

1.

1. Fizička mala zapremina. Višak nanelektrisanja.-Raspodjela nanelektrisanja (zapreminska, površinska i linijska). Zakon održanja ukupne količine nanelektrisanja. Načini nanelektrisavanja tijela. Podjela materijala na provodnike, poluprovodnike i dielektrike.

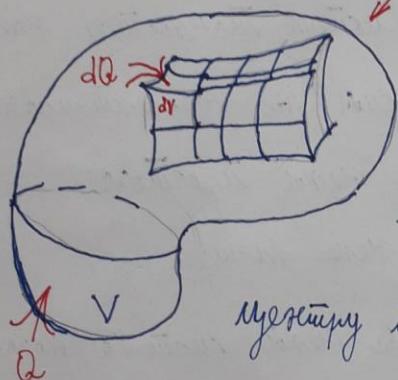
Raspodjela nanelektrisanja. Nanelektrisanja u prostoru može biti raspoređena na razne načine. Raspode načinu nanelektrisanja je samo jedna mogućnost, osim da nanelektrisanja može biti raspoređena po vratim u nekoj prostoru, po površini nekog tijela ili duž neke linije.

Da bi opisali elektrostomiku pože neko sistema moramo moramo definisati raspodjelu nanelektrisanja koja pristagoju tom sistemu.

Zapreminska raspodjela nanelektrisanja.

Nanelektrisanja može biti raspoređena po zapreminu nekog prostora domaća koji smo označili sa V . Fizika veličina koja opisuje raspodjelu nanelektrisanja raspoređenih po zapremini nekog prostora naziva se zapreminska gustoća prostorne raspodjeli nanelektrisanja. Zapreminska

Путиште просторне расподјеле наелектрисања се означавају са ρ . ρ се дефинише као јединствена намет. Записимо да је запремина V саграђена од великог броја малих ситних елемента запремине dV (физички мада запремина) који што је приказано као амчи. Све честиче које се налазе



честичар физички маде запремине показују се као да су локализоване у једној тачки речимо у

Честичи у запремине па наелектрисање супротично је dV спојирало тачкастим (dQ). Озбиље је

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \left[\frac{C}{m^3} \right]$$

$\rho = \frac{Q}{V}$ где је Q је укупна наелектризација која се налази у запремини V .

тко је зове хомоген тада је $\rho = \frac{Q}{V}$

Идеје је Q -наелектрисање посебно. У супротном (насељеној посебно)

ρ је функција координата (декартових...) па је $Q = \int_V \rho dV$

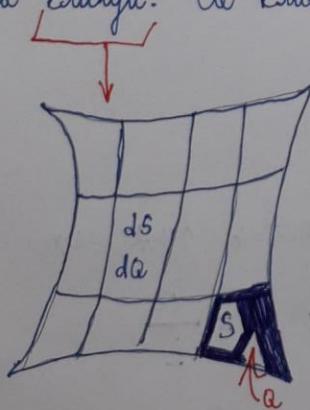
Површинска расподјељања наелектрисања.

2.

У електростатици је наелектрисање снаже преносног појединачно само на површи S тог појединача. Физичка величина која описује расподјељу наелектрисања локализованих на површи S тог појединача назива се повојинска густина наелектрисања и често се означава са η (Макро Чркво або етка). η се дефинише као свегда положитивна

повојину S изделавши да Макро симетрије елемената dS .

Све наелектрисање честица локализоване по површи dS покапају се као да су локализована  у њеној тачки па тако наелектрисање материјала тачкастим као што је приказано на слици. Са слике видимо да је:



$$\eta = \frac{dQ}{dS} \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

итко је наелектрисање Q распоређено по површи S тога је $\eta = \frac{Q}{S}$ у

супротном η је функција координата речимо декартових координата па је 

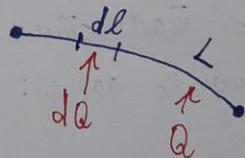
$$Q = \int_S \eta dS$$

такијска распоредја наелектрисања.

Ако је наелектрисање Q распоредјено дуж линије L , тада распореду наелектрисања описујемо физичком величином која се назива линијска (подужна) прстена и означава се са Q' . Q' се дефинише као свегда једнако:

линија L (отворене или затворене) се издели на две симетричне дужине dL . Наелектрисања дуж симетрија dL се поклапају као да су локализована у једној тачки па их посматрамо као тачка, то јест dQ је наелектрисање елемената dL па је:

$$Q' = \frac{dQ}{dL} \left[\frac{C}{m} \right]$$



Ако је наелектрисање Q равнотежно распоредјено дуж неке линије (отворене или затворене) L тада је: $Q' = \frac{Q}{L}$

У супротном је Q функција координата решетке Декартових координата па је $Q = \int_L Q' dL$

Наделектричане једног пропотка:

$$e \approx 1,602 \cdot 10^{-19} [C]$$

[3]

Број пропотка ћијела n_p .

Наделектричане једног електрона:

$$e \approx -1,602 \cdot 10^{-19} [C]$$

Број електрона ћијела n_e .

И то је:

$n_p = n_e$ *Када биника наделектричане*

$n_p > n_e$ *чијело посједује вишик позитивног наделектричане.*

$n_p < n_e$ *чијело посједује вишик негативног наделектричане.*

Намисли наделектричане ћијела. Додиром, пртежем, затријавањем, под дејствијем сlijedости... зависи од материјала од кој је наименено ћијело. Експеримент са глији сонде и форадерима

каinezом.

Покуштаји: Наделектричане додиром, наделектричане се ишчуђујују да ли стапа у однос љубића ћијела?

Прободници

Изолатори

Нека

Природни прободници - материјали који имају својства прободника и нека својства изолатора. У зависности од услова у којима се налазе у њима могу преобратити својства прободника или изолатора. (Термоизол., античврт...)

Закон одржавања константе наелектрисања.

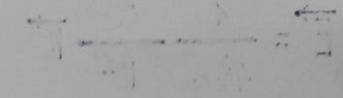
Прета дознаком схватањима физике, укупна константа

наелектрисања у природи се не може промијенити.

Наелектрисања се не могу уничитити јер су ствари које се само прелазе са тијела на тијело или долази до прерасподеле наелектрисања унутар неког тијела. Нпр. да би наелектриси се ухутили на површину ухутирали су њега. Фарадејево

коноса користи смо одредисајући наелектрисања пренесено са сопствене на ту површину.

4.



2. Elektrostatičko polje.

3. Kulonov zakon.

4. Vektor jačine električnog polja. Linije vektora jačine električnog polja. Postupak određivanja vektora jačine električnog polja raspodjeljenih nanelektrisanja.

Основна величина koja opisuje slavko elektrostatičkog (električnog) polja je vektor jačine električnog polja u označi \vec{E} . Vektor \vec{E} se definisiše na siveđetu načinu.
uobići

U prostoru u okolini nanelektrisanog tijela učesno je uočljivo ponašanje nanelektrisanja koje se naziva primarnim nanelektrisanjem i označava sa Q_p . Q_p je po definiciji poljiko tijelo da neće utjecati na raspodjelu nanelektrisanja tije ne tijelo za karakteristiko ali sa maksimalnom stacionarnom. Q_p je zabilježeno veliko da na njega djeluju elektrostatička sile. Sile je na osnovu Kulonovog zakona moguće srozvjeti sa Q_p učesno ponašajući kao $\vec{F}_e = Q_p \vec{E}$ ovo je

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{Q_p} \left[\frac{V}{m} \right] \text{ tijek je } \vec{E} \text{ veličina koja opisuje el. polje}$$

posmatranih izvora u tisku tijek je Q_p . \vec{E} je poljotvorno nanelektrisane og Q_p .

Вектор јачине електричног поса \vec{E} тачкстог наслеђивања

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{r}_0$$

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \right] \text{ пермитивност вакуума.}$$

r_0 = удаљеност између извора el. поса и тачке y којој се рачуна el. поса.

\vec{r}_0 - јединични вектор усмјерен од извора el. поса ка тачки y којој се рачуна el. поса.

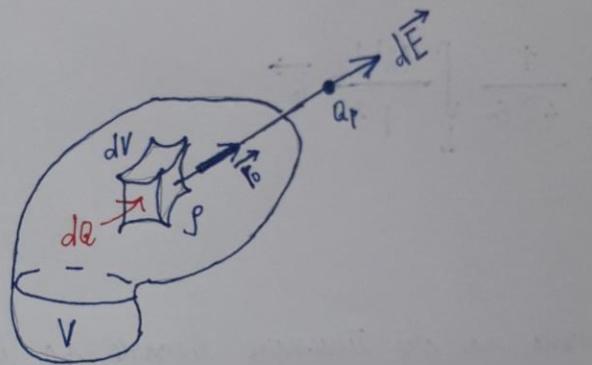
Електрично поље просторне расподјеле наелектрисања

$$\rho = \frac{dQ}{dV}$$

ρ - затворенска ћелијка просторне расподјеле наелектрисања,
 dQ наелектрисање локалног у физичкој тачки затворене
 dV .

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV}{r^2} \hat{r}_0$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \hat{r}_0$$

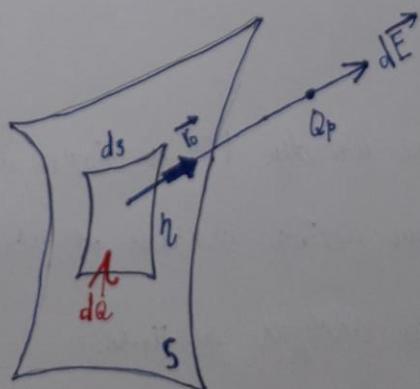


Електрично поље површинске расподјеле наелектрисања

$$\eta = \frac{dQ}{ds}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\eta ds}{r^2} \hat{r}_0$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\eta ds}{r^2} \hat{r}_0$$

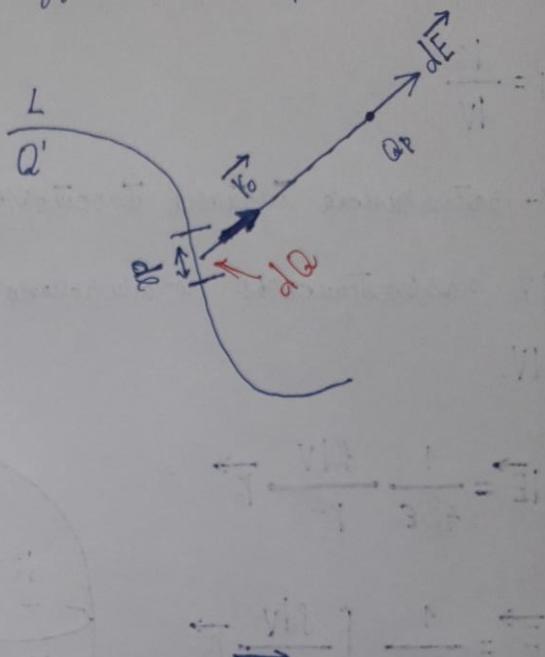


Слика приказује посебне магнитске распондите на векторисања

$$Q' = \frac{dQ}{dl}$$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q' dl}{r^2} \vec{r}_0$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{Q' dl}{r^2} \vec{r}_0$$



Напомена за се пратије низове за вектор \vec{E} :

* околна средина је вакуум

* $\vec{E} = \vec{F}/Q_p$ па за се пратије вакане магнитарности и суперпозиција.

* r -распонде између dQ' и тачке у којој се рачуна посеб.

* \vec{r}_0 -јединични вектор узимајуши од извора посеба да тачки у којој се рачуна се дате.

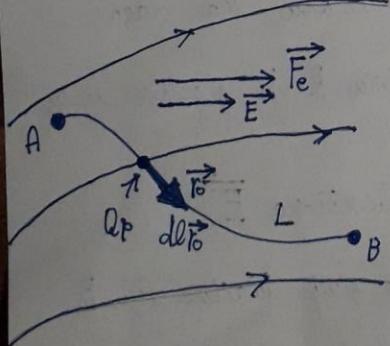
5. Potencijal električnog polja. Referentna tačka. Određivanje potencijala raspodjeljenih nanelektrisanja.
Napon. Ekvipotencijalne površi.

Premaštanjem pravokutne karakteristike Q_p gde su se nekotore osobine karakteristike niznje električne sile izvršili u pogledu:

$$dA_e = \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = Q_p |\vec{E}| |d\vec{l}| \cos \angle(\vec{E}, d\vec{l}) = |\vec{E}| |d\vec{l}| \cos \angle(\vec{E}, d\vec{l})$$

Ukućan je put koji električna sila izvršila pri premaštanju pravokutne karakteristike og tračke A do tračke B gde neke pojedinke L je:

$$A_e = \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = Q_p \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B |\vec{E}| |d\vec{l}| \cos \angle(\vec{E}, d\vec{l})$$



Na istim tračkama kao put električne sile ravnije se u niznje uključujući:

$$\int_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Put L se izvodi uoči se uključujući d\vec{l}, slomci og tih električnih se nekotorenih karakteristika (čvorovi) i za slomci električnih d\vec{l} og

тачке A до тачке B се рачуна скаларни произвјед $\vec{E} \cdot d\vec{l}$.

Ако је прештодно алици удејство тачке B заиставило бику фиксну тачку R коју бимо звали референтном тачком (таком којом нудимо појему потенцијала) тада се

$$V_A = \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{назива (електрични) потенцијал производње}$$

тачке A у односу на референтну тачку R у пољу вектора \vec{E} . Јединица потенцијала је број [V].

За референтну тачку увијек бирајмо неку тачку у којој је потенцијал датог електричног поља једнак нули.

Нпр. ако је простионик хончних димензија, што смо даће ог простионика видимо да ће поље стави па када $R \rightarrow +\infty$ потенцијал датог поља у тачки R је једнак нули.

Нека се тачке A и B налазе у ел. пољу вектора \vec{E} .

$$V_A = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{l}_1$$

Напон између две тачке A и B

$$V_B = \lim_{R' \rightarrow \infty} \int_B^{R'} \vec{E} \cdot d\vec{l}_2$$

се дефинише као разлика потенцијала међу тачкама

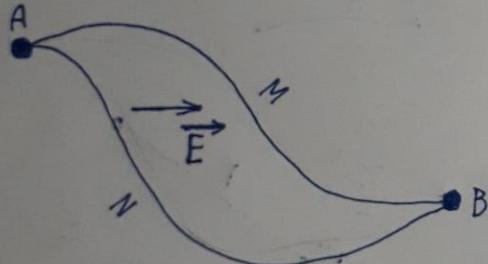
$$U_{AB} = V_B - V_A = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Уколје потенцијуја (односно напона) раздослије између

7.

тако да A и B (односно A и B) и удаљеност између њих јесу дати или једнак пуштање тије битаж јер за случај произвоногу затворену контуре у електричном пољу важи да је:

$$\int_C \vec{E} d\vec{l} = 0$$



$$\int_{AMB} \vec{E} d\vec{l} - \int_{ANB} \vec{E} d\vec{l} =$$

$$\int_{AMB} \vec{E} d\vec{l} + \int_{BNA} \vec{E} d\vec{l} =$$

$$\int_{AMBNA} \vec{E} d\vec{l} = 0$$

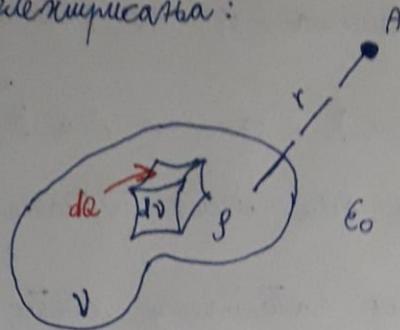
Потенцијал тачкости савјектриса:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0$$

$$V_A = \lim_{R \rightarrow \infty} \int_A^R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_A^R \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_R} \right)$$

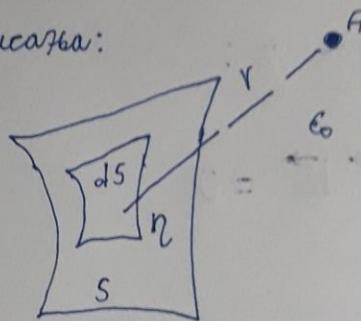
Потенцијал ванредног навођења:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{g dV}{r}$$



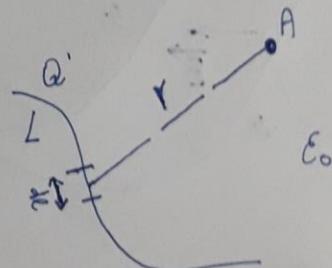
Потенцијал пољарисаног навођења:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{n ds}{r}$$



-II- дигајућег -II-:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{Q dl}{r}$$

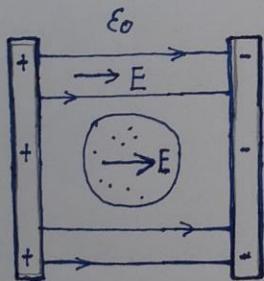


Скуп потенцијалних поља је геометријско мјесто
такова у којима је потенцијал свуда исти.

9. Elektrostatička indukcija.
10. Kapacitivnost usamljenog provodnog tijela.
11. Kondenzatori.
12. Elektrostatički dipol.

Појава љушта наелектрисања на појрим првонострука када се првонострук стави у електричном пољу привидних извора назива се електростатичком индукцијом.

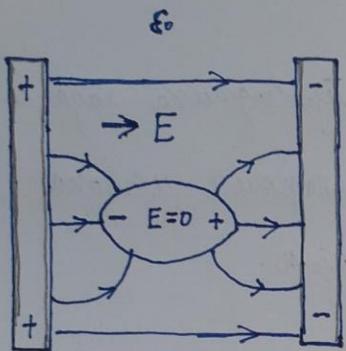
Замислимо у вакууму у неко електрички неутронско првоностроје које се налази између електричног поља које генерише кондензатор који је током времена променио посматрано да смо електричне чаре кондензатора највише наелектрисали:



Појединачни слободни носиоци у првоноструку почину да се хрећу тај су слободни носиоци електрични ани

ће се хрећати у правцу и супротном смјеру од вектора \vec{E} па ће се на лијевој странам првонострука односно по лијевој појрим највише највише појримајући вектора \vec{E} првонострука ће се највише највише појримајући вектора \vec{E} .

При високовим напојницима позиционују се индуктивним па-
тежима. Напојнице индуктивних палештица те
прајоријише док се поје у преноснику не буде једнако туже.



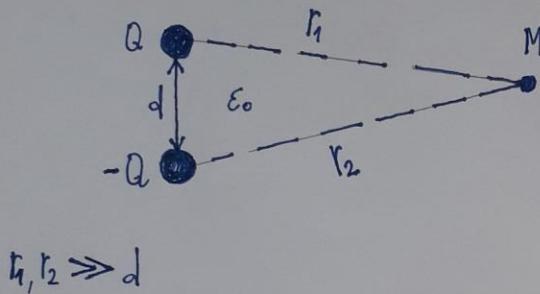
Безупитано електрично поје једнако
је некомарском збирку ~~и~~ поје
пријатарих и поје индуктивних
паљештица.

Укапојем поје пријатарих извора долази и до укапоја
поје индуктивних (секундарних) паљештица.

9.

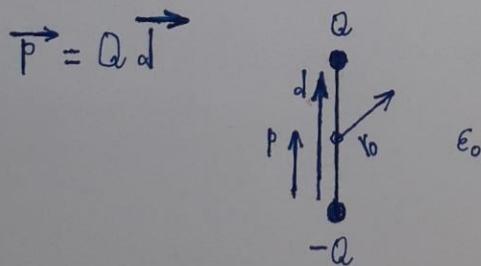
Електростатички дипол може да симулира тачкасту
нагелектрисању Q и $-Q$ на неком међусобном распојојку d .

Дипол поспоставља из далеке тачке M .



Са оваке видаво је
помешанији електростати-
чког дипола у далекој тачки
 M једини $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$

Сваки електростатички дипол је у поступности обишао неки-
ром електростатичком диполом (\vec{P}) чиме имамо као:

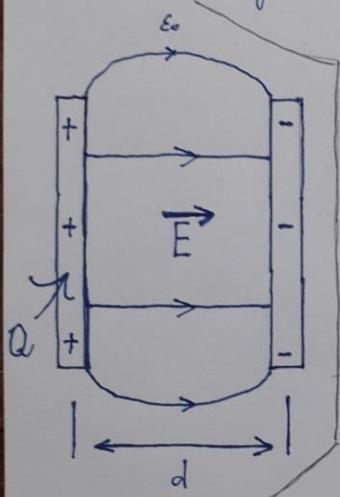


Мерна јединица [Cm]

$|\vec{P}|$ претставља јакинту електростатичког дипола, а правцу
и смеру вектора \vec{P} је исти као правцу и смеру вектора
 \vec{d} (од $-Q$ ка $+Q$) и доје искоришћују са оријентацијом дипола у
простору.

Система од два делото постапува електрическа трансформација, најактивниот дел е кондензаторот.

* Јадочност кондензатор:



$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{Q_{\text{vis}}}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| 2r^2\pi = \frac{n r^2 \pi}{\epsilon_0} \text{ за једну единици}$$

така је: $|\vec{E}| = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ за постапувањи единици

$$U_F = \int \vec{E} d\vec{l} = |\vec{E}| d$$

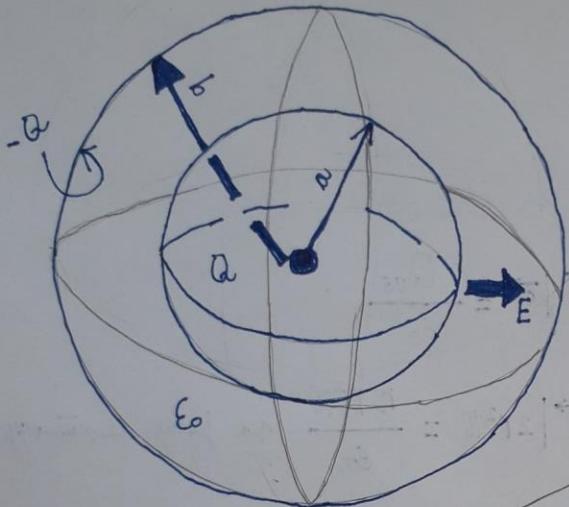
$$C = \frac{Q}{U_F} = \frac{Q}{|\vec{E}| d} [F]$$

најактивниот

Напомена: Движење вектора \vec{E} се усогрева од + ка - единици.

Поред постоји и линеен кондензатор како и са иницијална кондензатора или у начин налици и је мало па постапувајќи сопствено поре измеѓу вектора јадочност кондензатора.

* Сферики кондензатор:



$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{Q \epsilon_0}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| 4\pi r^2 dr = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}; r \in (a, b)$$

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{r} = \int_a^b |\vec{E}| dr = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b$$

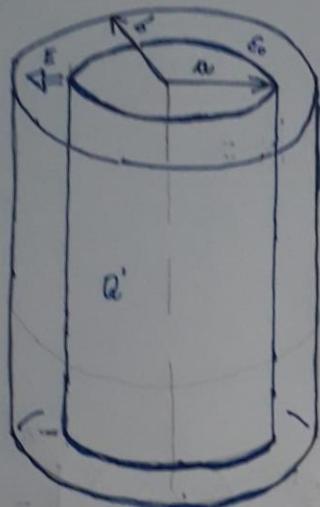
$\rightarrow \vec{E}$ има също радиален характер.

