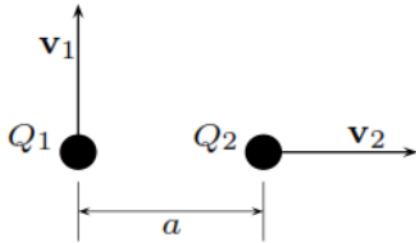


1.

- a.) Bio-Savarov zakon za tačkasto naelektrisanje u pokretu.
- b.) Tačkasta naelektrisanja $Q_1 > 0$ i $Q_2 > 0$ se kreću brzinama \mathbf{v}_1 i \mathbf{v}_2 . U trenutku $t=0$, nalaze se na međusobnom rastojanju a , kao što je prikazano na slici. Napisati izraz za silu kojom prvo tačkasto naelektrisanje djeluje na drugo. Objasniti značenje svih veličina u izrazu.



Rješenje:

b)

Sila kojom tačkasto naelektrisanje Q_1 , koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača, brzinom opisanom \vec{V}_1 kao što je prikazano na slici, djeluje na tačkasto naelektrisanje Q_2 koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača brzinom opisanom \vec{V}_2 kao što je prikazano na slici određena je sljedećim izrazom:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_{012} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 \vec{V}_2 \times (Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2} = \vec{F}_{e12} + \vec{F}_{m12}, \text{ ovu silu nazivamo Lorentz-ovom silom.}$$

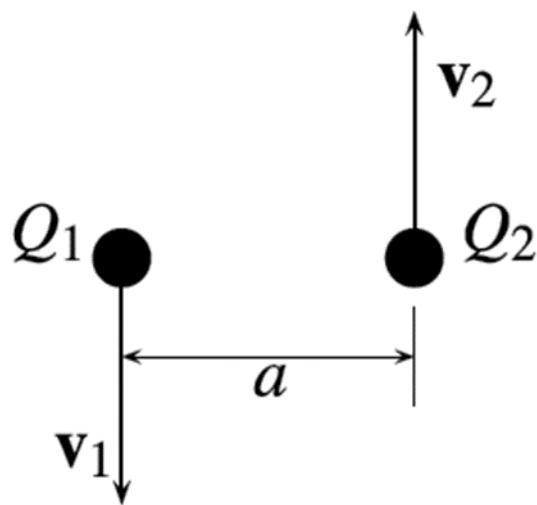
$\vec{F}_{e12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_{012}$ je izraz za vektor električne sile kojom tačkasto naelektrisanje Q_1 djeluje na tačkasto naelektrisanje Q_2 u stanju mirovanja u odnosu na posmatrača, $\epsilon_0 = 8,8542 * 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right]$ električna permitivnost vakuum-a, $r = a$ udaljenost između posmatrana dva tačkasta naelektrisanja, a \vec{r}_{012} jedinični vektor koji opisuje položaj tačkastog naelektrisanja Q_2 u odnosu na tačkasto naelektrisanje Q_1 .

$\vec{F}_{m12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 \vec{V}_2 \times (Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2} = Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{B}_1$ je izraz za magnetsku silu kojom tačkasto naelektrisanje Q_1 koje se kreće brzinom \vec{V}_1 , djeluje na tačkasto naelektrisanje Q_2 koje se kreće brzinom \vec{V}_2 (oba nanelektrisanja se kreću u odnosu na posmatrača), $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$ magnetska permeabilnost vakuum-a, $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2}$ je prema **Bio-Savarovom zakonu za tačkasto naelektrisanje u pokretu** vektor magnetske indukcije koji potiče od prvog tačkastog nanelektrisanja u pokretu na mjestu drugog tačkastog nanelektrisanja u pokretu. Mjerna jedinica za magnetsku indukciju je Tesla([T]).

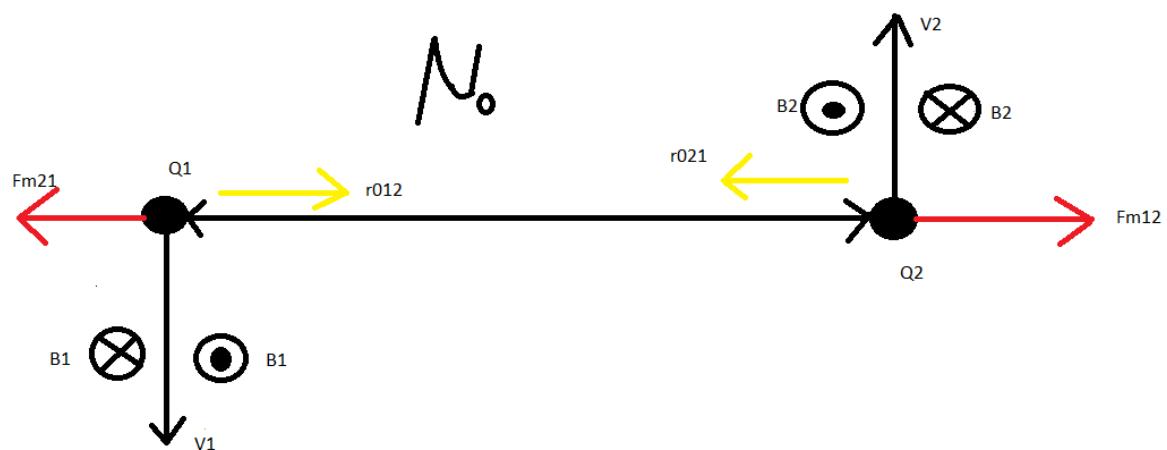
2.

a.) Bio-Savarov zakon za tačkasto nanelektrisanje u pokretu.

b.) Napisati opšti izraz za vektor magnetske sile kojom tačkasto nanelektrisanje Q_2 , koje se kreće brzinom \mathbf{v}_2 , djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_1 , koje se kreće brzinom \mathbf{v}_1 . Napisati izraz za intenzitet sile F_{m12} i F_{m21} , za slučaj prikazan na slici, ako su poznate količine nanelektrisanja, intenziteti brzina i rastojanje a . Da li se tačkasta nanelektrisanja, uslijed djelovanja magnetskih sila, privalče ili odbijaju u ovom slučaju?



Rješenje:



b)

Sila kojom tačkasto nanelektrisanje Q_2 , koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača, brzinom opisanom \vec{V}_2 kao što je prikazano na slici, djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_1 koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača brzinom opisanom \vec{V}_1 kao što je prikazano na slici određena je sljedećim izrazom:

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_1}{r^2} \vec{r}_{021} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 \vec{V}_1 \times (Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{r}_{021})}{r^2} = \vec{F}_{e21} + \vec{F}_{m21}, \text{ ovu silu nazivamo Lorentz-ovom silom.}$$

$\vec{F}_{e21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_1}{r^2} \vec{r}_{021}$ je izraz za vektor električne sile kojom tačkasto nanelektrisanje Q_2 djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_1 u stanju mirovanja u odnosu na posmatrača, $\epsilon_0 = 8,8542 * 10^{-12} [\frac{F}{N\cdot m}]$ električna permitivnost vakuum-a, $r = a$ udaljenost između posmatrana dva tačkasta nanelektrisanja, a \vec{r}_{021} jedinični vektor koji opisuje položaj tačkastog nanelektrisanja Q_1 u odnosu na tačkasto nanelektrisanje Q_2 .

$\vec{F}_{m21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 \vec{V}_1 \times (Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{r}_{021})}{r^2} = Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{B}_2$ je izraz za magnetsku silu kojom tačkasto nanelektrisanje Q_2 koje se kreće brzinom \vec{V}_2 , djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_1 koje se kreće brzinom \vec{V}_1 (oba nanelektrisanja se kreću u odnosu na posmatrača), $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [\frac{H}{A}]$ magnetska permeabilnost vakuum-a, $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{r}_{021})}{r^2}$ je prema **Bio-Savarovom zakonu za tačkasto nanelektrisanje u pokretu** vektor magnetske indukcije koji potiče od drugog tačkastog nanelektrisanja u pokretu na mjestu prvog tačkastog nanelektrisanja u pokretu. Mjerna jedinica za magnetsku indukciju je Tesla([T]).

Sada još da odredimo vektore \vec{F}_{m21} i \vec{F}_{m12} zajedno sa njihovim intenzitetima. Neka vektori brzina leže na Y-osi, a vektori položaja Q_1 u odnosu na Q_2 i obratno na X-osi Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema i neka je $(Q_1=Q_2) > 0$.

$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 (|\vec{V}_2| |\vec{r}_{021}|) \sin \angle(\vec{V}_2, \vec{r}_{021})}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 V_2}{r^2} \vec{k}$ pri čemu je \vec{k} jedinični vektor Z-ose Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema.

$\vec{F}_{m21} = Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{B}_2$, a kako \vec{V}_1 leži na Y-osi, \vec{B}_2 leži na Z-osi ugao između vektora \vec{V}_1 i \vec{B}_2 jednak je 90° pa vektor \vec{F}_{m21} leži na X-osi Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema i usmjeren je u negativnom smjeru X-ose.

$$|\vec{F}_{m21}| = Q_1 V_1 * \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 V_2 \sin(90^\circ)}{r^2}, V_1 \text{ je intenzitet od } \vec{V}_1.$$

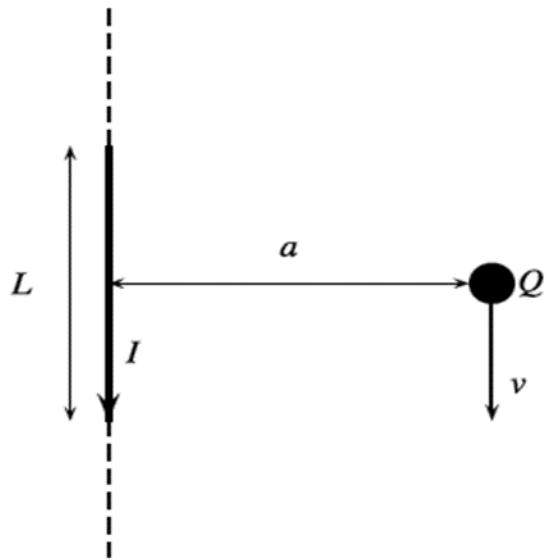
$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 (|\vec{V}_1| |\vec{r}_{012}|) \sin \angle(\vec{V}_1, \vec{r}_{012})}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_1 V_1}{r^2} \vec{k}$ pri čemu je \vec{k} jedinični vektor Z-ose Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema.

$\vec{F}_{m21} = Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{B}_1$ a kako \vec{V}_2 leži na Y-osi, \vec{B}_1 leži na Z-osi ugao između vektora \vec{V}_2 i \vec{B}_1 jednak je 90° pa vektor \vec{F}_{m12} leži na X-osi Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema i usmjeren je u pozitivnom smjeru X-ose. Magnetske sile između posmatranih tačkastih nanelektrisanja su jednakog intenziteta i međusobno su odbojne.

3.

a.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraz za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element $/dl$. Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.

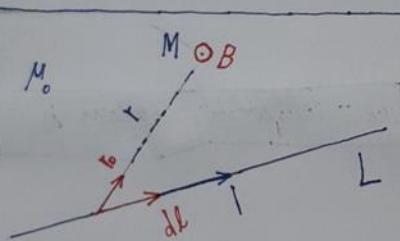
b.) Posmatra se dio provodnika dužine L , kroz koji protiče struja jačine I (ostatak strujnog kruga kojem pripada provodnik se zanemaruje). U blizini provodnika, na rastojanju a , nalazi se tačkasto nanelektrisanje $Q > 0$, koje se kreće brzinom v prema naznačenom pravcu i smjeru. Izračunati kolika je magnetska sila kojom provodnik djeluje na tačkasto nanelektrisanje?



Решење:

a) Струјни елементи – скуп карактерисан је похрету, струјних у физички-геометријским методама елемената постапање струјне расподјеле.

* У случају линијских струја:



L - дужина проводника
(постапање линијских проводника).
I - јачина електричне струје
која у временском прегледу t

протиче кроз постапања проводника.

$d\vec{l}$ - геометријски неонаји величини линијски елеменат, карактерисан као што је приказано на слици 31.

Процњеног $|d\vec{l}|$ предстаља струјни елеменат линијских струја.

1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[dl] \times \vec{r}_0}{r^2}$$

је вектор магнетске индукције који се стварају једног алемента $[dl]$ у произвољној тачки M у простору, r -расположе између постојећег вектора магнетске индукције \vec{r}_0 јединични вектор који је усмерен од извора магнетске индукције ка тачки у којој се мешавија.

За систем са алике 31, према Био-Саваровом закону је:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{([dl] \times \vec{r}_0)}{r^2}, \quad \text{при чему је } \vec{B} \text{ вектор магнетске индукције}$$

постојећег вектора

извор магнетске индукције

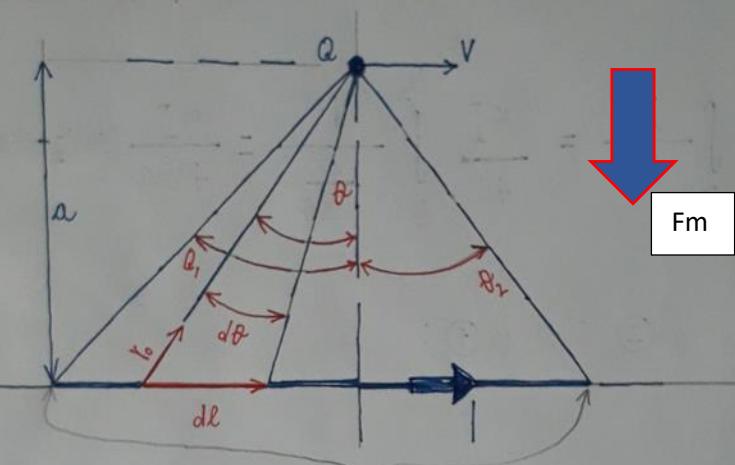
алике 31, сајер око вектора

одређен је правилном зеленој руци.

b

$$\vec{F}_n = ?$$

μ_0



$$\vec{F}_n = Q \vec{V} \times \vec{B} \quad ①$$

Постановки приводных за спираль и тягаско изолироване
Q ход с у олоду же постланата ходи брзином. V не
у ченој равни (хондаки су) не за ограждане B
корисцено ћет тошое формуле.

$$\vec{B} = B \vec{n} \quad (2)$$

\vec{x} - жетекшүүрүүлөгч 2-дәрәжэйлийн 3D холбогдоуултууд.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\frac{a}{\cos \theta}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

Сага мазыг y (2) таа y (1):

$$\vec{F}_m = QV \vec{i} \times \left(\frac{\mu_0 I (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)}{4\pi a} \right) \vec{n}$$

\vec{i} - жетекшүүрүүлөг x-дәрәжэйлийн 3D холбогдоуултууд.

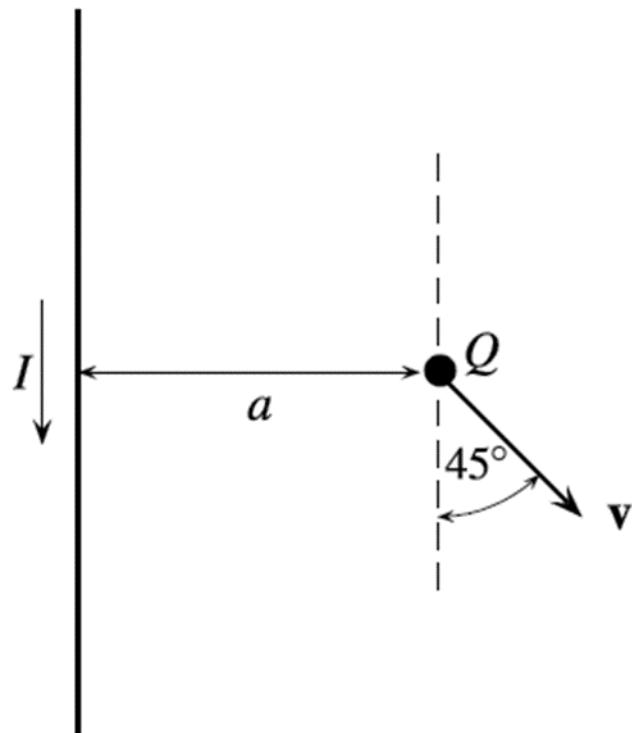
$$F_m = (QV | \vec{i} |) \left(\frac{\mu_0 I (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)}{4\pi a} \right) |\vec{n}| \sin \angle (\vec{i}, \vec{n})$$

$$= QV \frac{\mu_0 I (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)}{4\pi a}$$

4.

a.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraz za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element $/dl$. Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.

