/30

2022 年度中間試験

学籍番号： f223036 **氏名：** 栗山 淳

次の設問 1 ~5 に答えなさい。

1. 酸素は 3 つの同位体（^{16}O, ^{17}O, ^{18}O）から成り立っている。3 つの同位体の存在割合は、それぞれ $^{16}O=99.762$, $^{17}O=0.038$, $^{18}O=0.200$ である。このとき酸素の原子量を有効数字 5 桁で求めなさい。ただし、各同位体の質量は、$^{12}C=12$ を基準として、それぞれ $^{16}O=15.995$, $^{17}O=16.999$, $^{18}O=17.999$ とする。

$$15.995 \times \frac{99.762}{100} + 16.999 \times \frac{0.038}{100} + 17.999 \times \frac{0.200}{100}$$

$$= 15.9569319 + 0.00645962 + 0.035998$$

$$= 15.9993\cancel{8451}$$

$$\fallingdotseq 15.999$$

2. ボーアが仮定した①式をド・ブロイの関係式（$\lambda = h/mV$）などを用いて導出しなさい。なお、①式では質量を m とし、残りの省略文字は講義資料の定義に準ずるものとする。

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad ①$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$2\pi r = n\lambda$ より $\lambda = \frac{2\pi r}{n}$ これを $\lambda = \frac{h}{mv}$ に代入して

$$\frac{h}{mv} = \frac{2\pi r}{n} \Leftrightarrow \frac{nh}{2\pi} = mvr$$

3. 質量 m の電子に電圧 V をかけると加速された電子の速度が v になった。このとき、以下の問い 3.1 と 3.2 に答えなさい。

3.1 電磁波の波長 λ を求める式をド・ブロイの関係式を用いて導出しなさい。ただし、電子の位置エネルギーQE は eV とする。

$$eV = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = \frac{2eV}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m}\sqrt{\frac{m}{2eV}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

3.2 加速電圧が 300k eV の電子銃から出てくる電子線（線状の電子の流れ）の波長（pm）を有効数字 5 桁で求めなさい。なお、途中の計算過程を示し、各省略記号は講義資料に準ずるものとする。また、必要であれば 1 eV = 1.6022×10^{-19} J, 1J = 1 kgm^2s^{-2}, 1J = 1 CV, h = 6.6261×10^{-34} Js, m = 9.1094×10^{-31}kg を用いなさい。

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{6.6261\times10^{-34}}{\sqrt{2\times9.1094\times10^{-31}\times1.6022\times10^{-19}\times300000}}$$

$$= \frac{6.6261\times10^{-34}}{2.95923105\times10^{-22}}$$

$$= 2.2391\cancel{28}\cdots\times10^{-12}$$

$$\fallingdotseq 2.2391\times10^{-12}\,m$$

2.2391 pm

2022 年度中間試験

学籍番号： 8223036 **氏名：** 乗山 淳

※裏面にも学籍番号と氏名を記入すること

4　以下の問い 4.1 と 4.2 に答えなさい。省略記号はすべて講義資料に準ずるものとする。

4.1　ハイゼンベルグの不確定性原理について②式を用いて説明しなさい。

$$\Delta E \cdot \Delta t \geqq \frac{1}{2\pi} h \qquad ②$$

4.2　量子化学では、エネルギーE が時間に依存しない定常状態を取り扱う。定常状態では時間に対してエネルギーE が一定で③式が成り立つとき、$\hat{H}\,\Psi(r,\,t) = E\,\Psi(r,t)$は時間に依存しない$\hat{H}\,\phi(r) = E\,\phi(r)$で記述できることを論じなさい。なお、各省略記号は講義資料に準ずるものとする。

$$\frac{ih}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t) = E\Psi(r,t) \qquad ③$$

5.　1 次元の井戸の中を運動する質量 m の粒子における 1 次元の波動方程式は④式のように表せることを 3 次元の波動方程式から導きなさい。なお、省略記号はすべて講義資料に準ずるものとし、3 次元の波動方程式は⑤式で示されるものとする。

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 m^2 v^2}{h^2}\varphi(x) \qquad ④$$

$$\left(-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\nabla^2 + U_p(x,y,z)\right)\varphi(x,y,z) = E\varphi(x,y,z) \qquad ⑤$$