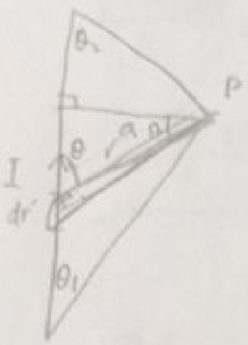
材料の物理 2023

[1]

(1)



~~ビオ・サバールの法則より~~

$$\cancel{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{dr' \times (r - r')}{|r - r'|^3}}$$

$$\cancel{= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{1}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^2} dr'}$$

$$\cancel{= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{\cos^2\theta}{a^2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{r\sin\theta dr}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin\theta}{r^2} dr$$

ビオ・サバールの法則より

$$B = \int_C dB$$

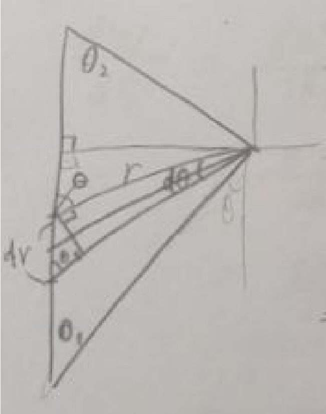
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_C \frac{\sin\theta}{r^2} dr$$

$(dr\sin\theta = r d\theta)$

$\left(r = \frac{a}{\sin\theta}\right)$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{\sin\theta}{r^2} \frac{r}{\sin\theta} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2} \frac{1}{r} d\theta$$



$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2} \frac{\sin\theta}{a} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\frac{-\cos\theta}{a}\right]_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}$$

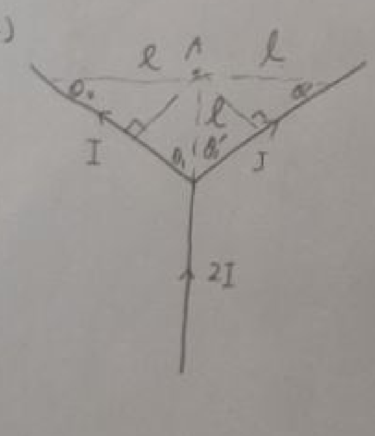
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(-\frac{\cos(\pi-\theta_2)}{a} - \frac{-\cos\theta_1}{a}\right)$$

$r\sin\theta = a$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{\cos\theta_2}{a} + \frac{\cos\theta_1}{a}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

(2)



2Iの電流が流れているところによっては

点Aは磁場を受けない

$(\sin\theta = 0)$

右側の電流によって点Aが受ける磁場は(1)の式を利用すると次のように表すことができる。

$\theta_1 = 45°$, $\theta_2 = 0°$, $a = \frac{l}{\sqrt{2}}$

$$B_{右} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)}(\cos 45° + \cos 0°)$$

$$= \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi l}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi l}(1 + \sqrt{2})$$

左側の電流によって点Aが受ける磁場は(1)の式を利用すると次のように表すことができる。

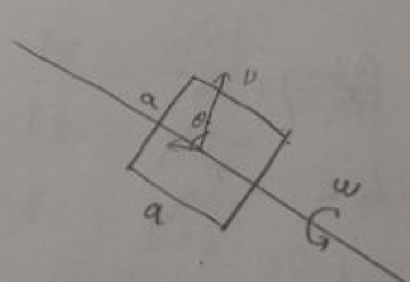
$\theta_1 = 45°$, $\theta_2 = 0$, $a = \frac{l}{\sqrt{2}}$

$$B_{左} = \frac{\mu_0 I}{4\pi l}(1 + \sqrt{2})$$

よって、それぞれの磁場を合わせると点Aにかかる磁場は次のように表せる

$$B = B_{右} - B_{左} = 0$$

[2]



(1)

$$\Phi = B \cdot n$$

$$= Ba^2\cos\theta$$

磁束密度より

ある面での磁力線の本数

(2)

$$\phi_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = Ba^2\omega\sin\theta \quad \left(\frac{d\theta}{dt} = \omega\right)$$

(3)

$$I = \frac{\phi_{em}}{R} = \frac{Ba^2\omega\sin\theta}{R}$$

(4)

$$J = IV = I\phi_{em} = \frac{B^2a^4\omega^2\sin^2\theta}{R}$$

(5)

$N = ISnB$

回路にかかるトルクは
回路の面積と磁場および
電流の積に比例する.

