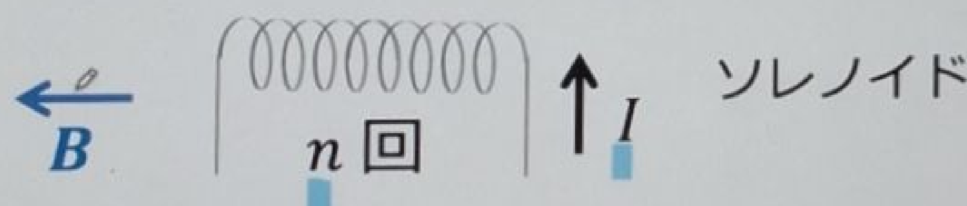
材料の物理2
（電磁気学）

第六回：アンペールの法則を理解する

電流が作る磁場

おさらい2
（高校物理）

$\boldsymbol{B} = \mu_0 n I$　右ネジの法則　一般化 → 磁場の本質



おさらい2
（大学物理）

ビオ・サバールの法則

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3}$$

静磁場　（磁場についてのガウス則）

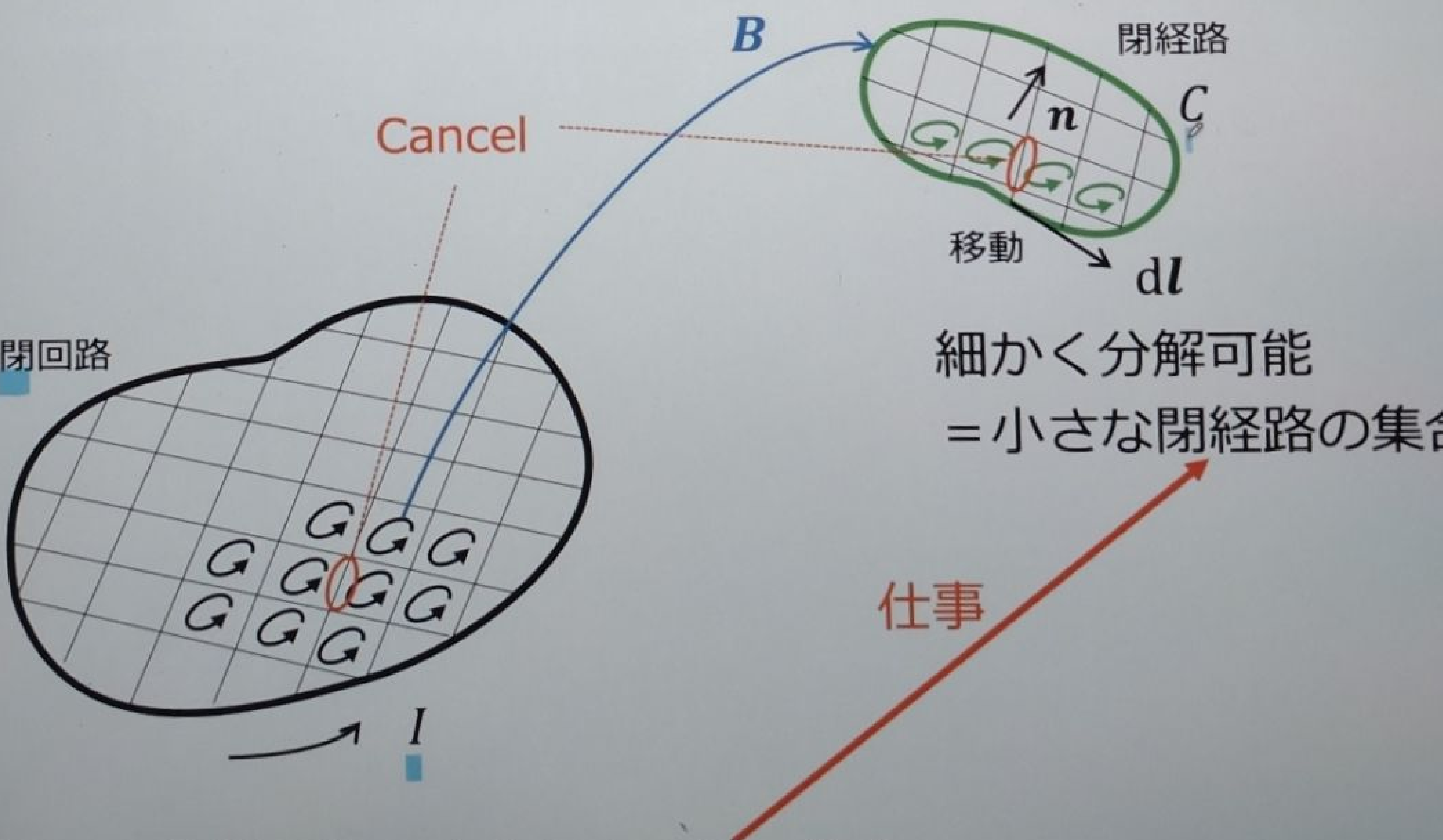
$$\int_S \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{n} \cdot dS = 0$$　積分形