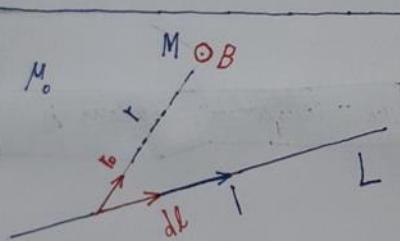
b.) Na slici je prikazan veoma dugačak pravolinijski provodnik kroz koji protiče struja jačine I u naznačenom smjeru. U trenutku posmatranja, tačkasto nakelektrisanje Q se nalazi na rastojanju a od provodnika i kreće se brzinom v u naznačenom pravcu i smjeru. Ako je tačkasto nakelektrisanje nakelektrisano sa Q , koliki je intenzitet magnetske sile na tačkasto nakelektrisanje? Skicirati pravac i smjer magnetske sile na tačkasto nakelektrisanje.



Решење:

a) Струјни елементи – скуп карактерисан је похрету, струјних у физички-геометријским методама елемената постапање струјне расподјеле.

* У случају линијских струја:



L - дужина проводника
(постапање линијских проводника).
 $|l|$ - јачина електричне струје
која у временском прегатину t

протиче кроз постапања проводника.

dl - геометријски неонајији мали линијски сименци, који имају карактерисак као што је приказано на слици 31.

Процлог $|dl|$ предстаља струјни елеменат линијских струја.

1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[dl] \times \vec{r}_0}{r^2}$$

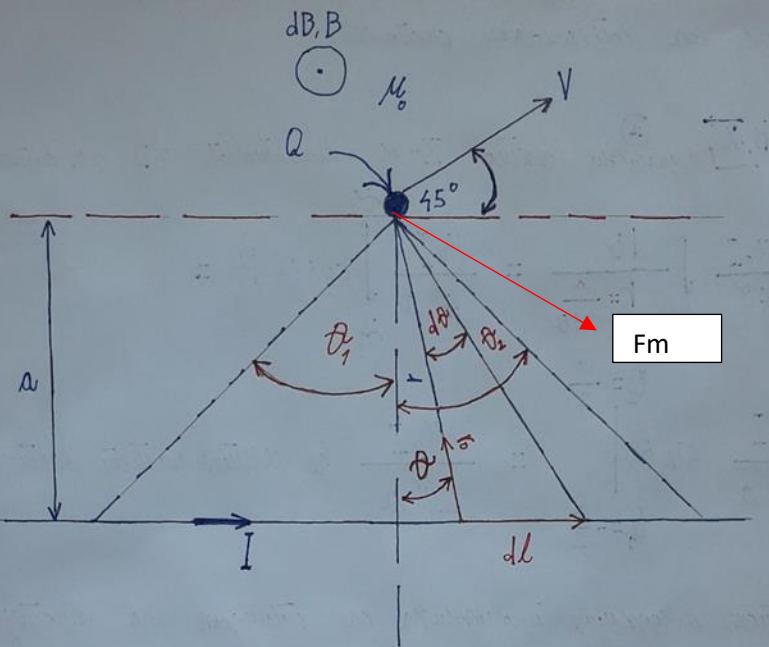
је вектор магнетске индукције који се стварају једног алемента $[dl]$ у произвољној тачки M у простору, r -расстояње између постојећег вектора магнетске индукције који је узет један од извора магнетске индукције да тачка у којој се мешави поступа.

За систем са алике 31, према Био-Саваровом закону је:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{([dl] \times \vec{r}_0)}{r^2}, \quad \text{при чему је } \vec{B} \text{ вектор магнетске индукције постојећег алемента со}$$

вектор магнетске индукције

одређен је правилом десне руке.



За разлику од претходника у задатку з под б), где посматрана је претходник је теоријски деокнажено дужина, распојавање између два краха угла θ_1 је теоријски довољно велико да можемо речи $\theta_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2} [\text{rad}]$, а из истог разлога и $\theta_2 \rightarrow \frac{\pi}{2} [\text{rad}]$.

$$\vec{F}_m = ? = Q \vec{V} \times \vec{B} \quad ①$$

Посматрани претходник и наелектрисање у покрету леже у истој равни па можемо користити вет сирене

Формулите за хомогенарте системе.

$\vec{B} = B \vec{x}$ ②
уеднаквим вектори Z -ко декартовот 3D ко. системи.

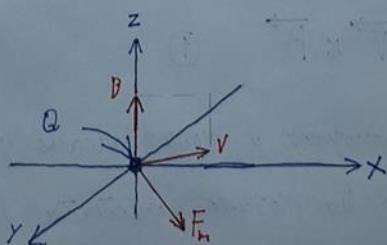
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\theta_2} \frac{d\theta}{r = \frac{a}{\cos\theta}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta =$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left. \sin\theta \right|_{\theta_1=-\frac{\pi}{2}}^{\theta_2=\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \text{ је интензитетот вектора}$$

Макните икуднувајќи производника со струјот на местото на векторот \vec{B} у покрету. Согод наред y ② па y ①.

$$\vec{F}_m = Q \vec{V} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{x}$$

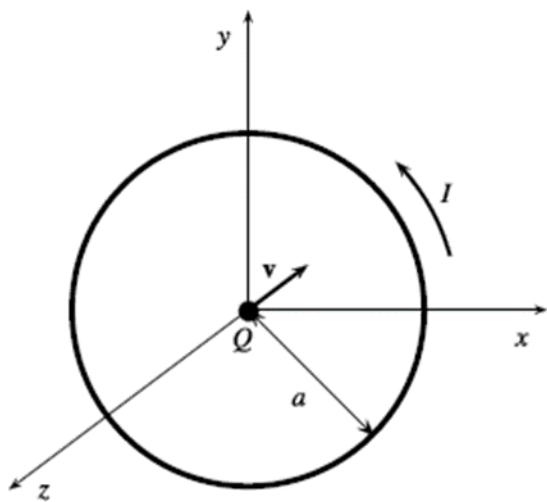
$$|\vec{F}_m| = Q |\vec{V}| \frac{\mu_0 I}{2\pi a} |\vec{x}| \sin \angle(\vec{V}, \vec{x}) = \frac{Q V \mu_0 I \sin(90^\circ)}{2\pi a}$$



5.

a.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraz za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element $/dl$. Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.

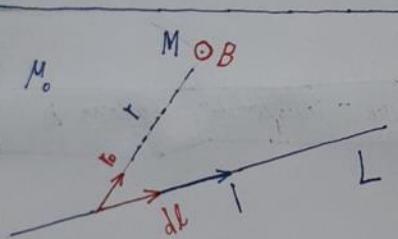
b.) U posmatranom trenutku, tačkasto nanelektrisanje $Q = 5 \mu\text{C}$ se nalazi u $(0,0,0)$ i kreće se brzinom $\mathbf{v} = -5\hat{\mathbf{z}}$ m/s, kao što je prikazano na slici. Kružna provodna kontura se nalazi u ravni xOy , pri čemu je centar konture u ishodištu koordinatnog sistema, a poluprečnik iznosi $a = 2\pi$ cm. Kroz konturu protiče vremenski nepromjenljiva struja jačine $I = 2$ A u zadanom smjeru. Kolika je magneska indukcija u $(0,0,0)$? Kolika je magnetska sila na tačkasto nanelektrisanje u posmatranom trenutku?



Решење:

a) Струјни елементи – скуп карактерисан је похрету, струјних у физички-геометријским методама елемената постапање струјне расподјеле.

* У случају линијских струја:



L - дужина проводника
(постапање линијских проводника).
l - јединица електричне струје
која у временском прегледу t
протиче кроз постапања проводника.

31

$d\vec{l}$ - геометријски неонајији нови линијски елеменат, карактерисан као што је приказано на слици 31.

Процњеног $|dl|$ предстаља струјни елеменат линијских струја.

1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[dl] \times \vec{r}_0}{r^2}$$

је вектор магнетске индукције који се стварају једног алемента $[dl]$ у произвољној тачки M у простору, r -расположе између постојећег вектора магнетске индукције \vec{r}_0 једног који се налази у тачки M , а \vec{r}_0 јединични вектор који је усмерен од извора магнетске индукције ка тачки у којој се налази рачуна.

За систем са алике 31, према Био-Саваровом закону је:

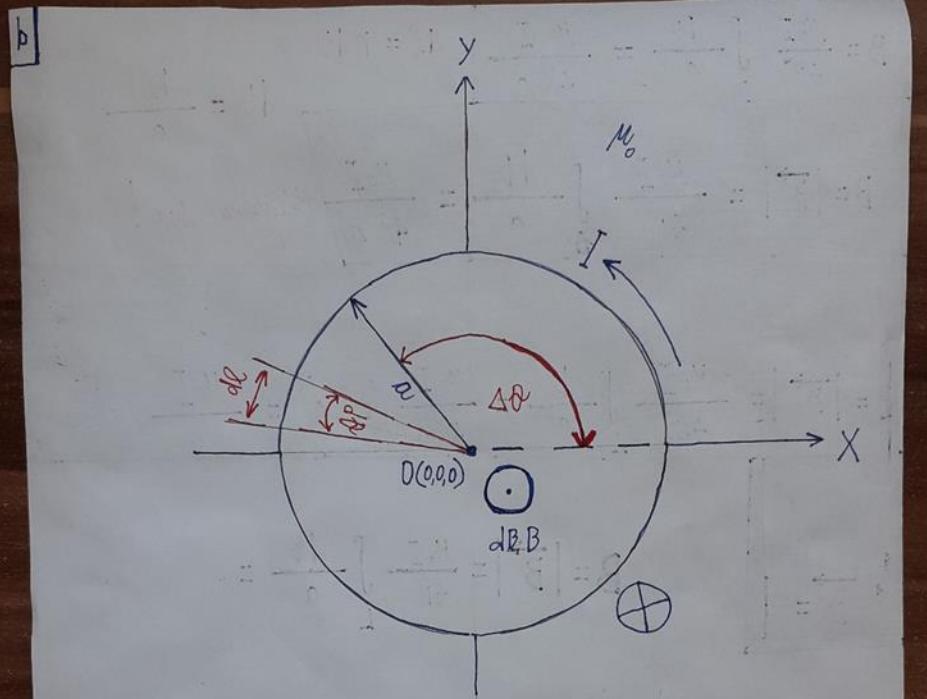
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{([dl] \times \vec{r}_0)}{r^2}, \quad \text{при чему је } \vec{B} \text{ вектор магнетске индукције}$$

постојећег алика со

вектор магнетске индукције

алике 31, сајер око вектора

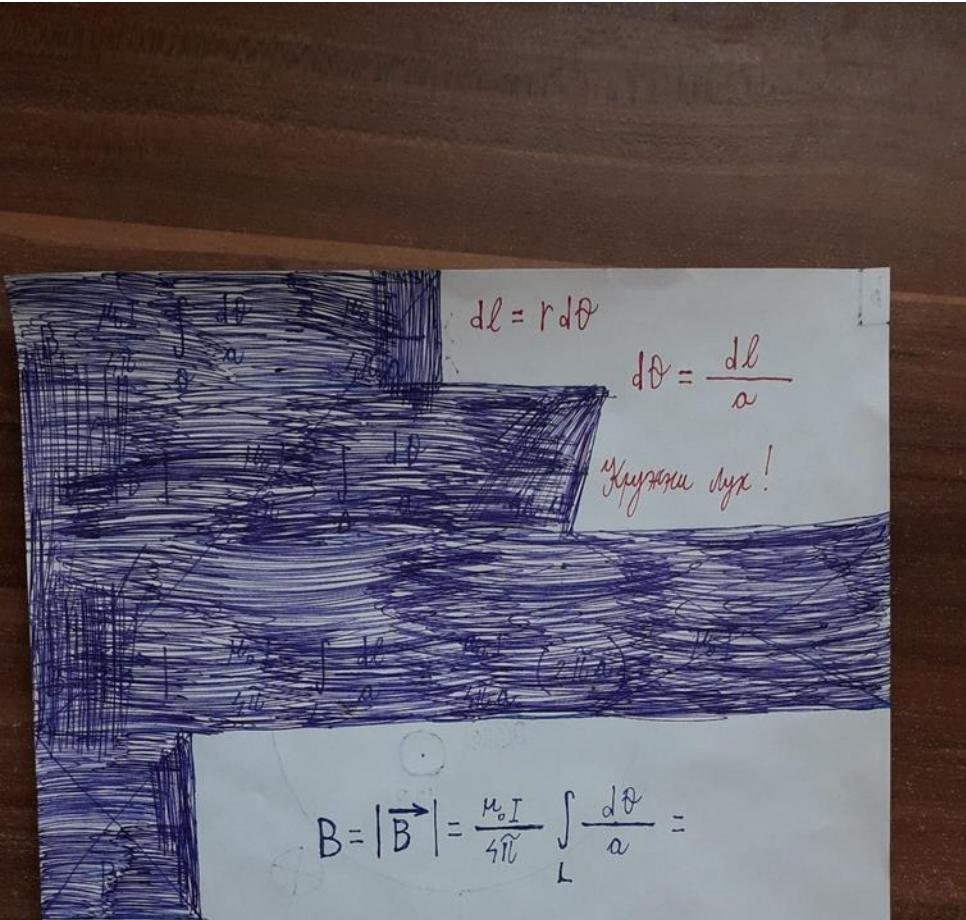
одређен је правилном зечевим правилом.



Точка О и којицира полуобртника 'α' леже у истој равни па тајнишку издухују којицире кроз коју проличе ствара електрична струја јачине I, на мјесту у тачки О било одредити првијесном Био-Саваровом закону за којијакне системе.

$$\vec{B} = B \vec{n}$$

Уединимо вектор Z-ве Јекартову 3D ко. систему.



$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{1}{a} \frac{dl}{a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} (2\pi a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \text{ на ю}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \vec{n}$$

За то что я не учел вектора Q , это и есть
единственное ошибочное место

п: $\vec{F}_m = Q \vec{V} \times \vec{B}$

 $|\vec{F}_m| = Q |\vec{V}| \frac{\mu_0 I}{2\pi} \overbrace{\sin(-i_2, x)}^{= 180^\circ}$

$$= 0$$

6.

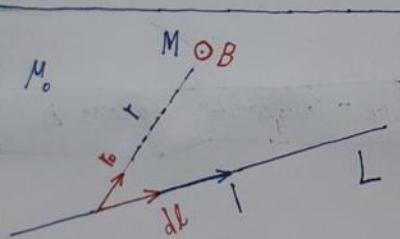
a.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraz za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element $/dl$. Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.

b.) Izvesti izraz za vektor magnetske indukcije na osi kružnog zavojka poluprečnika a . U zavojku je uspostavljena stalna struja jačine I . Diskutovati od kojih parametara zavisi **B**. Magnetska indukcija N kružnih zavojaka gusto pribijenih jedan uz drugi.

