

# 材料の物理2 (電磁気学)

第九回：インダクタンス (Inductance)

講義動画



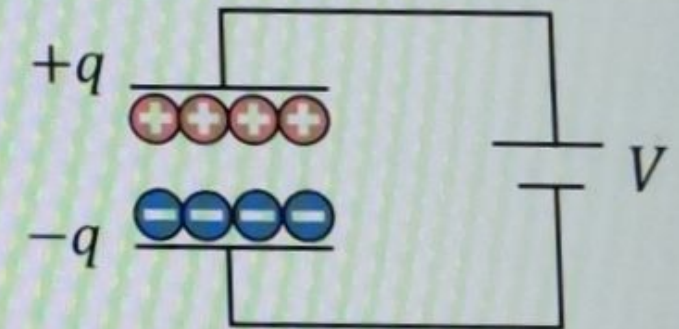
# インダクタンス：コイルの特性を決める定数

## おさらい

電場 コンデンサー

電気容量  $C = \frac{q}{V}$

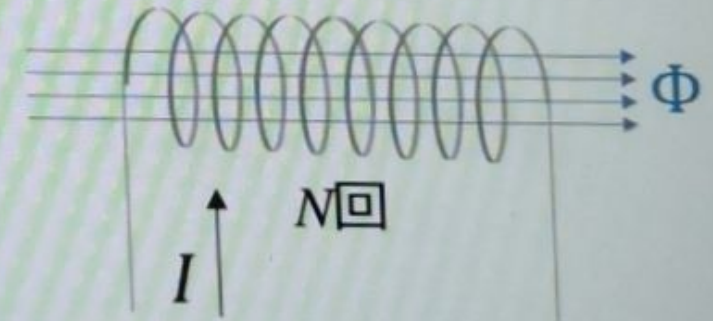
電圧に対して貯められる電荷の量



磁場

コイル  
ソレノイド

自己インダクタンス  $L = ?$



## 自己インダクタンス $L$

定義

$$L = \frac{\Phi N}{I}$$

$\Phi$ : 磁束密度  
 $N$ : 全巻き数  
 $I$ : 電流

電流に対して発生させられる磁束の本数

コイルの能力を表す指標

単位 H (ヘンリー)  $1H = 1T \cdot m^2/A = 1V \cdot s/A$

(1秒間に1A変化する電流が1Vの起電力を発生)



便利に使うために変形する。

$$B = \mu_0 n I \quad \text{であった} \quad \left( n \text{ は単位長さ当たりの巻き数} = \frac{N}{l} \right)$$