わき出しなし

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$　微分形

いまま任意のコイル(閉回路)が磁場を発生している。

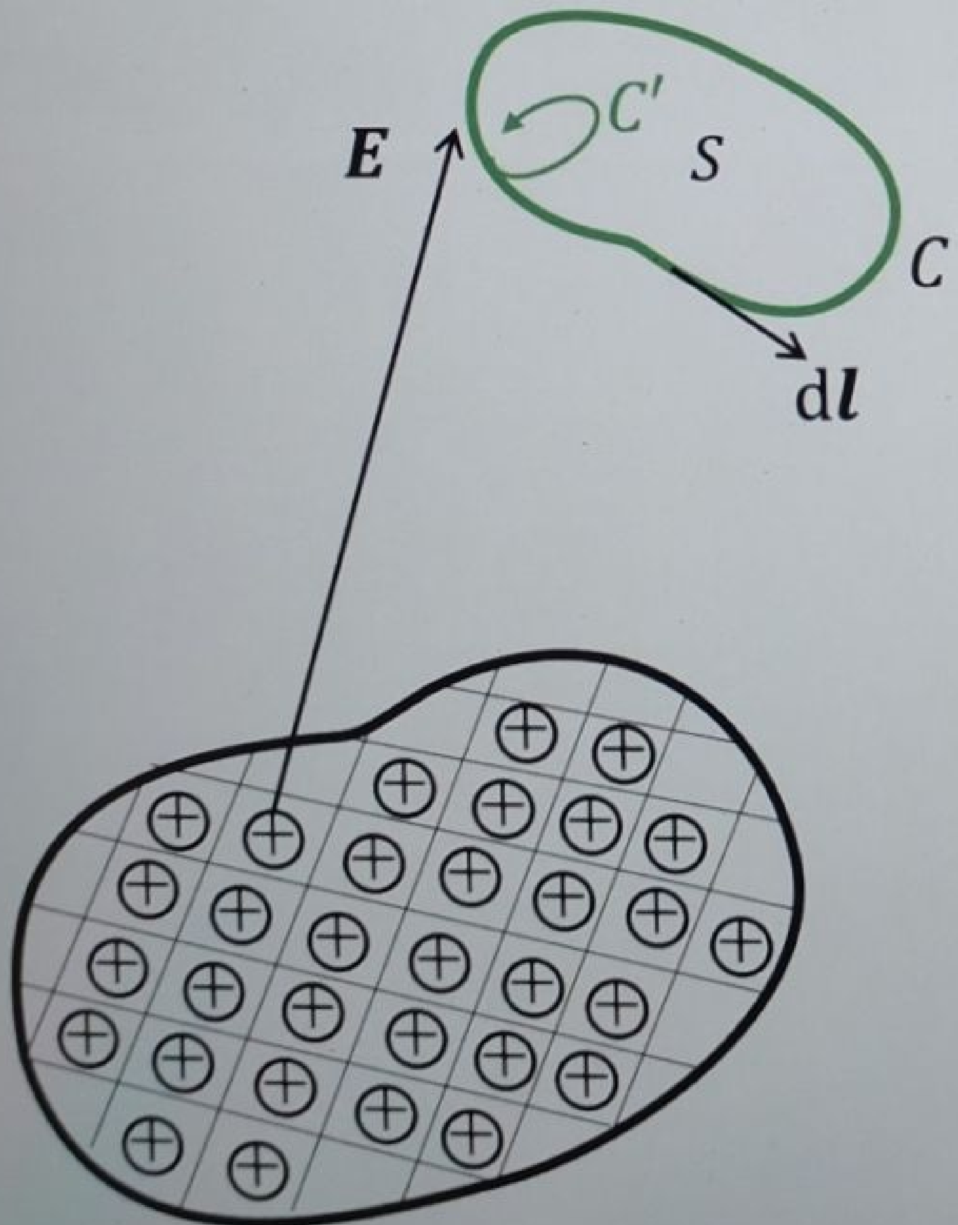
Q:　任意の閉経路に沿って移動したときの仕事は？



細かく分解可能
＝小さな閉経路の集合

細かく分解可能＝小さなdipoleの集合

静電場の場合は？



閉経路に沿った仕事は？

$$\int_C \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{n}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

