

材料量子力学		対象	2TM	学部 研究科	基礎工学部	学科 専攻科			学籍 番号	
年 月 日 ()		時限		担当	田村 隆治	学年		氏名		
分		注意事項		1. 筆記用具以外持込不可 2. 下記のみ参照・持込可 [電卓]						

以下の問いに答えなさい。必要なら、次の数値、公式、関係式を用いよ。 $h = 2\pi\hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$,
 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$, $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$, $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ /mol}$,
 $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$, $E_l = l(l+1)\hbar^2/2I$, $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{d}{dx}$, $\lambda_m T = 2.90 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$, $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$

- 1 (全般) 以下の各問いに答えよ。なお、(1)~(3)は室温(290K)で熱運動している中性子について答えよ。
 - (1) 運動エネルギー(J)の平均値を求めよ。
 - (2) 二乗平均速度 $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ (m/s)を求めよ。
 - (3) ド・ブロイ波長(nm)を求めよ。
 - (4) 太陽の表面温度は約 6000°Cである。太陽光スペクトルのピーク波長(nm)を求めよ。
- 2 (量子力学の基本原則) $\Psi = e^{ikx} + e^{-ikx}$ の状態にある一粒子について、以下の問いに答えよ。
 - (1) 運動量を測定したとき、どのような結果が得られるか。
 - (2) 運動エネルギーを測定したとき、どのような結果が得られるか。
 - (3) 粒子の位置を測定したとき、どのような結果が得られるか。
- 3 (並進) 一次元の無限に深い長さLの井戸 ($0 < x < L$) に閉じ込められた質量mの粒子について以下の問いに答えよ。また、(2)~(4)は導出過程も記すこと。
 - (1) Schrödinger 方程式をかけ。
 - (2) 規格化因子をCとしてエネルギー固有関数を求めよ。
 - (3) エネルギー固有値を求めよ。
 - (4) 規格化因子Cを求めよ。
- 4 (振動) H₂O 分子の振動に関して以下の問いに答えよ。ただし、O 原子は重く、壁とみなせるものとする。また、O-H 結合の力の定数を $k = 500 \text{ N/m}$ 、H の原子量を 1 とする。
 - (1) 基底状態から第 1 励起状態への遷移における吸収波長を求めよ。
 - (2) 室温(290K)において、第 1 励起状態にある O-H 数 N_1 と基底状態にある O-H 数 N_0 の比 N_1/N_0 を求めよ。
- 5 (回転) N₂ 分子の回転について以下の問いに答えよ。ただし結合距離を 110pm、N の原子量を 14 とする。
 - (1) 換算質量(kg)を求めよ。
 - (2) 合成慣性モーメント($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)を求めよ。
 - (3) 室温(290K)において、第 5 励起状態にある分子数 N_5 と基底状態にある分子数 N_0 の比 N_5/N_0 を求めよ。縮重度を考慮すること。
- 6 (水素原子) 水素原子の 1s 軌道に関して以下の問いに答えよ。1s 軌道: $R_{10}(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a_0}}$
 - (1) 動径分布関数 $r^2 |R(r)|^2$ が最大となる r を求めよ。
 - (2) 位置 r の期待値を求めよ。
- 7 (摂動論) 中心力ポテンシャル中の電子について、スピン軌道相互作用($H' = \zeta \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$)を摂動とみなし、以下の問いに答えよ。ただし、 ζ は正の定数である。
 - (1) $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ を j , l , s を用いて表せ。
 - (2) 1 次の摂動エネルギーを求めよ。ただし、非摂動状態として $|n j m l s\rangle$ を採用せよ。
 - (3) ナトリウムの D 線の分裂はスピン軌道相互作用により 3p 準位が $3p_{3/2}$ と $3p_{1/2}$ 準位に分裂することによって説明される。 $3p_{3/2}$ と $3p_{1/2}$ 準位のエネルギー差を求めよ。ここで、 $3/2$ や $1/2$ は j の値を表す。