Решење:

a) Струјни елементи – скуп карактерисан је похрету, струјних у физички-геометријским методама елемената постапање струјне расподјеле.

* У случају линијских струја:



L - дужина проводника
(постапање линијских проводника).
 $|l|$ - јачина електричне струје
која у временском прегатину t

протиче кроз постапања проводника.

dl - геометријски неонаји величини линијски елеменат, карактерисан као што је приказано на слици 31.

Процњеног $|dl|$ представља струјни елеменат линијских струја.

1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[dl] \times \vec{r}_0}{r^2}$$

је вектор магнетске индукције који се стварају једног алемента $[dl]$ у произвољној тачки M у простору, r -расстояње између постојећег вектора магнетске индукције који је узет један од извора магнетске индукције да тачка у којој се мешави поступа.

За систем са алике 31, према Био-Саваровом закону је:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{([dl] \times \vec{r}_0)}{r^2}, \quad \text{при чему је } \vec{B} \text{ вектор магнетске индукције постојећег алемента со}$$

вектор магнетске индукције алике 31, сајер око вектора

одређен је правилном десне руке.

b)

MAGNETNA INDUKCIJA KRUŽNE STRUJNE KONTURE

Cilj: Odrediti vektor \vec{B}_z u tački M duž z-ose strujne konture.

Posmatramo dva simetrična strujna elementa $Id\vec{l}_1$ i $Id\vec{l}_2$.

Iz razloga simetrije: $d\vec{B} + d\vec{B}_1 = d\vec{B}_z = dB_z \vec{i}_z$:

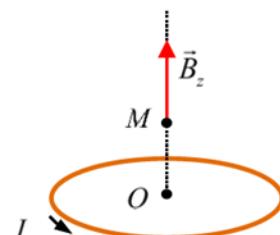
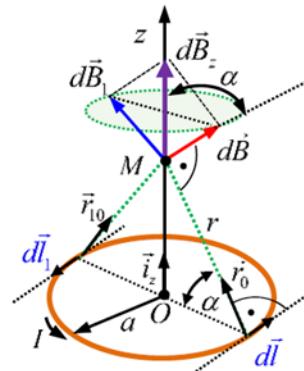
$$dB_z = dB \cos \alpha, \cos \alpha = \frac{a}{r}, r = \sqrt{a^2 + z^2}$$

Ukupna magnetna indukcija u tački M iznosi:

$$B_z = \int_L dB_z = \int_L dB \frac{a}{r} = \int_L \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\cancel{Idl} \times \vec{r}_0}{r^2} \right) \frac{a}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ia}{r^3} \int_{L=2\pi a} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ia}{r^3} 2\pi a = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 + z^2)^3}}$$

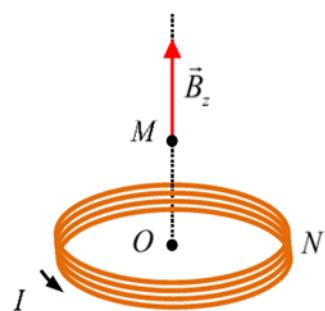
$$\boxed{B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}}$$

Referentni smer struje I i referentni smer magnetske indukcije \vec{B}_z vezani su pravilom desne zavojnica (šake).



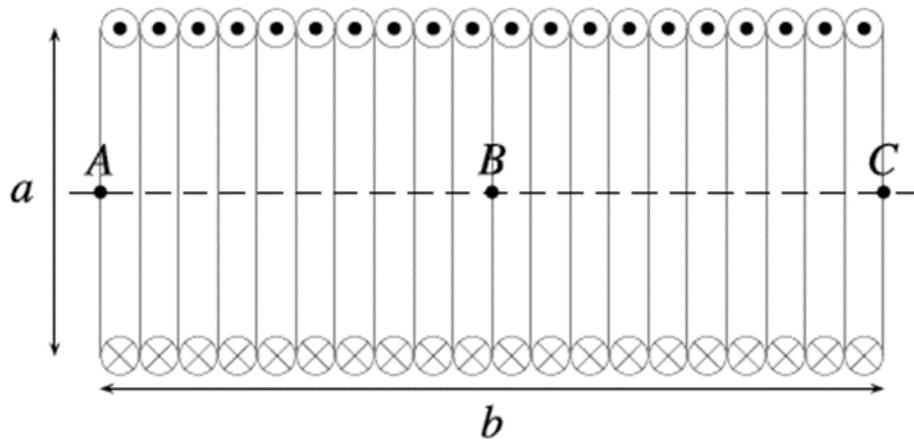
Slučaj $n = N$. Magnetna indukcija kalema sačinjenog od N gusto motanih kružnih zavojaka.

$$\boxed{B_{zN} = N \cdot B_z = N \cdot \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}}$$



7.

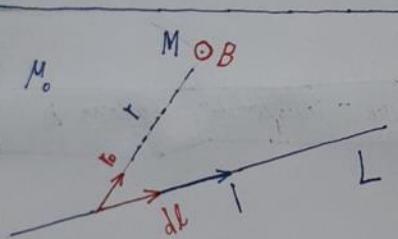
- a.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraz za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element / dl . Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.
- b.) Kroz $N = 100$ zavojaka solenoida kružnog poprečnog presjeka prečnika $a = 1$ cm i dužine $b=5$ cm, protiče struja jačine $I = 1$ A. Zavojni su međusobno izolovani i gusto namotani jedan do drugog. Odrediti pokazivanje teslametra u slučaju kada se mjerna sonda postavi u tačke A , B i C .



Решење:

a) Струјни елементи – скуп карактерисан је похрету, струјних у физички-геометријским методама елемената постапање струјне расподјеле.

* У случају линијских струја:



L - дужина проводника
(постапање линијских проводника).
 $|l|$ - јачина електричне струје
која у временском прегатину t

протиче кроз постапања проводника.

dl - геометријски неонајији мали линијски сименци, који имају карактерисак као што је приказано на слици 31.

Процњеног $|dl|$ представља струјни елеменат линијских струја.

1.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[dl] \times \vec{r}_0}{r^2}$$

је вектор магнетске индукције који се стварају једног алемента $[dl]$ у произвољној тачки M у простору, r -расстояње између постојећег вектора магнетске индукције који је узет један од извора магнетске индукције да тачка у којој се мешави поступа.

За систем са алике 31, према Био-Саваровом закону је:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{([dl] \times \vec{r}_0)}{r^2}, \quad \text{при чему је } \vec{B} \text{ вектор магнетске индукције постојећег алемента со}$$

вектор магнетске индукције алике 31, сајер око вектора

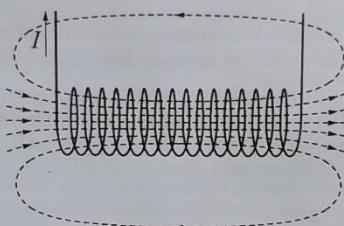
одређен је правилном десне руке.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{(3/2)}} \mathbf{i}_z. \quad (1.5)$$

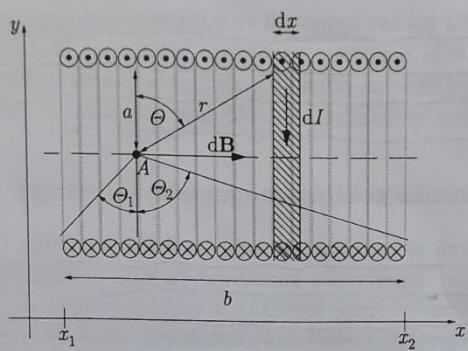
Magnetsko polje solenoida

Solenoid predstavlja niz gusto namotanih zavojaka provodne žice u jednom sloju, najčešće kružnog poprečnog presjeka. Solenoid može biti namotan na jezgru, odnosno tijelu od nemagnetskog ili magnetskog materijala. Zbog konačne širine poprečnog presjeka provodnika jedan zavojak ne čini kružnu provodnu konturu, ali aproksimacija zavojaka zatvorenim kružnim konturama olakšava dalju analizu, pri čemu se ne uvodi značajna greška. Ukoliko je u namotaju uspostavljena struja, u njegovoj okolini postoji magnetsko polje. Na sl. 1.2 prikazan je solenoid kroz čiji provodnik je uspostavljena struja jačine I i linije vektora \mathbf{B} uzrokovane tom strujom.

Primjer 2. Naći vektor magnetske indukcije u proizvoljnoj tački na osi solenoida poluprečnika poprečnog presjeka a i dužine b sa N gusto namotanih zavojaka.



Slika 1.2: Linije vektora magnetske indukcije solenoida



Slika 1.3: Poprečni presjek solenoida

Rješenje: Jedan zavojak se aproksimira zatvorenom strujnom konturom, kao što je prikazano na poprečnom presjeku datom na sl. 1.3. Ukoliko posmatramo struje kroz sve strujne konture kao strujni plasti ukupne jačine NI , vektor magnetske indukcije u nekoj tački na osi solenoida se može odrediti metodom superpozicije. Uočimo jedan tanak kružni prsten širine dx kroz koji postoji dio struje plasta jačine:

$$dI = \frac{NI}{b} dx. \quad (1.6)$$

Kako je širina dx infinitezimalno mala, jedan kružni prsten se može posmatrati kao kružna kontura. Na osnovu jednačine (1.5) za vektor magnetske indukcije na osi strujne konture, doprinos jedne kružne konture vektoru magnetske indukcije u nekoj tački na osi solenoida je:

$$dB = \frac{\mu_0 a^2 dI}{2r^3} i_x, \quad (1.7)$$

a ukupni vektor magnetske indukcije dobija se integracijom duž cijelog solenoida:

$$\mathbf{B} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0 NI a^2}{2br^3} dx i_x. \quad (1.8)$$

Geometrijskom analizom koordinata prikazanih na sl. 1.3, moguće je izvršiti prelazak sa prostornih na ugaone koordinate, radi jednostavnijeg računanja integrala (1.8). Moguće je uočiti da važi:

$$a = r \cos \theta, \quad dx \cos \theta = rd\theta. \quad (1.9)$$

Kombinovanjem (1.8) i (1.9) dobija se izraz:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 NI}{2b} i_x \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta, \quad (1.10)$$

odnosno:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \mu_0 N' I (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) i_x, \quad (1.11)$$

gdje je $N' = N/b$ broj zavojaka po jedinici dužine.

(1.6)

$dI = \frac{NI[A]}{b[m]} dx[m]$, NI je strujni plasti odnosno struja posmatranog solenoida, a nas interesuje jačina električne struje jedne (posmatrane) žice tog solenoida. Kako je dx veoma malo (matematički beskonačno mala veličina-diferencijal) kada se pokrate metar i metar u izrazu (1.6) dobijamo čist Amper[A] a merna jedinica za jačinu električne struje koja protiče kroz neku tanku liniju (žicu) je naravno Amper. (Ovime smo potvrdili da je dI jačina električne struje kroz jedan zavojak žice posmatranog solenoida.)

(1.8)

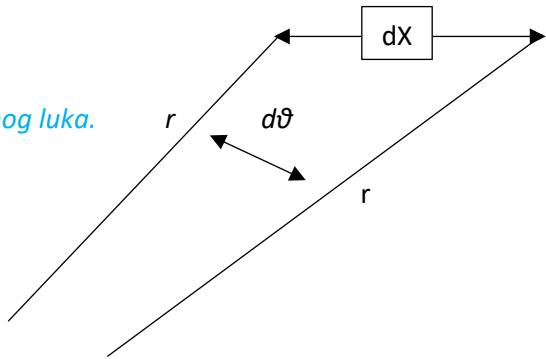
$$\vec{B} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0 NI a^2}{2br^3} dx \vec{l}_x$$

(1.9)

$$a = r \cos(\vartheta)$$

$\frac{a}{r} dx = rd\vartheta$ što proističe iz formule za računanje dužine kružnog luka.

$$dx = \frac{rd\theta}{r \cos(\theta)}$$



Kombinovanjem (1.8) i (1.9) vidimo da se (1.8) može napisati kao:

$$\vec{B} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0 NI a^2}{2br^3} dx \vec{l}_x =$$

$$\frac{\mu_0 NI}{2b} \vec{l}_x \int_{x_1}^{x_2} \frac{a^2}{r^3} dx =$$

$$\frac{\mu_0 NI}{2b} \vec{l}_x \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(r \cos(\theta))^2}{r^3} \frac{rd\theta}{\cos(\theta)} =$$

$$\frac{\mu_0 NI}{2b} \vec{l}_x \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(\theta) d\theta$$

b

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N l}{2b} i \rightarrow \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 N' l (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)}{2} i$$

је израз за вектор магнетске индукције (\vec{B}) у
који се чини да сви поседују једну и ту же:

N - број паралелних вектора вектора,

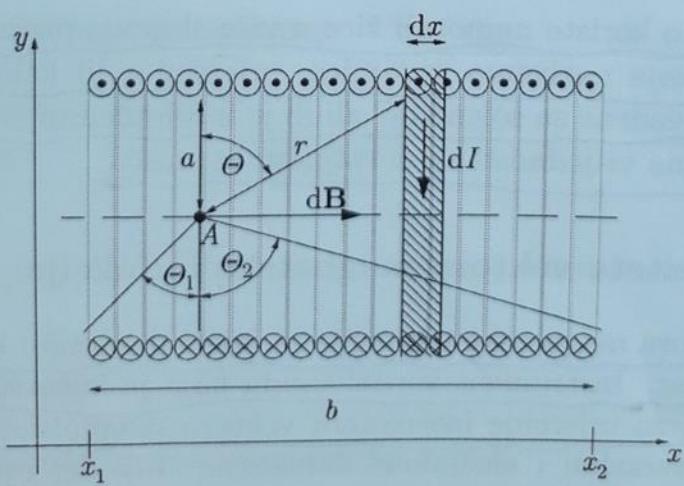
b - дужина соленоида, i - јединични вектор X-осе

Декартовог координатног система,

N' - број вектора по јединични дужине, а

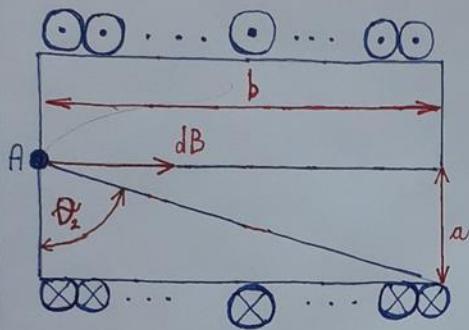
θ - угао између нормале 'a' - посматраних соленоида

и r - расстояње између једног прстенса соленоида и
такве у којој се налази вектор \vec{B} соленоида.



Slika 1.3: Poprečni presjek solenoida

1°



$$\sin \Phi_1 = \sin 0^\circ = 0$$

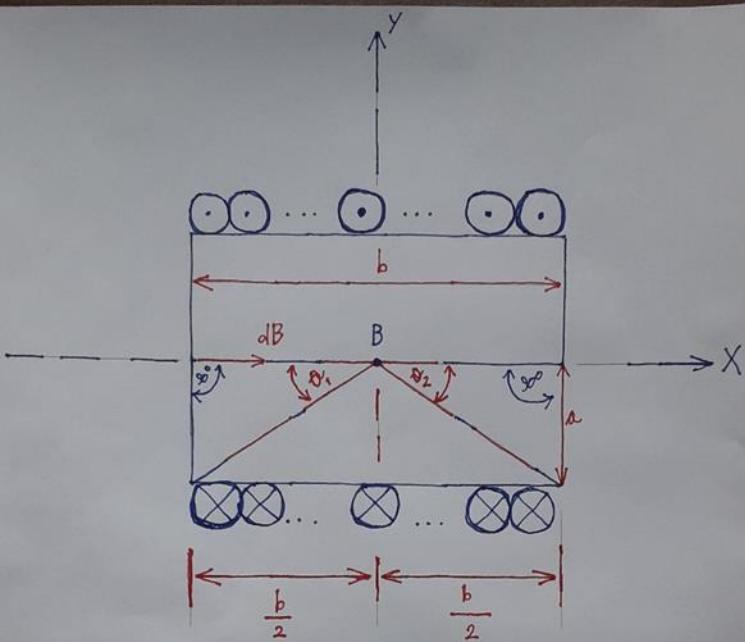
$$\sin \Phi_2 = \frac{\text{расстояние катета}}{\text{гипотенуза}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} - 0 \right)}{2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} N I (b - 0)}{2b \sqrt{a^2 + b^2}} =$$

$$\frac{2\pi N I}{10^{-7} \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2\pi \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^3}{10^{-7} \cdot 5} \approx 0,012 \left[T \right]$$

Где I в амперах.