ストークスの定理
線積分を面積分にする

電場は渦無し（回転はゼロ）なので

$$(\nabla\times\boldsymbol{E}) = 0$$

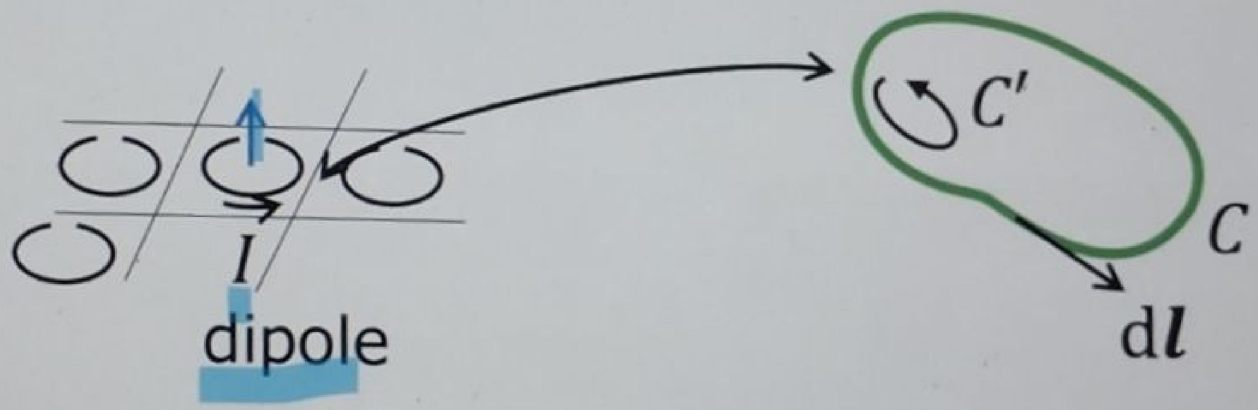
よって

$$\int_C \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$$

元のポテンシャルに戻るので**仕事はゼロ**

静磁場の場合は？

・完全に分離しているとき



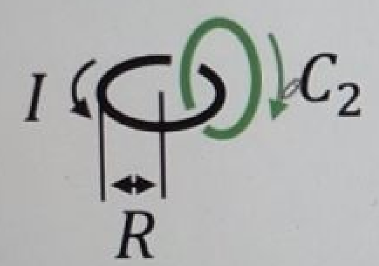
どんな経路でも**仕事はゼロ**

$$\int_C \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$$

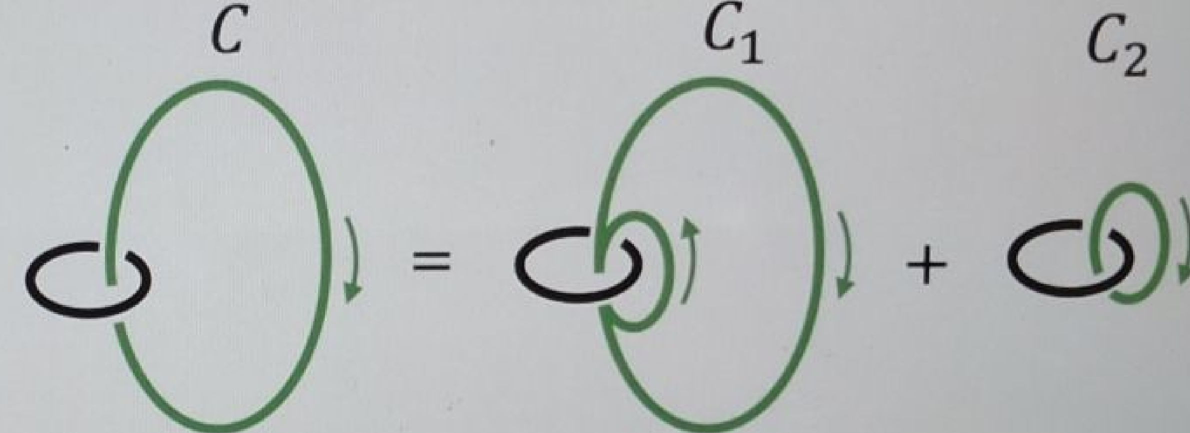
考え方は同じ

静磁場の場合は？

・分離していないとき



$\longrightarrow$
拡張



$$\int_{C_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \neq 0$$

任意の経路に拡張 可

(7.38)式より $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ を代入

$$\int_{C_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

$$\int_{C} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \underbrace{\int_{C_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}}_{=0} + \int_{C_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 I$$