$= \frac{Ba^2\omega\sin\theta}{R} \times a^2 \times \sin\theta B$

$= \frac{B^2a^4\omega\sin^2\theta}{R}$

(6)

$1-2\sin^2\theta = \cos2\theta$

$$W = \int_0^\theta N\,d\theta$$

$$= \frac{B^2a^4\omega}{R}\int_0^\theta \sin^2\theta\,d\theta$$

$$= \frac{B^2a^4\omega}{2R}\int_0^\theta (1-\cos2\theta)\,d\theta$$

$$= \frac{B^2a^4\omega}{2R}\left[\theta - \frac{1}{2}\sin2\theta\right]_0^\theta$$

$$= \frac{B^2a^4\omega}{2R}\left(\theta - \frac{1}{2}\sin2\theta\right)$$

(7)

$$\frac{dW}{dt} = \frac{B^2a^4\omega}{2R}\left(\omega - \cos2\theta\cdot2\omega\right)$$

$$= \frac{B^2a^4\omega}{2R}\left(\omega - \cancel{2}\omega\cos2\theta\right)$$

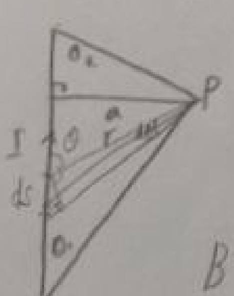
$$= \frac{B^2a^4\omega^2}{2R}\left(1-\cos2\theta\right)$$

2022年

IV × ds

[1]

(1)



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\times\frac{r\sin\theta\,ds}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{\sin\theta}{r^2}ds$$

$$B = \int dB = \int\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{\sin\theta}{r^2}ds$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\sin\theta}{r^2}ds \qquad \begin{pmatrix} ds\sin\theta = r\,d\theta \\ r\sin\theta = a \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\sin\theta}{r^2}\cdot\frac{r}{\sin\theta}d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{1}{r}d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\sin\theta}{a}d\theta$$

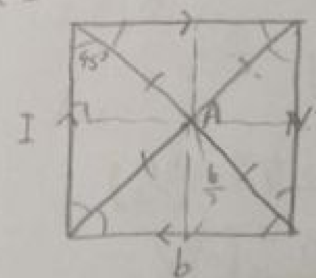
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}\frac{\sin\theta}{a}d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[-\frac{\cos\theta}{a}\right]_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(-\frac{\cos(\pi-\theta_2)}{a} + \frac{\cos\theta_1}{a}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_2 + \cos\theta_1\right)$$

(2)



上側の電流によって点Aが受ける磁場は
(1)の式を利用すると次のようになる

$\theta_1 = 45°$, $\theta_2 = 45°$, $a = \frac{b}{2}$

$$B_{上} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)}\left(\cos45° + \cos45°\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi b}$$

同様にして、右側、左側、下側の磁場をすべて求めると
次のようになる

$$B_{右} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi b}$$

$$B_{左} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi b}$$

$$B_{下} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi b}$$

よって点Aが受ける磁場は 向きが ⊗

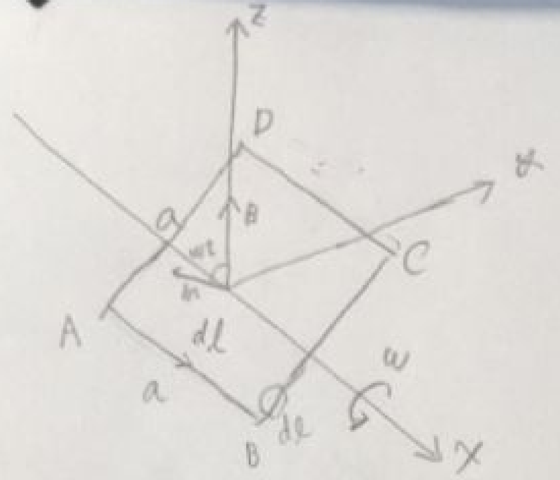
$$B = B_{上} + B_{下} + B_{右} + B_{左} = \frac{4\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi b}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi b}$$

2

(1)