$\frac{Q(a-b)}{4\pi \epsilon_0 ab}$ је израз за енергия на електрическата система.



$$C = \frac{Q}{U_{ab}} [F]$$

* Коаксијални баг (многоврховни кондензатор)



$$\oint \vec{E} d\vec{s} = -\frac{Q_{us}}{\epsilon_0}$$

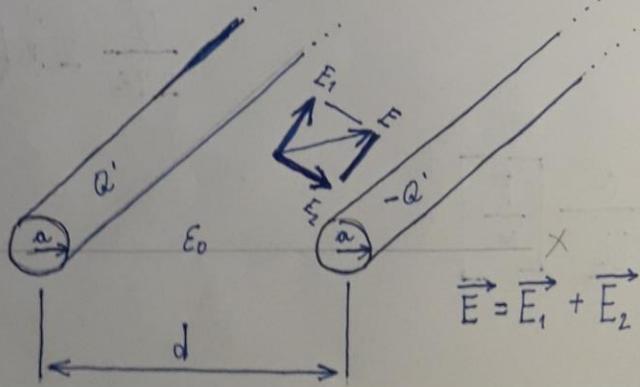
$$|\vec{E}|_{2r\pi h} = \frac{Q' h}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{2\pi h \epsilon_0}$$

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \int_a^b |\vec{E}| dr = \frac{Q'}{2\pi \epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q' (\ln(b) - \ln(a))}{2\pi \epsilon_0}$$

$$C = \frac{Q'}{U_{ab}} \left[\frac{F}{M} \right]$$

* Диоксијални баг:



$$|\vec{E}_1| = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 x}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{-Q'}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \text{ жиберорын иштегендеги!}$$

$$U_{12} = \int_a^{d-a} \left(\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 x} + \frac{-Q'}{2\pi\epsilon_0(d-x)} \right) dx =$$

$$\int_a^{d-a} \frac{Q' dx}{2\pi\epsilon_0 x} + \int_a^{d-a} \frac{-Q' dx}{(d-x) 2\pi\epsilon_0} =$$

$$\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(x) \Big|_a^{d-a} + \frac{-Q'}{2\pi\epsilon_0} \left(-\ln(x) \right) \Big|_a^{d-a} \right] =$$

$$\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln\left(\frac{d-a}{a}\right) + \ln\left(\frac{d-a}{a}\right) \right] =$$

$$\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} 2 \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

$$C' = \frac{Q'}{U_{12}} \left[\frac{F}{m} \right]$$

12.

13. Elektrostatičko polje u prisustvu dielektrika. Vektor polarizacije. Vezano naelektrisanje. Električno polje u homogenom dielektriku.

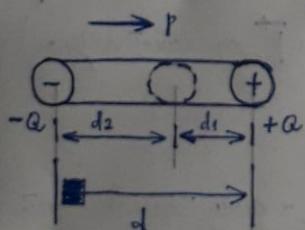
14. Uopšteni Gausov zakon.

15. Granični uslovi.

16. Analiza polja u sistemima sa dielektricima.

17. Energija elektrostatičkog polja.

Uzimajući u obzir da se u sistemu sastoji od dve paralelne plohe, na kojima su postavljene pozitivne i negativne naboje, dobijamo da će se u sredini između njih pojaviti polje E . Ovo je rezultat elektrostatike, ali ne i rezultat elektrostatičkog polja. Elektrostatičko polje je rezultat elektrostatike, ali ne i rezultat elektrostatičkog polja.



За svaki dio sistema, u kojem je postavljen paralelni dio, postoji jedna pozitivna i jedna negativna naboja. To znači da je sistem polarizovan.

Polarizovani sistem stvara el. polje koje ima istu silu u svakoj tački kao i el. polje u paralelnoj ravni. El. polje u sistemu sa dve paralelne plohe je rezultat elektrostatike i el. polje bez naboja nema elektriciteta u njemu.

El. dipol je opisan sačinom $\vec{P} = Q \vec{d}$.

$P = \beta \vec{E}$ ako elektrostatika može znati sudjeluje jako (za ne gotovo da provodi makroelektrička). β - koeficijent polarizacije.

Sa makroskopske stotinom stanja u polarnizovanom materijalu opisuju sekvencija većinom polarnizacija (\vec{P}):

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{P}}{dV} - mjerka jedinicama \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

Itko su u formi dV ali.

Makroskični dipoli imaju (\vec{P}), a stotina koncentracija N

$$\text{toga je } \vec{P} = \frac{\sum \vec{P} = dV N \vec{P}}{dV} = N \vec{P} \quad (\text{Uzim } \vec{P} \text{ i } \vec{p} \text{ su isti smjer})$$

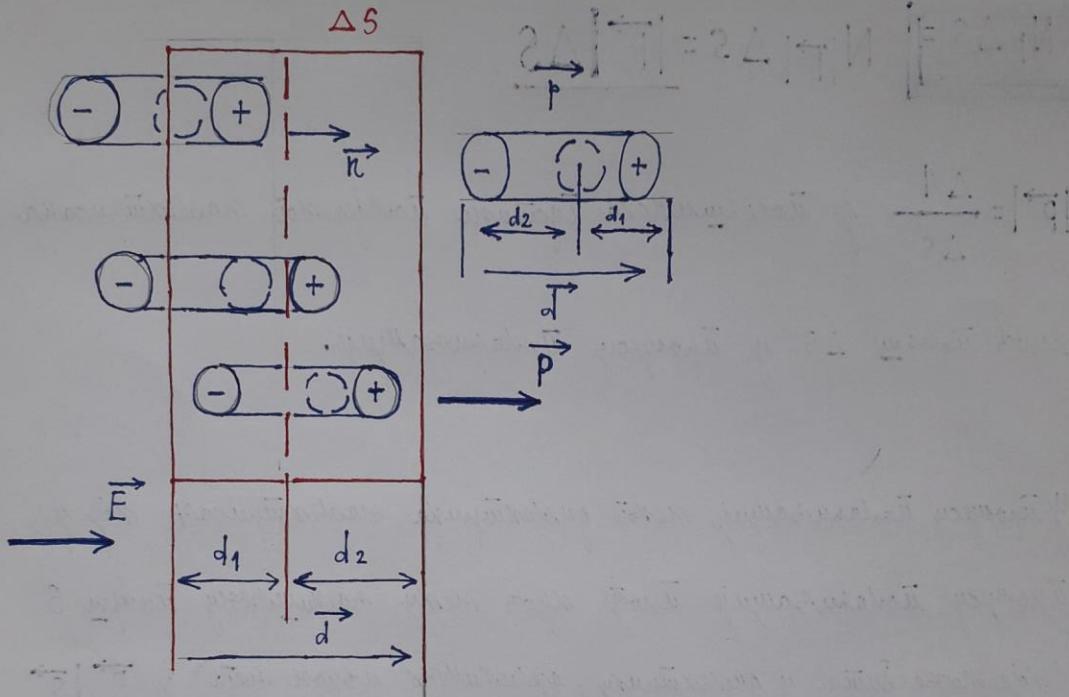
Itko bazi: $P = \beta \vec{E}$ tada je $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$ (je χ_e - suštinski dijelatnosti elektrostatika).

Itko dijelatnih imaju iste osobine u svim stanjima

Kožnito da je kontinuitet. Kao kontinuitet dijelatnika bazi

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} \quad (\vec{P} \text{ i } \vec{E} \text{ su kontinuirani i isti smjer}).$$

Постављају се електрични поља у физичкој вакууму, у којој је концентрација атома N , али диполи су идентични, наелектрисања која сачињавају дипол



су Q и $-Q$, а помјерена су у односу на равнотежни положај за d_1 , односно d_2 . Уочимо у тој вакуумској једињици пољу површи ΔS оређивају неким вектором \vec{P} у смјеру пољурања посматраних наелектрисања. У процесу пољаризације наелектрише кроз површи ΔS је промоно укупно посматривато наелектрисање $QN\Delta Sd_1$ и укупно непосматривато наелектрисање $QN\Delta Sd_2$

13. (-Q се помјера у смјеру супротном од \vec{P} па $- - = + Q$)

што значи да је укупни појменик кроз површи ΔS једнак

$$\Delta q = Q_N \Delta S d_1 + Q_N \Delta S d_2 = Q_N \Delta S (d_1 + d_2) = Q_N \Delta S d = \boxed{P = Qd}$$

$$N | \vec{P} | \Delta S = \boxed{|\vec{P}| \Delta S}$$

$|\vec{P}| = \frac{\Delta q}{\Delta S}$ је површинска густина појменик наелектрисања кроз површи ΔS у процесу поларизације.

У процесу поларизације неког диелектичка, наелектрисање које у процесу поларизације пролеће кроз њену застивштину површи S (која може бити у диелектику, дјеличино изнад ње) је $\vec{P} dS$ па кроз чијелу површи појмено укупно наелектрисање

појмено кроз $S = \int_S \vec{P} dS$. На основу закона неутралности наелектрисања (закон о ограниченој укупној количини наелектрисања)

је $Q_{US} = -q$ појмено кроз S . Тјој висок наелектрисања назива се безразмерни наелектрисање јер се не може одвојно крећи од величине заробљене у оквиру атома. На основу свега, безразмерни наелектрисање укупног застивштвеног површи S је $\boxed{Q_{US} = - \int_S \vec{P} dS}$

Учијују да се у електричном пољу налази диполарних, дојави до жетве подизању. Приликом примјени Гаусовог закона, поред слободних наелектрисања Q , учијују се у обзир и везано наелектрисање у диелектрику Q_p .

Учијени Гаусов закон је релација која се користи за описују електростатичких поља у присуству диелектрика и представља једну од две основне интегралне јединице а. поља.

Потпуно ог дочијеног Гаусовог закона:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{us} + Q_{pus}}{\epsilon_0} \quad \text{тје } Q_{us} - \text{укупно слободно наелектрисање}$$

обухватајући пољем S , а Q_{pus} - укупно везано наелектрисање обухватајући пољем S . Знато да је $Q_{pus} = - \oint \vec{P} \cdot d\vec{s}$ па је

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q_{us} - \oint \vec{P} \cdot d\vec{s} \quad \text{оба интеграла су по истој}$$

пољем S па прештогна релација се може написати у облику

$$\boxed{\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{s} = Q_{us}} \quad ①$$

Израз $\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ је векторски вектор који има важну особину: Његов флукс кроз затворену површину зависи само од обухватеног слободног наелектрисава. Туј векторски вектор се назива вектором електростатичке индукције и означава се као \vec{D} . Докле

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2) \quad \dots / \text{Мјерна јединица за } \vec{D} \text{ је } \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

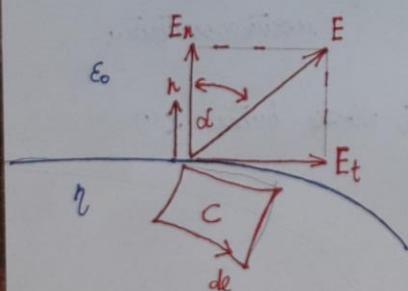
Из редакција ① и ② добија се уједначени Гаусов закон

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{us}$$

Границни услови су решавају између некоторских и скаларних величина које границамо по површини између две средине различитих особина.

- Магнитодужност и нормална компонента вектора \vec{E}

Нека се у покривку налази неко простирање по којем
површије је распоредено наслеђивање површинске пустине n .
У покривку изнад површине простирања постоји с. вектор \vec{E} , а мыћемо да су вектор \vec{E} и скалар n у
релацији. то ће да имамо да за сваку тачку на површини
простирања придржан је вектор позитивне нормале \vec{n} па
вектор \vec{E} можемо расправити на компоненте:



$$|\vec{E}_n| = |\vec{E}| \cos(\alpha) \text{ и } |\vec{E}_t| = |\vec{E}| \sin(\alpha)$$

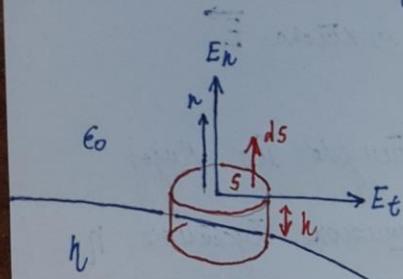
откаде је компоненте

$\vec{E}_t = 0$ јер магнитодужност вектора \vec{E} дуж когату се доприносе само
трансверзалне компоненте вектора \vec{E} , ($\forall d\vec{l}^*$) $\vec{E}_n \cdot d\vec{l}^* =$
 $|\vec{E}| |d\vec{l}^*| \cos \left(\frac{\pi}{2} [\text{рад}] \right) = 0$, затим да је $\int_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

да ово удејство \vec{E} ставиши \vec{E}_t и да је је

$$\oint_c \vec{E}_t d\vec{l} = 0 \Leftrightarrow |\vec{E}_t|_{C=0} \text{ и то значи да је } \vec{E}_t = 0 \text{ па } \vec{E}$$

има само компоненту нормалну на њену простирања.


$$h \rightarrow 0$$
$$\oint_S \vec{E} d\vec{s} = \frac{Q_0 s}{\epsilon_0}$$
$$\oint_S \vec{E}_n d\vec{s} = \frac{n r^2 \pi}{\epsilon_0}$$
$$|\vec{E}_n| r^2 \pi = \frac{n r^2 \pi}{\epsilon_0}$$

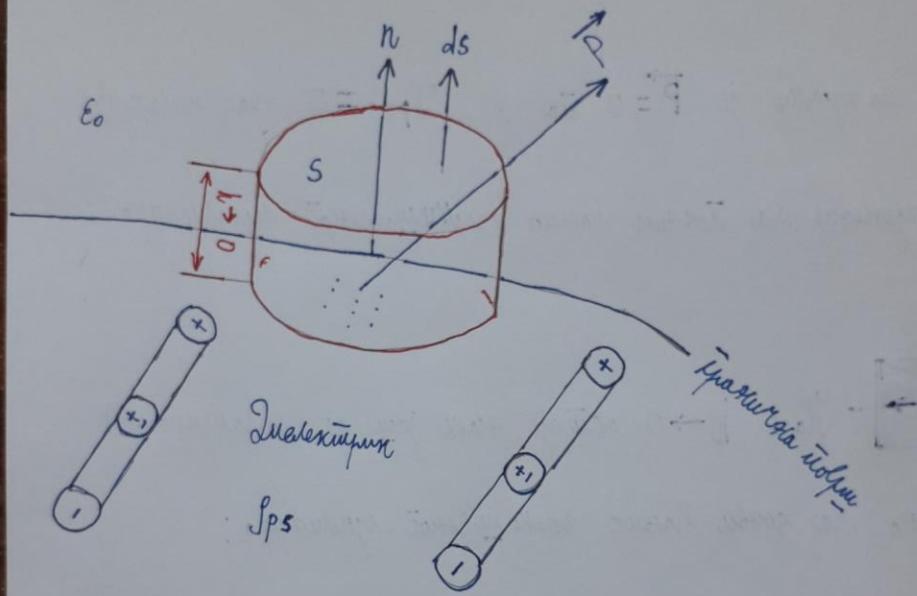


$$|\vec{E}_n| = \frac{n}{\epsilon_0} \text{ где је } n \text{ са симболом}$$

интензитету

јер n може бити < 0 .

Грађивни ус洛в између вектора појаризације и површинских независних наслеђивача.



E_0 - вакуумска константа

S - површина једног додира заштићеног чланцијума јединка $\boxed{r^2 \pi}$

тје је r површински заштићен чланцијум.

\vec{n} - вектор оријентације простирање површи.

dS - вектор оријентације површине површи.

ρ_{ps} - Густина површинских независних наслеђивача.

$$Q_{PUS} = - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} \quad ①$$

- У вакууму је $\vec{P} = 0$ па је $Q_{PUS} = 0$ за релацију

① приложети на горни дози за затвореног челикогра.

- Када $h \rightarrow 0$ остаје тако да је да релацију ①

приложено на дози за затвореног челикогра:

$$Q_{PUS} = - \int \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

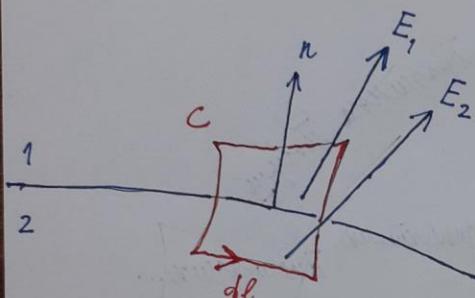
$$g_{ps}(r^2\pi) = - |\vec{P}| (r^2\pi) \cos(180^\circ)$$

$$|\vec{P}| = g_{ps}$$



Границни услови за векторе \vec{E} и \vec{D} у присуствујућим диелектичким материјалом се изводе из основних интегралних једначина електростатичког поља:

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = 0 \quad \text{и} \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{вс}}$$



1 - прва средина

2 - друга средина

Било која од ове две средине

може бити избрана,

противних или супротив-
них.

\vec{n} - вектор оријентације границке површине.

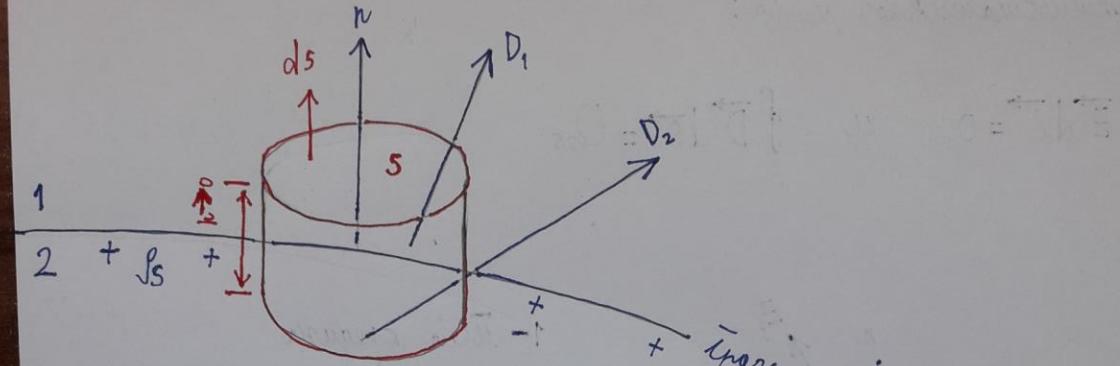
$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = 0$ за сваку контурну линију C у а. пољу.

$$\oint_C \vec{E}_{t_1} d\vec{l} = 0 \iff |\vec{E}_{t_1}|_C = 0$$

$$\vec{E}_{t_1} = 0$$

$$\vec{E}_{t_2} = 0$$

$$\text{ио је } \vec{E}_{t_1} = \vec{E}_{t_2}$$



1- прва сређуша

2- друга сређуша

\oint_S - тјеститица слободнот јадејимисања.

\vec{n} - вектор оријентације тјеститне површи.

S - површица диска заједничког чврстика, $d\vec{s}$ - вектор \vec{n} оријентације површи S . $S = r^2 \pi$

$\oint_S \vec{D} d\vec{s} = Q_S$ се примјењује на диску чврстика.

$$|\vec{D}_1| r^2 \pi - |\vec{D}_2| r^2 \pi = \rho_S r^2 \pi \dots / : r^2 \pi$$

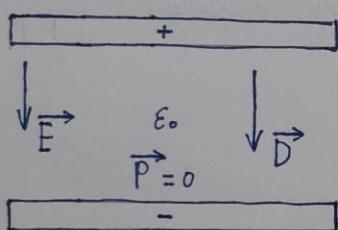
$$\boxed{|\vec{D}_1| - |\vec{D}_2| = \rho_S} \rightarrow \begin{array}{l} \vec{D}_1 = \vec{D}_2 \text{ ако и само} \\ \text{ако је } \rho_S = 0. \end{array}$$

Линеарни хомотетија диселектрик

$$\text{Линеарна} - \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) , \quad \vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$$

Хомотетија - диселектрик чија јесте особина је да има тачака:

Приједају јавоћасни кондуктивитет са извршним диселектриком.



$$\vec{P} = \text{const} = 0 \text{ у свим тачкама}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E}$$

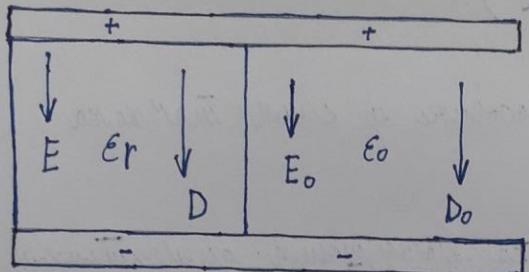
Код лин. хом. диселектрика прелимињност је const и може се извучи изнад интеграла.

Нехомотетија диселектрик

$$\text{Нехомотетија} - \vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$$

Нехомотетија - Прелимињност диселектрика чија јесте особина је да има тачака па веза између вектора \vec{D} и \vec{E} се мора уставодити за сваки диселектрични материјал параметром.

Пријеје: $\epsilon_r \neq \epsilon_0$



$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

И да $\int_S \vec{D} \cdot d\vec{s}$ се примјењује правилосћ за сложу средину.

Недизеарах диелектрика

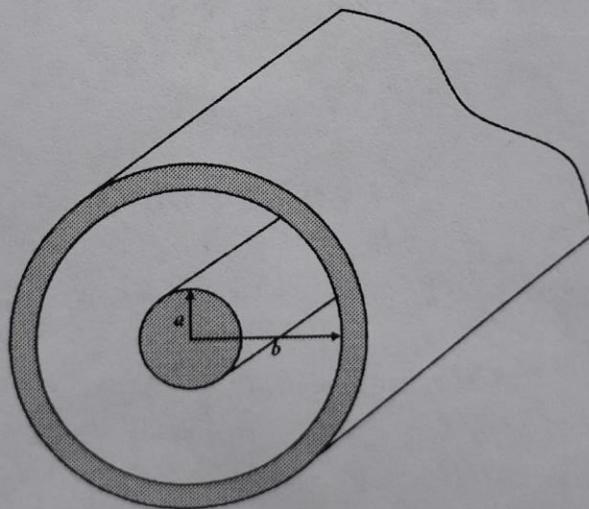
Недизеарах - перmittивност диелектрика је функција,

функцијом општено перmittивности диелектрика па уочавамо

између вектора \vec{D} и \vec{E} .

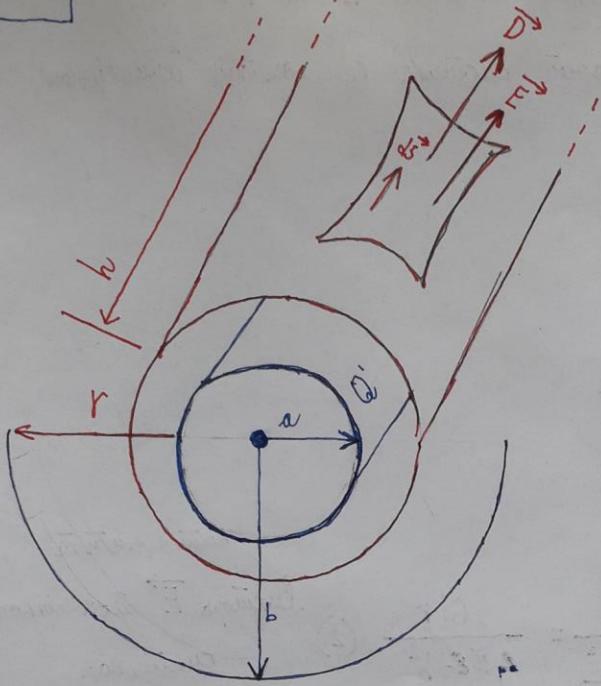
S obzirom da je dielektrik homogeno polarizovan, vektor \vec{P} je kolinearan sa vektorom \vec{E} , što je potrebno naznačiti na slici.