経路によらず同じ値

磁場を経路に沿って積分 ＝ 経路をつきぬける電流の和（積分）

磁場を経路に沿って積分 = 経路をつきぬける電流の和（積分）

$$\int_C \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} d_i I_i \qquad d_i = \begin{cases} +1 & \text{右} \\ -1 & \text{左} \end{cases}$$

符号は定義

積分

$$\int_C \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \int_S \boldsymbol{i}\cdot \boldsymbol{n}\cdot \mathrm{d}S$$

積分形のアンペールの法則

ストークスの定理より

$$\int_C \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla\times\boldsymbol{B})\cdot \boldsymbol{n}\cdot \mathrm{d}S$$

これより

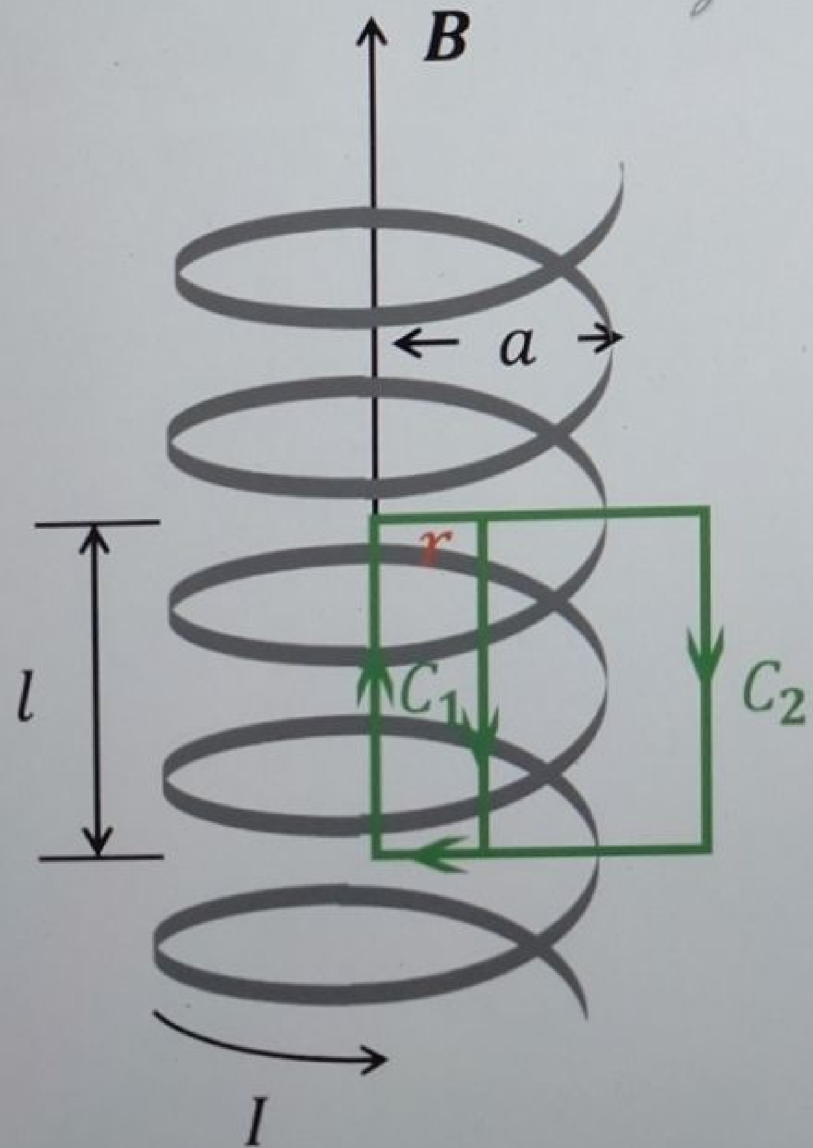
$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{i}$$

微分形のアンペールの法則

磁場の渦を発生させるには必ず電流が必要

例題3

ソレノイド



$r < a$ の場合　経路 C_1 に電流は貫かない

$$\int_{C_1} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B(0)l - B(r)l = 0$$

ソレノイド内部の磁場は

$$B(r) = B(0) = \mu_0 nI$$

$r > a$ の場合　経路 C_2 に電流は貫く

$$\int_{C_2} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = B(0)l - B(r)l = \mu_0 nIl$$

$B(0) = \mu_0 nI$ より

$$B(r) = \mu_0 nIl - \mu_0 nIl$$

$$= 0$$

ソレノイドの外部の磁場はゼロ

まとめ（静磁場）

	＜積分形＞	＜微分形＞
アンペールの法則	$\int_C \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 I$	$\nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{i}$
磁場のガウスの法則	$\int_C \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S = 0$	$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$

課題

①　教科書p135の演習問題4，5を回答せよ