コイルの断面積を  $S$  とすると

$$\Phi = BS \quad \text{より}$$

$$L = \frac{BSnl}{I} = \mu_0 n^2 S l$$

**コイルの形状のみによって決まる定数**



## 自己インダクタンスと回路の電流

コイルの起電力は

$$\phi_{em} = -N \frac{d\Phi}{dt} \text{ であった} \quad (N \text{ は巻き数})$$

自己インダクタンスの定義より

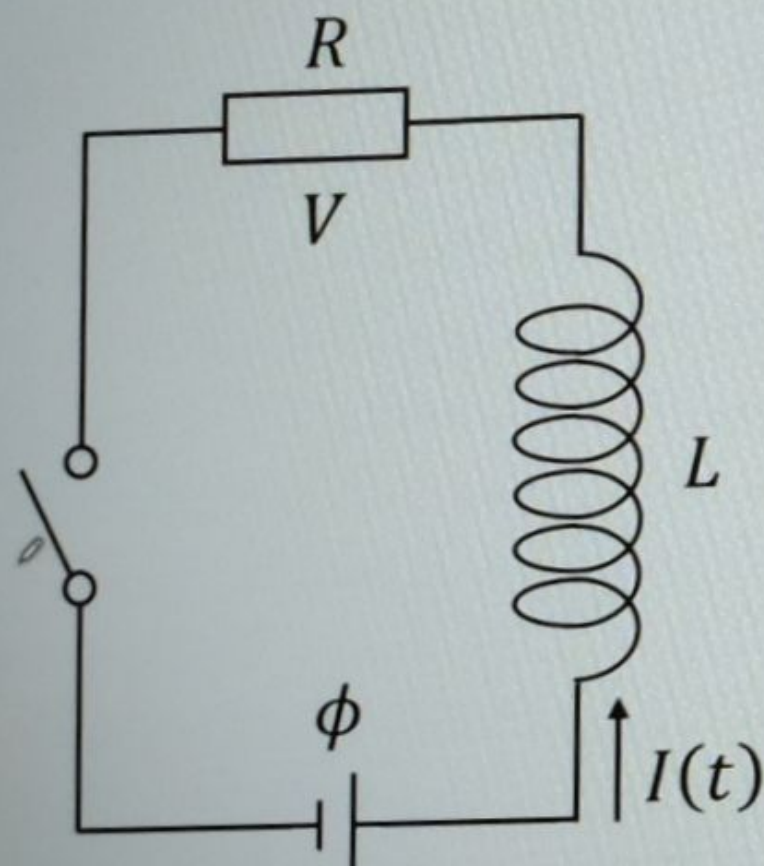
$$N\Phi = LI \quad \text{を代入}$$

$$\phi_{em} = \ominus L \frac{dI(t)}{dt}$$

**起電力は自己インダクタンスに比例し、  
電流変化と逆向きに働く**



## コイルを含む回路 (RL回路)



RL回路

抵抗間の電圧

$$V = \phi - L \frac{dI}{dt}$$

コイルの起電力

オームの法則より

$$V = RI = \phi - L \frac{dI}{dt}$$

整理すると

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\phi}{L}$$

Iの微分方程式

解くと

$$I(t) = \frac{\phi}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

ラプラス変換  
(応用数学2)



解)

I を時間に依存する項  $I_1$  としない項  $I_0$  に分けて考える。

$$I(t) = I_0 + I_1(t)$$

元の式に代入

$$\begin{cases} \frac{dI_1(t)}{dt} + \frac{R}{L}I_1(t) = 0 \\ \frac{R}{L}I_0 = \frac{\phi}{L} \end{cases} \longrightarrow I_0 = \frac{\phi}{R} \quad \text{が得られる。}$$

$I_1(t)$  の一般解は  $I_1(t) = ae^{-bt}$  で与えられる。(a, bは定数)

代入して確認しよう

代入すると  $-ab \cdot e^{-bt} + \frac{R}{L}ae^{-bt} = 0$

$$b = \frac{R}{L} \quad \text{となる。}$$

これより

$$I(t) = a \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\phi}{R} \quad \text{となる。}$$