$\mathbb{B} = (0, 0, B)$

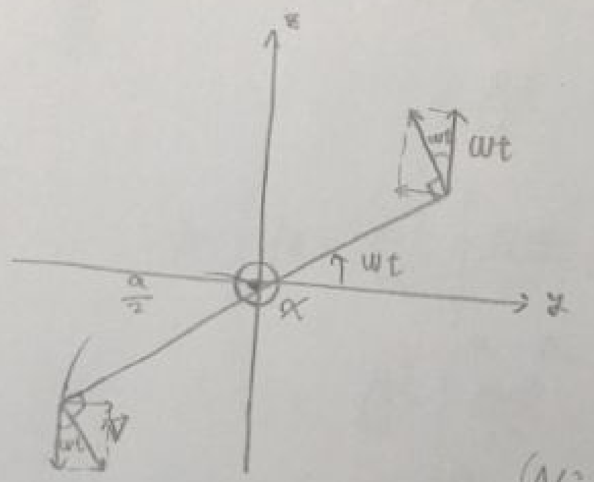
$\Phi = \int B \cdot n\, dS = B\cos\omega t \times a^2$

$= \underline{Ba^2 \cos\omega t}$

(2)

$\phi_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = \underline{Ba^2 \omega \sin\omega t}$

(3)



$(v = r\omega)$

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ とする.

dl は x 軸まわりに回転するため $v_x = 0$

$v_y = (\frac{a}{2}\omega\sin\omega t) = \frac{a}{2}\omega\sin\omega t$

$v_z = -\frac{a}{2}\omega\cos\omega t$.

したがって

$\vec{v} = (0, \frac{a}{2}\omega\sin\omega t, -\frac{a}{2}\omega\cos\omega t)$

(4)

$\mathbb{E} = \vec{v} \times \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{a}{2}\omega\sin\omega t \\ -\frac{a}{2}\omega\cos t \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} \frac{a}{2}B\omega\sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(5)

$\vec{dl} = (dl, 0, 0)$ であるから.

$\vec{dl}$ に生じる起電力は

$\vec{E}\cdot\vec{dl} = \vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{dl}$

$= \begin{pmatrix} \frac{a}{2}B\omega\sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dl \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$= \frac{a}{2}B\omega\sin\omega t\, dl$

したがって

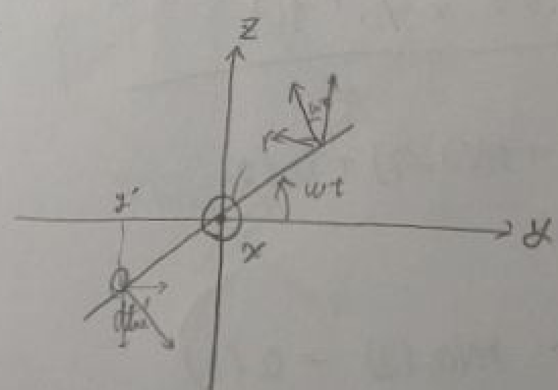
$\phi_{AB} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{a}{2}B\omega\sin\omega t\, dl$

$= \left[\frac{a}{2}B\omega l \sin\omega t\right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}$

$= \frac{a}{2}B\omega\sin\omega t\left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\right)$

$= \underline{\frac{a^2}{2}B\omega\sin\omega t}$

(6)



辺 BC における微小切片 dl の x 軸からの距離を r とすると

$\mathbb{V}(r) = (0, -r\omega\sin\omega t, r\omega\cos\omega t)$

(7)

$E = \mathbb{V} \times \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -r\omega\sin\omega t \\ r\omega\cos\omega t \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -r\omega B\sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(8) $\vec{dl} = (0, dl\cos\omega t, dl\sin\omega t)$

よって $d\vec{l}$ に生じる起電力は

$\vec{E} \times d\vec{l} = \begin{pmatrix} -r\omega B\sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ dl\cos\omega t \\ dl\sin\omega t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\phi_{BC} = \int_{-\frac{a}{2}} \vec{E}\times d\vec{l}$

$= \underline{0}$

(4) 同様に行うと

$\phi_{AD} = \phi_{BC} = 0$

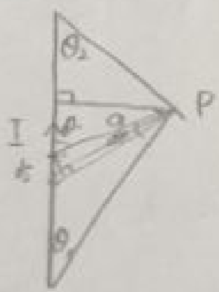
$\phi_{AB} = \phi_{CD} = \frac{a^2\omega B}{2}\sin\omega t$

