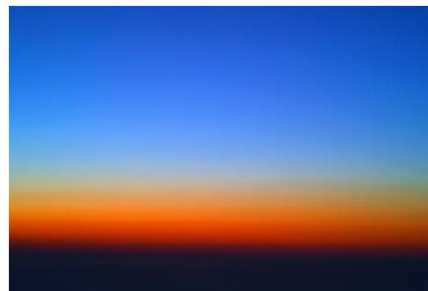
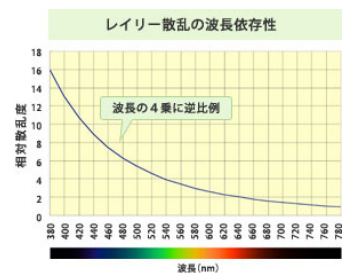
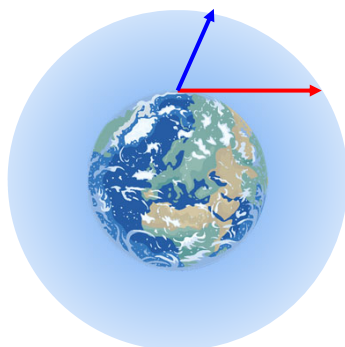
- レイリー散乱の散乱断面積

$$\sigma_s = \frac{2\pi^5}{3} \frac{d^6}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2$$

https://www.ccs-inc.co.jp/guide/column/light_color/vol21.html



夕焼けが赤いのはなぜ？



説明できますか？

- ガラスは透明、瀬戸物は白い

→なぜ？

像を結ぶか結ばないか

散乱の有無

- セラミックス（瀬戸物、チョーク、しっくい、石膏）は白い
- 半導体は黒い

→なぜ？（白い、黒い なぜ？）

吸収の有無

半導体と絶縁体の色

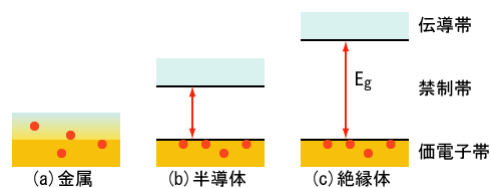
- バンドギャップ(E_g) がおおむね1 eV程度の固体

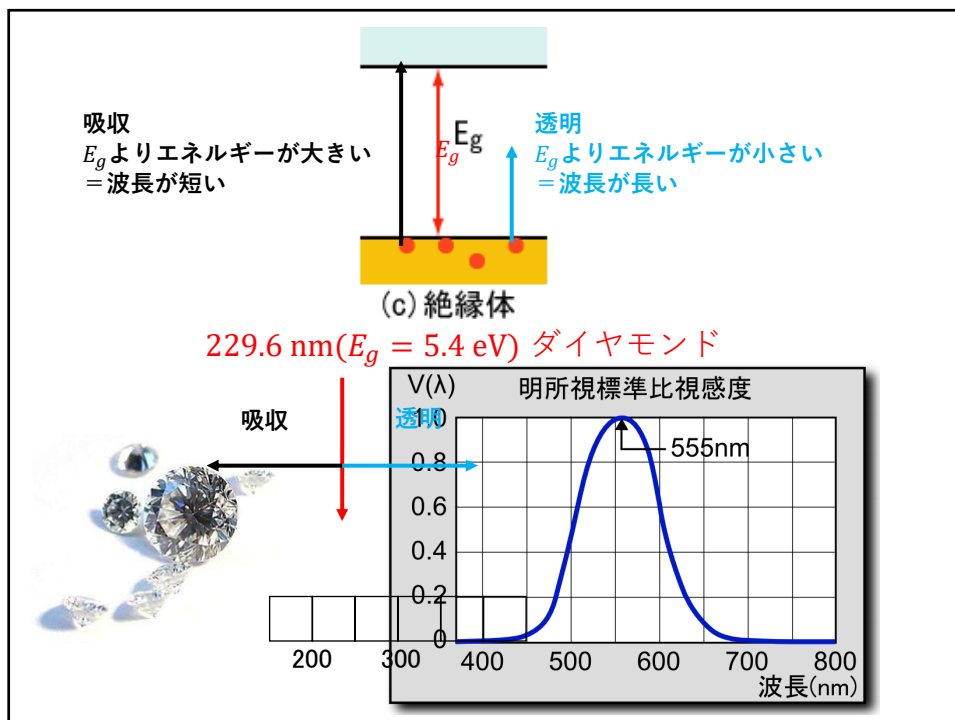
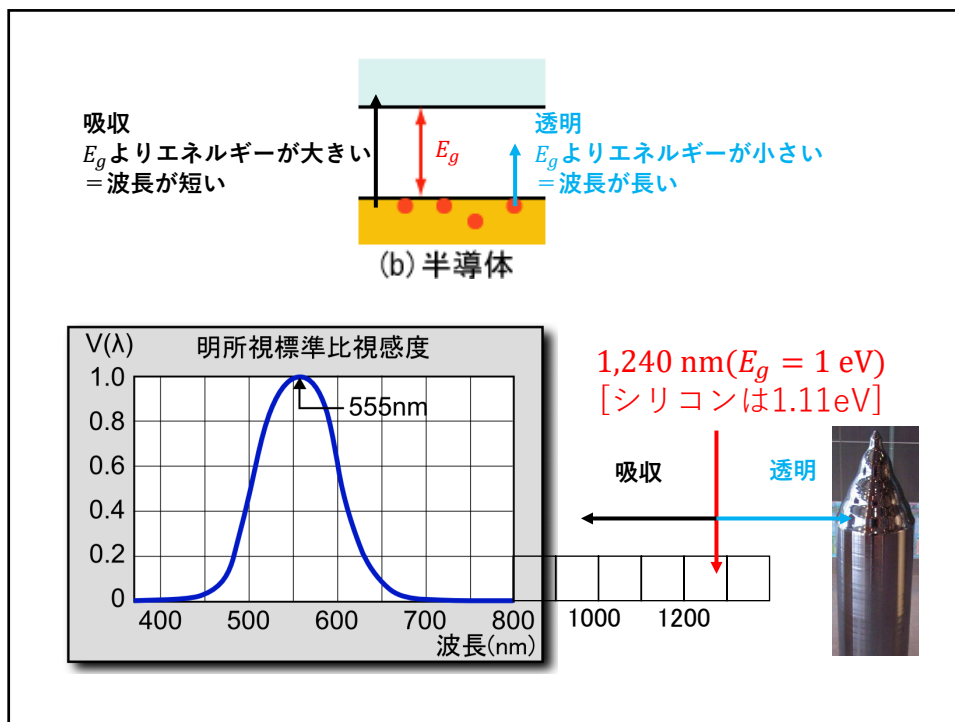
$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} = h\nu$$

