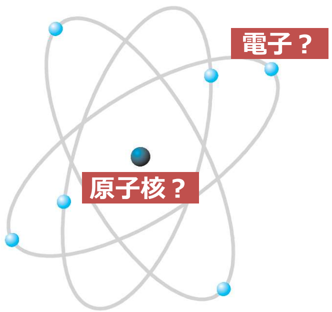
（第4講）
水素原子の構造と性質

教養教育研究院
秋山　好嗣

131

原子の構造と性質

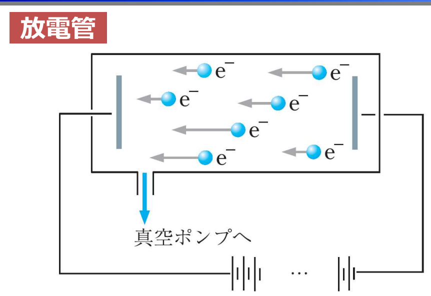
肉眼で見ることができない原子の構造はどうなっているか。



原子の中心部に正の電荷をもった原子核があり、
そのまわりを負の電荷をもつ電子が回転している…
これは原子の本当の姿であろうか？

132

電子の発見



■電極の材質や封入した気体の種類に関係しない
　=>負電荷をもったものは、電荷と質量の比が一定

■電荷の質量（電気素量 *e*）：1.6 x 10^{-19} C
(1909年 ミリカン)

133

ヘリウム原子の構造

$^{4}_{2}\mathrm{He}$

X：元素記号
A：質量数＝陽子数(Z)＋中性子数
Z：原子番号＝陽子数(Z)

粒子	電荷	質量(g)	質量比
陽子	+e	1.678×10^{-27}	1837
中性子	0	1.675×10^{-27}	1840
電子	-e	9.109×10^{-31}	1

e：電気素量 1.6022×10^{-19} C (電荷の最小単位)

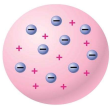
電子の質量は、非常に小さい。

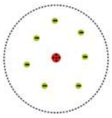
134

原子の構造に迫った人物

トムソン (1856-1940)
電子の発見者

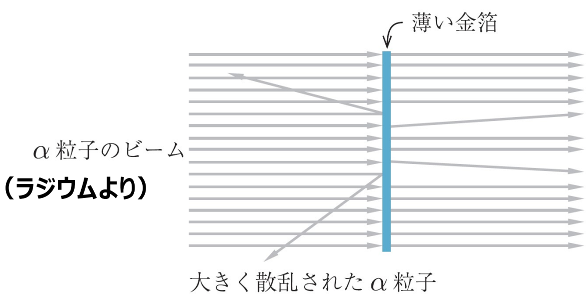
ラザフォード (1871-1937)
α線の発見者





135

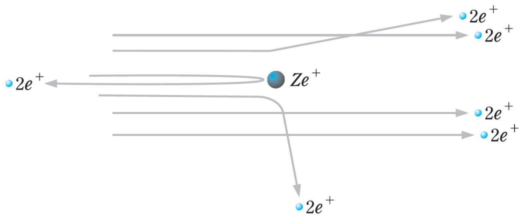
α粒子の散乱



電極の材質や封入した気体の種類に関係しない

136

なぜα粒子は散乱するのか



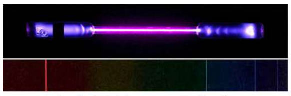
約8000個のアルファ粒子のうち1つの軌道が90度以上それる後方散乱であった
=>トムソンの原子構造では、説明できない。

ラザフォードの結論：
原子内の正電荷がごく小さい領域に集中している、つまり原子核が存在すると推論

137

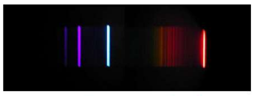
水素原子から出る光

放電管に水素ガスを入れて電子をぶつけると赤紫に近い色が見える(左図)



水素原子スペクトル
理科ねっとわーくより引用

分光

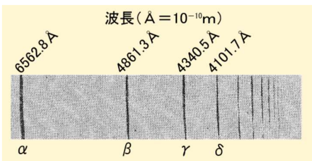


線スペクトル

プリズムに導いて分光すると特定の波長をもつ光の集まり（線スペクトル）が得られる

138

水素原子のスペクトル



目で見て操作する「分子の世界」より引用

$$\upsilon = 3.29 \times 10^{15}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_1^2}\right) \mathrm{S}^{-1} \quad (n_1 > 2)$$

$$\Rightarrow \quad \upsilon = 3.29 \times 10^{15}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \mathrm{S}^{-1} \quad (n_1 < n_2)$$