Zadatak 3. Između provodnika koaksijalnog kabla poluprečnika unutrašnjeg provodnika $a = 10\text{mm}$ i unutrašnjeg poluprečnika spoljašnjeg provodnika $b = 20\text{mm}$ (Slika 2), nalazi se nehomogen dielektrik čija je relativna permittivnost data izrazom $\epsilon(r) = 2(b/r)^2$, $r \in (a, b)$, gdje je r odstojanje posmatrane tačke od ose kabla. Kritično električno polje je isto za sve tačke dielektrika i iznosi $E_k = 20\text{MV/m}$. Koliki je maksimalni napon na koji se može priključiti kabl, a da ne dođe do probroja dielektrika?



Slika 2: Poprečni presjek koaksijalnog kabla.

Задатак 3.



$$U_{max} = ?$$

По поуцима усавршавање електричне равнотеже је распоредено
између пресека подужне тисине a' . По усавршавајућој поуци
електричне поуциречнице b' равнотежа је распоредена између пресека
између пресека подужне тисине $-a'$.

Динамички је линеаран и неомотеж:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon(r) \vec{E}, \quad r \in (a, b) \quad (1)$$

(1) Linearna redakcija između vektora \vec{E} i \vec{D} .

Struktura al. tova posmatračkoj sistema se definuje primjedom
polarnog polazka.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$|\vec{D}| \cdot 2\pi r h = Q' h$$

$$\epsilon_0 \epsilon(r) |\vec{E}| = \frac{Q' h}{2\pi r h}$$

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{2\pi r \epsilon_0 \epsilon(r)} = \frac{Q'}{2\pi r \epsilon_0 \frac{2b^2}{r^2}} = \frac{Q' r}{4\pi \epsilon_0 b^2} \quad (2)$$

izmjeritac

Vektor \vec{E} posmatračkoj
sistemu.

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{4\pi \epsilon_0 b^2} \rightarrow |\vec{E}|_{\max} = \frac{Q'}{4\pi \epsilon_0 b^2}$$

je:

(2) točke je slijede za $r=b$. Kada je $r=b$ toga je:

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{4\pi \epsilon_0 b} \rightarrow Q' = |\vec{E}| \cdot 4\pi \epsilon_0 b \text{ što je:}$$

$$Q'_{\max} = E_k \cdot 4\pi \epsilon_0 b$$

Енергија у електростатичком пољу

Електростатичка енергија садржана у кондензатору капа-
чности C , наледеница алектрода Ω и $-\Omega$ и напоном
између алектрода U је:

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2$$

Енергија електростатичког поља се може одредити као

исклучак затворенске ћелије енергије:

$$W_e = \int_{V_{\text{поља}}} W_e dV$$

при чему је $W_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$ затворенска ћелијна енергија

која је за инверте диселектрике једнака:

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

18. Električna struja. Vektor gustine struje. Specifična provodnost i specifična otpornost. Jačina struje. Jednačina kontinuiteta. Referentni smjer struje.

Električna struja predstavlja svako sređeno kretanje električnih opterećenja, bez obzira na uzroke ovog kretanja i bez obzira na vrstu električnih opterećenja koja učestvuju u kretanju.

Električna struja se opisuje sa dve veličine, vektorom gustine struje i intenzitetom struje.

$$\text{Vektor gustine struje: } \vec{J} = N \cdot Q \cdot \vec{v} \quad \text{- mjerna jedinica za } \vec{J} \text{ je } \left[\frac{A}{m^2} \right].$$

N – koncentracija slobodnih nosilaca nanelektrisanja u fizički maloj zapremini dV .

Q – količina nanelektrisanja jednog slobodnog nosioca.

\vec{v} – vektor srednje brzine kretanja slobodnih nosioca nanelektrisanja.

Ako je $Q > 0$ vektori \vec{J} i \vec{v} su istog pravca i istog smjera, ako je $Q < 0$ vektori \vec{J} i \vec{v} su istog pravca ali suprotnog smjera (posljedica množenja vektora skalarom). Ako u obrazovanju električne struje učestvuje k – vrsta slobodnih nosilaca nanelektrisanja tada je: $(\vec{J} = \sum_i^k N_i \cdot Q_i \cdot \vec{v}_i)$.

$$\text{Intenzitet električne struje: } I = \frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} d\vec{S} \quad \text{gdje je } S \text{-zatvorena i orijentisana površ proizvoljnog oblika. Mjerna jedinica za intenzitet(jačinu) električne struje je Amper u oznaci [A].}$$

Kod linearnih materijala važe relacije: $(\vec{J} = \sigma \vec{E} \text{ i } \vec{E} = \rho \vec{J})$:

σ – (malo grčko slovo sigma) koristi se kao oznaka za fizičku veličinu koju zovemo ‘Specifična provodnost materijala’.

Specifična provodnost materijala je konstantna veličina nezavisna od jačine električnog polja vektora \vec{E} .

Mjerna jedinica za specifičnu provodnost materijala je $\left[\frac{A}{Vm} \right]$ ali je u SI sistemu u upotrebi jedinica $\left[\frac{S}{m} \right]$.

ρ – (malo grčko slovo rho) koristi se kao oznaka za fizičku veličinu koju zovemo

‘Specifična otpornost materijala’. Mjerna jedinica za specifičnu otpornost materijala je $\left[\frac{Vm}{A} \right]$ ali je u SI sistemu u upotrebi jedinica $[\Omega \cdot m]$.

Specifična provodnost i specifična otpornost zavise od temperature provodnika, povećavanjem temperature provodnika ρ – raste, a σ – opada.

Savršen provodnik ($\sigma \rightarrow +\infty$, $\rho = 0$).

Savršen izolator ($\rho \rightarrow +\infty$, $\sigma = 0$).

Jednačina kontinuiteta u stacionarnom strujnom polju: $\int_S \vec{J} d\vec{S} = 0$, pri čemu je S-orijentisana, zatvorena površ proizvoljnog oblika.

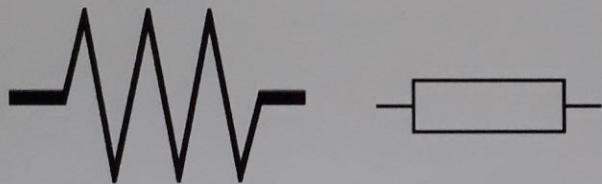
19. Strujno kolo. Provodnici za povezivanje. Otpornici. Generatori. 20. Električne šeme kola stalnih struja. Šematsko prikazivanje otpornika i generatora. Označavanje napona i struja. Referentni smjerovi.

Strujno kolo – zatvoreni, cjevasti strujni put.

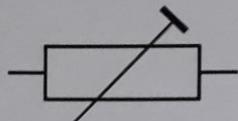
Provodnici za povezivanje – se na električnim šemama (grafički prikaz električnog kola) prikazuju linijama koje po debljini, duzini... ne moraju da odgovaraju geometriji provodnika. U idealizaciji provodnik za vezu je savršen provodnik pa unutar provodnika je $\vec{E} = 0$. Sve tačke provodnika su uvijek ekvipotencijalne. Mjesto na kojem se spajaju dva ili više provodnika na električnoj šemi se označava sa punom tačkom a mi to mjesto zovemo čvor.

Kod linearnih **otpornika**-a otpornost otpornika ne zavisi od jačine električne struje koja protiče između priključaka otpornika i napona na krajevima priključaka otpornika. Kod takvih otpornika važi Ohmov zakon: $U = R \cdot I$, R – faktor srazmernosti odnosno otpornost otpornika.

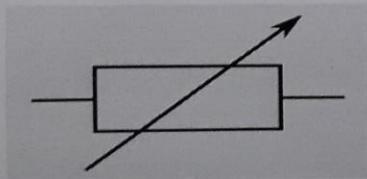
Uobičajeni simboli za linearan otpornik:



Simbol za trimer-otpornik kod kojeg se otpornost ne mijenja često:



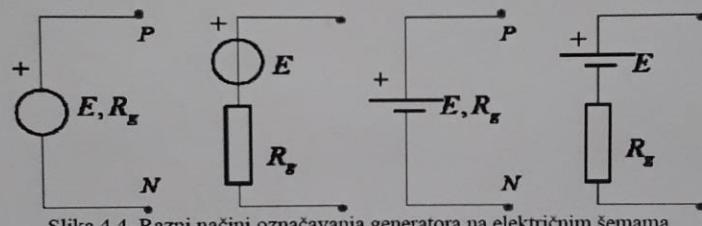
Simbol za otpornik kod kojeg se otpornost mijenja jako često:



Generatori – uređaji kod kojih se jedna vrsta energije (hemiska, mehanička...) pretvara u električni rad.

Naponski generator – karakterišu njegova elektromotorna sila i njegova unutrašnja otpornost u rednoj vezi. Elektromotorna sila generatora $E = \int_b^a \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$; b-donji priključak generatora, a-gornji priključak generatora, \vec{E}_i vektor strane sile koja djeluje na slobodne nosioce unutar generatora. Jednaka je naponu praznog hoda između priključaka generatora. Kod idealnih naponskih generatora je ($U = E$, $a R_g = 0$) .

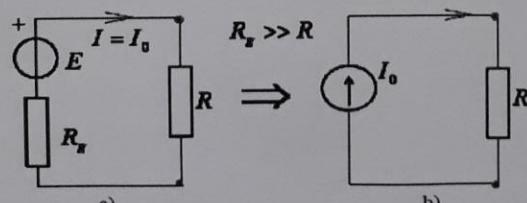
Ekvivalentan strujni generator predstavlja paralelnu vezu idealanog strujnog generatora jačine struje I_s i otpornika otpornosti R_s . Dakle $I_s = \frac{E}{R_g}$ i $R_s = R_g$ dok za idealan naponski generator ne postoji idealan strujni generator i obrnuto.



Slika 4.4. Razni načini označavanja generatora na električnim šemama

Da ne bi došlo do oštećenja električnog kola (uređaja koji napaja neki naponski generator), priključci naponskog generatora ne smiju biti kratko spojeni, dva ili više naponskih generatora različitih elektromotornih sila ne smiju biti uzastopno, paralelno vezana...

Očigledno da struja ne zavisi od R , pa takav generator predstavljamo kao na slici 4.17b.

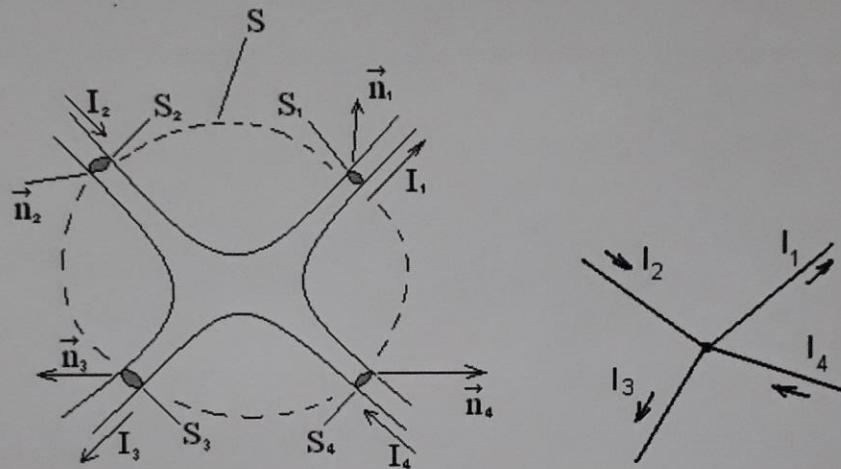


Slika 4.17 a) realni naponski generator sa $R_g \gg R$, b) idealni strujni generator

Da ne bi došlo do oštećenja električnog kola (uređaja koji napaja neki strujni generator), dva ili više strujnih generatora različitih jačina struja ne smiju u rednoj vezi...

21. Kirhofovi zakoni.

Relacija $\int_S \vec{J} d\vec{S} = 0$ predstavlja opšti oblik prvog Kirhofovog zakona. S-zatvorena, orjentisana površ proizvoljnog oblika. Primjenimo ovaj zakon na površ S koja obuhvata čvor kao na slici.



$$\begin{aligned} \int_S \vec{J} d\vec{S} &= \int_{S_1} \vec{J} d\vec{S}_1 + \int_{S_2} \vec{J} d\vec{S}_2 + \int_{S_3} \vec{J} d\vec{S}_3 + \int_{S_4} \vec{J} d\vec{S}_4 = |\vec{J}| |\vec{n}_1| \cos(0^\circ) + |\vec{J}| |\vec{n}_2| \cos(180^\circ) \\ &+ |\vec{J}| |\vec{n}_3| \cos(0^\circ) + |\vec{J}| |\vec{n}_4| \cos(180^\circ) = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0 \end{aligned}$$

Dakle 1. Kirhofov zakon kaže da je algebarski zbir intenziteta struja u provodnicima koji se susreću u jednom čvoru uvijek jednak nuli:

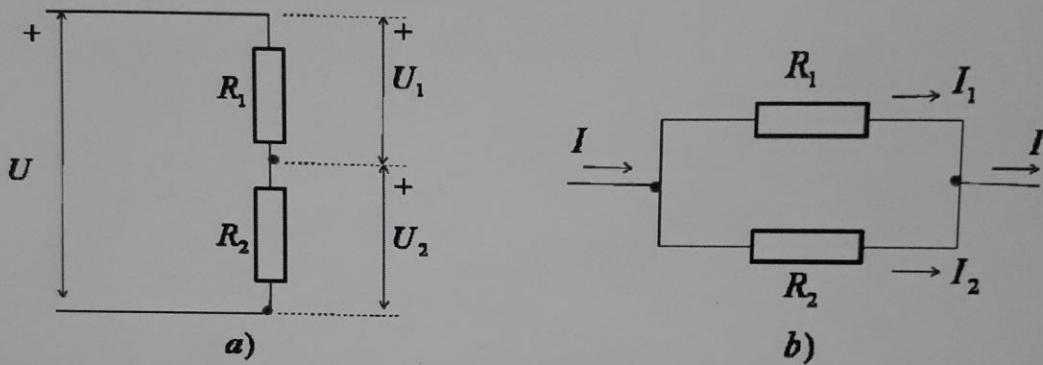
$$\sum I_k = 0$$

2. Kirhofov zakon kaže da je algebarski zbir napona svih elemenata za bilo koji zatvoreni put u kolu jednak nuli. Ovaj algebarski zbir se formira prema proizvoljno izabranom referentnom smjeru duž zatvorenog puta i simbolički označava kao: $\sum_{pozatvorenomputus} (E, -RI) = 0$

22. Naponski i strujni razdjelnik.

Poznavanje ovih jednostavnih veza je veoma korisno kod rješavanja zadataka. **Delitelj napona** (razdjelnik napona) čine redno vezani otpornici (slika 5.12a). Poznate su otpornosti otpornika R_1 i R_2 , i napon U između krajeva djelitelja. Treba odrediti napone između krajeva pojedinih otpornika. Očigledno za ovu vezu važe sledeće relacije:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad U_1 = IR_1 = \frac{UR_1}{R_1 + R_2} \quad U_2 = IR_2 = \frac{UR_2}{R_1 + R_2}$$



Slika 5.12. Veza dva otpornika: a) kao delitelj napona, b) kao strujni delitelj

Strujni djelitelj (razdjelnik) čine paralelno vezani otpornici (slika 5.12b). Poznate su otpornosti otpornika R_1 i R_2 , i struja I kroz priključke delitelja. Treba odrediti struje kroz svaki od otpornika. Očigledno za ovu vezu važe sledeće relacije po I KZ i II KZ:

$$I = I_1 + I_2$$

$$R_1 I_1 = R_2 I_2$$

Rješavanjem ovog sistema jednačina dolazi se do relacija za I_1 i I_2 :

$$I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2}, \quad \text{i} \quad I_2 = \frac{IR_1}{R_1 + R_2}$$

23. Snage elemenata kola stalnih struja.

Snaga generatora – brzina kojom generator predaje energiju ostatku električnog kola.

Snaga naponskog generatora elektromotorne sile E:

$P_g = EI$ za usklađene referentne smjerove elektromotorne sile generatora i struje koja protiče između priključaka generatora. Snaga generatora se mjeri u vatima [W].

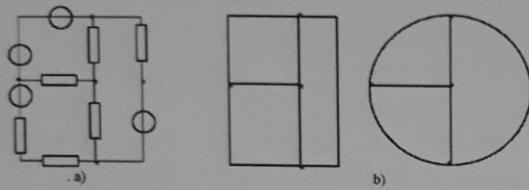
Snaga otpornika – brzina kojom otpornik prima energiju od ostatka električnog kola.

Za usklađene referentne smjerove napona na krajevima linearног otpornika i struje koja protiče između priključaka linearног otpornika snaga linearног otpornika otpornosti R je definisana izrazom:

$$P_R = RI^2. \text{ Snaga otpornika(prijemnika) se mjeri u vatima [W].}$$

24. Graf kola. Stablo, Kostablo. Spojnice. Kontrura. Presjek.

Da bi se istakla geometrijska struktura mreže, uobičajeno je da se mreža crta samo pomoću linija koje predstavljaju njene grane, i tačaka (ili kružića) koji označavaju čvorove mreže, tj. mesta gdje su dva ili više elemenata mreže međusobno povezani. Takav šematski prikaz naziva se **graf**. Graf se karakteriše samo brojem grana i čvorova kako su povezani, a ne i oblikom crtanja grana.



Slika 5.1: a) električna mreža, b) dva oblika grafa električne mreže sa slike (a)

Graf je **planaran** ako se grane (linije) ne sijeku kada se graf crta u jednoj ravni.

Graf je **povezan** ako između bilo koja dva čvora uvijek postoji putanja.

U nekim situacijama graf električnog kola daje nam bolju preglednost date električne mreže tog kola, na primjer mnogo je lakše provjeriti rezultate ako 1. Kirhofov zakon primjenimo na neki od graf-ova kola sa slike pod a).

Grane u grafu, koje spajaju sve čvorove, ali ne formiraju ni jednu zatvorenu konturu, nazivaju se **grane stabla**, a njihova struktura **stablo**. Preostale grane u mreži nazivaju se **spojnice**.

Svaka spojница dodata stablu obrazuje jednu zatvorenu **konturu** (ne smije se proći dva puta istim putem). **Presjek** grafa je skup grana, povezanog grafa koji kada uklonimo iz grafa on prestaje da bude povezan, uz uslov da uklanjanjem bilo kojeg pravog podskupa tog skupa grana graf ostaje povezan.

25. Rješavanje kola stalnih struja. Tablo i redukovani sistem jednačina.

METODA NEPOSREDNE PRIMJENE KIRHOFOVIH ZAKONA

1. Prebroje se grane i čvorovi date električne mreže. Broj čvorova n_c , broj grana n_g .
2. Proizvoljno odaberemo $n_c - 1$ čvorova date električne mreže i za njih napišemo odgovarajuće jednačine po prvom Kirhofovom zakonu $(\sum_k I_k) = 0$ za čvor M.
3. Proizvoljno odaberemo $n_g - (n_c - 1)$ nezavisnih zatvorenih strujnih puteva i za svaki od tih puteva napišemo odgovarajuće jednačine po drugom Kirhofovom zakonu $\sum_{poZatvorenomPutuS}(E, -RI) = 0$. Ako dato električno kolo sadrzi grane sa strujnim generatorom broj jednačina po drugom Kirhofovom zakonu se onda smanjuje za broj strujnih generatora posmatranog kola, a zamišljeni zatvoreni strujni putevi se biraju tako da ne sadrže granu sa strujnim generatorom.

METODA KONTURNIH STRUJA

1. Prebroje se grane i čvorovi date električne mreže. Broj čvorova n_c , broj grana n_g .
2. Za dato električno kolo se odabere i proizvoljno orijentiše $n_k = n_g - (n_c - 1)$ nezavisnih kontura, a svakoj konturi se pridružuje jedna zamišljena struja – konturna struja.
3. Za svaku nezavisnu konturu napišemo odgovarajuću jednačinu oblika $\sum_{k=i}^{n_k} R_{ik} I_k = E_{ii}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$
a zatim iz sistema jednačina odredimo algebarske intenzitete konturnih struja (konturna struja koja prolazi kroz granu sa strujnim generatorom određena je strujom tog strujnog generatora).
4. Poznatim konturnim strujama odredimo algebarske intenzitete stvarnih struja u pojedinim granama posmatrane električne mreže.

METODA NAPONA IZMEĐU ČVOROVA

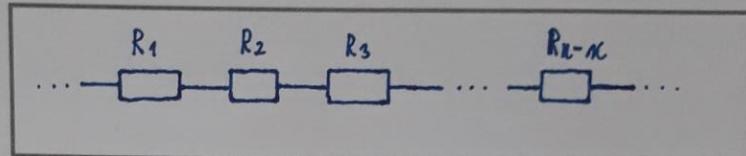
1. Prebroje se grane i čvorovi date električne mreže. Broj čvorova n_c , broj grana n_g .
2. Proizvoljno jedan čvor (obično onaj u kojem se sutiče najveći broj grana datog kola) odredimo kao tačku nultog potencijala – **referentni čvor**.
3. Za sve ostale čvorove datog električnog kola (imamo ih $n_c - 1$) u odnosu na referentni čvor napišemo jednačine oblika: $\sum_{j=1}^{n_c-1} U_{j0} G_{kj} = \sum(EG, I)$
4. Prethodnom jednačinom odredimo potencijale čvorova datog električnog kola, a zatim jednačinom $U_{j0} = \sum(-E, RI)$ odredimo algebarske intenzitete struja u pojedinim granama datog električnog kola.

26. Serijska veza otpornika. Paralelna veza otpornika. Transfiguracija zvijezda-trougaao.

Dva otpornika, svaki posjeduje po jedan par priključaka za povezivanje su u **rednoj** vezi ako je prvi otpornik jednim priključkom vezan na jedan priključak drugog otpornika, a onim drugim priključkom prvi i drugi otpornik su spojeni na ostatak električnog kola. Na analogan način se definiše redna veza **n** otpornika, svaki posjeduje po jedan par priključaka za povezivanje.

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

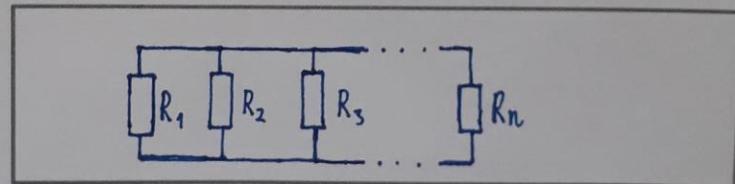
$$\frac{1}{G_e} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \frac{1}{G_3} + \dots + \frac{1}{G_n}$$



Dva otpornika, svaki posjeduje po jedan par priključaka za povezivanje su u **paralelnoj** vezi ako je prvi otpornik jednim priključkom vezan na jedan priključak drugog otpornika, a drugim priključkom prvi otpornik vezan je na drugi priključak drugog otpornika, a mesta na kojima se spajaju priključci (čvor) Oba otpornika su ujedno i mesta na kojima se otpornici vežu na ostatak električnog kola. Na analogan način se definije paralelna veza **n** otpornika, svaki posjeduje jedan par priključaka za povezivanje.

