熱力学２　第1講　課題

１

1. 単振り子は，長さの糸の先端に質量の質点が取り付けられ，鉛直下方との角度をとして動く。

よって極座標はとなる

1. 軸の原点Oの高さを位置エネルギー=0の基準とするとき，(1)の位置における位置エネルギー

位置エネルギーは力と微小変位を用いて次のように表すことができる。

今回重力に逆らって持ち上げた時にかかる力は，原点を基準としたときの振り子の角度における質点の高さはと表すことができる。よって求める位置エネルギーVは

(3)(1)における運動エネルギーを求めると次のようになる。

速度は極座標でと表せるので

(4)ラグランジュ関数は運動エネルギーと位置エネルギーの差として定義される

(5)ラグランジュ方程式は次の形で与えられる。

この式に(4)の値を代入して計算すると次の運動方程式が得られる

(6)(5)の方程式の物理的意味は振り子の角加速度が重力と釣り合う力に依存することを示している。

2．

(1)

(2)

1. 変位における速度をとすると

となる

よって運動エネルギーは以下のようになる

(4)

(5)

(6)

ハミルトンの正準方程式

(7)

より，

これをに代入すると

よって単振動の運動方程式が得られる。

この運動方程式の一般解は次のようになる

ここで は角振動数，は振幅，は初期位相

次に位相空間での軌跡を求める

位相空間とは，位置と運動量を軸とした空間

のとき，運動量は

したがって，位相空間では次の関係が成り立つ

これは楕円軌道を示しており，図示すると以下のようになる