なぜこの式にたどり着くのか？

139

バルマー系列

J.J.バルマー (1825-1898)
スイスの物理学者

$$\lambda = 364.56 \times 10^{-9}\left(\frac{n^2}{n^2 - 4}\right)\ \mathrm{m} \qquad n = 3, 4, 5\cdots$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{C_o} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

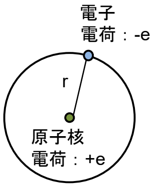
R_H: 1.096776 x 10^7 m^{-1}
リュードベリ定数 ($n_1 < n_2$)

実験結果により、この式にたどりついたが、なぜこの式になるのか当時は誰もわからなかった

140

ボーアの原子モデル

N. H. D. ボーア(1885-1962)
デンマークの物理学者

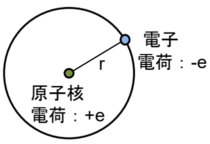


- **原子核の周りを電子が回っている**
- **電子は一定の半径を持つ円軌道を回っている**
- **電子の角運動量はh/2πの整数倍(n)の値しかとれない**

「量子化されている」
その値を量子、nを量子数と呼ぶ

141

ボーアの仮定



$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$m_e v r = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\text{半径}\ r_n = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\right) \times n^2 \quad (n = 1, 2, 3\ldots)$$

e_0 ：真空中の誘電率
m_e ：電子の質量
h ：プランク定数
e ：電子の電荷

n = 1の時をボーア半径(a_0)という。電子軌道の半径は最小、最安定よって、電子は通常a_0で運動している。

142

例題

ボーア半径(a_0)を求めなさい（有効数字4桁）

$$\text{半径}\, r_n = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\right) \times n^2$$

n=1がボーア半径より

$$r_1 = a_0 = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}\right) = 5.2917 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

↑3.1416

$$= 0.05292\ \text{nm}$$

ε_0 ：真空中の誘電率 (8.8542 x 10^{-12} C^2/Nm^2)
m_e：電子の質量 (9.1095 x 10^{-31} kg)
h ：プランク定数 (6.6262 x 10^{-34} Js)
e ：電子の電荷 (1.6022 x 10^{-19} C)

1J = 1kg・m^2・s^{-2}
1N = 1kg・m・s^{-2}
(1J = 1N・m)

143

$F = ma = k\frac{e_1 e_2}{r^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e_1\cdot e_2}{r^2} = \frac{1}{\boxed{4\pi r^2}}\cdot\boxed{\frac{1}{\varepsilon_0}}\cdot\frac{e^2}{r^2}$

表面積

電圧 V

mgh

e 電場 (E) r

n=2

E

電圧

n=1

$U = \int F dr \int = k\frac{e^2}{r^2}dr = -k\frac{e^2}{r}$

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$N = \frac{C^2}{m^2\cdot\varepsilon_0} \Leftrightarrow \varepsilon_0 = C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$

水素原子の軌道電子のエネルギー

電子の運動エネルギーU_k： $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$

電子の位置エネルギーU_p： $QE = -e \times V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

水素原子の軌道電子の全エネルギー：

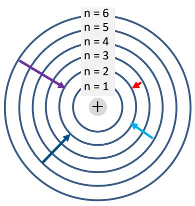
$$E_n = U_k + U_p = -\left(\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) \times \frac{1}{n^2}$$

$(n = 1, 2, 3\ldots)$

144

電子のエネルギー状態

バルマー系列
n = 2 に遷移



外的刺激により、電子がn>1の高いエネルギー状態になったとする
励起状態

安定になりたがる

（安定な基底状態に近づく）

n = 1: ライマン系列
n = 3: パッシェン系列
n = 4: ブラケット系列

高いエネルギー － 低いエネルギー ＝ エネルギー差（ΔE）
光となって放射

そのエネルギー差によって、光の色が変わる

145

エネルギー順位E_nの関係式

n = n_1の軌道からn = n_2の軌道へ飛び移る時のエネルギー差 ΔE

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \times \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = h\nu \qquad (n_2 > n_1)$$

λ：波長，ν：振動数，c_0：真空中の光速度

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8c_0\varepsilon_0^2 h^3} \times \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \qquad \left(\lambda = \frac{c_0}{\nu} \right)$$

146

リュードベリ定数R_Hの算出

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8c_0\varepsilon_0^2 h^3} \times \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \qquad (n_2 > n_1)$$

$$R = \frac{m_e e^4}{8c_0\varepsilon_0^2 h^3} = 1.09737 \times 10^7 \, \mathrm{m}^{-1}$$