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$G_e = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n$$



Zvijezda -> Trougao

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2}$$

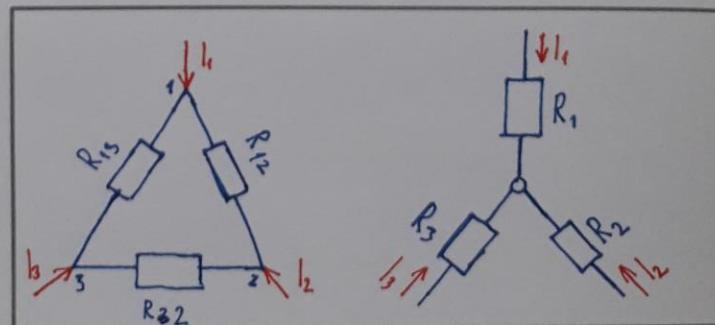
$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

Trougao -> Zvijezda

$$R1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R3 = \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$



27. Teoreme linearnosti.

Teoreme linearnosti važe isključivo, kako im i sam naziv kaže, za linearna električna kola.

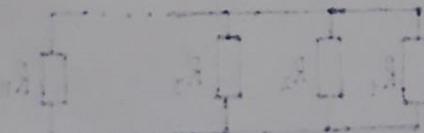
Iskazuju činjenicu da između **odziva** u kolu (napona i struja) i **pobude** (elektromotornih sila naponskih generatora i struja strujnih generatora) postoje linearne veze. To su teorema proporcionalnosti, teorema superpozicije, teorema linearnosti za kolo sa više pobuda, teorema linearne zavisnosti odziva od pobude za kola sa više pobuda.

Teorema proporcionalnosti:

Važi za kolo u kome postoji samo jedan generator (naponski ili strujni), odnosno samo jedna pobuda. Tada je bilo koji odziv u kolu srazmjeran toj pobudi (linearna funkcija). Ako je pobuda naponska (ems), a odziv napon, onda imamo $U = aE$, gde je a konstanta bez dimenzija. Ako je pobuda naponska, a odziv struja, onda je $I = bE$, gde konstanta b ima dimenziju provodnosti. Ako je pobuda struja (struja strujnog generatora), a odziv napon, onda je $g U = cI$, gde konstanta c ima dimenziju otpornosti. I ako je struja pobuda i struja odziv, važi je $g I = dU$, gde je konstanta d veličina.

Teorema superpozicije:

Po teoremi superpozicije algebarski intenzitet električne struje u bilo kojoj grani linearne električne mreže jednak je algebarskom zbiru intenziteta struja koje bi proticale kroz tu granu kada bi svaki izvor napajanja u datom kolu djelovao pojedinačno.



28. Teorema kompenzacije.

Po teoremi kompenzacije dio električnog kola se može zamjeniti sa idealnim naponskim generatorom (kompenzacioni idealni naponski generator) ili sa idealnim strujnim generatorom (kompenzacioni idealni strujni generator) sve u zavisnosti od toga da li nam je između posmatranih krajeva date električne mreže poznat napon ili struja.

29. Tevenenova i Nortonova teorema.

Prema **Tevenovoj** teoremi električno kolo se u odnosu na bilo koja dva kraja, bilo koje dvije tačke ponaša kao ekvivalentan naponski Tevenov generator. Elektromotorna sila Tevenovog generatora jednaka je naponu između posmatranih tačaka kada su te tačke odnosno krajevi Tevenovog generatora otvoreni, a unutrašnja otpornost Tevenovog generatora jednaka je otpornosti između tih tačaka, gledano sa strane tih tačaka, kada su svi izvori napajanja u datom kolu isključeni. Izvori se isključuju tako što se anulira dejstvo elektromotornih sila naponskih generatora (kratko se spajaju) i struja strujnih generatora (strujni izvori se vade iz kola – otvorena veza).

Prema **Nortonovoj** teoremi električno kolo se u odnosu na bilo koja dva kraja, bilo koje dvije tačke, ponaša kao ekvivalentni strujni generator. Intenzitet I_N struje strujnog Nortonovog generatora jednak je intenzitetu struje kratkog spoja između posmatranih tačaka. Unutrašnja provodnost Nortonovog generatora jednaka je provodnosti između posmatranih tačaka kada je ukinuto dejstvo svih generatora u kolu.

30. Teorema održanja snage.

$$\sum_{\text{U posmatranom Električnom kolu}} P_g = \sum_{\text{U posmatranom Električnom kolu}} P_R$$

Riječima: U posmatranom električnom kolu. Ukupna snaga svih predajnika(generatora) mora biti jednaka ukupnoj snazi svih potrošača (kod nas su to linearni otpornici).

Za pitanja:

- 31. -> OET1_PRAKIKUM
- 32. ->OET1_PRAKTIKUM
- 33. ->OET1_PRAKTIKUM
- 34. ->OET1_PRAKTIKUM

Prvi kolokvijum iz predmeta Osnovi elektrotehnike 1 (O, 2234, 8 ECTS)

Datum: 28.11.2018. godine

Trajanje kolokvijuma: 150 minuta

Zadatak 1. Na sl. 1 prikazane su dvije niti oblika luka određenog uglovom α i poluprečnikom a , koje su nanelektrisane konstantnom podružnom gustinom nanelektrisanja Q' . Okolina sredine je vazduh. Odrediti vektor jačine električnog polja u koordinatnom početku Dekartovog koordinatnog sistema. Koliki je intenzitet ovog vektora ako je $\alpha = \pi/2$?

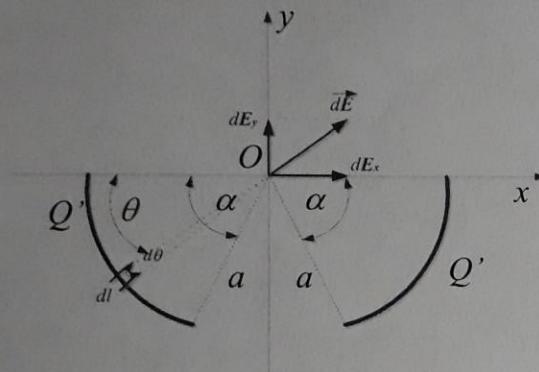
dok je njegov intenzitet po x -osi jednak nuli, jer se uticaji luka sa desne i lijeve strane ponište. Stoga, konačno se može pisati:

$$\mathbf{E} = E_y \mathbf{i}_y = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} (1 - \cos \alpha) \mathbf{i}_y. \quad (7)$$

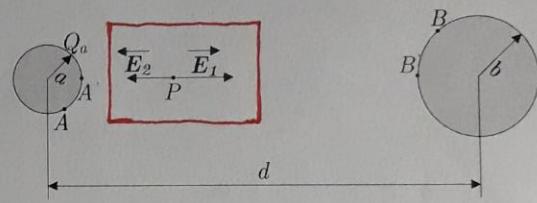
Specijalno, za $\alpha = \pi/2$ dobija se:

$$\mathbf{E} = E_y \mathbf{i}_y = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_y. \quad (8)$$

Zadatak 2. Na sl. 2 su prikazane dvije metalne lopte poluprečnika $a = 4$ mm i $b = 6$ mm, nanelektrisanja $Q_a = Q_b = 200$ pC, koje se nalaze se u vazduhu na rastojanju $d = 1$ m. Odrediti napon između tačaka A i B .



Slika 1



Slika 2

RJEŠENJE: Zbog simetrije, posmatraćemo samo uticaj lijeve niti (sl. 1). Izdjelimo nit na male segmente dl na kojima imamo količinu nanelektrisanja $dQ = dlQ'$. Intenzitet vektora el. polja u koordinatnom početku koji potiče od ovog nanelektrisanja (sa smjerom kao na sl. 1) je:

$$dE = \frac{Q' dl}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (1)$$

Kako je $dl = d\theta a$, dobija se:

$$dE = \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (2)$$

Rastavljanjem vektora el. polja na komponente može se pisati:

$$dE_x = dE \cos \theta, \quad (3)$$

$$dE_y = dE \sin \theta. \quad (4)$$

Integraljenjem po θ od 0 do α dobija se:

$$E_y = \int_0^\alpha \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} \sin \theta = \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} (1 - \cos \alpha). \quad (5)$$

Konačno, uzimajući u obzir i drugi luk, ukupan intenzitet komponente vektora el. polja po y -osi je:

$$E_y = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} (1 - \cos \alpha), \quad (6)$$

RJEŠENJE: Primjenom Gausovog zakona mogu se odrediti intenziteti vektora jačine električnog polja u tački P pod uticajem lijevog (E_1) odnosno desnog (E_2) provodnika:

$$E_1 = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (9)$$

$$E_2 = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 (d-r)^2}, \quad (10)$$

gdje r označava udaljenost tačke P od centra lijevog provodnika, smjerovi ovih vektora su dati na sl. 2. Primjenom principa superpozicije određuje se intenzitet vektora jačine električnog polja pod uticajem oba provodnika u tački P :

$$E = E_1 - E_2 = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 (d-r)^2}, \quad (11)$$

smjer ovog vektora odgovara smjeru vektora E_1 . Napon između tačaka A i B jednak je naponu između tačaka A' i B' . Primjenom definicionoga izraza za napon i jednačine (11) dobija se:

$$U_{AB} = U_{A'B'} = \int_{A'}^{B'} \mathbf{E} dl = \int_a^{d-b} E dr \quad (12)$$

$$U_{AB} = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a} \frac{d-b-a}{(d-b)} - \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b} \frac{d-b-a}{b(d-a)} \quad (13)$$

Uvrštanjem $d \gg a, b$ dobija se:
 $\approx 150 [V]$

$$U_{AB} \approx \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b} \approx 150 [V] \quad (14)$$

S D F G H J K L C C β

Zadatak 3. Kapacitivnost pločastog kondenzatora sa vazdušnim dielektrikom iznosi $C_0 = 100 \text{ pF}$. Elektrode kondenzatora su oblika provodnika stranice a i b i nalaze se na međusobnom rastojanju $d = 2 \text{ mm}$ (sl. 3). Između elektroda je ubaćena dielektrična homogena pločica relativne permeabilnosti $\epsilon_r = 5$ i dielektrične čvrstoće $E_{kr} = 200 \text{ kV/cm}$. Kondenzator je opterećen kolичinom naceliktrisanja $Q = 2.4 \mu\text{C}$ i odvojen je od izvora. Smatrujući da je dielektrična čvrstoća vazduha $E_{kr0} = 30 \text{ kV/cm}$, odrediti za koliko z smije da se izvuče pločica, a da ne nastupi proboj u dielektriku.

RJEŠENJE: Kako na razdvojnoj površi dva dielektrika postoji samo tangencijalna komponenta, iz graničnih uslova se zaključuje da je $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0$, dok se vektori \mathbf{D} i $\mathbf{D}_0 = \epsilon_0 \mathbf{E}$ razlikuju, odnosno: $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}$ i $\mathbf{D}_0 = \epsilon_0 \mathbf{E}$. Na osnovu generalisanog Gaušovog zakona može se pisati (zamisljena zatvorena površ obuhvata jednu elektrodu kondenzatora): $D(a-z)b + D_0zb = Q$, odnosno:

$$E[(a-z)\epsilon_0 \epsilon_r + zb\epsilon_0] = Q, \text{ odakle je:}$$

$$E = \frac{Q}{b\epsilon_0[\epsilon_r(a-z) + z]} \quad (15)$$

Kako do proboga dolazi prvo u vazduhu ($E_{kr0} < E_{kr}$), uslov je da polje E iz jed. (1) bude manje ili jednako E_{kr0} , tj.:

$$\frac{Q}{b\epsilon_0[\epsilon_r(a-z) + z]} \leq E_{kr0}, \quad (16)$$

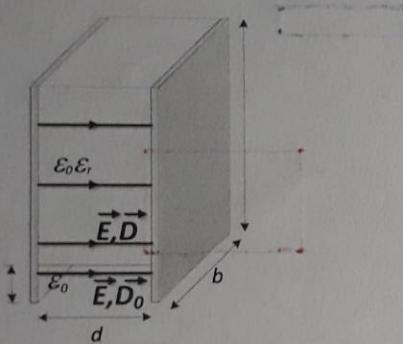
gdje je Q konstantno, jer je izvor odvojen.

Koristeći da je:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{ab}{d} \Rightarrow \epsilon_0 b = \frac{dC_0}{a}, \quad (17)$$

te uvrštavanjem u jednačinu (2) dobija se:

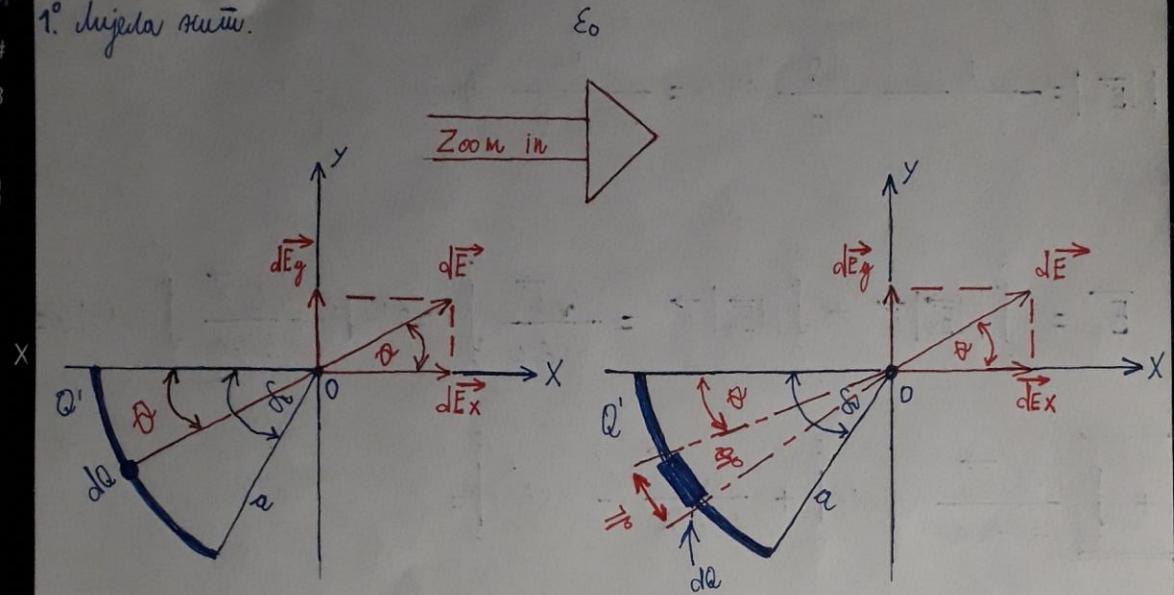
$$z \leq \frac{dC_0 \epsilon_r E_{kr0} - Q}{E_{kr0} \frac{dC_0}{a} (\epsilon_r - 1)} \Rightarrow z \leq 0.25a. \quad (18)$$



Slika 3

Задача 1.

1. Метод зон.



Изједначава се (кружни лук) за моде симетрије (кружни лук) дужине
dL. Дужина dL симетрије:

$$dL = a d\theta \quad (\text{дужина кружног лука}) = (\text{популарних кружница}) \cdot (\text{угао између}\dots \text{за хвата})$$

Q' је радијално распоређено по кругу чијаје величина је:

$$dQ = Q' dL = Q' a d\theta$$



$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y$$

$$d\vec{E} = |d\vec{E}_x| \vec{i} + |d\vec{E}_y| \vec{j}$$

$$|d\vec{E}| = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$\cos \theta = \frac{|d\vec{E}_x|}{|d\vec{E}|}$$

$$\sin \theta = \frac{|d\vec{E}_y|}{|d\vec{E}|}$$

8 9 0 "

$$|d\vec{E}_x| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{a^2} \cos\theta = \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} \cos\theta$$

$$|d\vec{E}_y| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{a^2} \sin\theta = \frac{Q' d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta$$

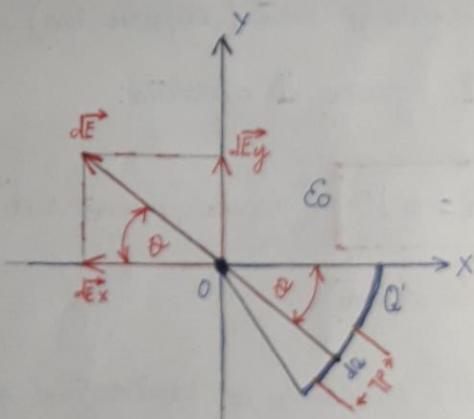
$$\vec{E}_1 = \int_0^\alpha |d\vec{E}_x| \vec{i} + \int_0^\alpha |d\vec{E}_y| \vec{j} = \frac{Q' \vec{i}}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^\alpha \cos\theta d\theta + \frac{Q' \vec{j}}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^\alpha \sin\theta d\theta =$$

$$\left. \frac{Q' \vec{i}}{4\pi\epsilon_0 a} \sin\theta \right|_0^\alpha + \left. \frac{Q' \vec{j}}{4\pi\epsilon_0 a} (-\cos\theta) \right|_0^\alpha =$$

$$\frac{Q' \sin\alpha}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{i} + \frac{Q' (1 - \cos\alpha)}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$$

2. deotta mitä.

$$\vec{E}_2 = \frac{Q' \sin\alpha}{4\pi\epsilon_0 a} (-\vec{i}) + \frac{Q' (1 - \cos\alpha)}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$$

3.^o

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{Q' (1 - \cos\alpha)}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$$

$$= \frac{Q' \vec{j}}{2\pi\epsilon_0 a} \text{ ja } \alpha = \frac{\pi}{2} [\text{rad}]$$

Tilastavapitoisus on 100% ja sivujen määrä on $\alpha = 30^\circ$.

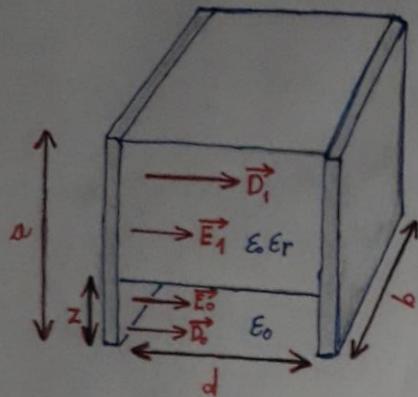
Задача 3.

F5

9

5

F



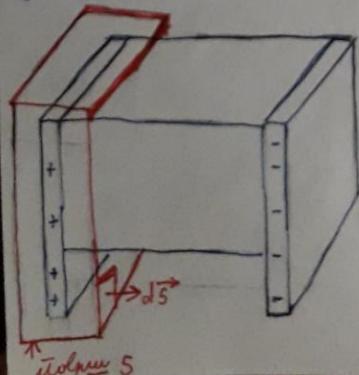
$$\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\epsilon_0} = \frac{E_1}{E_0}$$

Векторы \vec{E}_0 и \vec{E}_1 имеют синонинимичную компоненту по направлению на границах подобно гравитации.

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} &= 0 \\ \oint_C \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} &= 0 \end{aligned} \rightarrow \quad \oint_C \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = \oint_C \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} \dots / | \boxed{\vec{E}_0 = \vec{E}_1} = \vec{E}$$

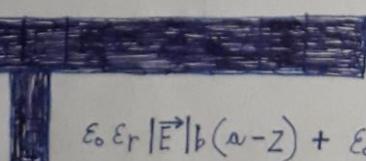
$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$



$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$|\vec{D}_1|(a-z)b + |\vec{D}_0|bz = Q$$



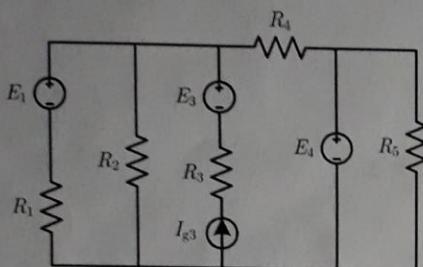
$$\epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}| b(a-z) + \epsilon_0 |\vec{E}| bz = Q$$

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{b \epsilon_0 [\epsilon_r(a-z) + z]}$$

POPRAVNI DRUGI KOLOKVIJUM

Vrijeme predviđeno za izradu popravnog kolokvijuma je 90 minuta. Ime i prezime napišite čitko štampanim slovima. Nemojte ostavljati više od jednog rješenja za isti zadatak jer u tom slučaju zadatak neće biti bodovan. Nemojte koristiti olovku koja ostavlja crveni trag. Na ispitnoj svesci naznačite šta polažete. Zadatke rješavajte u ispitnoj svesci a konačne odgovore upišite na predviđeno mjesto. Odgovori na ovom listu bez izvođenja u ispitnoj svesci se neće uvažiti. Ovaj list stavite u ispitnu svesku.

Zadatak 1. Za električno kolo stalne struje prikazano na sl. 1 poznato je: $E_1 = 10 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $E_3 = 15 \text{ V}$, $R_3 = 500 \Omega$, $I_{g3} = 10 \text{ mA}$, $E_4 = 12 \text{ V}$, $R_4 = 400 \Omega$ i $R_5 = 200 \Omega$.



Slika 1

- (a) Bez uvrštanja brojnih vrijednosti, napisati sistem jednačina po metodi potencijala čvorova.

Odgovor (4 boda):

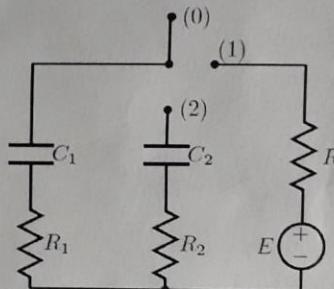
- (b) Uvrstiti brojne vrijednosti i izračunati potencijale datog kola.

Odgovor (3 boda):

- (c) Koristeći prethodno dobijene rezultate, izračunati snagu idealnog naponskog generatora ems E_1 .

Odgovor (3 boda):

Zadatak 2. Za električno kolo prikazano na sl. 2 poznata je elektromotorna sila $E = 12 \text{ V}$ i kapacitivnosti $C_1 = 1 \mu\text{F}$ i $C_2 = 2 \mu\text{F}$. Kada se preklopnik nalazi u položaju (0), oba kondenzatora su neopterećena. Preklopnik se prebacuje u položaj (1), pa se nakon uspostavljanja stacionarnog stanja prebacuje u položaj (2).



Slika 2

- (a) Izračunati ukupan rad pretvoren u toplotu od trenutka prebacivanja preklopnika iz položaja (0) u položaj (1) do uspostavljanja stacionarnog stanja,

Odgovor (5 bodova):

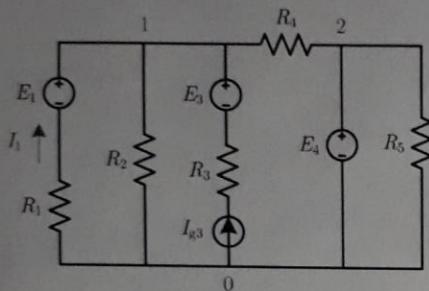
- (b) Izračunati ukupan rad pretvoren u toplotu od trenutka prebacivanja preklopnika iz položaja (1) u položaj (2) do uspostavljanja stacionarnog stanja.

Odgovor (5 bodova):

Neoznačiovanje!