$$\nu = \frac{E_g}{h} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}} = 2.418 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2.998 \times 10^8 \text{ m/s}}{2.418 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}} = 1.240 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.240 \text{ } \mu\text{m}$$

$$= 1,240 \text{ nm}$$





半導体のバンドギャップは約1 eV

- 1 eVは室温でどんなエネルギー？
- 「温度」ってななに？

素材	分子記号	バンドギャップ (eV) (302K)
ケイ素	Si	1.11
セレン	Se	1.74
ゲルマニウム	Ge	0.67
二酸化ケイ素	SiO ₂	8.95
ダイヤモンド	C	5.5

Wikipedia「バンドギャップ」による

「温度」ってななに？

- 熱力学温度の定義は、温度(熱) 平衡状態における系の内部エネルギー U を、体積を一定に保ってエントロピー S で偏微分したものである。 by Wikipedia

- エネルギー = 運動エネルギー + ポテンシャルエネルギー

$$\varepsilon = K + V$$

ポテンシャルエネルギー = 相互作用エネルギー

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F$$

- 気体の分子運動論

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

Wikipedia「気体の分子運動論」を見てみよう。

「温度」ってなあに？

- 理想気体の状態方程式：エネルギー保存則

- 相互作用エネルギーがゼロのときに成立する

$$pV = nRT$$

$$pV = p \Delta x = p \Delta x = F \Delta x \quad \text{仕事}$$

$$nRT = n N_A k_B T = n N_A k_B T$$

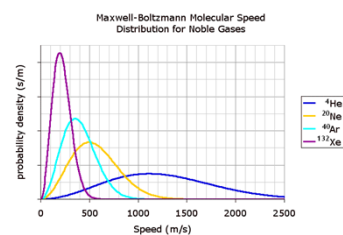
気体分子の数 気体分子1個当たりの運動エネルギー

絶対温度は系の持つ運動エネルギーの平均に比例する。

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

$$S = k_B \ln W$$

- マクスウェル=ボルツマン分布
(Maxwell-Boltzmann distribution)



第1章の要点

- ★光とは電磁波であり、かつ量子であるものである。
- ★波長 λ はエネルギーと反比例する。
- ★振動数 ν 、波数 $\bar{\nu}$ はエネルギーに比例する。
- ★ ΔE のエネルギー差のある準位間の共鳴吸収条件 は $\Delta E = h\nu$ である。
- ★物質界面では屈折、反射、散乱が起きる。
- ★物質内部では透過、光吸収、発光が起きる。
- ★物質内部での光の進行速度は $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ である。