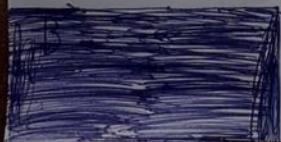
2.



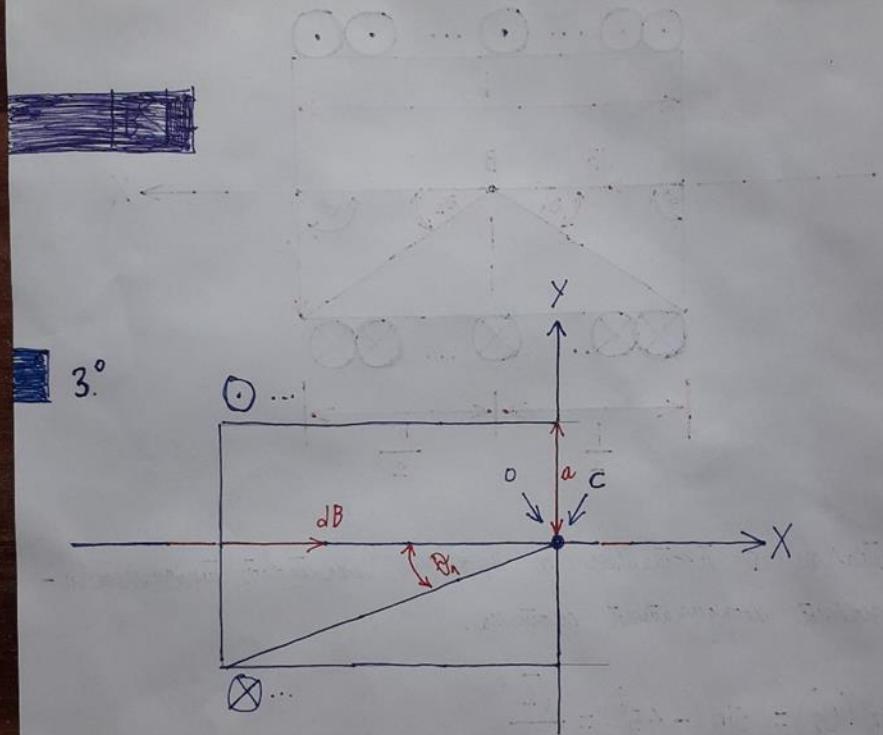
У точке B постоење је нултар декартовог пространственог координатног система.

$$\sin(\theta_1) = \sin(-45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(\theta_2) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2b} \vec{i} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \frac{\mu_0 N I \sqrt{2}}{2} \vec{i}$$



$$\sin \theta_1 = -\frac{b}{\sqrt{b^2 + a^2}}, \quad \sin \theta_2 = 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I b}{2b \sqrt{b^2 + a^2}} \vec{i} \quad \text{na ja } B = 0,012 \text{ [T]}$$

7.

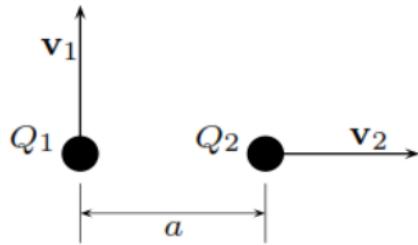
- b) Napravio sam računsku grešku u 1° i 2° . Kada sam vršio koneverziju između cm i m , umjesto 10^3 u brojiocu razlomka treba dati 10^2 . Dakle u sva tri slučaja da bi odredili pokazivanje *teslametra* u izrazu za intenzitet vektora \vec{B} uvrstimo odgovarajuće brojeve usklađene sa SI sistemom mjernih jedinica.

8.

- a.) Bio-Savarov zakon za tačkasto nanelektrisanje u pokretu.
- b.) Strujni element. Klasifikacija električnih struja. Napisati izraze za vektor magnetske indukcije, prema Bio-Savarovom zakonu, u blizini strujnog elementa, koji potiče od tog strujnog elementa u slučajevima kada se posmatra: linijski strujni element $/dl$, površinski strujni element $\mathbf{J}SdS$ i zapreminske strujne elemente $\mathbf{J}dV$. Skicirati strujne elemente i jasno označiti sve vektore.
- c.) Da li su linije vektora magnetske indukcije \mathbf{B} vremenski nepromjenljivog magnetskog polja istovremeno i linije magnetskih sila?
- d.) Od kojih veličina zavisi intenzitet, pravac i smjer magnetske sile između dva provodnika sa vremenski nepromjenljivim strujama različitih jačina?

Rješenje:

a)



Sila kojom tačkasto nanelektrisanje Q_1 , koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača, brzinom opisanom \vec{V}_1 kao što je prikazano na slici, djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_2 koje se u vakuum-u kreće u odnosu na posmatrača brzinom opisanom \vec{V}_2 kao što je prikazano na slici određena je sljedećim izrazom:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_{012} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 \vec{V}_2 \times (Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2} = \vec{F}_{e12} + \vec{F}_{m12}, \text{ ovu silu nazivamo Lorentz-ovom silom.}$$

$\vec{F}_{e12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{r}_{012}$ je izraz za vektor električne sile kojom tačkasto nanelektrisanje Q_1 djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_2 u stanju mirovanja u odnosu na posmatrača, $\epsilon_0 = 8,8542 * 10^{-12} \left[\frac{F}{N \cdot C} \right]$ električna permitivnost vakuum-a, $r = a$ udaljenost između posmatrana dva tačkasta nanelektrisanja, a \vec{r}_{012} jedinični vektor koji opisuje položaj tačkastog nanelektrisanja Q_2 u odnosu na tačkasto nanelektrisanje Q_1 .

$\vec{F}_{m12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q_2 \vec{V}_2 \times (Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2} = Q_2 \vec{V}_2 \times \vec{B}_1$ je izraz za magnetsku silu kojom tačkasto nanelektrisanje Q_1 koje se kreće brzinom \vec{V}_1 , djeluje na tačkasto nanelektrisanje Q_2 koje se kreće brzinom \vec{V}_2 (oba nanelektrisanja se kreću u odnosu na posmatrača), $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \left[\frac{H}{A \cdot m} \right]$ magnetska permeabilnost vakuum-a, $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(Q_1 \vec{V}_1 \times \vec{r}_{012})}{r^2}$ je prema Bio-Savarovom zakonu za tačkasto nanelektrisanje u pokretu vektor magnetske indukcije koji potiče od prvog tačkastog nanelektrisanja u pokretu na mjestu drugog tačkastog nanelektrisanja u pokretu. Mjerna jedinica za magnetsku indukciju je Tesla([T]).

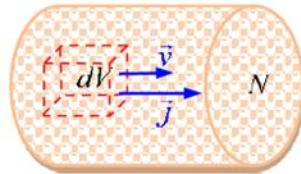
b)

Strujni element – skup nanelektrisanja u pokretu smještenih u fizički-geometrijski malom element posmatrane strujne raspodjele.

Strujni element zapreminske struje

Čine ga sva pokretna nanelektrisanja u maloj zapremini dV

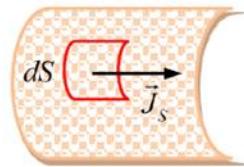
$$\sum Q\vec{v} = \vec{J}_v dV, \quad \vec{J}_v \text{ - vektor zapreminske gustine struje}$$



Strujni element površinske struje

Čine ga sva pokretna nanelektrisanja na maloj površini dS

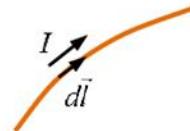
$$\sum Q\vec{v} = \vec{J}_s dS, \quad \vec{J}_s \text{ - vektor površinske gustine struje}$$



Strujni element linijske struje

Čine ga sva pokretna nanelektrisanja na maloj dužini dl

$$\sum Q\vec{v} = I d\vec{l}, \quad I \text{ - jačina linijske struje,} \\ d\vec{l} \text{ - ima istu orijentaciju kao i referentni smer struje } I$$



c)

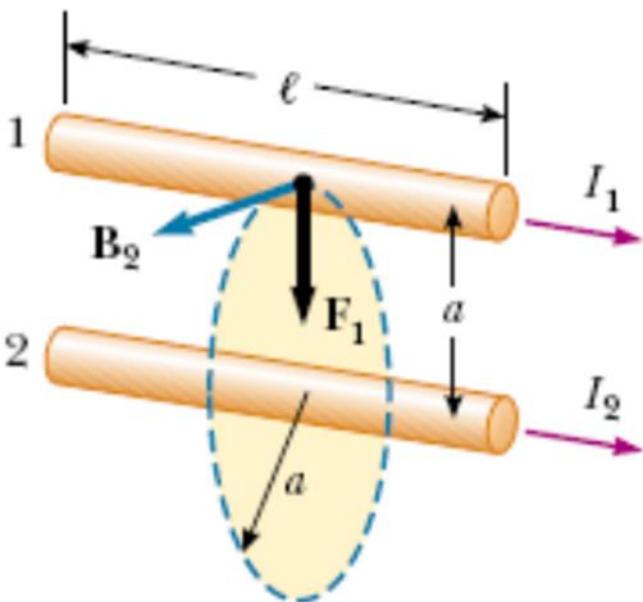
Nisu.

$$\vec{F}_m = Q\vec{V} \times \vec{B}$$

Primjer:

Neka su \vec{V} i \vec{B} dva paralelna ne-nula vektora. Vektorski proizvod takva dva vektora je 0-VEKTOR a to je naš \vec{F}_m .

d)



Na slici su prikazana dva paralelna strujna provodnika (koji mogu biti veoma dugački) na međusobnom rastojanju jednakom a . Kroz prvi provodnik protiče stalna električna struja I_1 , a kroz drugi provodnik protiče stalna električna struja jačine I_2 . Magnetska sila koja djeluje na prvi provodnik određena je relacijom (Bio-Savarov zakon + koplanarni sistem):

$$\overrightarrow{F_{m1}} = I_1 \vec{l}_1 \times \vec{B}_2,$$

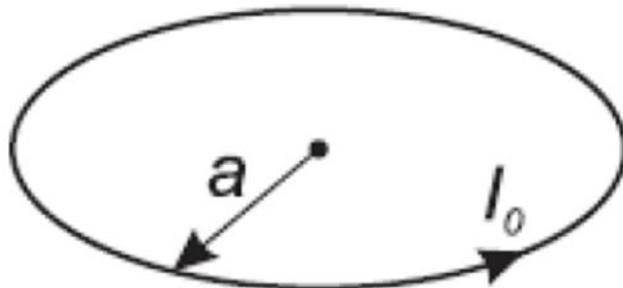
pri čemu je: \vec{l}_1 vektorski okarakterisana (u smjeru saglasnim sa smjerom protoka struje I_1 kroz provodnik) dužina prvog provodnika, a

$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \vec{k}$ vektor magnetske indukcije provodnika kroz koji protiče stalna električna struja I_2 na mjestu provodnika kroz koji protiče stalna električna struja I_1 . **Iz već napisanih formula vidimo da intenzitet magnetske sile između dva provodnika zavisi od jačine struja koje panaosob protiču kroz te provodnike kao i od međusobnog rastojanja između provodnika.** Ako kroz posmatrane provodnike, panaosob protiču struje međusobno saglasnog smjera, magnetske sile tih provodnika se međusobno privlače i vektori $\overrightarrow{F_{m1}}$ i $\overrightarrow{F_{m2}}$ su usmjereni jedan prema drugom. Ako kroz posmatrane provodnike, panaosob protiču struje međusobno suprotnog smjera, magnetske sile tih provodnika se međusobno odbijaju i vektori $\overrightarrow{F_{m1}}$ i $\overrightarrow{F_{m2}}$ su usmjereni jedan od drugog .

9.

a.) Magnetska indukcija koplanarnog sistema.

b.) Izvesti izraz za intenzitet vektora magnetske indukcije u centru kružne strujne kontrure poluprečnika a u kojoj je uspostavljena struja jačine I_0 .



Rješenje:

a)

MAGNETNA INDUKCIJA PLANARNE STRUJNE KONTURE

Prepostavka: Strujna kontura leži u jednoj ravni (**planarna**).

Cilj: Odrediti magnetsko polje u proizvoljnoj tački M te ravni.

Rešenje: Usvojimo **polarni koordinatni sistem** sa centrom u tački M i **polupravom** p .

Pozitivni smer ugla u ovom koordinatnom sistemu biramo u smeru struje.

Bio-Savarov zakon za strujni element $Id\vec{l}$: $d\vec{B}$ u tački M .

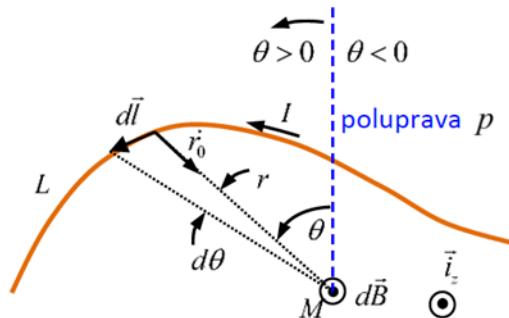
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} = dB\vec{i}_z \quad \wedge \quad Id\vec{l} \times \vec{r}_0 = Idl \vec{i}_z = Ird\theta \vec{i}_z \Rightarrow \boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ird\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\theta}{r}}$$

Ukupna magnetska indukcija u tački M :

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L d\theta \frac{1}{r}}$$

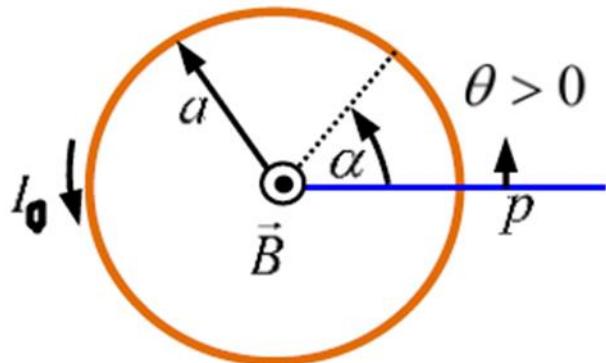
$\theta > 0$ u smeru struje

$\theta < 0$ suprotno smeru struje



Iz ove formule smo uradili sve prethodne zadatke vezane za ko-planarne sisteme.

b)



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\theta}{a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_L d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} 2\pi ,$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2a}}$$

$dl = ad\vartheta$ je dužina isječka koju smo izrazili iz formule za dužinu kružnog luka, odavde je:

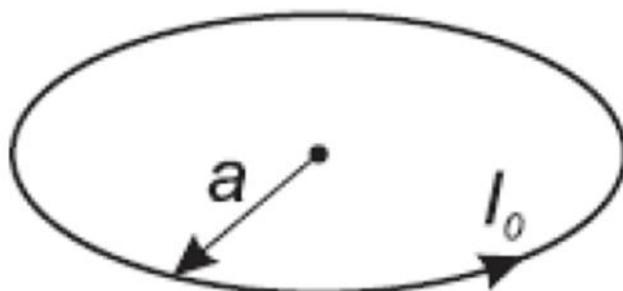
$d\vartheta = \frac{dl}{a}$ pa kada tako uvrstimo onda integralimo duž linije (posmatrane zatvorene strujne konture).