RJESENJA:

Zadatak 1. Uvodeći numeraciju cvorova kao sto je prikazano na slici



Slika 3

jednacine po metodi potencijala cvorova su:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) V_1 - \frac{1}{R_4} V_2 = \frac{E_1}{R_1} + I_{g3} \quad (1)$$

$$V_2 = E_4 \quad (2)$$

pa se uvrstavanjem brojnih vrijednosti dobija: $V_1 = 12 \text{ V}$ i $V_2 = 8 \text{ V}$.

Trazenu snagu mozemo odrediti na osnovu izraza

$$P_{E_1} = E_1 I_1 = E_1 \frac{E_1 - V_1}{R_1} \quad (3)$$

odnosno $P_{E_1} = 0.2 \text{ W}$.

Zadatak 2. Uvodeći referentni smjer protekle kolicine nanelektrisanja q' tako da je usaglasena sa ems E , za slučaj kada je prekidac u položaju (1) dobija se

$$q' = C_1 E = 12 \mu\text{C} \quad (4)$$

pa je rad pretvoren u toplotu

$$A_j = A_g - \Delta W_C = q'E - 0.5q'E = 72 \mu\text{J} \quad (5)$$

a energije kondenzatora su: $W'_{C1} = 72 \mu\text{J}$ i $W'_{C2} = 0$.

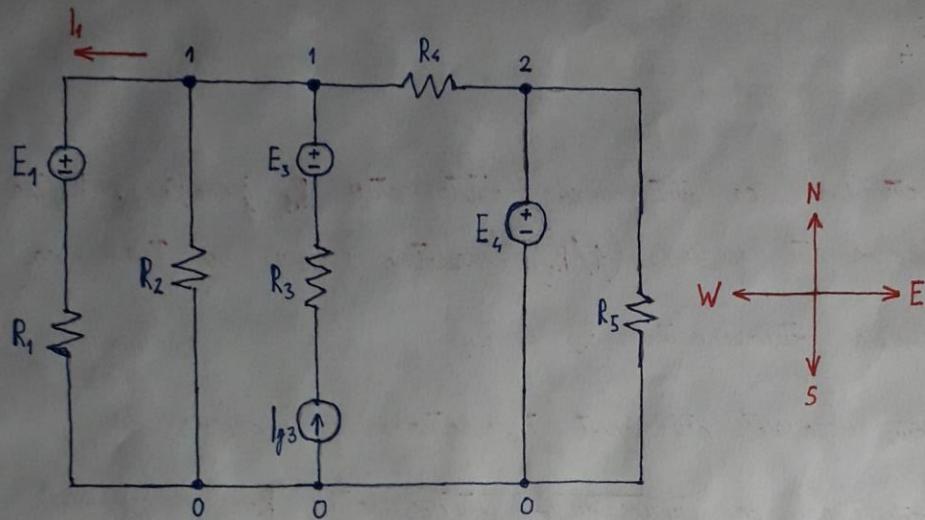
Kada je prekidac u položaju (2) odspojen je generator pa je $A_g = 0$, ali uvodeći referentni smjer protekle kolicine nanelektrisanja q'' u suprotnom smjeru od q' dobija se $q'' = 8 \mu\text{C}$, pa je:

$$U_{C_1} = U_{C_2} = 4 \text{ V} \quad (6)$$

odakle su energije kondenzatora: $W''_{C1} = 8 \mu\text{J}$ i $W''_{C2} = 16 \mu\text{J}$, te je traženi rad $A_j = 48 \mu\text{J}$.

F9 F10 F11 F12 PrSc SysRq Pause Break Del Ins Home Pg Up Pg Dn End ⌂

Задатак 1.



У пром између North прикључака оптерјака оптерјака оптерјака R_2 и генератора електромотора симе E_3 нема никаквих елемената. Таја је мерилица су краткоспојена (експонирана). У пром између South прикључака оптерјака оптерјака оптерјака R_2 , струјећи генератора Ig_3 и генератора електромотора симе E_4 нема никаквих елемената. Таја је мерилица су краткоспојена (експонирана). Када је између два мора саве краткоспојних таја је мора су на истом пошевујују

$$m = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$\sum_{j=1}^m U_{j0} G_{kj} = \sum (EG + Ig) ; \quad k \in N$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) U_{10} - \frac{1}{R_4} U_{20} = \frac{E_1}{R_1} + I_{g3}$$

$$U_{20} = E_4$$

(a)

Z Osimornost trake sa omornom omornostim R_1 jeznaka je R_1 , tada je
vezna propisnost jeknaka ($1/R_1$). Trakotno mase za trake sa
omornicima omornostim R_2 i R_4 .

{ Osimornost idealne strujne generatorka je beskonačna.

Osimornost trake sa omornom omornostim R_3 je jeknaka
($R_3 + \infty$) no je vezna propisnost jeknaka nula.

$$0,0175 U_{10} - 0,0025 \cdot 12 = 0,1 + 0,01$$

$$U_{20} = E_4 = 12[V] \checkmark$$

(b)

$$U_{10} = \frac{0,1 + 0,01 + 0,03}{0,0175} = 8[V] \checkmark$$

$$U_{10} = -(-E_1) + R_1 I_1$$

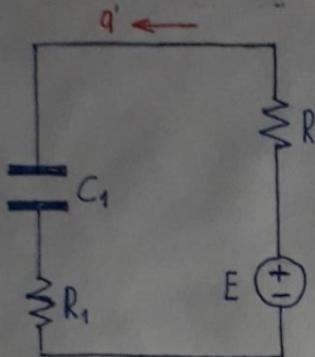
$$I_1 = \frac{U_{10} - E_1}{R_1} = \frac{-2}{100} = -0,02[A]$$

$$P_{E_1} = -E_1 I_1 = -10(-0,02) = 0,2[W] \checkmark \quad (c)$$

Задатак 2.

Кога је прехлопник у положају (1) шта ће електрично кордо
који се симбул.

$$A_g = ?$$



1. Употребома рефлексијами симетрије положаја кондензатора C_1 кроз
дано кордо.

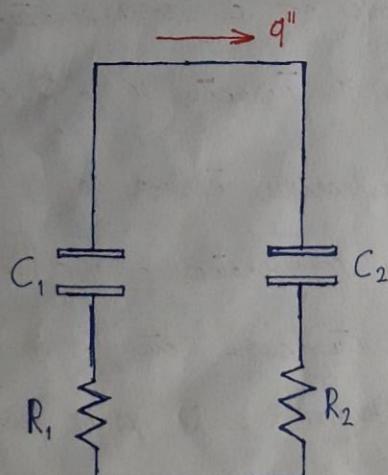
Помоћу се прије положаја (1) прехлопних стављача у положају (0) електричне кондензатора C_1 су биле изобиљене. Пребачивањем прехлопника у положају (1) затвора се електрично кордо и кондензатор почине да се пуни струјом коју обезбеђује генератор. Струја ће течи кроз кордо док се кондензатори не напуне (док напон на кондензатору не порасте до 63% вредности), а то је јако мали временски период да се постепено струја може заметити. Докле кондензатор се јако брзо пуни кроз дано кордо пропадајући напон кондензатора, струја ће затвори- рати ($I=0$) па је највиши отпорници R и R_1 једини који је висок, па је струја на кондензатору по II Кирхиофовом закону једнак вредности напонског кондензатора генератора. Кога стапи q' .

$$C_1 = \frac{q'}{E}$$

$$q' = C_1 E = 1 \cdot 10^{-6} [F] 12 [V] = \boxed{} = 12 [\mu C] \checkmark$$

$$A_j = A_g - \Delta W_C = q' E - \frac{q' E}{2} = 72 [\mu C] \checkmark$$

Када преложимо прето из постојећа (1) у постојећи (2) имамо електрично кордо као за алију.



1. Убрзимо редоредешен сноп
протичујућа електрична струја
 q'' кроз дато електрично
кордо.

Када преносим \vec{q} пређе из поља (1) у поља (2) електричне кондензаторе капацитаности C_1 ће поред наелектрисава q' бити оштетено и наелектрисава q'' . Електричне кондензаторе капацитаности C_2 ће бити оштетено наелектрисава q'' .

Кроз даноје коло протиче наелектрисава (q'') , а не протиче струја па су напони омпората R_1 и R_2 једнаки тумачи.

$$C_1 = \frac{q'' - q'}{U_{C_1}} \rightarrow U_{C_1} = \frac{q'' - q'}{C_1} \rightarrow \text{Укупни проток наелектрисава кроз кондензатор!}$$

$$C_2 = \frac{q''}{U_{C_2}} \rightarrow U_{C_2} = \frac{q''}{C_2}$$

$$U_{C_1} + U_{C_2} = 0 \quad \text{По II Kirchhoffovom zakonu.}$$

$$C_2(q'' - q') = -C_1 q''$$

$$q''(C_1 + C_2) = C_2 q'$$

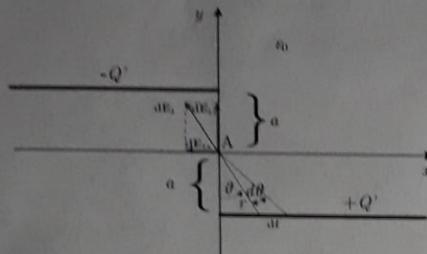
$$q'' = \frac{C_2 q'}{C_1 + C_2} = 8 \text{ [HC]}$$

Pismeni dio ispita iz predmeta Osnovi elektrotehnike 1 (O, 2226, 7 ECTS)

Datum: 17.9.2018. godine

Trajanje ispita: 180 minuta

Zadatak 1. Na Sl. 1 su prikazane dvije beskonačno dugačke ravnomjerne nakelektrisane niti, u vazduhu. Odrediti vektor jačine električnog polja u tački A (0,0).



Slika 1

RJEŠENJE: Primjenjujući superpoziciju (dijeljenjem nakelektrisane niti na jako male segmente koje možemo posmatrati kao tačkasta nakelektrisanja) te na osnovu Sl. 1:

$$d\mathbf{E}_1 = d\mathbf{E}_{1x} + d\mathbf{E}_{1y} \quad (1)$$

$$dE_1 = \frac{Q'dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

$$dl = \frac{rd\theta}{\cos\theta} \quad (3)$$

$$dE_{1x} = -dE_1 \sin\theta \quad (4)$$

$$dE_{1y} = dE_1 \cos\theta \quad (5)$$

$$E_{1x} = -\frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \quad (6)$$

$$E_{1y} = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta \quad (7)$$

dobija se vektor jačine električnog polja koje stvara nit nakelektrisana podužnom gustinom nakelektrisanja $+Q'$:

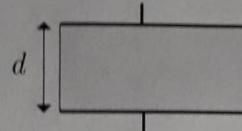
$$\mathbf{E}_1 = -\frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_x + \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_y. \quad (8)$$

Ponavljajući istu proceduru za vektor jačine električnog polja \mathbf{E}_2 koje stvara nakelektrisana nit podužne gistine nakelektrisanja $-Q'$ te vektorskim sabiranjem sa \mathbf{E}_1 dobija se traženi vektor jačine električnog polja u tački A:

$$\mathbf{E} = -\frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_x + \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_y. \quad (9)$$

Zadatak 2. Pločasti kondenzator rastojanja između elektroda $d = 4$ mm potpuno je ispunjen homogenim dielektrikom. Kondenzator je priključen na izvor stalnog napona, uspostavljen je stacionarno stanje, pa je kondenzator odvojen od izvora. Zatim se dielektrik potpuno izvucе iz kondenzatora i uspostavi se novo stacionarno stanje. Priraštaj napona

kondenzatora je pri tome $\Delta U = 144$ V. Izračunati intenzitet vektora polarizacije P dielektrika u prvoj stacionarnom stanju.



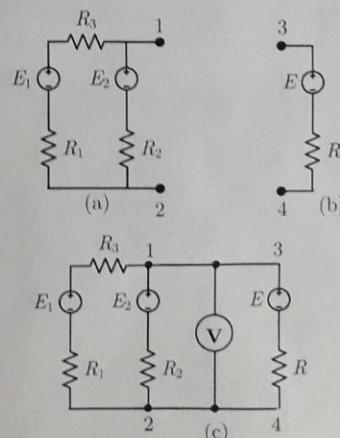
Slika 2

RJEŠENJE: Unošenjem dielektrika u električno polje između ploča kondenzatora dolazi do polarizacije dielektrika i pojavе vezanih nakelektrisanja. Nakon iznosa dielektrika, kondenzator je odspojen od generatora pa se količina slobodnih nosilaca nakelektrisanja ne mijenja. Imajući ovo u vidu, kao i izraz koji povezuje jačinu električnog polja i napon između ploča kondenzatora $U = Ed$, uopšteni Gausov zakon i vezu količine vezanog nakelektrisanja i intenziteta vektora polarizacije P ($Q_v = -\oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = \eta_v S$) priraštaj napona je:

$$\Delta U = U'' - U' = \frac{\eta_s}{\epsilon_0} - \frac{\eta_s + \eta_v}{\epsilon_0} = \frac{Pd}{\epsilon_0} \quad (10)$$

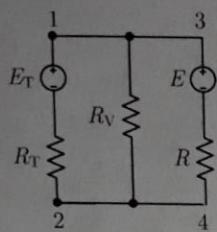
odakle slijedi $P \approx 319$ nC/m².

Zadatak 3. Napon praznog hoda električne mreže prikazane na Sl.3(a) je $U_{12}^{(0)} = 10$ V, a struja kratkog spoja je $I_{12}^{(ks)} = 1$ mA. Za električnu mrežu prikazanu na Sl. 3(b) poznato je $E = 25$ V i $R = 1000 \Omega$. Odrediti pokazivanje realnog voltmетra umatršnje otpornosti $R_v = 200$ kΩ kada se posmatrane dvije mreže i realni voltmeter vežu kao što je prikazano na Sl. 3(c).



Slika 3

RJEŠENJE: Primjenjujuci Tevenenovu i Nortonovu teoremu na električnu mrežu sa Sl.3(a), povezivanjem datih mreža i realnog voltmatra dobija se električno kolo prikazano na Sl. 4:



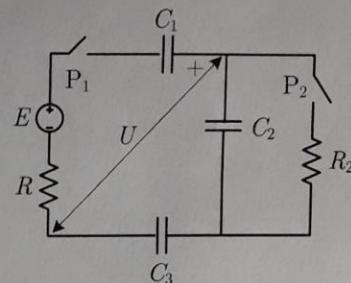
Slika 4

pri čemu je $E_T = 10 \text{ V}$ i $R_T = 10 \text{ k}\Omega$, odakle se dobija traženi napon U :

$$U = \frac{E_T R_V R + E_T R_V R_T}{R_V R + R_T R + R_V R_T} \approx 23.5 \text{ V}. \quad (11)$$

Zadatak 4. U kolu stalne struje (Sl. 5) poznato je: $E = 2100 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$, $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $C_3 = 500 \text{ nF}$ i $R_2 = 75 \Omega$. Prekidači P_1 i P_2 su otvoreni, a kondenzatori neopterećeni. Najpre se zatvori prekidač

P_1 i uspostavi se prvo stacionarno stanje. Zatim se zatvori i prekidač P_2 i uspostavi se drugo stacionarno stanje. Najzad se prekidač P_2 ponovo otvori. Izračunati napon U u sva tri slučaja.



Slika 5

RJEŠENJE: Traženi napon U treba odrediti u tri stacionarna stanja

$$\text{P}_1 \text{ zatvoren: } U = \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = 1500 \text{ V} \text{ pri čemu je}$$

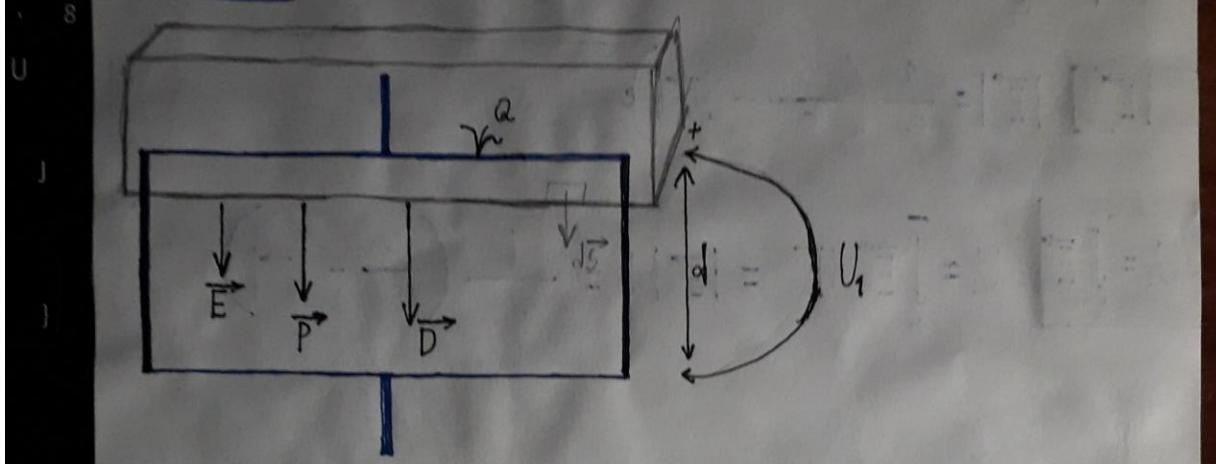
$$q = \frac{E}{C_1 + C_2 + C_3},$$

$$\text{Zatvoren i } \text{P}_2: E = \frac{1}{C_3} \frac{E}{C_1 + C_3} = 1400 \text{ V, i}$$

$$\text{Otvoren } \text{P}_2: U = 1400 \text{ V.}$$

F9 F10 F11 F12 PrSc Pause Del Home Pg Up Pg Dn End 1)

Задатак 2. $\vec{P} = ?$



1. Проспост између електрода подложао је у поштугости испуњен хомогеним диелектриком. Када се доделехтирих насе у струјном ед. пољу вектора \vec{E} додате го подстичују диелектрика.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Вектор \vec{E} је смјерен од Q ка $(-Q)$ па су вектори \vec{P} и \vec{D} у истом смјеру јер је $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$ и $\vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$(\epsilon_0 |\vec{E}| + |\vec{P}|) S = Q$$

F9

$$\epsilon_0 |\vec{E}| = \frac{Q}{S} - |\vec{P}|$$

(8)

$$|\vec{E}| = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right)$$

M

$$U_1 = \int_{+} \vec{E} \cdot d\vec{l} = |\vec{E}| d = \frac{d}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right)$$

2. Проспир између електрода има часнују ходежу-
тира је у поштављености испуњен ваздушним диелектриком.
У ваздуху је $\vec{P} = 0$ јер нема атона који су се подаривали.

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\int_S \vec{D}_0 \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\epsilon_0 |\vec{E}_0| S = Q$$

$$|\vec{E}_0| = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$U_2 = \int_{+} \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = |\vec{E}_0| d = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 144 [V]$$

$$\frac{Qd}{\epsilon_0 S} - \frac{d}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right) = 144$$

$$\frac{d}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - \frac{Q}{S} + |\vec{P}| \right) = 144$$

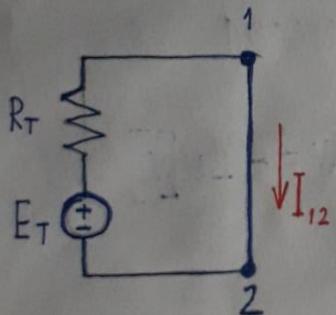
$$\frac{|\vec{P}|}{\epsilon_0} = 144 \quad 0,000\,000\,3188 \left[\frac{C}{m^2} \right]$$

$$|\vec{P}| = \frac{144 \epsilon_0}{d}$$

Задатак 3.

3) Према Џенераторној теореми електромагнетног кола се у односу на
Било која своја два краја, било које две тачке токома
као еквивалентних напонских Џенератор.

Докле коло са Sl. 3(a) се у односу на тачке 1 и 2
токома као Џенератор. Из тежега задатка:

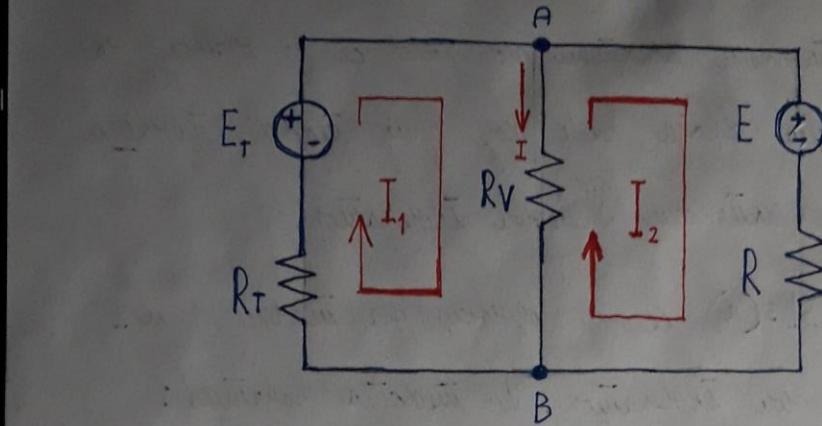


$$R_T = \frac{E}{I_{12}} = \frac{10}{1 \cdot 10^{-3}} = 10000 [\Omega]$$

F9

(8)

M



$$R_{11} I_1 + R_{12} I_2 = E_{11}$$

$$I = I_1 - I_2 = -0,0001$$

$$R_{21} I_1 + R_{22} I_2 = E_{22}$$

$$U = IRV \approx -20[V]$$

$$(R_T + R_V) I_1 - R_V I_2 = E_T$$

$$I_1 \approx -0,0014[A]$$

$$-R_V I_1 + (R_V + R) = -E$$

$$I_2 \approx -0,0013[A]$$

C

$$210\ 000 I_1 - 200\ 000 I_2 = 10$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 210\ 000 & 10 \\ -200\ 000 & -25 \end{vmatrix} = -3\ 250\ 000$$

$$-200\ 000 I_1 + 201\ 000 I_2 = -25$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 10 & -200\ 000 \\ -25 & 201\ 000 \end{vmatrix} = -2\ 990\ 000$$

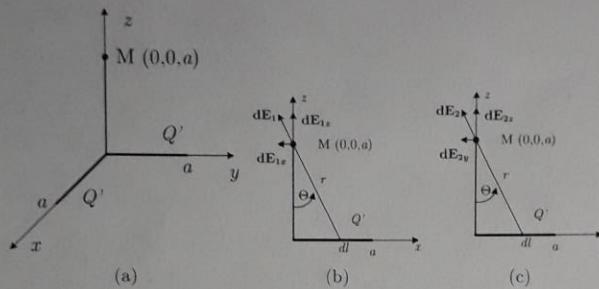
$$D = 2\ 210\ 000\ 000$$

Univerzitet u Banjoj Luci
 Elektrotehnički fakultet
 Katedra za opštu elektrotehniku
 Predmet: Osnovi elektrotehnike 1
 Datum: 4.2.2019. godine

Vrijeme predviđeno za izradu jednog popravnog kolokvijuma je 90 minuta. Pišite čisto i uredno. Nemojte ostavljati više od jednog rješenja za isti zadatak jer u tom slučaju zadatak neće biti bodovan. Nemojte koristiti olovku koja ostavlja crveni trag. Na ispitnoj svesci naznačite šta polaželete.