$\phi_{em} = \phi_{AB} + \phi_{CD} + \phi_{AD} + \phi_{BC} = \underline{a^2\omega B\sin\omega t}$

2021年 過去問

III

(1)



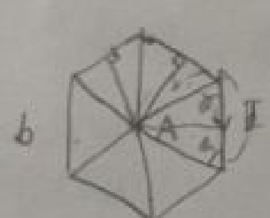
ビオ・サバールの法則より

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\times\frac{r\times ds}{r^3}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{r\sin\theta\, ds}{r^3}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{\sin\theta}{r^2}ds$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\sin\theta}{r^2}ds \quad \left(\begin{array}{l} r\,d\theta = ds\sin\theta \\ r\sin\theta = a \end{array}\right)$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}\frac{\sin\theta}{r^2}\times\frac{r}{\sin\theta}d\theta$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}\frac{1}{r}d\theta$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}\frac{\sin\theta}{a}d\theta$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\pi-\theta_2}$$
$$= \underline{\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)}$$

$\frac{b}{2}\times\sqrt{3}$

(2)



1つのIIIから受ける磁場を B とすると これは(1)の式を利用すると 次のように解ける

$\theta_1 = 60°,\ \theta_2 = 60°,\ a = \frac{\sqrt{3}}{2}b$

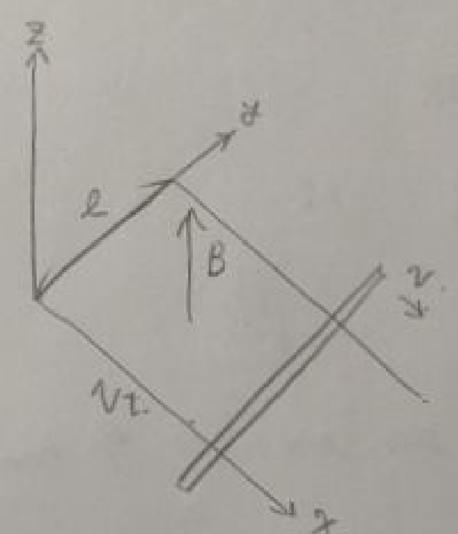
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)}(\cos 60° + \cos 60°)$$
$$= \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi b}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi b}$$

よって点Aが受ける磁場は 次のように表せる B_{all}

$$B_{all} = B\times 6 = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi b}\times 6$$
$$= \underline{\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{\pi b}} \text{ 向き } \otimes$$

2

(a)



(1)

$$\Phi = \int_S \mathbb{B}\cdot\mathbb{n}\,dS = \underline{Bvtl}$$

(2)

$$\phi_{em} = -\frac{d\Phi}{dt} = \underline{-Bvl}$$

(3)

$\mathbb{B} = (0, 0, B)$ $\quad yz - zy,\ zx - xz,\ xy - yx$

$\mathbb{v} = (v, 0, 0)$

$\mathbb{E} = \mathbb{v}\times\mathbb{B} = (0, -vB, 0)$ $\quad d\vec{l} = (0, dl, 0)$

$\mathbb{E}\cdot d\vec{l} = (0, -vB\,dl, 0)$

$$\phi_{em} = \int_0^l -vB\,dl$$
$$= \underline{-vBl}$$ (レンツの法則)

(4) 時計回り ← 増えた磁場を打ち消すように逆向きの磁場をつくるため

3

(1)

ガウスの法則

積分形

$$\int_S \mathbb{E} dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

微分形

$$\nabla \cdot \mathbb{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

(2)

磁場のガウスの法則

積分形

$$\int_S \mathbb{B} \cdot \mathbb{n} dS = 0$$

微分形

$$\nabla \cdot \mathbb{B} = 0$$

(3)

ファラデー電磁誘導の法則

積分形

$$\int_C \mathbb{E} \cdot d\mathbb{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbb{B} \cdot \mathbb{n} dS$$

微分形

$$\nabla \times \mathbb{E} = -\frac{\partial \mathbb{B}}{\partial t}$$

(4)

アンペールの法則

積分形

$$\int_C \mathbb{B} \cdot d\mathbb{l} = \mu_0 I$$

微分形

$$\nabla \times \mathbb{B} = \mu_0 i$$