

科目名	量子力学	対象		学部 研究科		学科 専攻科		学籍 番号		評点
2023年 8月 3日 (木) 2 時限				担当		学年		氏名		
試験 時間	60 分	注意 事項	1.筆記用具以外持込不可 2.下記のみ参照・持込可 関数電卓							

以下の各問いに答えなさい。導出過程を必ず記すこと。必要に応じ、次の数値、公式、関係式を用いよ。 $h=6.63\times 10^{-34}$  Js,  $\hbar=1.06\times 10^{-34}$  Js,  $c=3.00\times 10^8$  m/s,  $m_e=9.11\times 10^{-31}$  kg,  $m_p=1.67\times 10^{-27}$  kg,  $k_B=1.38\times 10^{-23}$  J/K,  $N_A=6.02\times 10^{23}$  /mol,  $E_n=(n+1/2)\hbar\omega$ ,  $1\text{ eV}=1.60\times 10^{-19}$  J,  $E_l=l(l+1)\hbar^2/2I$ ,  $\hat{p}_x=-i\hbar\frac{d}{dx}$ ,

$p=\frac{h}{\lambda}$       ボーア半径:  $a_0=\frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$

- 1 室温における  $N_2$  分子の二乗平均速度を求めよう。以下の問いに答えよ。ただし、N の原子量を 14 とする。
- (1)  $N_2$  分子の質量(kg)はいくらか。
- (2) 室温(300 K)における  $N_2$  分子の運動エネルギー(J)の平均値はいくらか。
- (3) 室温(300 K)における  $N_2$  分子の二乗平均速度(m/s)はいくらか。

- 2 電子レンジ内で 2.45 GHz(=  $2.45\times 10^9$  Hz)の電磁波が出力 1000 W で放射されている。このとき、以下の問いに答えよ。
- (1) 放射される光子のエネルギーは何 eV か。
- (2) 1 秒間に放射される光子の数はいくらか。

- 3 長さ  $L$  のリング上の粒子の基本解は  $\Psi(x)=Ce^{ikx}$  ( $C$ :複素数) の形で与えられる。以下の問いに答えよ。
- (1)  $k$  の取り得る値を求めよ。 $n$  などの文字を使用する場合はその取り得る値を示すこと。
- (2) エネルギー固有値を求めよ。ただし、運動エネルギー演算子は  $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$  で与えられる。
- (3) 規格化因子  $C$  を求めよ。

$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{2n\pi}{L}$   
 $2mE = \frac{4n^2\pi^2\hbar^2}{L^2}$

- 4  $H_2O$  分子の振動を考える。ただし、O 原子は重く、動かないものとする。また、O-H 結合の力の定数を 500 N/m、H 原子の質量を  $1.67\times 10^{-27}$  kg とする。以下の各問いに答えなさい。
- (1) 振動エネルギーの間隔 (eV) はいくらか。
- (2) 室温(300K)における  $N_1/N_0$  を求めよ。なお、 $N_n$  は第  $n$  励起状態にある分子数を表す。
- (3)  $H_2O$  分子が吸収する光の波長を求めよ。

- 5  $N_2$  分子の回転を考える。N の原子量を 14、結合距離を 110 pm (=  $110\times 10^{-12}$  m) として以下の問いに答えよ。
- (1) 換算質量を kg 単位で求めよ。
- (2) 慣性モーメント ( $kg\cdot m^2$ ) を求めよ。
- (3) 温度  $T$  における  $N_l/N_0$  を  $E_l$ 、 $l$  を用いて表せ。なお、 $E_l$ 、 $N_l$  は第  $l$  励起状態のエネルギーと分子数を表す。
- (4) 室温(300K)における  $N_5/N_0$  を求めよ。

- 6 水素原子中の一電子固有状態は  $|nlm\rangle$  で表される。この状態について以下の問いに答えよ。また、ハミルトニアンは  $\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ 、エネルギー固有値は  $E_n=-\frac{me^4Z^2}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2n^2}$  で与えられる。

- (1) 量子数  $m$  の取り得る値とその個数を答えよ。
- (2)  $|nlm\rangle$  が満たす量子数  $m$  に関する固有値方程式を書け。演算子を定義して用いること。
- (3)  $|nlm\rangle$  が満たす量子数  $l$  に関する固有値方程式を書け。演算子を定義して用いること。
- (4) ヘルマン-フайンマンの定理  $\frac{dE(\lambda)}{d\lambda}=\left\langle \Psi_\lambda \left| \frac{d\hat{H}(\lambda)}{d\lambda} \right| \Psi_\lambda \right\rangle$  を用いて、 $\frac{1}{r}$  の期待値  $\langle nlm | \frac{1}{r} | nlm \rangle$  を求めよ。

解をボーア半径  $a_0$  を用いて表せ。