リュードベリ定数R_Hに相当

(R_H: 1.096776 x 10^7 m^{-1})

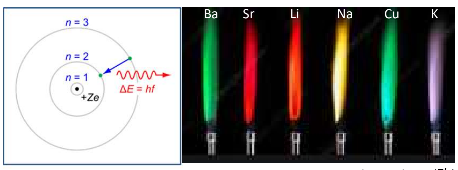
この値は水素原子の線スペクトルから導き出された実験値と一致することから、ボーアの理論は後に学ぶ量子化学の先駆的な理論である

147

炎色反応

炎色反応：

熱という外的刺激よって生じる発光



Science Photo Library(改)

熱エネルギーによって外殻へ励起した電子が基底状態へ戻る際に生じる発光が炎色反応である

148

演習１

原子を球状と考えて次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.141とする。

この原子の直径を1.000^{-10} m,とすると、この原子の密度を$kg \cdot m^{-3}$および$g \cdot cm^{-3}$の単位で表しなさい。ただし、この原子の質量は1u (= 1.66054×10^{-27} kg)とする。

密度 ＝ 質量/体積より

$$\frac{\text{原子の質量} = 1\ \mathrm{u} = 1.66054 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}}{\text{原子の体積} = 4\pi\ (5.000 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})^3/3}$$

$= 3.175 \times 10^{3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

$= 3.175\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$

149

演習2

測定値に関する以下の計算を有効桁数に注意して行いなさい。

(a) (20.3 m)(33.77 m) = 685.531 m^2 = 686 m^2

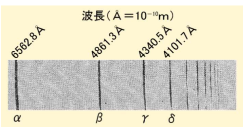
(b) 1025 km/3.6 x 10^2 s = 2.847 km s^{-1} = 2.8 km s^{-1}

(c) 102 g + 23.2 g − 0.88 g = 124.32 g = 124 g

150

演習3

波長λ= 656 nmの光の振動数uを求めよ。光の速度（C_0 = 2.998×10^8 m/s）と波長（λ）、振動数（ u ）の関係式 $C_0 = \lambda \cdot u$を使いなさい。



(υ) = $(2.998 \times 10^8\ \mathrm{ms^{-1}})/(656 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})$

$= 4.5701 \times 10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$

$= 4.57 \times 10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$

151

演習４

波長λ= 600 nmの光子1個のエネルギー$h\nu$は何Jか求めなさい。

$h\upsilon = hc/\lambda$

$=(6.626\ 10^{-34}\ \mathrm{Js})(2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}})/(600 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})$

$= 3.31 \times 10^{-19}\mathrm{J}$

152

演習5

次の式を用いて、ライマン系列の長波長側のスペクトル3本の波長（単位はnm）をそれぞれ計算しなさい（有効数字３桁）。

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\upsilon}{C_o} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

R_H: 1.096776 x 10^7 m^{-1}
リュードベリ定数 ($n_1 < n_2$)

ライマン系列はn ＝ 1に遷移する系列なので長波長側のn ＝ 2, 3, 4からそれぞれn ＝ 1に遷移するときの波長を計算すればよい。

$n_1 = 1, n_2 = 2$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H} \times \frac{4}{3} = 122\ \mathrm{nm}$$

$n_1 = 1, n_2 = 3$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H} \times \frac{9}{8} = 103\ \mathrm{nm}$$

$n_1 = 1, n_2 = 4$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H} \times \frac{16}{15} = 97.3\ \mathrm{nm}$$

153

演習6

電磁波を照射することによって電子を原子や分子から飛び出させることができる。水素原子から電子を取り去るには、波長何nmの電磁波が必要か。下の式から計算しなさい。また、そのエネルギーをeV単位で求めなさい(有効数字３桁)。

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

R_H: 1.096776 x 10^7 m^{-1}
リュードベリ定数 ($n_1 < n_2$)

電子を飛び出させる：
基底状態にいる電子(n_1 ＝ 1)を原子核からとにかく離す(n_2 ＝ ∞)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)$$

$$\lambda = \frac{1}{R_H} = 91.2 \times 10^{-9}\ \mathrm{m} = 91.2\ \mathrm{nm}$$

E = hc/λ より

$$= \frac{6.626 \times 10^{-34}\mathrm{Js} \times 2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}}}{91.2 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}}$$

$= 2.17 \times 10^{-18}\mathrm{J}$ (1J = 6.242×10^{18} eV)

$= 13.6$ eV

154