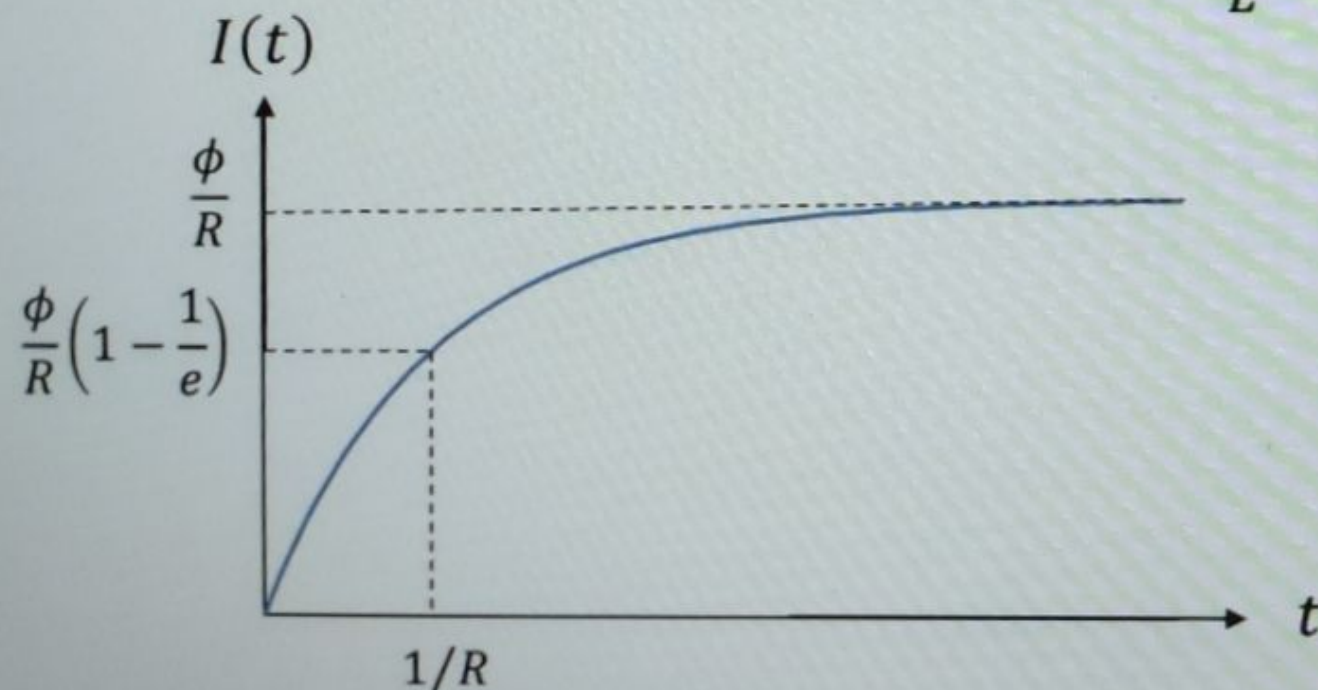


初期条件として  $t = 0$  で  $I = 0$  とすると

$$a = -\frac{\phi}{R} \quad \text{が求まり}$$

$$I(t) = \frac{\phi}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \text{が得られる。}$$

(  $\frac{R}{L} = \tau$  時定数、緩和時間という )





# 静磁場のエネルギー

## 静電場

## 静磁場

エネルギー密度

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

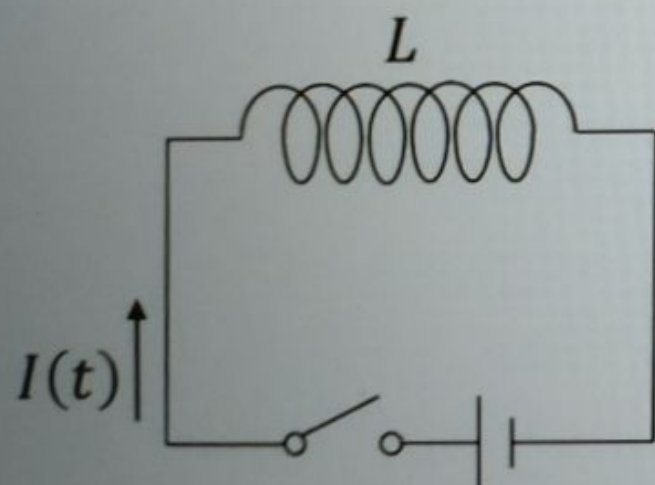
 $u_m =$ 

?

ソレノイドに蓄えられるエネルギーを考える

(コイルの抵抗は無視)

必要な電位差は

 $t = 0 \rightarrow t$  までにコイルにされた仕事は

$$\phi(t) = L \frac{dI(t)}{dt}$$

 $\Delta t$  間に移動する電荷は

$$\Delta q = I(t) \Delta t$$

電源がする仕事は

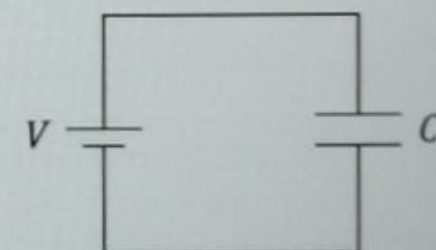
$$\Delta W = \phi(t) I(t) \Delta t$$

$$W = \int_0^t \phi(t) I(t) dt$$

$$= L \int_0^t \frac{dI(t)}{dt} I(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} L I^2 (= U_m)$$