RJEŠENJA ZADATAKA POPRAVNI PRVI KOLOKVIJUM

Zadatak 1. (5 bodova) Naelektrisane niti dužine a podužne gustine naclektrisanja Q' postavljene su kao što je prikazano na Sl. 1(a). Odrediti vektor jačine električnog polja u tački M(0,0,a).



Sl. 1

RJEŠENJE: Primjenjujući superpoziciju sistem dijelimo na dva, kao što je prikazano na Sl. 1(b) i Sl. 1(c), pri čemu je rezultatni vektor jačine električnog polja u tački M jednak vektorskom zbiru vektora \mathbf{E} za pojedine segmente:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (1)$$

Uvodeći oznake kao što je prikazano na Sl. 1, pri čemu je

$$dE_1 = \frac{Q'dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2)$$

$$\cos \theta = \frac{rd\theta}{dl} = \frac{a}{r} \quad (3)$$

$$dE_{1z} = dE_1 \cos \theta \quad (4)$$

$$dE_{1x} = -dE_1 \sin \theta \quad (5)$$

$$dE_2 = \frac{Q'dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (6)$$

$$dE_{2z} = dE_2 \cos \theta \quad (7)$$

$$dE_{2y} = -dE_2 \sin \theta \quad (8)$$

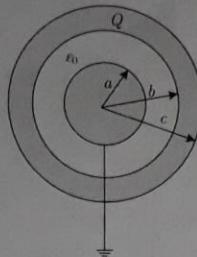
$$\theta \in [0, \pi/4] \quad (9)$$

vektor jačine električnog polja u tački M je:

$$\mathbf{E} = -\frac{Q'(2-\sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_x - \frac{Q'(2-\sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_y + \frac{Q'\sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 a} \mathbf{i}_z \quad (10)$$

Zadatak 2. (5 bodova) Oko metalne lopte poluprečnika $a = 1$ cm koncentrično je postavljena metalna ljuska unutrašnjeg poluprečnika $b = 2$ cm i spoljašnjeg poluprečnika $c = 2,5$ cm, kao što je prikazano na Sl. 2. Provodnici se nalaze u vazduhu visoko iznad zemlje. Lopta je, kroz mali otvor na ljusci, uzemljena

veoma tankom žicom. Naelektrisanje ljske je $Q = 3,6 \text{ nC}$. Izračunati potencijal ljske u odnosu na zemlju zanemarajući nanelektrisanje tanke žice i njen uticaj na električno polje.



Slika 2

RJESENJE: Prema postavci zadatka:

$$V_a = 0 \quad (11)$$

$$Q_b + Q_c = Q \quad (12)$$

$$Q_a + Q_b = 0. \quad (13)$$

Primjenom Gausovog zakona dobija se izraz za intenzitet vektora jačine električnog polja u pojedinim oblastima:

$$E = \begin{cases} \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 r^2} & a < r < b \\ 0 & b < r < c \\ \frac{Q+Q_a}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r > c \end{cases}$$

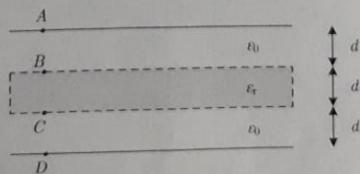
pa su izrazi za potencijale V_a i V_c :

$$V_a = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{Q_a + Q}{4\pi\epsilon_0 c} = 0 \quad (14)$$

$$V_c = \frac{Q_a + Q}{4\pi\epsilon_0 c} \quad (15)$$

odakle se dobija: $Q_a = -1.6 \text{ nC}$, $Q_b = 1.6 \text{ nC}$ i $Q_c = 2 \text{ nC}$ pa je $V_c = 720 \text{ V}$.

Zadatak 3. (5 bodova) Elektrode pločastog vazdušnog kondenzatora prikazanog na Sl. 3 priključene su na izvor stalnog napona $U_{AD} = U$. Potom je između elektroda ubaćena dielektrična ploča permitivnosti $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$. Odrediti napon između tačaka (a) A i B, (b) B i C i (c) C i D.



Slika 3

RJEŠENJE: Na osnovu graničnih uslova za slučaj nakon ubacivanja dielektrika napon U je:

$$U = \frac{Qd}{S\epsilon_0} + \frac{Qd}{S\epsilon_0 \epsilon_r} + \frac{Qd}{S\epsilon_0} = \frac{Qd}{S\epsilon} \left(2 + \frac{1}{\epsilon_r} \right) \quad (16)$$

pa su traženi naponi:

$$U_{AB} = \frac{U}{2 + \frac{1}{\epsilon_r}} \quad (17)$$

$$U_{BC} = \frac{U}{1 + 2\epsilon_r} \quad (18)$$

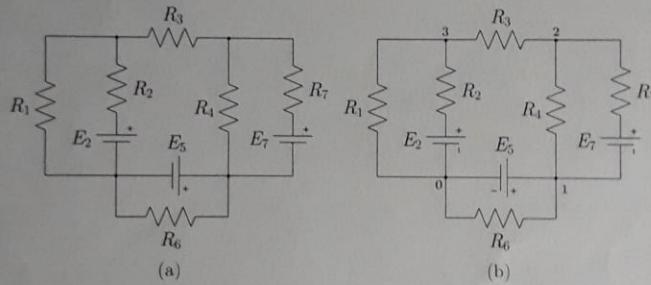
$$U_{CD} = \frac{U\epsilon_r}{1 + 2\epsilon_r} \quad (19)$$

(20)

POPRAVNI DRUGI KOLOKVIJUM

Zadatak 4. Za kolo prikazano na Sl. 4 poznato je $E_2 = 25$ V, $E_5 = 10$ V, $E_7 = 40$ V, $R_1 = 300 \Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 200 \Omega$, $R_4 = 260 \Omega$, $R_6 = 500 \Omega$ i $R_7 = 300 \Omega$.

- (a) **(3 boda)** Bez uvrštanja brojnih vrijednosti, napisati sistem jednačina po metodi potencijala čvorova.
- (b) **(2 boda)** Uvrstiti brojne vrijednosti i izračunati potencijale datog kola.
- (c) **(2 boda)** Koristeći prethodno dobijene rezultate, izračunati snagu idealnog naponskog generatora ems E_5 .



Slika 4

RJEŠENJE: Prema oznakama čvorova kao što je prikazano na Sl. 4(b), jednačine po metodi potencijala čvorova su:

$$V_1 = E_5 \quad (21)$$

$$-\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}\right)V_1 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}\right)V_2 - \frac{1}{R_3}V_3 = \frac{E_7}{R_7} \quad (22)$$

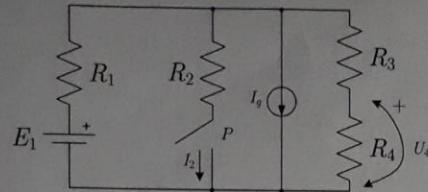
$$-\frac{1}{R_3}V_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)V_3 = \frac{E_2}{R_2} \quad (23)$$

čijim se rješavanjem dobijaju potencijali: $V_1 = 10$ V, $V_2 = 23$ V i $V_3 = 15$ V.

Snaga elektromotoirne sile E_5 je:

$$P_{E_5} = E_5 \left(\frac{V_3}{R_1} + \frac{V_3 - E_2}{R_2} + \frac{V_1}{R_6} \right) = 0,6 \text{ W.} \quad \text{Korak učinio je. Kako?} \quad (24)$$

Zadatak 5. (7 bodova) U mreži prikazanoj na Sl. 5 poznate su otpornosti $R_1 = 100 \Omega$ i $R_3 = R_4 = 200 \Omega$, a prekidač P je otvoren. Prekidač se zatim zatvori i uspostavi se novo stacionarno stanje, u kome je poznata struja $I_2 = 50$ mA. Izračunati priraštaj napona U_4 od stacionarnog stanja kada je prekidač otvoren, do stacionarnog stanja kada je prekidač zatvoren.

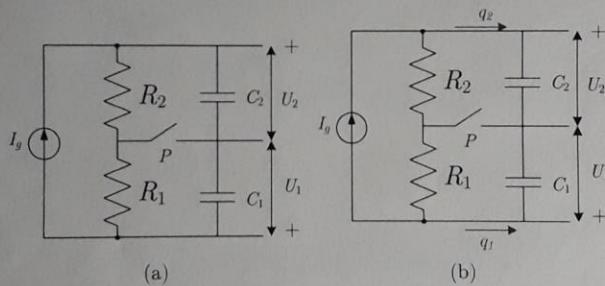


Slika 5

RJEŠENJE: Primjenjući superpoziciju i strjnu kompenzaciju na granu sa prekidačem, lako se pokazuje da je traženi priraštaj:

$$\Delta U_4 = -\frac{R_1 R_4 I_2}{R_1 + R_3 + R_4} = -2 \text{ V.} \quad (25)$$

Zadatak 6. (6 bodova) Za kolo stalne struje prikazano na Sl. 6 poznato je $I_g = 100 \text{ mA}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 300 \Omega$, $C_1 = 500 \text{ nF}$ i $C_2 = 200 \text{ nF}$. U stacionarnom stanju pri otvorenom prekidaču P je $U_1/U_2 = 0,2$. Odrediti protekle količine nakelektrisanja kroz grane sa kondenzatorima od trenutka zatvaranja prekidača P do uspostavljanja novog stacionarnog stanja.



Slika 6

RJESENJE: Na osnovu poznatih odnosa napona U_1 i U_2 te konfiguracije kola pri otvorenom prekidaču:

$$I_g(R_1 + R_2) = -U_1 + U_2 \quad (26)$$

slijedi da je $U_1 = 10 \text{ V}$ i $U_2 = 50 \text{ V}$ pa je $Q_1^o = 0.005 \text{ mC}$ i $Q_2^o = 0.01 \text{ mC}$.

Pri zatvorenom prekidaču, količine nakelektrisanja su:

$$Q_1^z = -R_1 C_1 I_g = -0.005 \text{ mC} \quad (27)$$

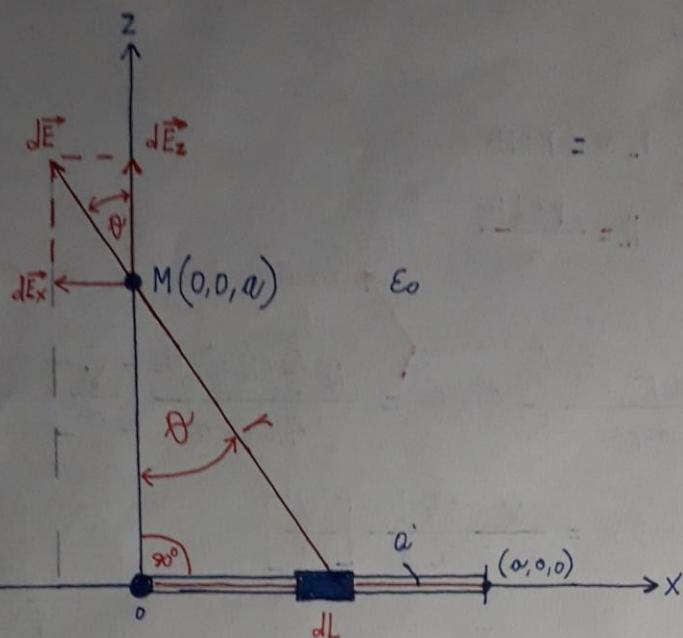
$$Q_2^z = R_2 C_2 I_g = 0.006 \text{ mC} \quad (28)$$

$$(29)$$

odnosno traženi protoci su: $q_1 = -0.01 \text{ mC}$ i $q_2 = -0.004 \text{ mC}$.

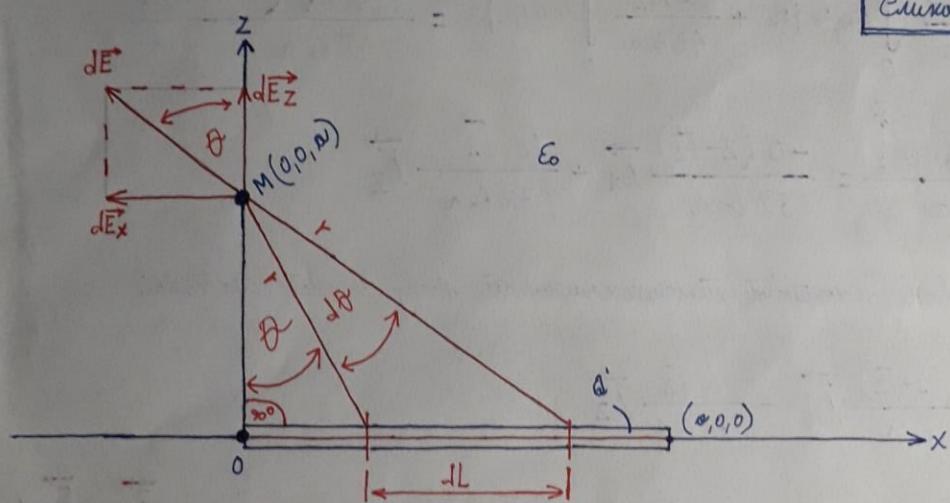
Кончано ✓

Задача 1. XZ-план. Двигающийся заряд в однородном поле координатной системы:



Случай 1

Случай 2



Случай 2 je ZOOM-IN приказ от "Случай 1".

F9

$$dQ = Q' dL = \frac{Q' r^2 d\theta}{a}$$

$$\cos \theta = \frac{r d\theta}{dL} = \frac{a}{r} \rightarrow dL \alpha = r^2 d\theta$$

$$dL = \frac{r^2 d\theta}{a}$$

M

$$|d\vec{E}_x| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q' r^2 d\theta}{a r^2} (-\sin \theta) = \frac{Q' (-\sin \theta) d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$|d\vec{E}_z| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q' d\theta}{a} \cos \theta = \frac{Q' \cos \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 a} \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$\vec{E}_1 = \frac{-Q' \vec{i}_x}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin \theta d\theta + \frac{Q' \vec{i}_z}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \theta d\theta = \frac{-Q' \vec{i}_x (-\cos \theta)}{4\pi\epsilon_0 a} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$+ \frac{Q' \vec{i}_z \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 a} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{-Q' (2 - \sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_x + \frac{Q' \sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_z$$

Задача 2: Решение в системе координат xyz .

$$\vec{E}_2 = \frac{-Q' (2 - \sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_y + \frac{Q' \sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_z$$

Результирующий вектор \vec{E} является вектором суммы векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 :

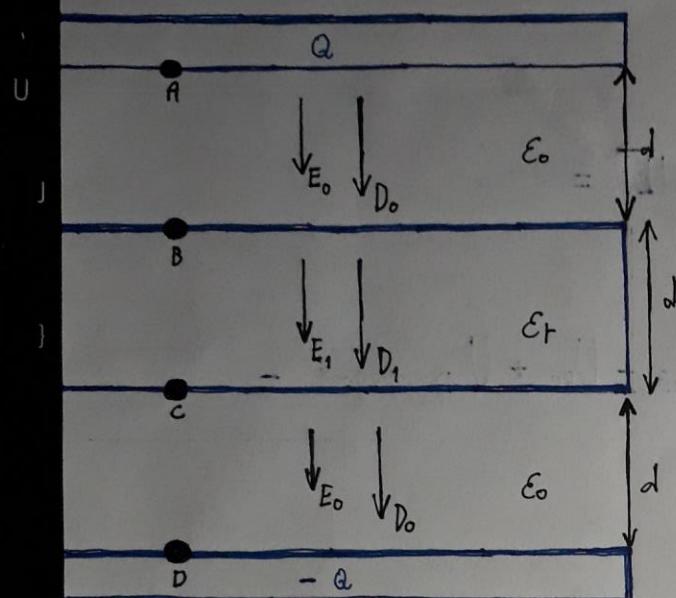
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{-Q' (2 - \sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_x + \frac{-Q' (2 - \sqrt{2})}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_y + \frac{Q' \sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0 a} \vec{i}_z$$

Задача 3.

$$U_{AB} = ?$$

$$U_{BC} = ?$$

$$U_{CD} = ?$$



$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_1$$

1º Воздушные диэлектрики:

$$\int_S \vec{D}_0 d\vec{s} = Q$$

$$\epsilon_0 |\vec{E}_0| S = Q$$

$$|\vec{E}_0| = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

2º Диэлектрическая плита:

$$\int_S \vec{D}_1 d\vec{s} = Q$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}_1| S = Q$$

$$|\vec{E}_1| = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r S}$$

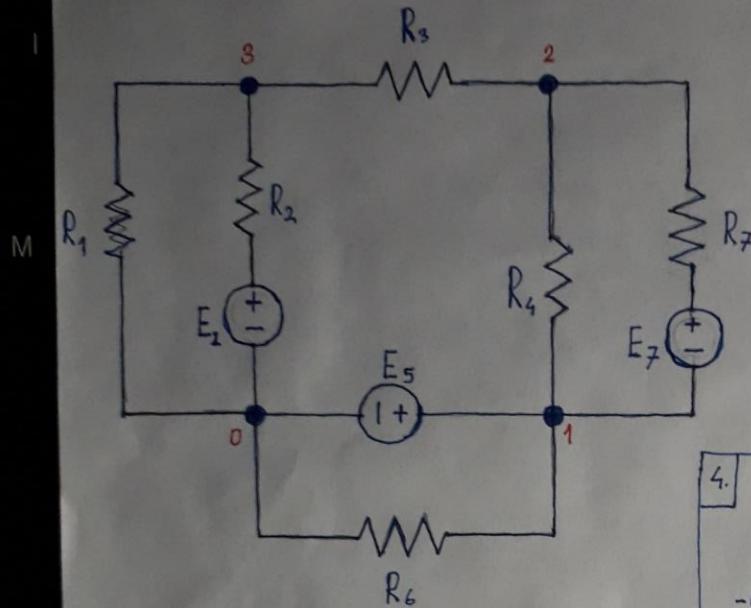
$$U = U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} =$$

$$\int_A^B \vec{E}_0 d\vec{L} + \int_B^C \vec{E}_1 d\vec{L} + \int_C^D \vec{E}_0 d\vec{L} =$$

$$\frac{Qd}{\epsilon_0} + \frac{Qd}{\epsilon_0 \epsilon_r} + \frac{Qd}{\epsilon_0} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} \text{ per unit } =$$

$$\frac{Qd}{\epsilon_0} \left(2 + \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

Задача 4.



$$0,012U_{20} - 0,005U_{30} = 0,2033$$

$$-0,005U_{20} + 0,009U_{30} = 0,025$$

$$U_{20} = 15[V], U_{30} = 23[V]$$

$U_{10} = E_5$ $G_{21}U_{10} + G_{22}U_{20} + G_{23}U_{30} = I_1$ $G_{31}U_{10} + G_{32}U_{20} + G_{33}U_{30} = I_2$	$I_1: U_{10} = 10[V]$ $-0,07 + 0,012U_{20} - 0,005U_{30} = 0,133$ $-0,07 + 0,012U_{20} - 0,005U_{30} = 0,133$ $-0,005U_{20} + 0,009U_{30} = 0,025$	$I_2: -0,07 + 0,012U_{20} - 0,005U_{30} = 0,133$ $-0,005U_{20} + 0,009U_{30} = 0,025$
--	---	--

$U_{10} = E_5$ *Сога је посве уважавати да снаге извора U_{20} и U_{30} .*

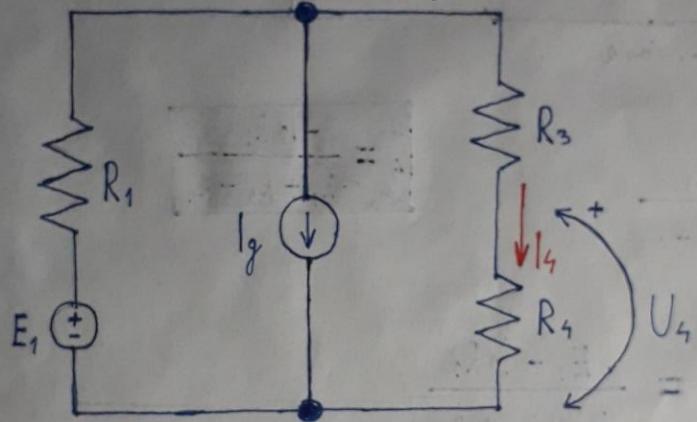
$$-\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}\right)U_{10} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}\right)U_{20} - \frac{1}{R_3}U_{30} = \frac{E_7}{R_7} | 0,133$$

$$0U_{10} - \frac{1}{R_3}U_{20} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = -\frac{E_2}{R_2}$$

Zadatak 5. $U_4' = ?$

F9
3
Prvom teoremi kontinualne traka sa prekidačem se može ravnjati sa idealnim strujnim kontinualnim generatorom.

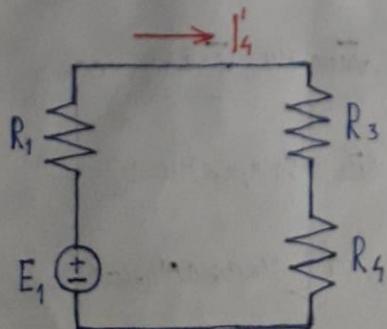
1. Kada je prekidač P otvoren struja idealnoj kontinualnosti generatora je jekrana svuda. Uzeto da kada nije je prikazano na skicu.



$$U_4' = R_4 I_4$$

Struju I_4 tako odrediti metodom superpozicije.

Generator E_1 je uključen, a generator Ig je izključen.



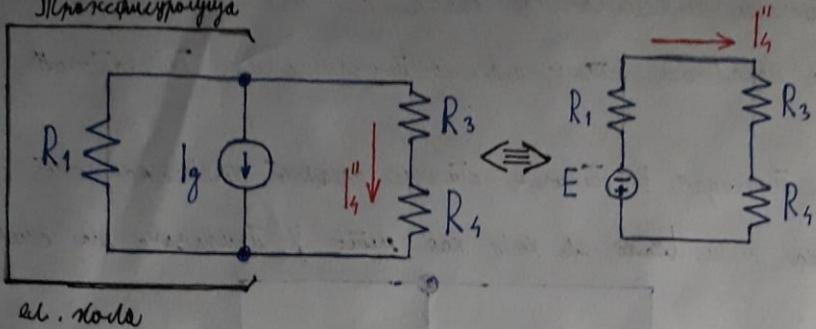
$$I_4' = \frac{E_1}{R_1 + R_3 + R_4}$$

• Језератор I_g је укључен, а генератор E_1 мешаво са хранјивим
сножем.