10.

a.) Magnetska indukcija koplanarnog sistema.

b.) U kružnoj konturi poluprečnika a uspostavljena je vremenski konstantna struja jačine I_0 .

Koncentrično sa datom konturom treba da se postavi kružna kontura poluprečnika b , sa strujom iste jačine, I_0 , sa ciljem da se ukupan intenzitet vektora magnetske indukcije u centru sistema poveća tri puta. Odrediti nepoznati poluprečnik b druge konture.



Rješenje:

a)

MAGNETNA INDUKCIJA PLANARNE STRUJNE KONTURE

Prepostavka. Strujna kontura leži u jednoj ravni (**planarna**).

Cilj: Odrediti magnetsko polje u proizvoljnoj tački M te ravni.

Rešenje: Usvojimo **polarni koordinatni sistem** sa centrom u tački M i **polupravom** p .

Pozitivni smer ugla u ovom koordinatnom sistemu biramo u smeru struje.

Bio-Savarov zakon za strujni element $Id\vec{l}$: $d\vec{B}$ u tački M.

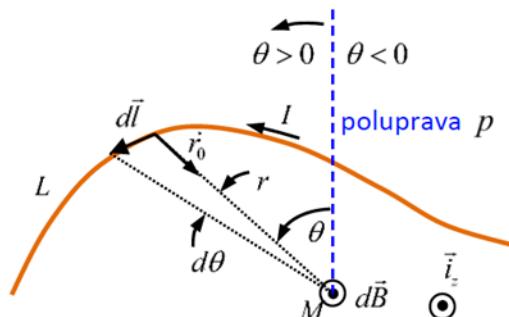
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} = dB\vec{i}_z \quad \wedge \quad Id\vec{l} \times \vec{r}_0 = Idl \vec{i}_z = Ird\theta \vec{i}_z \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ird\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\theta}{r}$$

Ukupna magnetska indukcija u tački M:

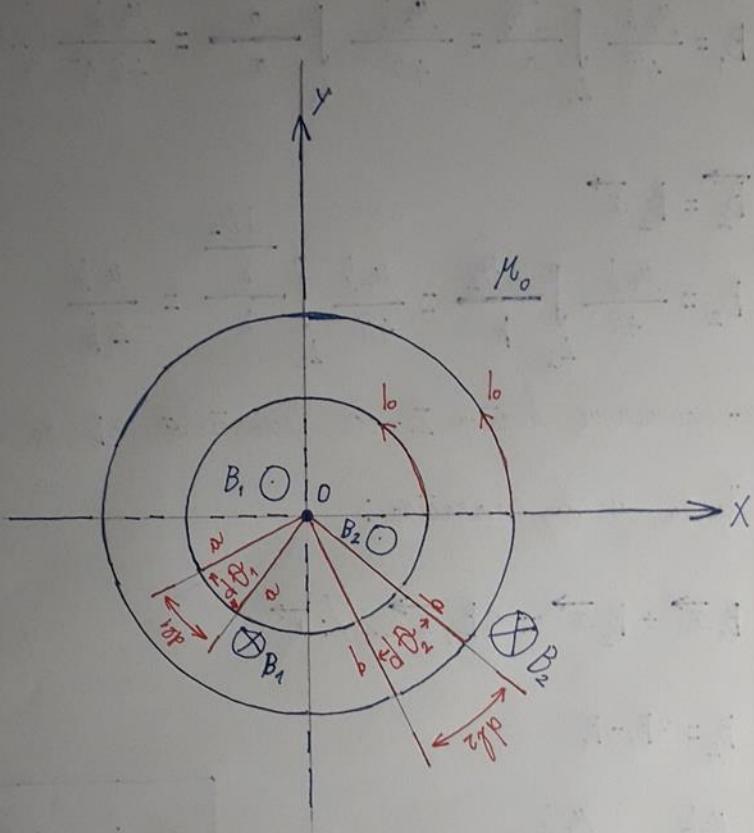
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L d\theta \frac{1}{r}$$

$\theta > 0$ u smeru struje

$\theta < 0$ suprotno smeru struje



b = ?



Точка O, коштира полуциркуля 'a', коштира полуциркуля
b леже у истој равни ка \vec{B}_1 и \vec{B}_2

у тачки O било одредиши преносом

Био-силарног вакона за хомотарне системе.

$$\vec{B}_1 = B_1 \vec{\kappa}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 l_0}{4\pi} \int_{L_1} \frac{dl_1}{a} = \frac{\mu_0 l_0}{4\pi} \int_{L_1} \frac{a}{a} = \frac{\mu_0 l_0}{4\pi a^2} (2\pi a) = \frac{\mu_0 l_0}{2a}$$

$$\vec{B}_2 = B_2 \vec{\kappa}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 l_0}{4\pi} \int_{L_2} \frac{dl_2}{b} = \frac{\mu_0 l_0}{4\pi} \int_{L_2} \frac{b}{b} = \frac{\mu_0 l_0}{2b}$$

κ - јединица лемпир Z-оце Декартовог 3D ко. система.

Примају једно уравненија:

$$B_1 \vec{\kappa} + B_2 \vec{\kappa} = 3B_1 \vec{\kappa} \dots / : \vec{\kappa}$$

$$B_2 = 3B_1 - B_1$$

$$\frac{\mu_0 l_0}{2b} = 2 \frac{\mu_0 l_0}{2a}$$

$$\frac{\mu_0 l_0}{2b} = \frac{\mu_0 l_0}{a}$$

$$a \mu_0 l_0 = 2b \mu_0 l_0$$

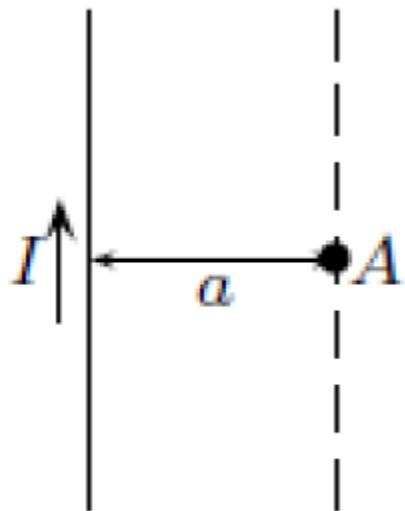
$$a = 2b$$

$$b = \frac{a}{2}$$

13.

a.) Magnetska indukcija koplanarnog sistema.

b.) Primjenom Bio-Savarovog zakona izvesti izraz za intenzitet vektora magnetske indukcije u tački A na rastojanju a od dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom jačine I .



Rješenje:

a)

MAGNETNA INDUKCIJA PLANARNE STRUJNE KONTURE

Prepostavka. Strujna kontura leži u jednoj ravni ([planarna](#)).

Cilj: Odrediti magnetsko polje u proizvoljnoj tački M te ravni.

Rešenje: Usvojimo [polarni koordinatni sistem](#) sa centrom u tački M i [polupravom](#) p .

Pozitivni smer ugla u ovom koordinatnom sistemu biramo u smeru struje.

Bio-Savarov zakon za strujni element $Id\vec{l}$: $d\vec{B}$ u tački M.

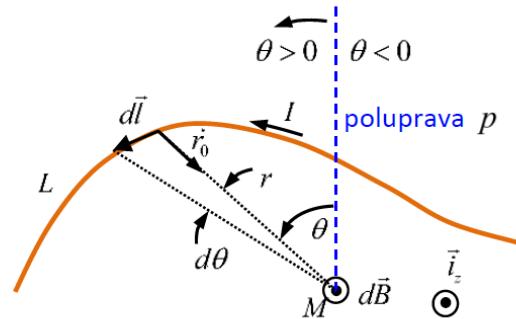
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} = dB\vec{i}_z \quad \wedge \quad Id\vec{l} \times \vec{r}_0 = Idl \vec{i}_z = Ird\theta \vec{i}_z \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ird\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\theta}{r}$$

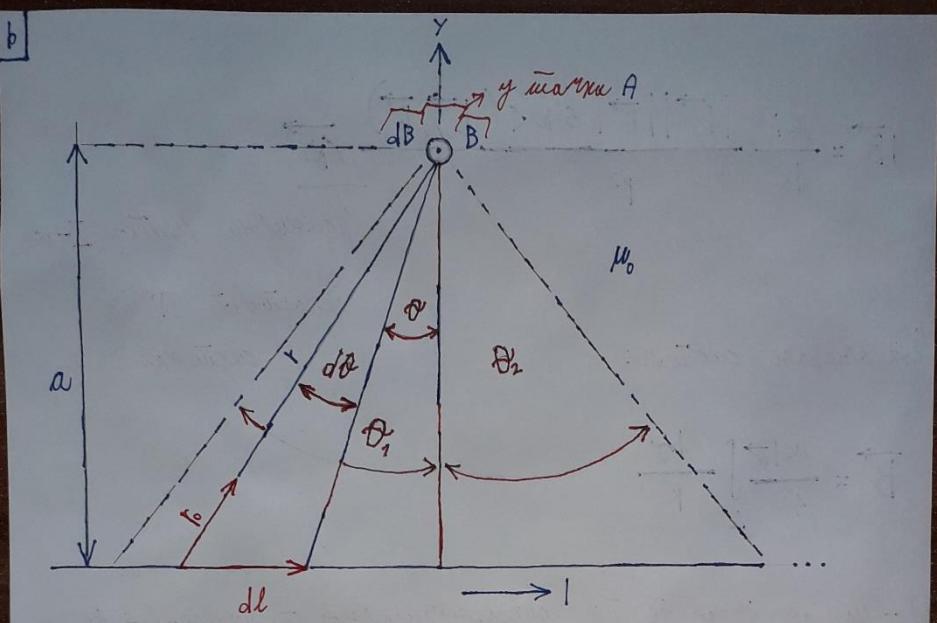
Ukupna magnetska indukcija u tački M:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L d\theta \frac{1}{r}$$

$\theta > 0$ u smeru struje

$\theta < 0$ suprotno smeru struje





Помоћ је постоењем преносних вредна дужима (теоријски бесконачно дужима) простирише да је:

$$\theta_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2} \text{ [rad]}$$

$$\theta_2 \rightarrow +\frac{\pi}{2} \text{ [rad]}$$

У тачки A на Y-оси Декартовог 3D ко. система некије потиснене изузимају струјнији елементи $I d\ell \rightarrow$ ограђен је Број - Салюроним заштитом:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{dl} \frac{|dl| |r_0| \sin \angle (dl, r_0)}{r^2} \hat{r}$$

Уединити након 2-ре

декартову 3D ко.

система.

Коинцидент систем:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \vec{x}}{4\pi} \int \frac{d\theta}{r}$$

L-ниг је θ_1 је θ_2 уз употребљавајући промеживу θ .

$r = \frac{a}{\cos \theta}$ уа претходна релација се може написати

коо:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \vec{x}}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\frac{a}{\cos \theta}} = \frac{\mu_0 I \vec{x}}{4\pi a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta =$$

$$\frac{\mu_0 I \vec{x}}{4\pi a} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \vec{x}$$

14. Posmatraju se dva veoma dugačka paralelna provodnika, postavljena na rastojanju a , u vakuumu. Odrediti intenzitet, pravac i smjer poduzne magnetske sile kojom provodnici djeluju jedan na drugi, ako je jačina struje u prvom provodniku jednaka I_1 , a jačina struje u drugom provodniku jednaka I_2 , u slučaju kada: (a) su struje istog smjera, (b) kada su struje suprotnog smjera.

Rješenje:

UZAJAMNO DEJSTVO DVA PROVODNIKA SA STRUJAMA

Pretpostavka: Posmatramo dva dugačka paralelna pravolinjska provodnika sa strujama I_1 i I_2 suprotnih smerova.

Cilj: Odrediti magnetne sile kojim provodnici uzajamno deluju.

Rešenje: Magnetna indukcija prvog provodnika na mestu drugog je konstantna i iznosi:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \quad (\text{prema usvojenim referentnim smerovima za } I_1 \text{ i } B_1)$$

Magnetna sila koja deluje na strujni element $Id\vec{l}$ drugog provodnika:

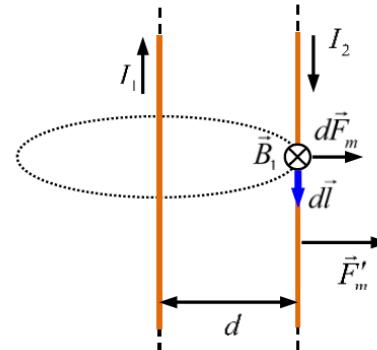
$$d\vec{F}_m = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}_1, \quad dF_m = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 dl}{2\pi d} \quad (\text{odbojna sila})$$

Poduzna magnetna sila kojom prvi provodnik sa strujom deluje na drugi provodnik je:

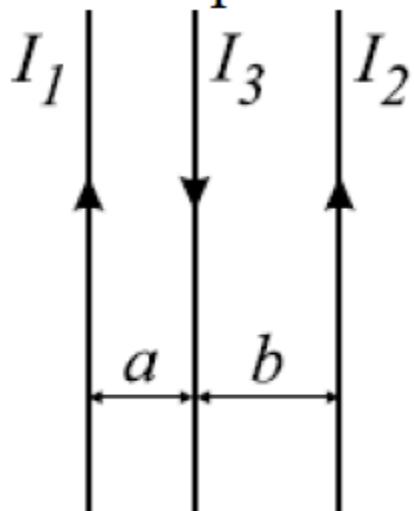
$$F'_m = \frac{dF'_m}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad \left[\frac{N}{m} \right]$$

Ista formula važi i za dejstvo drugog provodnika na prvi.

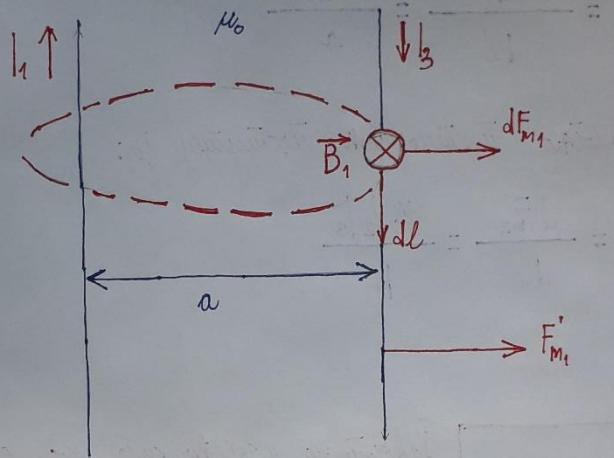
Ako su struje provodnika istih smerova, onda je sila privlačna.



15. Tri vrlo dugačka pravolinijska provodnika postavljena su paralelno i nalaze se u vazduhu, kao što je prikazano na slici. U provodnicima su uspostavljene vremenski konstantne struje intenziteta I_1 , I_2 i I_3 . Odrediti u opštim brojevima odnos jačina struja u provodnicima 1 i 2, tako, da rezultantna podužna sila, F' na srednji provodnik bude jednak nuli.