静磁場のエネルギー



$$u_e = \frac{1}{2} C V^2$$

コンデンサの  
静電エネルギー

対応



また、ソレノイドの自己インダクタンス  $L = \mu_0 n^2 S l$  より

$$U_m = \frac{\mu_0}{2} n^2 I^2 S l \quad \text{となる}$$

コイルの磁場  $B = \mu_0 n I$  より

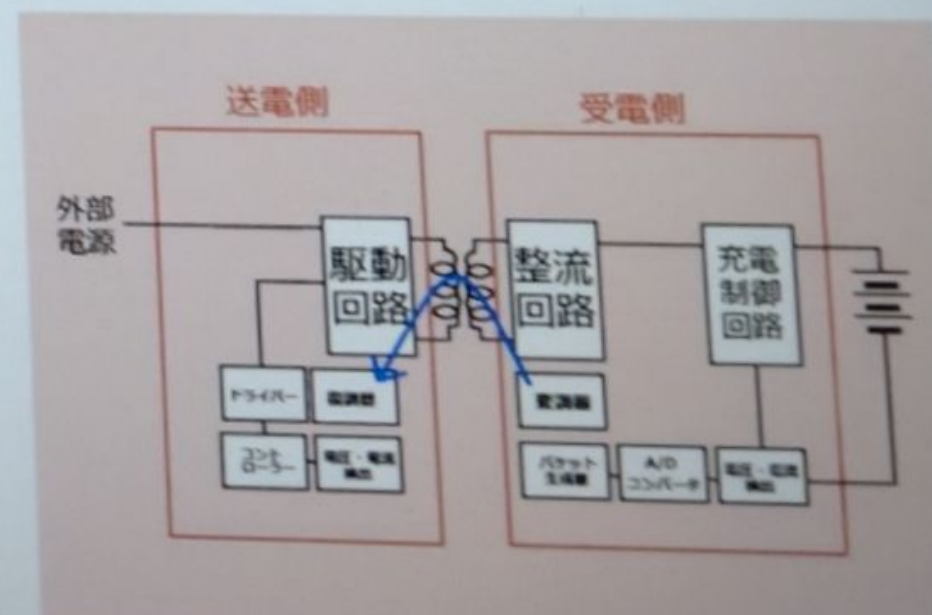
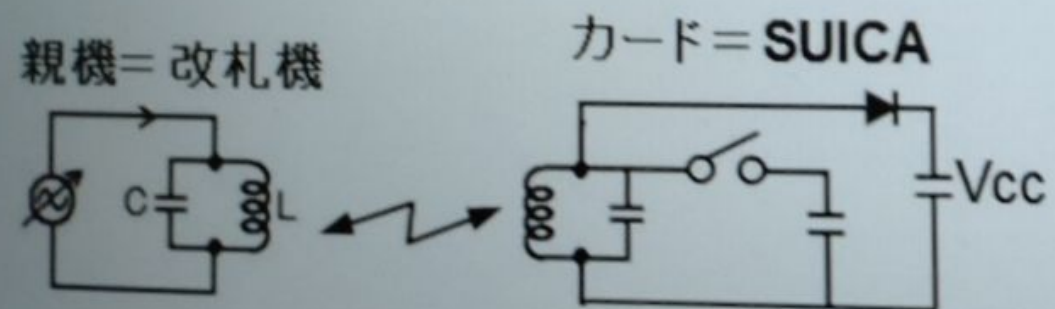
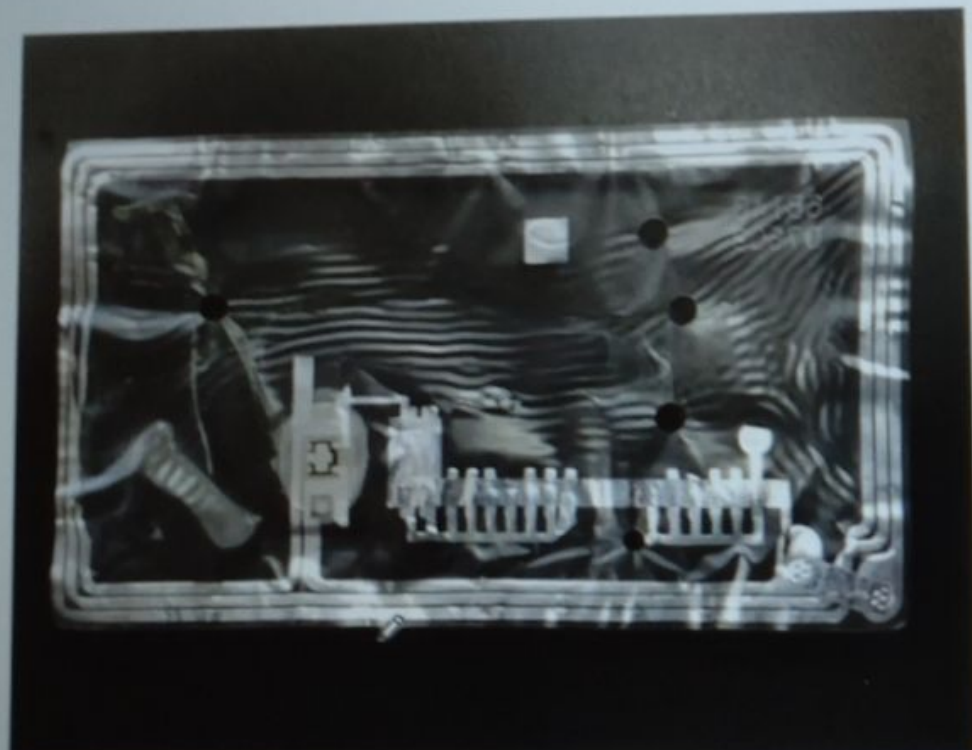
$$U_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V$$