Пространственија

$$E = I_g R_1$$

$$R_g = R_1$$

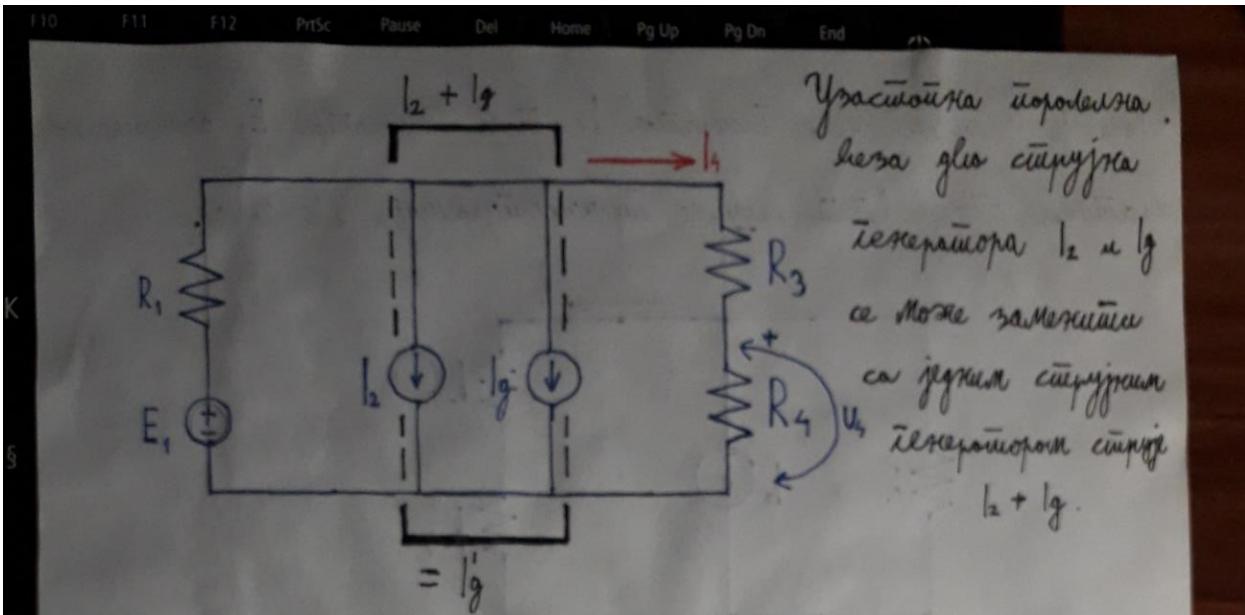


$$I''_g = \frac{-I_g R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_g = I'_g + I''_g = \frac{E_1 - I_g R_1}{R_1 + R_3 + R_4}$$

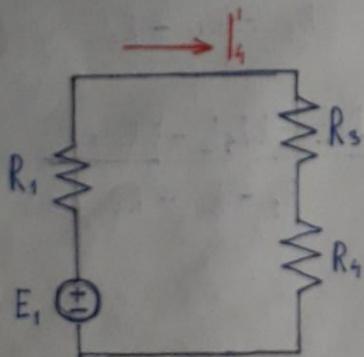
$$U'_g = \frac{R_4(E_1 - I_g R_1)}{R_1 + R_3 + R_4}$$

2. Када је прекидач Р затворен, постотажу току са
прекидачем мешаво са једним хранјивозачијским
струјним генератором струје I_2 у бећ изгасеног
струју. Извесно ел. кордо како да свегдај смиши.



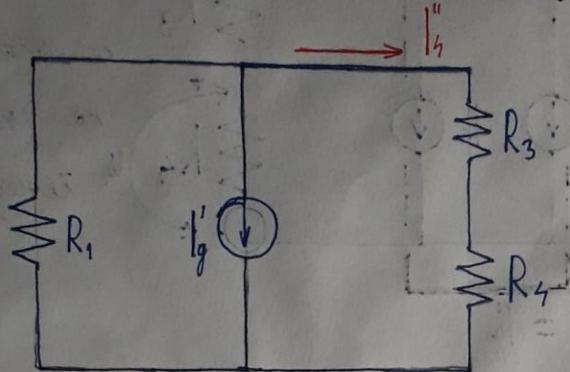
$$U_4' = R_4 I_4$$

~~есамо~~
 Када је ~~укључен~~ генератор E_1 , симујки генератор анулира се
 отпорност на земљу.



$$I_4' = \frac{E_1}{R_1 + R_3 + R_4}$$

• Када је ухвачен само генератор I_g тада генератор E_1 анулисанио кратким спојем. Овеји брзински промесе су урађенију са. Кола.



$$I''_4 = \frac{-I_g R_1}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{-(I_2 + I_g) R_1}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$I_4 = I'_4 + I''_4 = \frac{E_1 - R_1 I_2 - R_1 I_g}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$U'_4 = R_4 I_4 = \frac{R_4 E_1 - R_1 R_4 I_2 - R_1 R_4 I_g}{R_1 + R_3 + R_4}$$

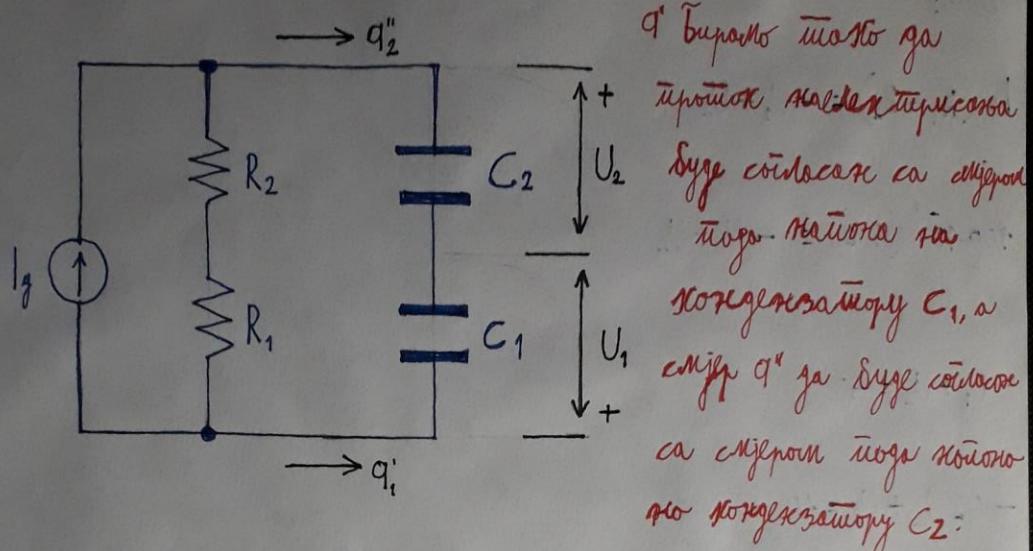
Сада је:

$$\Delta U_4 = U''_4 - U'_4 = \frac{R_4 E_1 - R_1 R_4 I_2 - R_1 R_4 I_g - R_4 E_1 + R_1 R_4 I_g}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{-R_1 R_4 I_2}{R_1 + R_3 + R_4}$$

$$= -2 [V]$$

Задатак 6.

1. Редукциони стјерови кондензатори q' и q'' .

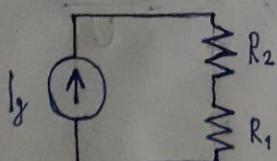


Укаја је прекидач P отворен токонож на кондензатору C_1 је једнак U_1 , а токонож на кондензатору C_2 је једнак U_2 . Транс II

Употребом ваконуза за назначавајуће редукционе стјерове токоноже U_1 и U_2 могу да се:

$$-U_1 + U_2 = 0$$

Напон струјног генератора I_g одређује постоењем (законом ваконуза $(V=RI)$). Токонож са кондензаторима ваконује са отвореном лесом.



$$U I_g = I_g (R_2 + R_1)$$

F9
Po II Універсальному закону за постійного електричного кола Мора
знаємо:

$$Ig(R_1 + R_2) = -U_1 + U_2$$

$$100 \cdot 10^3 (400) = -U_1 + U_2$$

$$M \quad -U_1 + U_2 = 40$$

$$-0,2 U_2 + U_2 = 40$$

$$U_2 (1 - 0,2) = 40$$

$$U_2 = 50 [V]$$

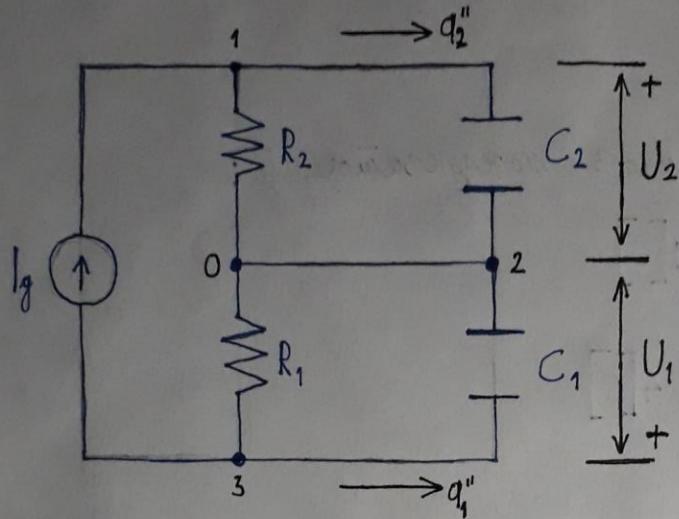
$$U_1 = 10 [V]$$

$$q'_1 = C_1 U_1 = 500 \cdot 10^3 \cdot 10 = 0,000005 [C]$$

$$q'_2 = C_2 U_2 = \boxed{200 \cdot 10^3 \cdot 50} = 0,00001 [C]$$

У обмеженій задачі можемо сказати, що $C = \frac{Q}{U}$ та $Q = C U$.

При замкнутом переключателе:



Напон U_1 на кондензатору C_1 јесак је стацијарне прве именују
многобојни 0 и 3.

За да одредим $U_{30} = U_1$ прву са кондензатором C_1 заметијујемо
са отвореном лесом.

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = -I_g R_1 = -10[V] \\ U_2 = I_g R_2 = 30[V] \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} q''_1 = U_1 C_1 = -0,000005[C] \\ q''_2 = U_2 C_2 = 0,000006[C] \end{array}$$

Најмањи напон ($U_{10} = U_2$).

Түрөтөх таңдахтынсаты үрөз көндеркөзтөре же:

$$\Delta q_1 = q_1'' - q_1' = -0,0001 [C]$$

$$\Delta q_2 = q_2'' - q_2' = -0,000004 [C]$$

Elektrotehnički fakultet
Katedra za Opštu elektrotehniku

2.12.2013.

Kolokvijum iz predmeta: Osnovi elektrotehnike 1

Trajanje kolokvijuma: 120 minuta

Grupa A



Zadatak 1. U jednom dijelu prostora postoji elektrostatičko polje čiji je vektor jačine dat izrazom $\vec{E} = V_0x^2/a^3\vec{i}_x + V_0y/a^2\vec{i}_y$, gdje su V_0 i a poznate konstantne veličine. Koliki je napon između tačaka M i N , čije su koordinate $M(a, 7a, 3a)$ i $N(4a, \sqrt{7}a, 6a)$.

Rješenje. Razlika potencijala između tačaka M i N se traži primjenom formule:

$$V_{MN} = \int_M^N \vec{E} d\vec{l} \quad (1)$$

Pošto putanja integracije može biti proizvoljna, ona se bira na taj način da se omogući najjednostavnije izračunavanje integrala (1). Jedan mogući pristup je da integraciju vršimo prvo po x osi, pa zatim po y osi¹:

$$V_{MN} = \int_a^{4a} \frac{V_0x^2}{a^3} \vec{i}_x d\vec{l} + \int_{7a}^{\sqrt{7}a} \frac{V_0y}{a^2} \vec{i}_y d\vec{l} \quad (2)$$

Kod prvog člana sa desne strane znaka jednakosti u (2) je $d\vec{l} = d\vec{x}$, dok je kod drugog člana mijenjam granice integracije i predznak ispred integrala, pa je $d\vec{l} = dy^2$. Tada je napon jednak:

$$V_{MN} = \frac{V_0}{a^3} \int_a^{4a} x^2 \vec{i}_x d\vec{x} - \frac{V_0}{a^2} \int_{\sqrt{7}a}^{7a} y \vec{i}_y dy \quad (3)$$

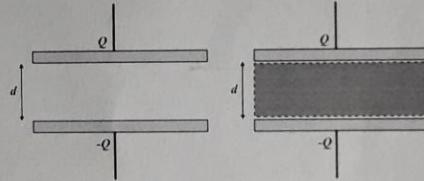
Posto je $\vec{i}_x d\vec{x} = dx$ i $\vec{i}_y dy = dy$, napon između tačaka M i N je:

$$\begin{aligned} V_{MN} &= \frac{V_0}{a^3} \int_a^{4a} x^2 dx - \frac{V_0}{a^2} \int_{\sqrt{7}a}^{7a} y dy = \\ &= \frac{V_0}{a^3} \left. \frac{x^3}{3} \right|_a^{4a} - \frac{V_0}{a^2} \left. \frac{y^2}{2} \right|_{\sqrt{7}a}^{7a} = \boxed{0V} \end{aligned} \quad (4)$$

¹U ovom primjeru integraciju ne vršimo po z osi jer nema prirastajuće polja.

→ ²Ako integralimo od $7a$ do $\sqrt{7}a$, \vec{E}_y i prirastaj $d\vec{l}$ su suprotog smjera, pa je ukupan prirastaj napona negativan. Ako integralimo od $\sqrt{7}a$ do $7a$, putanja integracije se poklapa sa pozitivnim smjerom y ose, ali je predznak ispred integrala negativan, pa je prirastaj napona negativan.

Zadatak 2. Ravan pločasti kondenzator sa vazdušnim dielektrikom i rastojanjem između elektroda $d = 2mm$, je prvo opterećen pa zatim odvojen od generatora. Nakon toga, prostor između elektroda je upotpunostispujen homogenim dielektrikom (Slika 1). Priraštaj napona između pozitivne i negativne elektrode, nakon ubacivanja dielektrika, iznosi $\Delta U = -72V$. Odrediti vektor \vec{P} ako je dielektrika homogeno polarizovan.



Slika 1: Pločasti kondenzator, prije i poslije ubacivanja dielektrika.

Rješenje. Pošto je kondenzator opterećen pa odvojen od izvora, količina nadelektrisanja Q ostaje jednaka nakon ubacivanja dielektrika. Da bi iskoristili podatak o priraštaju napona između elektroda kondenzatora, potrebno je odrediti strukturu elektrostatičkog polja u oba slučaja. S obzirom da se radi o pločastom kondenzatoru, možemo da uočimo ravnu simetriju³. U prvom slučaju imamo pločasti kondenzator bez dielektrika pa za računanje intenziteta vektora jačine polja koristimo Gausov zakon:

$$\oint_S \vec{E}_0 d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\epsilon_0} \quad (5)$$

odakle se dobija:

$$\epsilon_0 E_0 = \frac{Q}{S} \quad (6)$$

U drugom slučaju imamo kondenzator sa dielektrikom, pa koristimo generalisani Gausov zakon:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{us} \quad (7)$$

³Ivične efekte zanemrajemo

odakle se dobija:

$$D = \frac{Q}{S} = \epsilon_0 E + P \quad (8)$$

Oduzimanjem jednačina (8) i (6) dobijamo intenzitet vektora polarizacije:

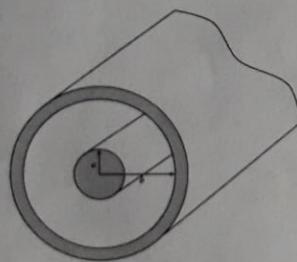
$$P = -\epsilon_0 (E - E_0) \quad (9)$$

Pošto je napon između elektroda kondenzatora u prvom slučaju $U_1 = E_0 d$, a u drugom slučaju $U_2 = Ed$ i kako je povećaj napona jednak $\Delta U = U_2 - U_1 = (E - E_0)d$, intenzitet vektora polarizacije je jednak:

$$P = -\epsilon_0 \frac{\Delta U}{d} \approx 318 \frac{nC}{m^2} \quad (10)$$

S obzirom da je dielektrik homogeno polarizovan, vektor \vec{P} je kolinearan sa vektorom \vec{E} , što je potrebno naznačiti na slići.

Zadatak 3. Između provodnika koaksijalnog kabla poluprečnika unutrašnjeg provodnika $a = 10\text{mm}$ i unutrašnjeg poluprečnika spoljašnjeg provodnika $b = 20\text{mm}$ (Slika 2), nalazi se nehomogen dielektrik čija je relativna permittivnost data izrazom $\epsilon(r) = 2(b/r)^2, r \in (a, b)$, gdje je r odstojanje posmatrane tačke od ose kabla. Kritično električno polje je isto za sve tačke dielektrika i iznosi $E_k = 20\text{MV/m}$. Koliki je maksimalni napon na koji se može priključiti kabl, a da ne dođe do probroja dielektrika?



Slika 2: Poprečni presjek koaksijalnog kabla.

Rješenje. Između elektroda koaksijalnog kabla se nalazi nehomogen dielektrik, pa možemo da uočimo cilindričnu simetriju i koristimo generalisani Gausov zakon. Uočavamo zatvorenu površ u obliku cilindra, čija je baza poluprečnika $r \in (a, b)$ koaksijalno postavljenu sa elektrodama kabla.

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{us} \implies 2\pi r L D = Q' L \quad (11)$$

odakle se dobija izraz za intenzitet vektora jačine polja:

$$E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon(r)} = \frac{Q' L}{2\pi \epsilon_0 2(b/r)^2 r L} \quad (12)$$

Sređivanjem prethodnog izraza se dobija:

$$E = \frac{Q' r}{4\pi \epsilon_0 b^2} \quad (13)$$

što mora biti manje od E_k za svako $r \in (a, b)$, pa je $E_{max} = E(r)_{r=b}$. Odатле se dobija maksimalno moguće poduzno opterećenje kabla:

$$Q'_{max} = 4\pi \epsilon_0 b E_k \quad (14)$$

Maksimalan mogući napon, koji možemo priključiti na elektrode koaksijalnog kabla dobijamo ako prilikom računanja napona (1) koristimo Q'_{max} :

$$U_{max} = \int_a^b \frac{Q'_{max} r}{4\pi \epsilon_0 b^2} dr \quad (15)$$

Kombinovanjem jednačina (15) i (14) dobijamo:

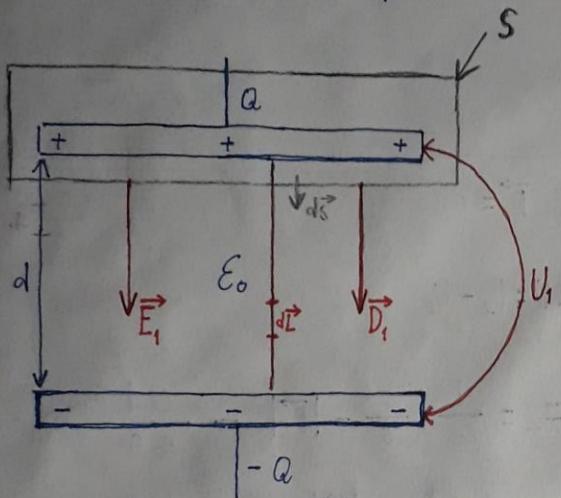
$$\begin{aligned} U_{max} &= \int_a^b \frac{4\pi \epsilon_0 b E_k r}{4\pi \epsilon_0 b^2} dr = \\ U_{max} &= \frac{E_k}{b} \int_a^b r dr = \frac{E_k}{b} \left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobija se maksimalan napon $U_{max} = 150\text{kV}$.

Задатак 2.

Ходеживач је прво откриоје да вакум одбојак од извора. Још једна електрода која је повезана (вакум одбојак) на извор електростатичког поља тако да радионијско је распоређено највећи део енергии - Q .

$$\Delta U = -72 \text{ [V]} = \boxed{} = U_2 - U_1$$



$$1^{\circ} \quad U_1 = ? = \int_{+}^{\infty} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1 + 0 \quad \text{у покујућу}$$

$$\int_S \vec{D}_1 \cdot d\vec{s} = Q$$

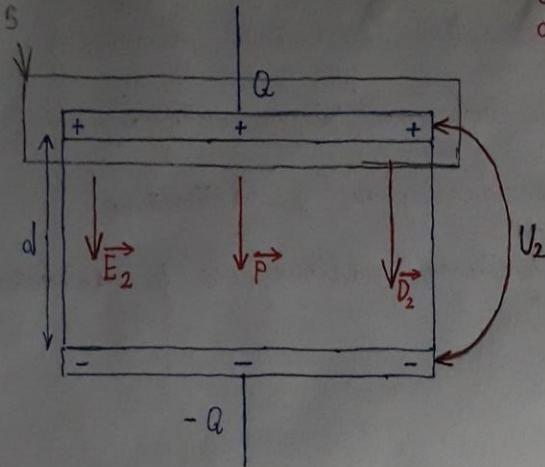
$$\epsilon_0 |\vec{E}_1| S = Q$$

$$|\vec{E}_1| = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$U_1 = U_{\pm} = \int_{+}^{\infty} |\vec{E}_1| \cdot |d\vec{l}| \cos \angle (\vec{E}_1, d\vec{l}) =$$

$$|\vec{E}_1| d = \frac{Q d}{\epsilon_0 S}$$

Након што је простор између електрода попуштен ходеживача је употребљен испуњавајућим и хомогеним диелектриком. (Испуњавајућим и хомогеним)



Диселектрик је достојано подсећајући
да су вектори \vec{E}_2 и \vec{P}
коинцидентни у посеби
су смјеру.

$$2^{\circ} \quad U_2 = ?$$

$$\vec{D}_2 = \epsilon_0 \vec{E}_2 + \vec{P}$$

$$\int_S \vec{D}_2 \cdot d\vec{s} = Q$$

$$(\epsilon_0 |\vec{E}_2| + |\vec{P}|) S = Q$$

$$\epsilon_0 |\vec{E}_2| = \frac{Q}{S} - |\vec{P}|$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right)$$

$$U_2 = \int_{+}^{+} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = |\vec{E}_2| \cdot d =$$

$$\frac{d}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right)$$

$$3^{\circ} \quad \vec{P} = ?$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 \quad \leftrightarrow \quad \Delta V$$

$$-72 = \frac{d}{\epsilon_0} \left(\frac{Q}{S} - |\vec{P}| \right) - \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

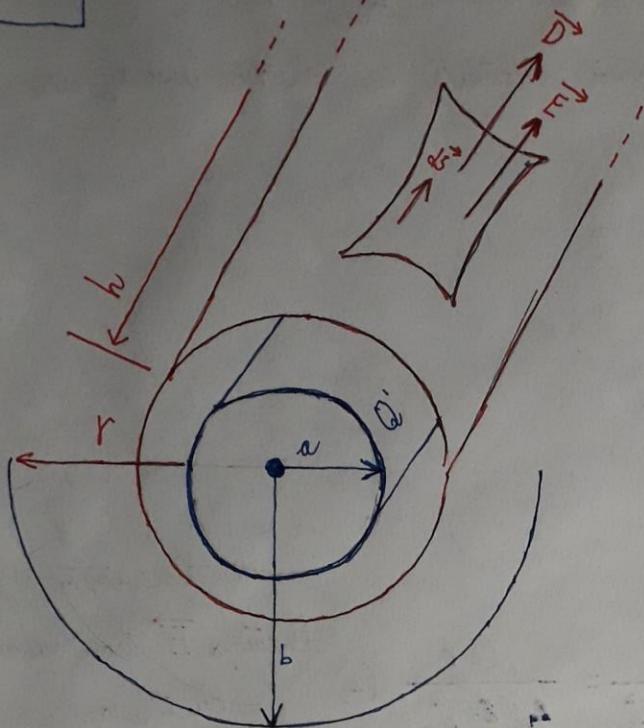
$$-72 = \frac{Qd}{\epsilon_0 S} - \frac{|\vec{P}|d}{\epsilon_0 S} - \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

$$\frac{|\vec{P}|d}{\epsilon_0 S} = 72$$

$$|\vec{P}| = \frac{72 \epsilon_0}{d} = \frac{72 \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-3}} =$$

$$\frac{72 \cdot 8,8542}{\frac{10^{-12}}{\frac{2}{10^{-3}}}} = \frac{72 \cdot 8,8542}{2 \cdot 10^9} \approx 318 \left[\frac{nC}{m^2} \right]$$

Задатак 3.



$$U_{max} = ?$$

По пољима унутрашње електричне јединије је распоредено поље енергисајуће подужне тусине Q . По унутрашњој пољима електричне подупречнице b јединије је распоредено издувашно поље енергисајуће подужне тусине $-Q$.