Rješenje:



$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \text{ je učinkovitost magnetske struje I}_1$$

Koja potonje od svih tih se mijenja s razdaljina i intenzitetom struje.

sa strujom I_1 . Smjep I_1 u \vec{B}_1 je pozitivno sa strujom.

$$d\vec{F}_{m_1} = I_3 d\vec{l} \times \vec{B}_1,$$

$$dF_{m_1} = |d\vec{F}_{m_1}| = I_3 |d\vec{l}| |\vec{B}_1| \sin \angle(d\vec{l}, \vec{B}_1) = \frac{\mu_0 I_1 I_3 dl}{2\pi a}$$

$$F'_{m_1} = \frac{d F'_{m_1}}{dl} = \frac{\mu_0 l_1 l_3}{a}$$

Takodje i preostalo postojanje je:

$$F'_{m_2} = \frac{d F'_{m_2}}{dl} = \frac{\mu_0 l_2 l_3}{b}$$

$F'_{m_1} + F'_{m_2} = 0$] Balkonska uslovija cista x je gjavljiv za
upolovsko jatko sa stupnjevima l_3 .

$$\frac{\mu_0 l_1 l_3}{a} = - \frac{\mu_0 l_2 l_3}{b}$$

$$b l_1 = - a l_2$$

$$l_1 = \frac{-a l_2}{b}$$

(Kontaktni sastavni + upolovski su jednaki
dugim preostalim sa stupnjem)

17.

a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa.

b.) Poznat je analitički izraz za vektor magnetske indukcije u prostoru $\mathbf{B} = (10ix + 20iy + 5iz) \text{ mT}$. Koliko iznosi fluks vektora magnetske indukcije kroz ukupnu površ kocke stranice a i ukupnu površ sfere poluprečnika a , koji se nalaze u tom prostoru?

Rješenje:

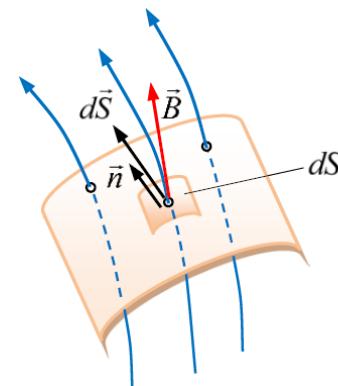
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\boxed{\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\boxed{\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0}$$

Posledice:

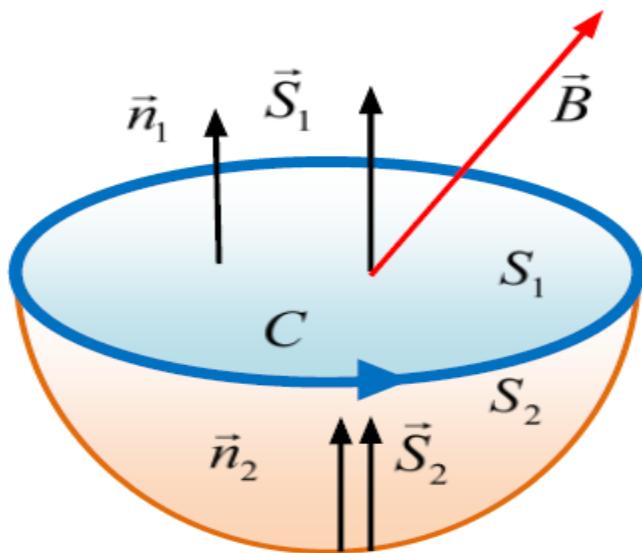
- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

(Fluks vektora) \Leftrightarrow (protok) vektora kroz neku površ S proizvoljnog oblika koja može biti otvorena ili zatvorena, a po dogovoru uvijek je orjentisana u polje.

MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

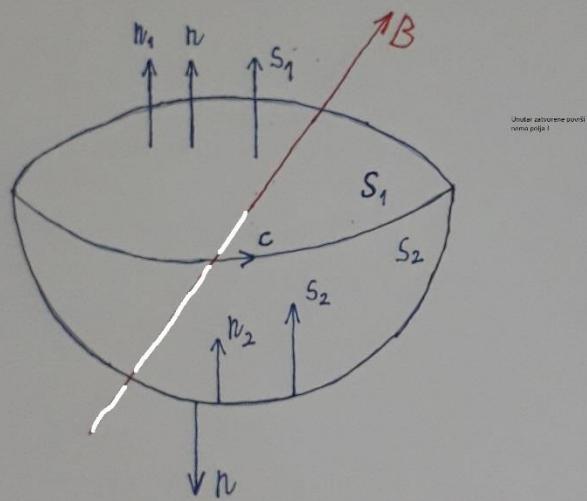


$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

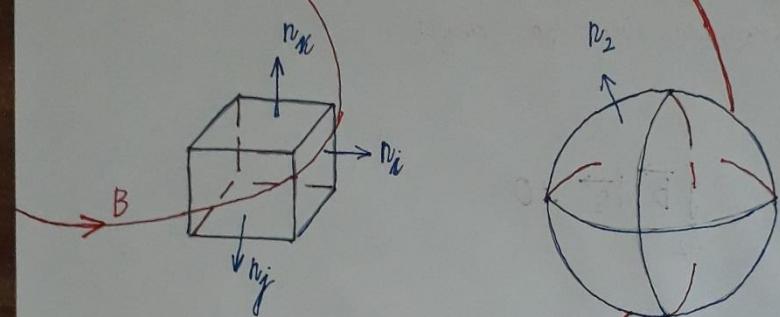
$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

b

$$\vec{B} = 10\vec{i} + 20\vec{j} + 5\vec{k}$$



Изаже вектора \vec{B} су пружене.

S_1 - подримска поврзе

S_2 - подримска сфере

$\Rightarrow 0$, фукс кроз јединија поврзе је један исти

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 = \underbrace{\left(2 \int \vec{B} \cdot d\vec{n}_x \right)}_{=0, \text{ фукс кроз}} + \underbrace{\left(2 \int \vec{B} \cdot d\vec{n}_i \right)}_{\text{један исти}} + \int \vec{B} \cdot d\vec{n}_j - \int \vec{B} \cdot d\vec{n}_j$$

$=0, \text{ фукс кроз}$

један исти

коју, $|\vec{B}| |d\vec{n}_x| \cos(90^\circ) = 0 = \vec{B} \cdot d\vec{n}_x$

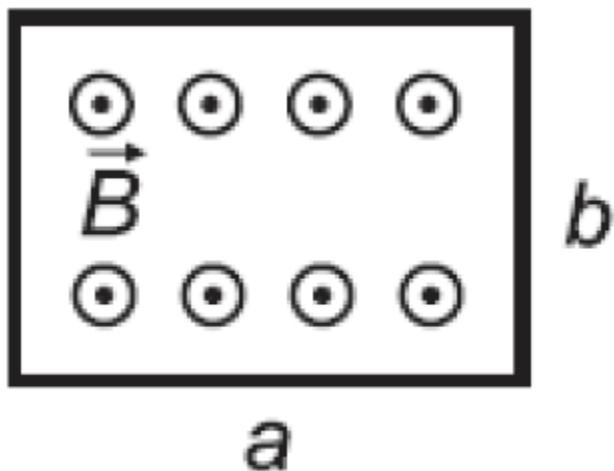
$= 0$

Са овако будују да дешаваје вектором \vec{B} не употребе
се кроз почињу, а се кроз ствари, за почињу смо
мо у доказивању да за ствари:

$$\oint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

18.

- a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa.
b.) Pravougaona kruta kontura, stranica a i b , unesena je u homogeno magnetsko polje indukcije \mathbf{B} i postavljena je normalno na linije polja. Objasniti ukratko, kako može fluks kroz konturu da se smanji na pola, ako vektor magnetske indukcije ne može da se promeni.



Rješenje:

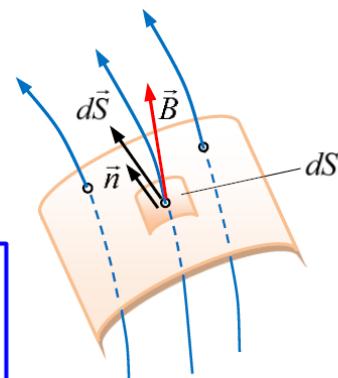
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Posledice:

- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

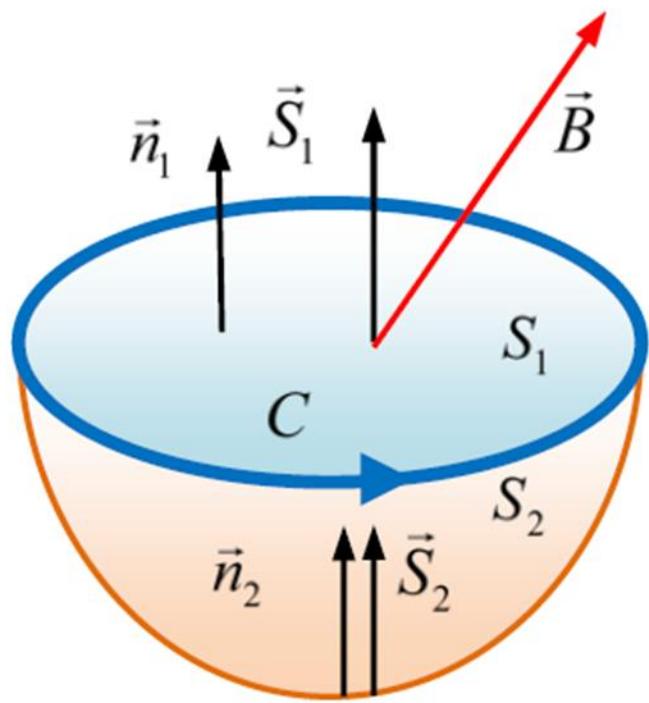
MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

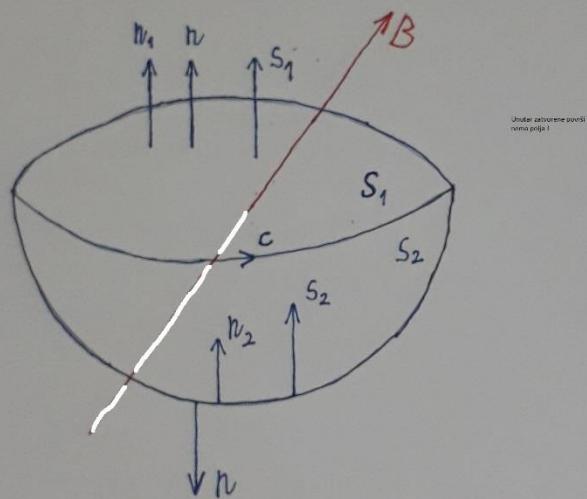
$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

b)

Primer. Odredimo fluks kroz pravougaonu konturu koja se nalazi u magnetnom polju dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom I , koja je prikazana na slici.

Rešenje. Usvojimo smer konture C kao na slici. Smer normale određujemo pravilom desne šake u odnosu na smer konture. Vektor površine $d\vec{S}$ poklapa se sa vektorom normale \vec{n} .

Magnetna indukcija na rastojanju x od dugog pravolinijskog provodnika sa strujom:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Magnetski fluks kroz površ $dS = bdx$ iznosi:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dS = \frac{\mu_0 b I}{2\pi x} dx$$

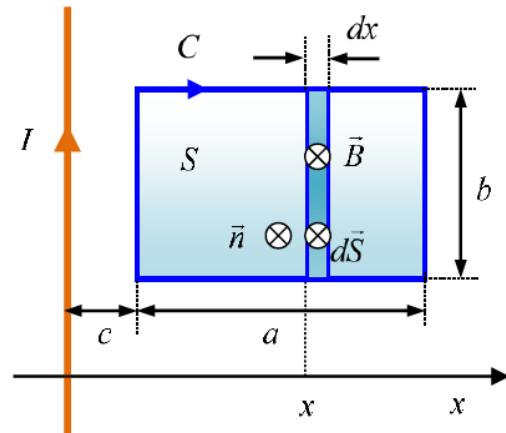
Ukupni fluks kroz konturu C iznosi:

$$\Phi = \int_{x=c}^{x=a+c} \frac{\mu_0 b I}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 b I}{2\pi} \int_{x=c}^{x=a+c} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 b I}{2\pi} \ln x \Big|_{x=c}^{x=a+c} = \frac{\mu_0 b I}{2\pi} \frac{a+c}{c}$$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ u ovom izrazu ništa ne smije da se promjeni,

$\Phi = \frac{\mu_0 b I}{2\pi} \frac{a+c}{c}$ pa podešavanjem a ili b ili c slijedi da je $\Phi = \frac{\Phi}{2}$.

$\Phi = \frac{\Phi}{2}$ pa odavde izrazimo ili a ili b ili c .



19.

- a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa.
b.) Izračunati koliki je magnetski fluks kroz površ oblika polusfere, oslonjenu na kružnu konturu poluprečnika $a = 1 \text{ cm}$ koja je postavljena u xOy ravni? Kontura se nalazi u magnetskom polju čija se indukcija može analitički izraziti sa $\mathbf{B} = 2B_0 \mathbf{i}_x + 3B_0 \mathbf{i}_y + 2B_0/\pi \mathbf{i}_z$? Poznato je $B_0 = 1 \text{ mT}$.

Rješenje:

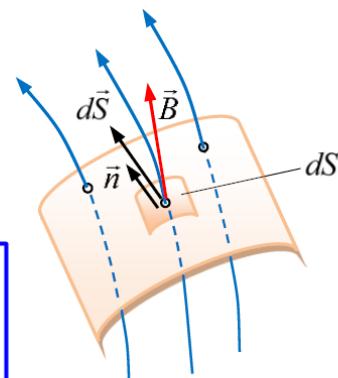
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Posledice:

- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

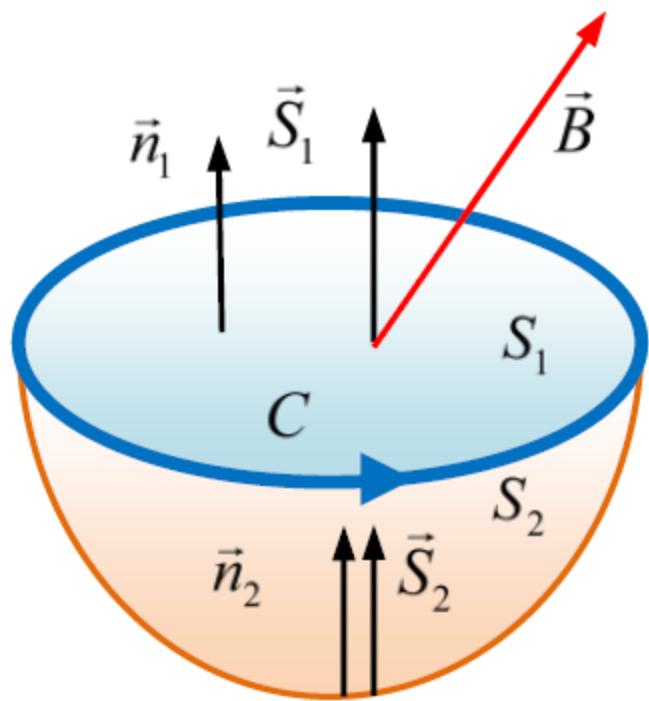
MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

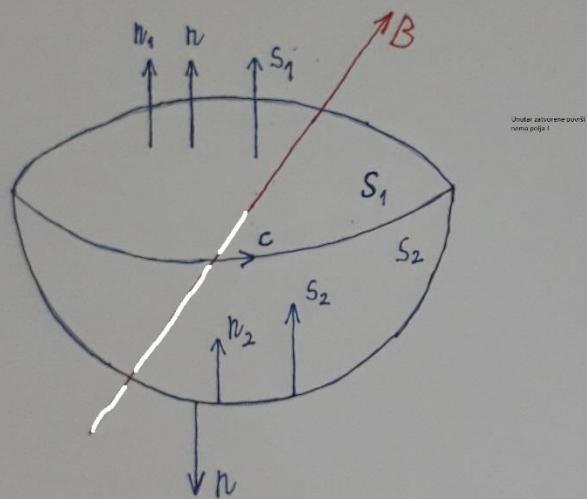
$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



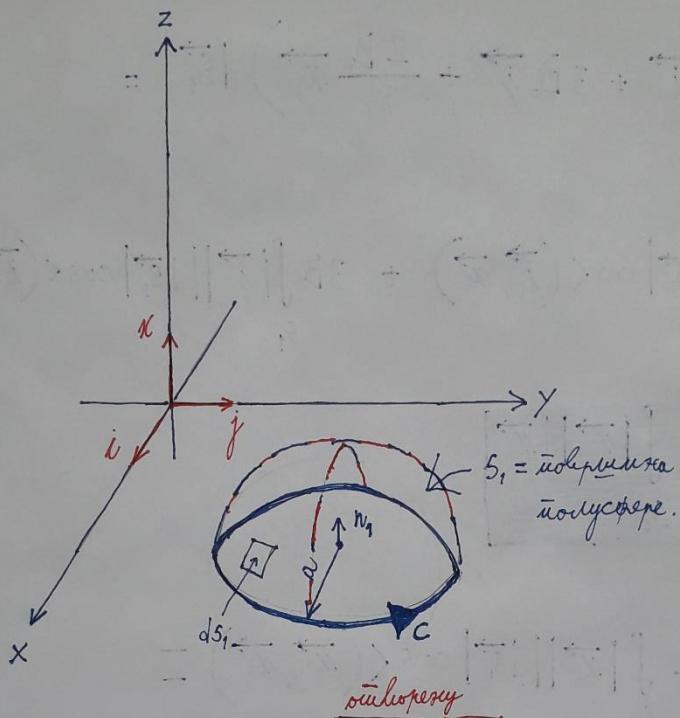
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

b



S_1 = покривка
полусфере.