2. スペクトルの要素と強度

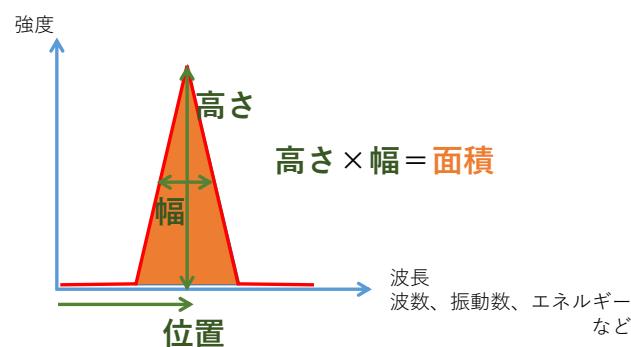
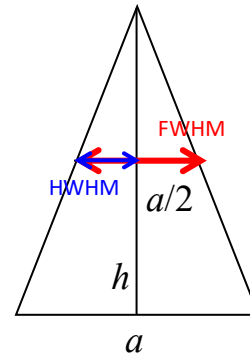
- spectrum 【名】《複》 spectra
 - 《物理》〔電磁波の〕スペクトル◆波長による分布。
 - 《物理》〔原子や素粒子の〕スペクトル◆エネルギーなどによる分布。
 - 《物理》スペクトル図
 - 《化学》〔試料の〕スペクトル◆エネルギーを当てたときの応答の特徴。
 - 《数学》〔線形代数の〕スペクトル
 - 〔政治勢力の〕分布、スペクトラム
 - 〔思想や活動などの〕範囲、領域◆通例、反対の立場の思想や活動は含まない。
 - The spectrum of visible colors is very narrow. : 視認できる色の範囲はとても狭い。
 - 〔抗生物質の〕薬効範囲

分光学 spectroscopy

- 物理的観測量の強度を周波数、エネルギー、時間などの関数として示すスペクトル (spectrum) を得ることで、対象物の定性・定量あるいは物性を調べる学問

2 - 1. スペクトルの要素

- スペクトルの構成要素を還元して整理する
- スペクトルの要素は位置、高さ、幅である。
- 位置：電磁波の共鳴振動数 \propto エネルギー、波数 $= 1 / \text{波長}$
 - 測定の都合から波長を横軸としたものが多いが波長はエネルギーと反比例
 - 物理において意味を持って決定されるのはエネルギー(特に量子力学)
- 幅：分布の広さ
 - 半値半幅 HWHM: half width at half medium $a/4$
 - 半値全幅 FWHM: full width at half medium $a/2$



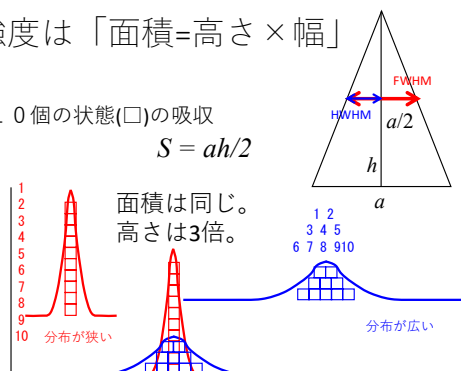
2-2. スペクトルの強度

- スペクトルの強度は**高さではなく面積で考える**。
- 同じ強度でも分布によって高さは異なる。

強度は「面積=高さ×幅」

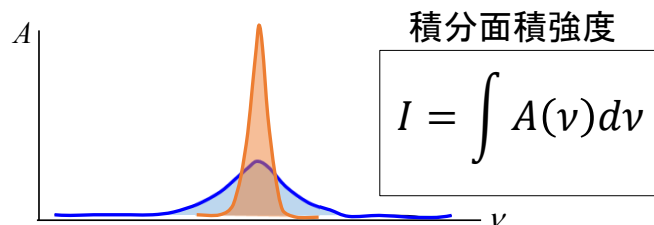
- 10個の状態(□)の吸収

$$S = ah/2$$



2-2. スペクトルの強度

- スペクトルの強度は**高さではなく面積で考える**。
- 同じ強度でも分布によって高さは異なる。



第3回のまとめ

- ★物質界面では屈折、反射、散乱が起きる。
- ★物質内部では透過、光吸収、発光が起きる。
- ★スペクトルの要素は位置、高さ、幅である。
- ★スペクトルの強度は高さではなく面積で考える。

第3回の課題

【課題1】

空はなぜ青いか、夕焼けはなぜ赤いか、海はなぜ青いか、日本語の文章で説明しなさい。

【課題2】

室温(300 K)付近の分子の平均の運動エネルギーを $k_B T$ と近似する。このとき、 $k_B T$ は何eVに相当するかを求め、それを半導体のバンドギャップエネルギー1 eVと比較しなさい。さらにそのエネルギーを持つ光子の波長を見積もりなさい。

【課題3】

一枚あたり10%の光を吸収する厚さ5 mmの平板状の吸収体が3枚ある。これらの試料を3枚重ね、試料に垂直に光を照射する。光散乱や界面での反射が無視できるとして次の問いに答えよ。

- (1) 光が入射した際に、1枚目の吸収体は入射光の何%の光を吸収するか？
- (2) 光が入射した際に、2枚目の吸収体は入射光の何%の光を吸収するか？
- (3) 光が入射した際に、3枚目の吸収体は入射光の何%の光を吸収するか？

授業課題の解答と提出方法

- LETUS上の課題のMS-Wordファイルをダウンロードし、**PDFに変換して**LETUSで期限までに提出してください。
- 必要に応じて数式エディタを用いてください。
 - 使い方はMS-Wordの「ヘルプ」タブで
？アイコンをクリックして「数式」のキーワードで検索してください。