Диполарни је инсулатор и неомотеж:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon(r) \vec{E}, \quad r \in (a, b) \quad (1)$$

(1) Linearna redakcija u3metu vektora \vec{E} u \vec{D} .

Структуре ал. тока посматранога системе се одређује првијесном јошшешком Гаусовом зајозом.

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

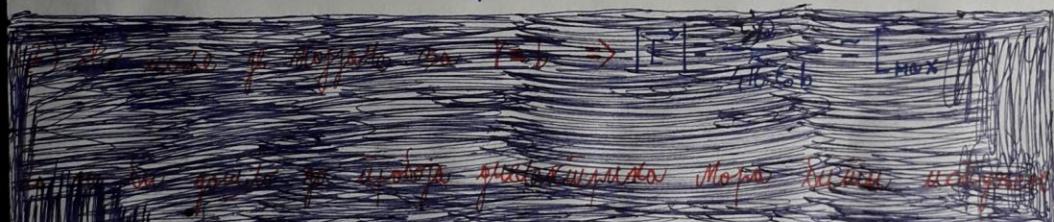
$$|\vec{D}| 2\pi r h = Q' h$$

$$\epsilon_0 \epsilon(r) |\vec{E}| = \frac{Q' k}{2r \pi h}$$

Испрекупити

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{2r \pi \epsilon_0 \epsilon(r)} = \frac{Q'}{2r \pi \epsilon_0 \frac{2b^2}{r^2}} = \frac{Q' r}{4\pi \epsilon_0 b^2} \quad (2)$$

Вектор \vec{E} посматранога
системе.



тад:

(2) токе је стојише за $r=b$. Кога је $r=b$ тадо је:

$$|\vec{E}| = \frac{Q'}{4\pi \epsilon_0 b} \rightarrow Q' = |\vec{E}| 4\pi \epsilon_0 b \quad \text{мимо вектор га је:}$$

$$Q'_{\max} = E_k 4\pi \epsilon_0 b$$

Elektrotehnički fakultet
Katedra za Opštu elektrotehniku

2.12.2013.

Kolokvijum iz predmeta: Osnovi elektrotehnike 1

Trajanje kolokvijuma: 120 minuta

Grupa B

Zadatak 1. U jednom dijelu prostora postoji elektrostaticko polje čiji je vektor jačine dat izrazom $\vec{E} = 3V_0x/a^2\vec{i}_x - 3V_0z^2/a^3\vec{i}_z$, gdje su V_0 i a poznate konstantne veličine. Koliki je napon između tačaka M i N , čije su koordinate $M(a, 2a, 3a)$ i $N(3a, 3a, 2a)$.

Rješenje. Razlika potencijala između tačaka M i N se traži primjenom formule:

$$V_{MN} = \int_M^N \vec{E} d\vec{l} \quad (1)$$

Pošto putanja integracije može biti proizvoljna, ona se bira na taj način da se omogući najjednostavnije izračunavanje integrala (1). Jedan mogući pristup je da integraciju vršimo prvo po x osi, pa zatim po z osi¹:

$$V_{MN} = \int_a^{3a} \frac{V_0x}{a^2} \vec{i}_x d\vec{l} - \int_{3a}^{2a} \frac{V_0z^2}{a^3} \vec{i}_z d\vec{l} \quad (2)$$

Kod prvog člana sa desne strane znaka jednakosti u (2) je $d\vec{l} = d\vec{x}$, dok kod drugog člana možemo da promjenimo granice integracije i predznak ispred integrala i tada je $d\vec{l} = dz^2$. Razlika potencijala iznosi:

$$V_{MN} = \frac{V_0}{a^2} \int_a^{3a} x \vec{i}_x d\vec{x} + \frac{V_0}{a^3} \int_{2a}^{3a} z^2 \vec{i}_z dz \quad (3)$$

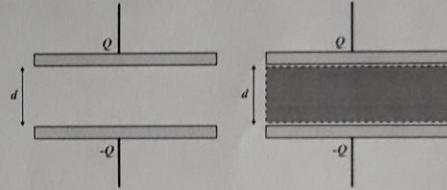
Pošto je $\vec{i}_x d\vec{x} = dx$ i $\vec{i}_z dz = dz$, napon između tačaka M i N je:

$$\begin{aligned} V_{MN} &= \frac{V_0}{a^2} \int_a^{3a} x dx + \frac{V_0}{a^3} \int_{2a}^{3a} z^2 dy = \\ V_{MN} &= \frac{V_0}{a^2} \left. \frac{x^2}{2} \right|_a^{3a} + \frac{V_0}{a^3} \left. \frac{z^3}{3} \right|_{2a}^{3a} = [31V_0 \text{ V}] \end{aligned} \quad (4)$$

¹U ovom primjeru integraciju ne vršimo po y osi jer nema priraštaja polja.

²Ako integralimo od $3a$ do $2a$, \vec{E}_z i priraštaj $d\vec{l}$ su istog smjera, pa je ukupan priraštaj napona pozitivan. Ako integralimo od $2a$ do $3a$, putanja integracije se poldapa sa pozitivnim smjerom z osi, ali je predznak ispred integrala pozitivan, pa je priraštaj napona pozitivan.

Zadatak 2. Ravan pločasti kondenzator sa vazdušnim dielektrikom i rastojanjem između elektroda $d = 2mm$, je prvo opterećen pa zatim odvojen od generatora. Nakon toga, prostor između elektroda je upotpunostispujen homogenim dielektrikom (Slika 1). Priraštaj napona između pozitivne i negativne elektrode, nakon ubacivanja dielektrika, iznosi $\Delta U = -72V$. Odrediti vektor \vec{P} ako je dielektrik homogeno polarizovan.



Slika 1: Pločasti kondenzator, prije i poslije ubacivanja dielektrika.

Rješenje. Pošto je kondenzator opterećen pa odvojen od izvora, količina nai elektrisanja Q ostaje jednaka nakon ubacivanja dielektrika. Da bi iskoristili podatak o priraštaju napona između elektroda kondenzatora, potrebno je odrediti strukturu elektrostatickog polja u oba slučaja. S obzirom da se radi o pločastom kondenzatoru, možemo da uočimo ravnu simetriju³. U prvom slučaju imamo pločasti kondenzator bez dielektrika pa za računanje intenziteta vektora jačine polja koristimo Gausov zakon:

$$\oint_S \vec{E}_0 d\vec{S} = \frac{Q_{us}}{\epsilon_0} \quad (5)$$

odakle se dobija:

$$\epsilon_0 E_0 = \frac{Q}{S} \quad (6)$$

U drugom slučaju imamo kondenzator sa dielektrikom, pa koristimo generalisani Gausov zakon:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{us} \quad (7)$$

³Ivične efekte zanemrajemo

odakle se dobija:

$$D = \frac{Q}{S} = \epsilon_0 E + P \quad (8)$$

Oduzimanjem jednačina (8) i (6) dobijamo intenzitet vektora polarizacije:

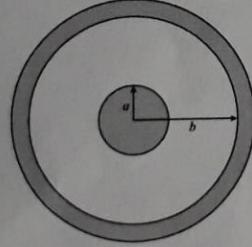
$$P = -\epsilon_0 (E - E_0) \quad (9)$$

Pošto je napon između elektroda kondenzatora u prvom slučaju $U_1 = E_0 d$, a u drugom slučaju $U_2 = Ed$ i kako je približaj napona jednak $\Delta U = U_2 - U_1 = (E - E_0) d$, intenzitet vektora polarizacije je jednak:

$$P = -\epsilon_0 \frac{\Delta U}{d} \approx 318 \frac{nC}{m^2} \quad (10)$$

S obzirom da je dielektrik homogeno polarizovan, vektor \vec{P} je kolinearan sa vektorom \vec{E} , što je potrebno naznačiti na slici.

Zadatak 3. Između provodnika sfernog kondenzatora poluprečnika unutrašnje elektrode $a = 10\text{mm}$ i poluprečnika spoljašnje elektrode $b = 20\text{mm}$ (Slika 2), nalazi se nehomogen dielektrik čija je relativna permittivnost data izrazom $\epsilon(r) = 2(b/r)^2$, $r \in (a, b)$, gdje je r odstojanje posmatrane tačke od centra kondenzatora. Kritično električno polje je isto za sve tačke dielektrika i iznosi $E_k = 20\text{MV/m}$. Koliki je maksimalni napon na koji se može priključiti kondenzator, a da ne dođe do probaja dielektrika?



Slika 2: Poprečni presjek sfernog kondenzatora.

Rješenje. Između elektroda sfernog kondenzatora se nalazi nehomogen dielektrik, pa možemo da uočimo sfernu simetriju i koristimo generalisani Gausov zakon. Uočavamo zatvorenu površ u obliku sfere, čiji je poluprečnik $r \in (a, b)$ koncentrično postavljen sa elektrodama kondenzatora.

$$\oint_S D dS = Q_{uS} \implies 4\pi r^2 D = Q \quad (11)$$

odakle se dobija izraz za intenzitet vektora jačine polja:

$$E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon(r)} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 2(b/r)^2 r^2} \quad (12)$$

Sređivanjem prethodnog izraza se dobija:

$$E = \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 b^2} \quad (13)$$

što mora biti manje od E_k za svako $r \in (a, b)$, pa je $E_{max} = E \forall r \in (a, b)$. Odатle se dobija maksimalno moguće opterećenje elektrode kondenzatora:

$$Q_{max} = 8\pi \epsilon_0 b^2 E_k \quad (14)$$

Maksimalan mogući napon, koji možemo priključiti na elektrode sfernog kondenzatora dobijamo ako prilikom računanja napona (1) koristimo Q_{max} :

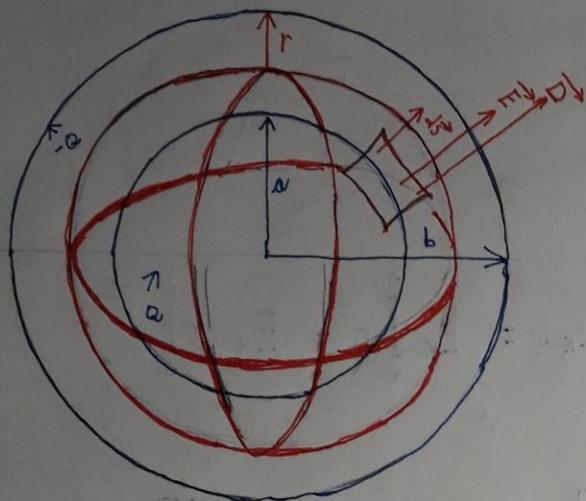
$$U_{max} = \int_a^b \frac{Q_{max}}{8\pi \epsilon_0 b^2} dr \quad (15)$$

Kombinovanjem jednačina (15) i (14) dobijamo:

$$U_{max} = \int_a^b \frac{8\pi \epsilon_0 b^2 E_k}{8\pi \epsilon_0 (b^2/r^2)} r^2 dr = \\ U_{max} = E_k \int_a^b dr = E_k (b - a) \quad (16)$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobija se maksimalan napon $[U_{max} = 200\text{kV}]$.

Zadatak 3.



$$U_{\max} = ?$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon(r) \vec{E}$$

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$|\vec{D}| 4\pi r^2 \bar{\rho} = Q$$



$$\epsilon_0 \epsilon(r) |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

По створању још ~~и~~ узупримљење
електрода најкомујејте је распоредено
наелектрисане a .

По узупримљујују још створање електрода
најкомујејте је распоредено наелектрисане
 $-Q$

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon(r)} = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \frac{2b^2}{r^2}} = \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 b^2}$$

F8
8.10

$$Q = |\vec{E}| \cdot 8\pi \epsilon_0 b^2 \text{ ma je}$$

$$Q_{max} = E_k \cdot 8\pi \epsilon_0 b^2$$

U

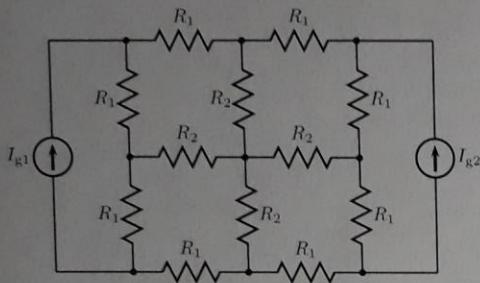
$$U_{max} = \int_a^b |\vec{E}| (Q = Q_{max}) dr =$$

N

$$\int_a^b \frac{E_k \cdot 8\pi \epsilon_0 b^2}{8\pi \epsilon_0 b^2} dr = \int_a^b E_k dr = E_k \int_a^b dr = E_k \cdot r \Big|_a^b$$

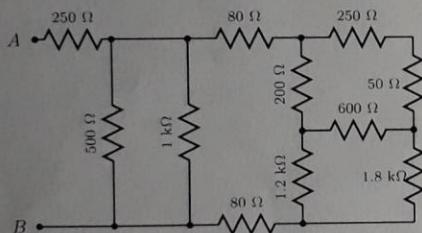
$$E_k (b - a) = 20 \cdot 10^6 \left[\frac{V}{m} \right] \cdot 10 \cdot 10^{-3} [m] = 200000 [V]$$

Zadatak 5. U električnom kolu prikazanom na Sl. 5 poznate su otpornosti $R_1 = 400 \Omega$ i $R_2 = 100 \Omega$. Takođe, poznate su jačine struja idealnih strujnih generatora $I_{g1} = I_{g2} = 100 \text{ mA}$. Izračunati priraštaj ukupne snage Džulovih gubitaka u kolu, ukoliko se jačina struje strujnog generatora I_{g2} promjeni sa 100 mA na vrijednost od -100 mA .



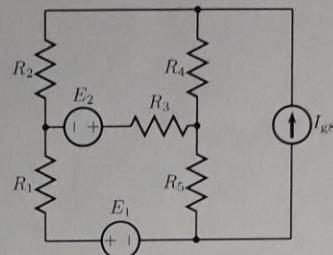
Slika 5: Električno kolo uz peti zadatak

Zadatak 6. Kolika je ekvivalentna otpornost između tačaka A i B za otporničku mrežu prikazanu na Sl. 6.



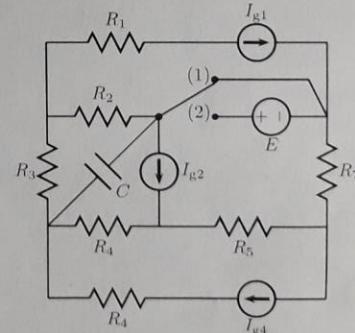
Slika 6: Otpornička mreža uz šesti zadatak

Zadatak 7. U električnom kolu prikazanom na Sl. 7 poznata je jačina struje idealnog strujnog generatora $I_{g8} = 600 \text{ mA}$, elektromotorne sile idealnih naponskih generatora $E_1 = 90 \text{ V}$ i $E_2 = 45 \text{ V}$, otpornosti $R_1 = 400 \Omega$, $R_2 = 800 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$ i $R_5 = 200 \Omega$. Koliko treba da iznosi otpornost otpornika R_4 tako da napon na krajevima idealnog strujnog generatora ne zavisi od elektromotorne sile E_2 ? Kolika je snaga generatora E_2 u tom slučaju?



Slika 7: Električno kolo uz sedmi zadatak

Zadatak 8. U kolu stalne struje prikazanom na Sl. 8 poznato je $E = 39 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 600 \Omega$, $R_3 = 400 \Omega$, $R_4 = 800 \Omega$, $R_5 = 1.6 \text{ k}\Omega$, $R_6 = 4 \Omega$, $R_7 = 500 \Omega$ i $C = 100 \mu\text{F}$. Odrediti priraštaj energije kondenzatora kada se preklopnik prebaci iz položaja (1) u položaj (2).



Slika 8: Električno kolo uz osmi zadatak

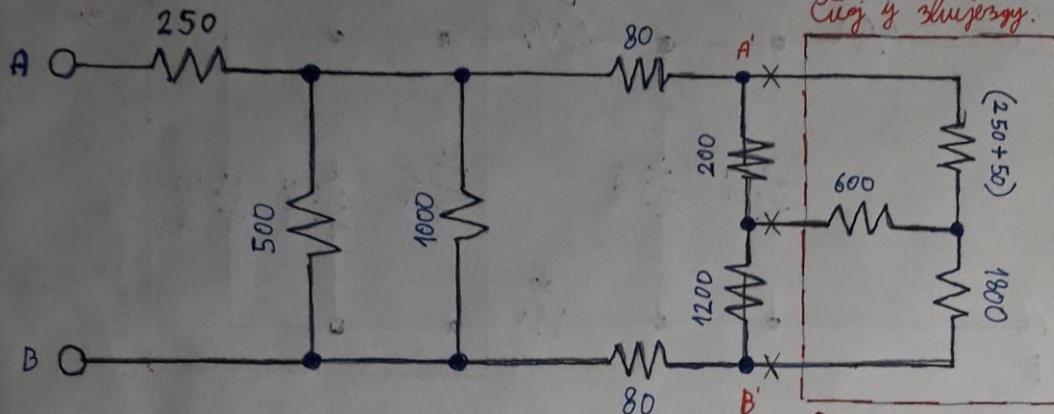
Način bodovanja:

Prvi kolokvijum: ① (6 bodova), ② (4 boda), ③ (5 bodova) i ④ (5 bodova).

Drugi kolokvijum: ⑤ (8 bodova), ⑥ (4 boda), ⑦ (7 bodova) i ⑧ (6 bodova).

Integralni ispit: ① (12 bodova), ② (8 bodova), ⑤ (14 bodova) i ⑧ (11 bodova).

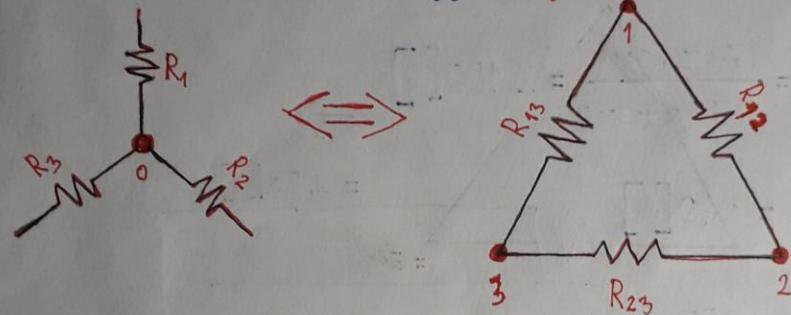
Задание №6.



$$R_1 = 600 \Omega$$

$$R_2 = 300 \Omega$$

$$R_3 = 1800 \Omega$$



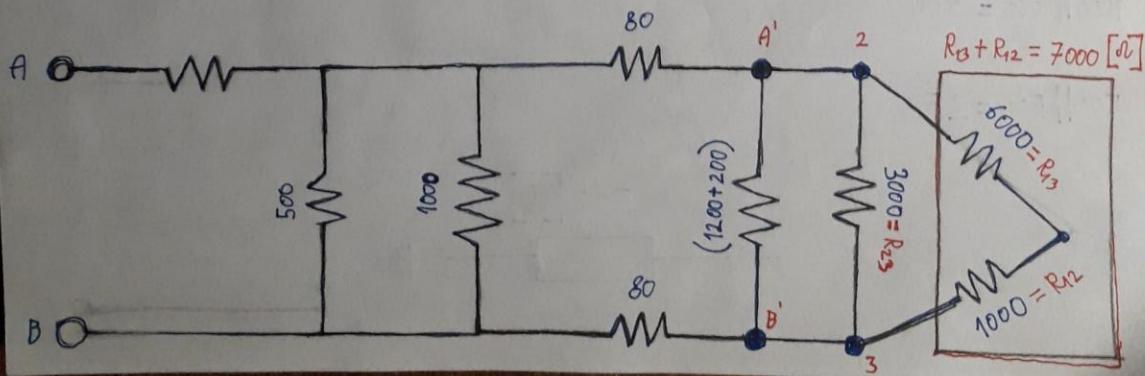
$$R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 6000 \Omega$$

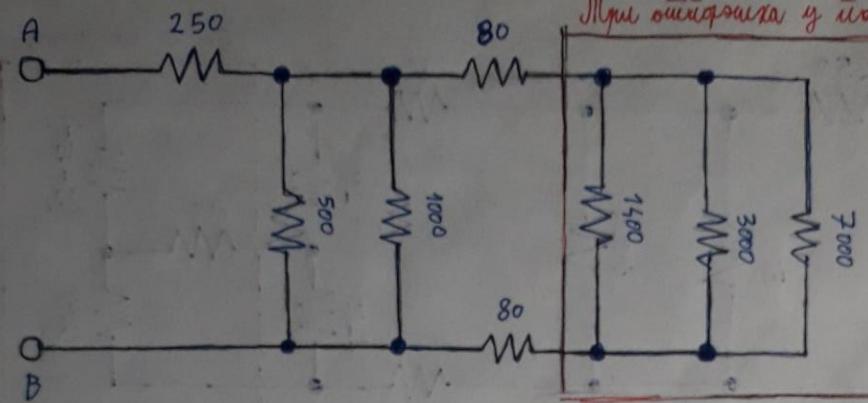
Найти A' и B' теми же способами

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 1000 \Omega$$

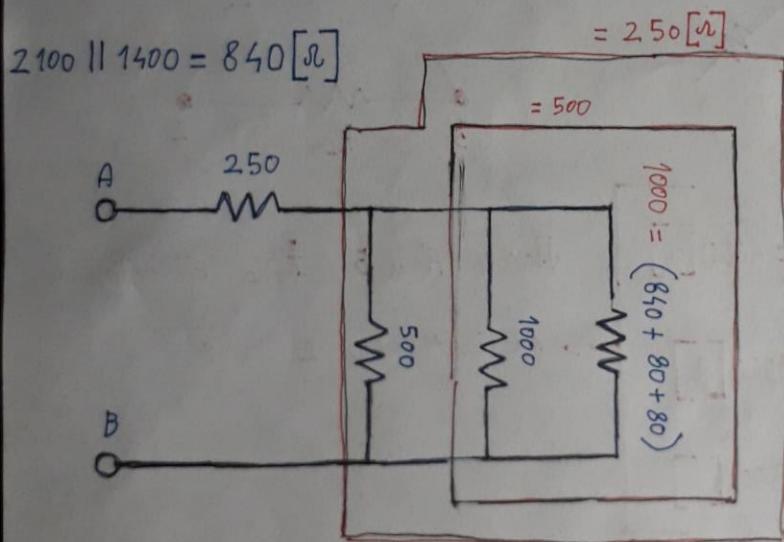
как и для конденсаторов 2 и 3.

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 3000 \Omega$$





$$N \quad 7000 \parallel 3000 = \frac{7000 \cdot 3000}{7000 + 3000} = 2100 \Omega$$



$$1000 \parallel 1000 = 500$$

$$500 \parallel 500 = 250$$