обиковену

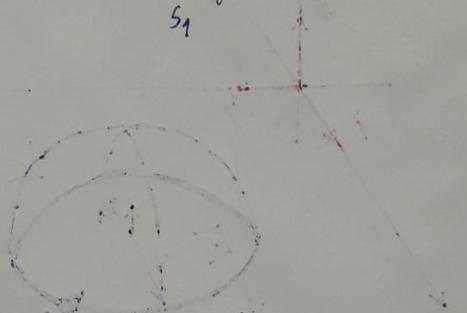
Магнетски флукс кроз дно коју покриве (па саопштим тим
и кроз вратну полусферу) остављају да ходишку једнак
једнак је магнетском флукусу кроз покриву ходишку.

Уага да ходишку С промежуто правимо десне руке
линијамо да је $\vec{n}_1 = \vec{x}$.

$$\phi_1 = \int_{S_1} \vec{B} \cdot (\vec{dS}_1 \vec{n}_1) =$$

$$\int_{S_1} \left(2B_o \vec{i} + 3B_o \vec{j} + \frac{2B_o}{\pi} \vec{x} \right) d\vec{s}_1 =$$

$$2B_o \int_{S_1} |\vec{i}| |d\vec{s}_1| \cos \angle(\vec{i}, \vec{x}) + 3B_o \int_{S_1} |\vec{j}| |d\vec{s}_1| \cos \angle(\vec{i}, \vec{x})$$

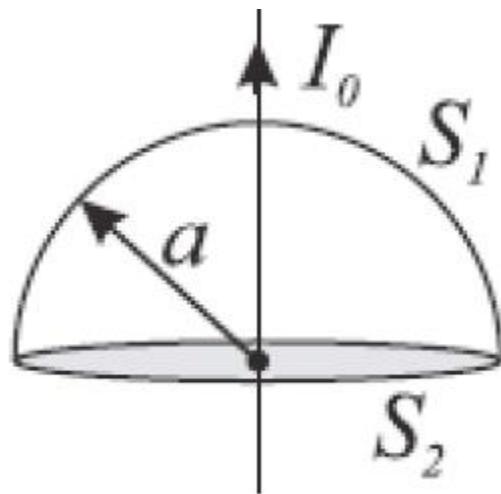


$$+ \frac{2B_o}{\pi} \int_{S_1} |\vec{x}| |d\vec{s}_1| \cos \angle(\vec{x}, \vec{x}) =$$

$$\frac{2B_o}{\pi} \int_{S_1} d\vec{s}_1 = \frac{2B_o}{\pi} (a^2 \pi) [W_b]$$

20.

- a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa.
- b.) Polusfera površine S_1 , poluprečnika a , je zatvorena sa donje strane krugom površine S_2 , kao što je prikazano na slici. Kroz osnovu ove polusfere, normalno na nju, prolazi pravolinijski provodnik, u kom postoji vremenski konstantna struja jačine I_0 . Odrediti koliko iznosi magnetski fluks kroz polusferu površine S_1 .



Rješenje:

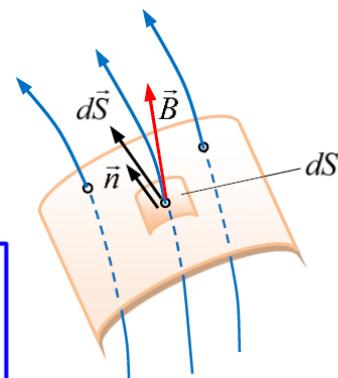
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Posledice:

- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

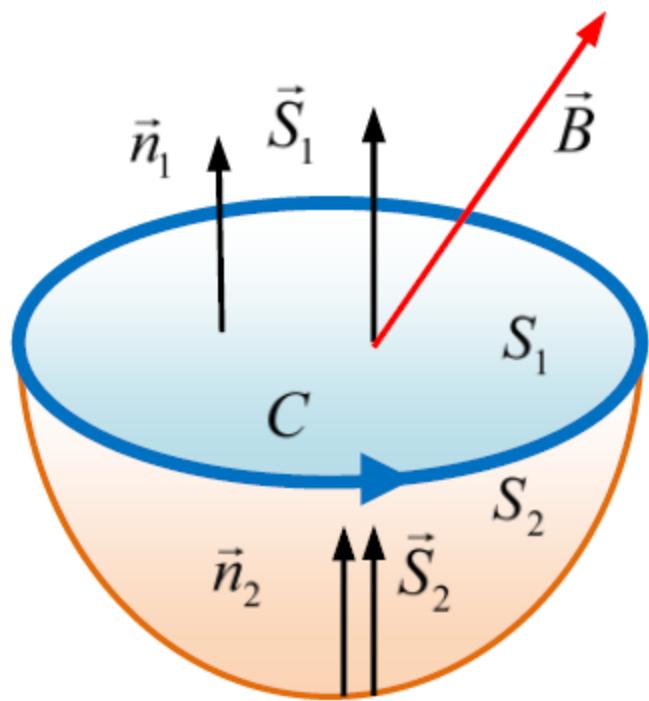
MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

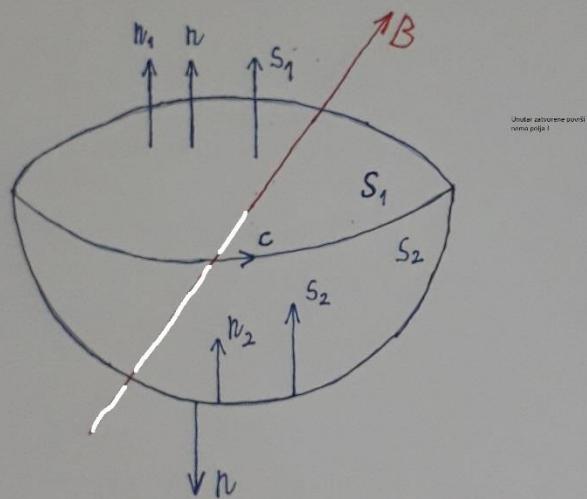
$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



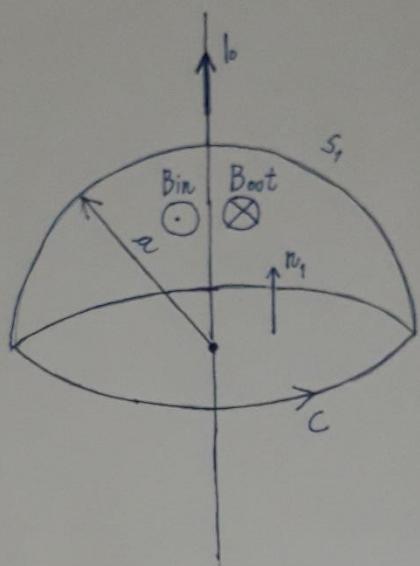
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

b

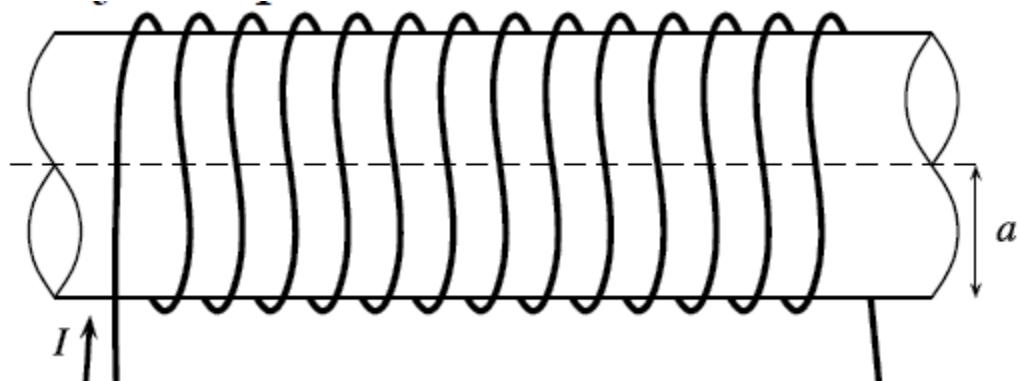


$$\phi = \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s} \hat{n}_1 =$$
$$\int_{S_1} |\vec{B}| |d\vec{s} \hat{n}_1| \cos \angle (\vec{B}, \hat{n}_1) = 0$$

$\overset{90^\circ}{\swarrow \searrow}$

21.

- a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa.
b.) Posmatra se solenoid, čiji su zavoјci namotani na nemagnetskom jezgru, pri čemu je $N' = 10000/\pi$ 1/m gustina motanja zavojaka, $l = 10$ cm dužina solenoida i $a = 0.5$ cm poluprečnik poprečnog presjeka solenoida. Kroz solenoid je uspostavljena vremenski nepromjenljiva struja jačine $I = 5$ A prema naznačenom smjeru. Skicirati smjer vektora magnetske indukcije na osi solenoida. Koliki je ukupan fluks kroz solenoid?



Rješenje:

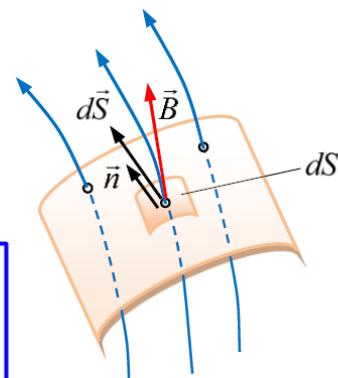
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Posledice:

- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

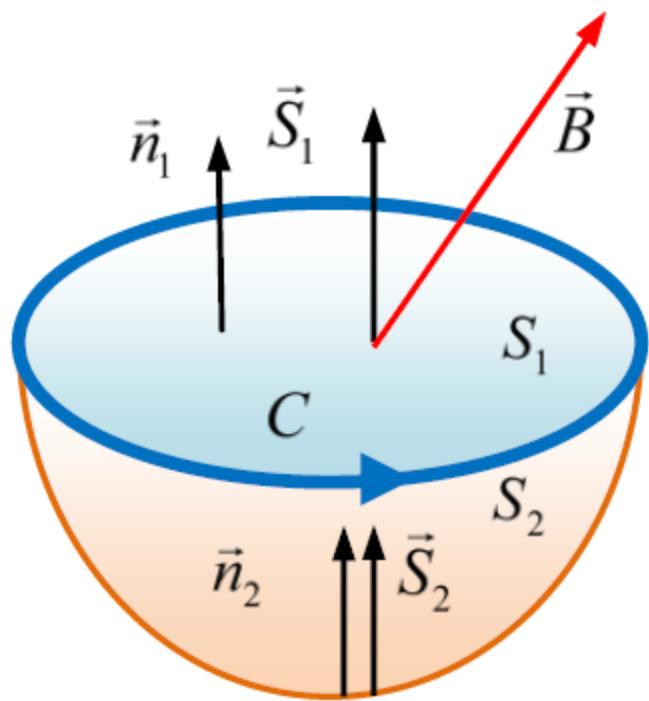
MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

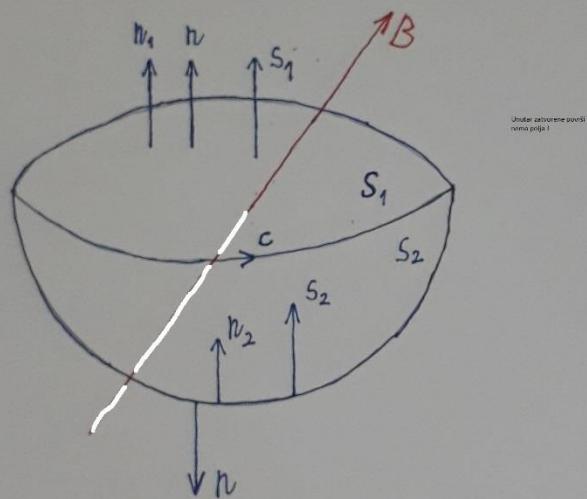
$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

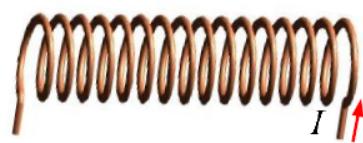
$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

b) MAGNETNA INDUKCIJA SOLENOIDA

Posmatramo solenoid poluprečnika a i sa strujom I . On je sačinjen od N kružnih strujnih kontura.



Ukupna magnetna indukcija u tački M na z -osi

$$B = \frac{\mu_0 N' I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$N' = N / b$ - podužna gustina zavojaka

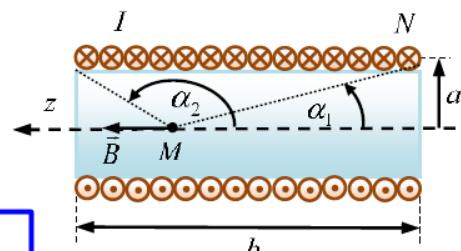
Referentni smer vektora \vec{B} i referentni smer struje I vezani su pravilom desne šake.



Slučaj. Veoma dug solenoid, $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi$

$$B = \frac{\mu_0 N' I}{2} (\cos 0 - \cos \pi) = \frac{\mu_0 N' I}{2} (1 - (-1))$$

$$B = \mu_0 N' I \quad (\text{polje na osi solenoida je konstantno})$$



U slučaju veoma tankih solenoida, smatra se da je polje unutar solenoida konstantno.

Kroz zavojke našeg posmatranog solenoida protiče vremenski nepromjenjiva električna struja I , polje na osi našeg solenoida je konstantno pa je :

$\vec{B} = \mu_0 N' I \vec{i}_z$, pri čemu je \vec{i}_z jedinični vektor X ose Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema.