単位体積で規格化

$$U_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

**静磁場のエネルギー密度**







## 本日の課題（探索的課題）

Youtubeの“Man Solves Global Chip Shortage In 99 Seconds”  
(99秒で世界の半導体不足を解決する男)は  
半導体プロセスのジョーク動画である。

<https://www.youtube.com/watch?v=vuvckBQ1bME>

演者が行っているプロセスの誤りを指摘し、  
実際の半導体で行われている正しいプロセスを調査して説明せよ。  
1～19のいずれかがかまいません。



How to make a CPU from scratch (any% speedrun glitchless):

- 1) Get a rock.
- 2) Smash the rock.
- 3) Now you have 98% concentrated silicon dioxide. Purify it to 99.9% pure silicon dioxide.
- 4) Purify it further to 99.9999999% polysilicon metal.
- 5) Put the polysilicon ingots into a crucible.
- 6) Heat the silicon ingots to 1698 ° K.
- 7) Take a small seed monocrystal and dip it into the vat of molten silicon.
- 8) Slowly pull the crystal out as it cools.
- 9) Now, you've a monocrystal of pure silicon. Cut it into thin slices.
- 10) Now, you've got pristine freshly-cut silicon wafers. Optionally, dope them with Boron, Phosphorus or another dopant.
- 11) Put photoresist on the wafer.
- 12) Take a chromium-etched photo-lithographic quartz mask with your desired circuit pattern and shine a laser beam through it to project the circuit pattern onto the wafer.
- 13) The locations of the shadows produced by the photo-mask will control where the photo-resist is chemically changed on the surface of the silicon wafer (depending on whether you used positive or negative photoresist).
- 14) Now, develop the photoresist.
- 15) Acid etch the exposed parts of the wafer.
- 16) Perform countless iterations and repetitions of homo-epitaxy, hetero-epitaxy, pseudo-epitaxy, diffusion doping, copper interconnect layers, chemical mechanical polishing, photoresist applications, acid etching, and photomask exposing to build up the desired features on the wafer.
- 17) Now you've got a finished silicon wafer. Cut it into pieces.
- 18) Now you've got un-packaged silicon dies. Locate the pads on the silicon chip, and attach bond wires, or use the flip-chip method as is done now for most modern processors.
- 19) Use the bond wires or solder balls to provide an electrical connection between the pins on the chip package, and the pads on the silicon die.