Fluks \vec{B} kroz solenoid određen je relacijom:

$$\Phi = \int_{S=površina Kruga Naslonjenog Na (Konturu=zavojak solenoida)} \vec{B} d\vec{S} \cdot \vec{i}_z$$

$$= \int_{S=površina Kruga Naslonjenog Na (Konturu=zavojak solenoida)} |\vec{B}| |d\vec{S}| \cos \langle \vec{B}, \vec{dS} \rangle =$$

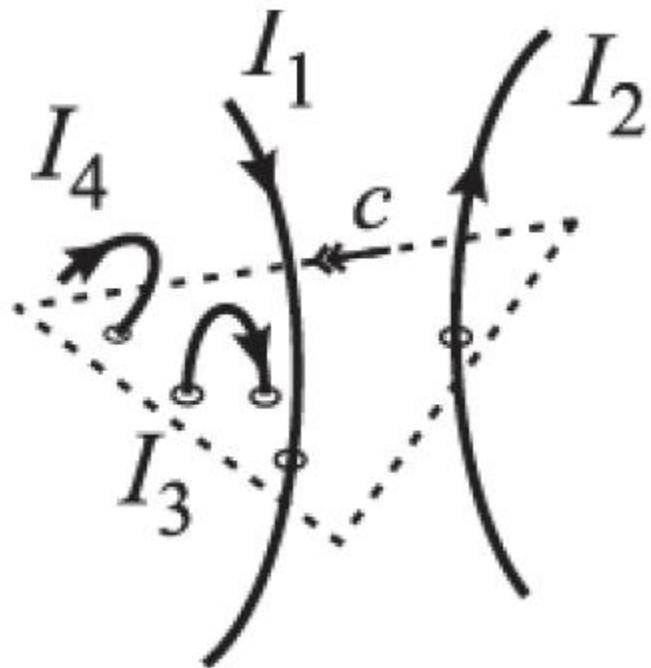
$$|\vec{B}| \int_{S=površina Kruga Naslonjenog Na (Konturu=zavojak solenoida)} dS =$$

$$(\mu_0 N' I) * (a^2 \pi)$$

24.

a.) Definicija Amperovog zakona.

b.) Odrediti vrednost linijskog integrala vektora jačine magnetskog polja, duž zamišljene zatvorene orijentisane konture u obliku jednakokrakog pravouglog trougla.



Rješenje:

a)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

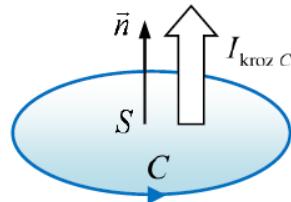
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

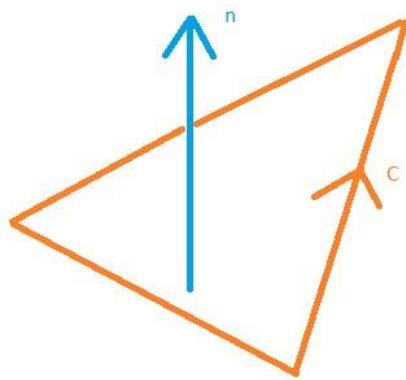
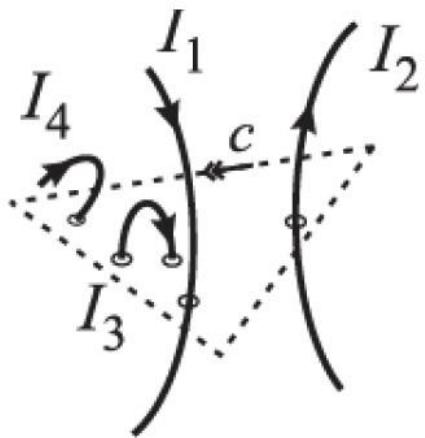
$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



b)



$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0(-I_1 + I_2 + 0 + 0) = \mu_0(I_2 - I_1)$$

25.

a.) Amperov zakon: definicija, primjer, ograničenja. Određivanje intenziteta vektora magnetske indukcije na osnovu Amperovog zakona.

b.) Posmatra se veoma dugačak i tanak provodnik kroz koji je uspostavljena vremenski nepromjenljiva struja jačine I . Naći intenzitet vektora magnetske indukcije na rastojanju r od provodnika.

Rješenje:

a && b)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

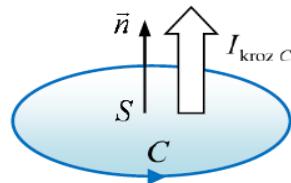
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površinu S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo **veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I** .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

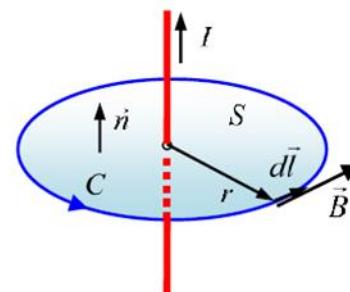
Smer vektora \vec{B} je određen **pravilom desnog zavrtnja (šake)** u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

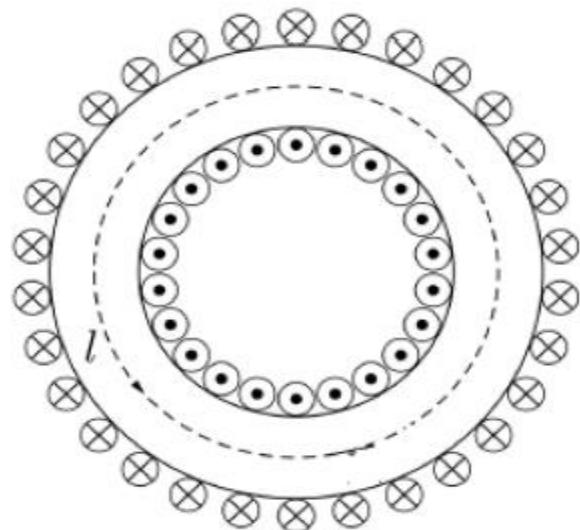
Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.

26.

a.) Amperov zakon: definicija, primjer, ograničenja. Određivanje intenziteta vektora magnetske indukcije na osnovu Amperovog zakona. Da li je moguće koristiti Amperov zakon za računanje intenziteta vektora magnetske indukcije u okolini kratkog pravolinijskog provodnika?

b.) Na tanko torusno jezgro ravnomjerno i gusto je namotano N međusobno izolovanih zavojaka žice. Ukoliko je srednja linija torusa dužine l , a kroz žicu je uspostavljena vremenski nepromjenljiva struja jačine I , kolika je magnetska indukcija u torusnom jezgru?



Rješenje:

a)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

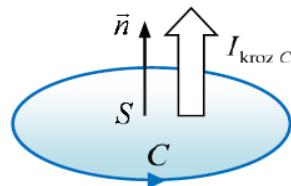
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

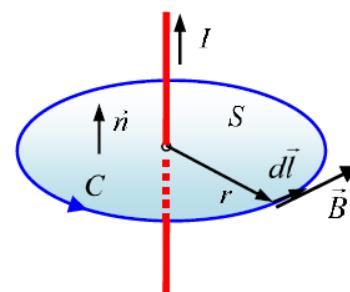
Smer vektora \vec{B} je određen pravilom desnog zavrtnja (šake) u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.

b)

Slučaj 2. Magnetna indukcija torusa sa N namotaja

Simetrija \Rightarrow linije vektora \vec{B} su kružnice poluprečnika r unutar torusa.

Primenom Amperovog zakona dobija se:

Za $a < r < b$:

$$\oint_c \vec{B} d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{kroz } C} = \mu_0 NI, \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

Za $r > b$ ili $r < a$:

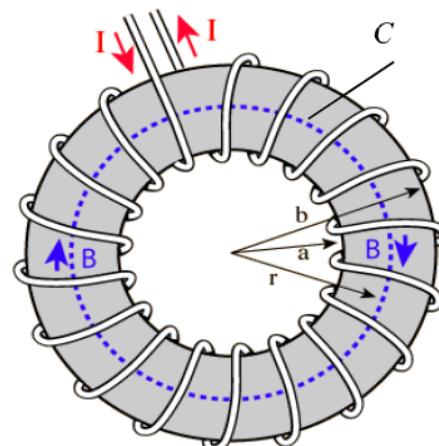
$$\oint_c \vec{B} d\vec{l} = B 2\pi r = \mu_0 I_{\text{kroz } C} = \mu_0 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{B} = 0}$$

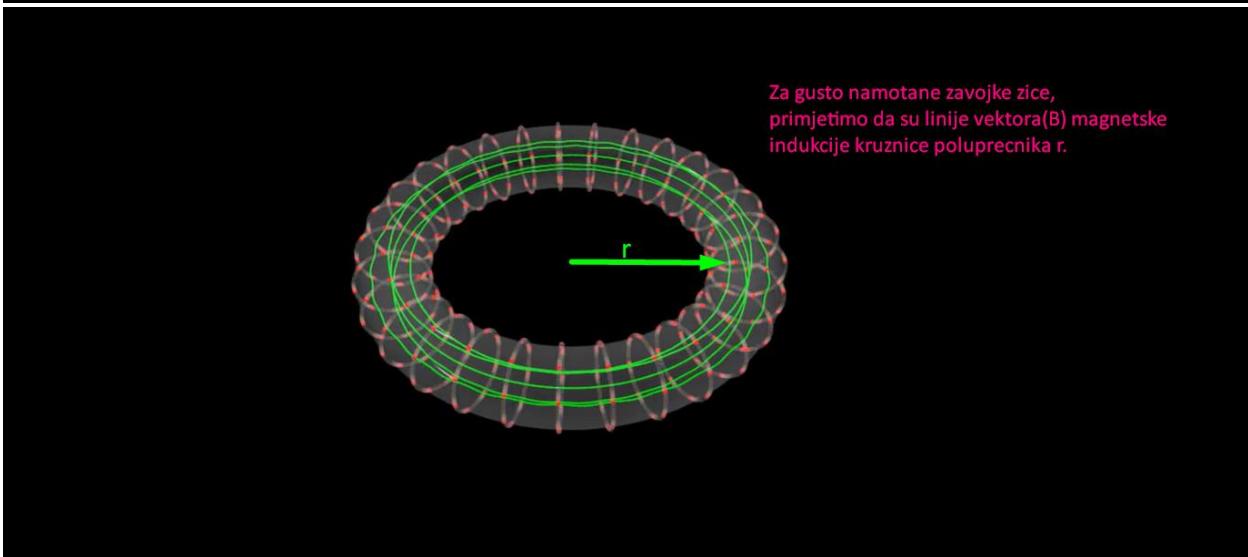
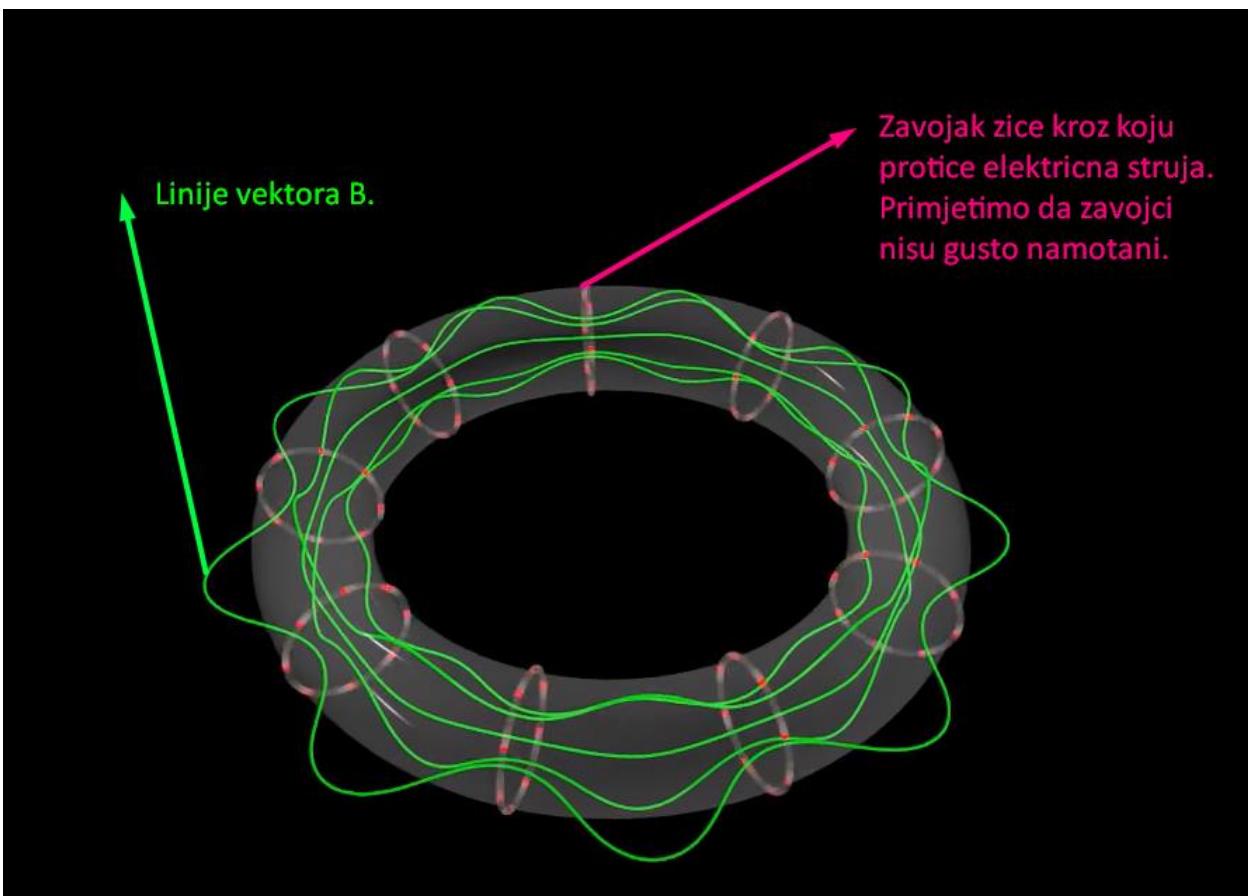
Tanki torus ($b - a \ll a$)

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \approx \mu_0 I \frac{N}{l} = \mu_0 IN'} \quad \text{- magnetna indukcija}$$

je približno konstantna

l - srednji obim torusa (dužina srednje linije torusa)

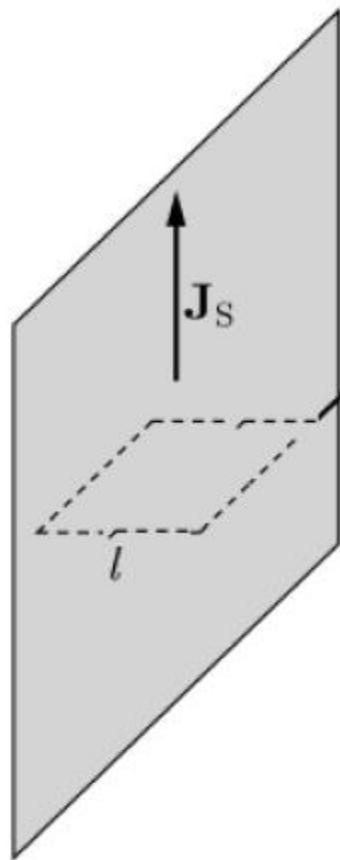




27.

a.) Amperov zakon: definicija, primjer, ograničenja. Određivanje intenziteta vektora magnetske indukcije na osnovu Amperovog zakona. Da li je moguće koristiti Amperov zakon za računanje intenziteta vektora magnetske indukcije u okolini kratkog pravolinijskog provodnika?

b.) Kroz veoma veliku ravnu površ postoji struja površinske gustine J_S . Odrediti vektor magnetske indukcije u okolini te površi.



Rješenje:

a)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

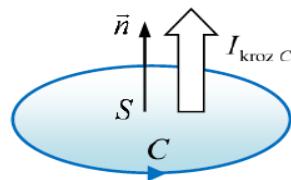
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

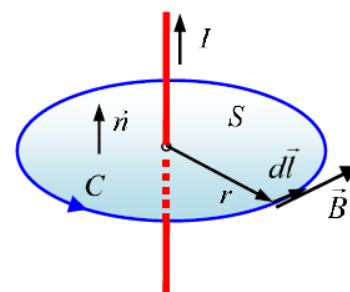
Smer vektora \vec{B} je određen pravilom desnog zavrtnja (šake) u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

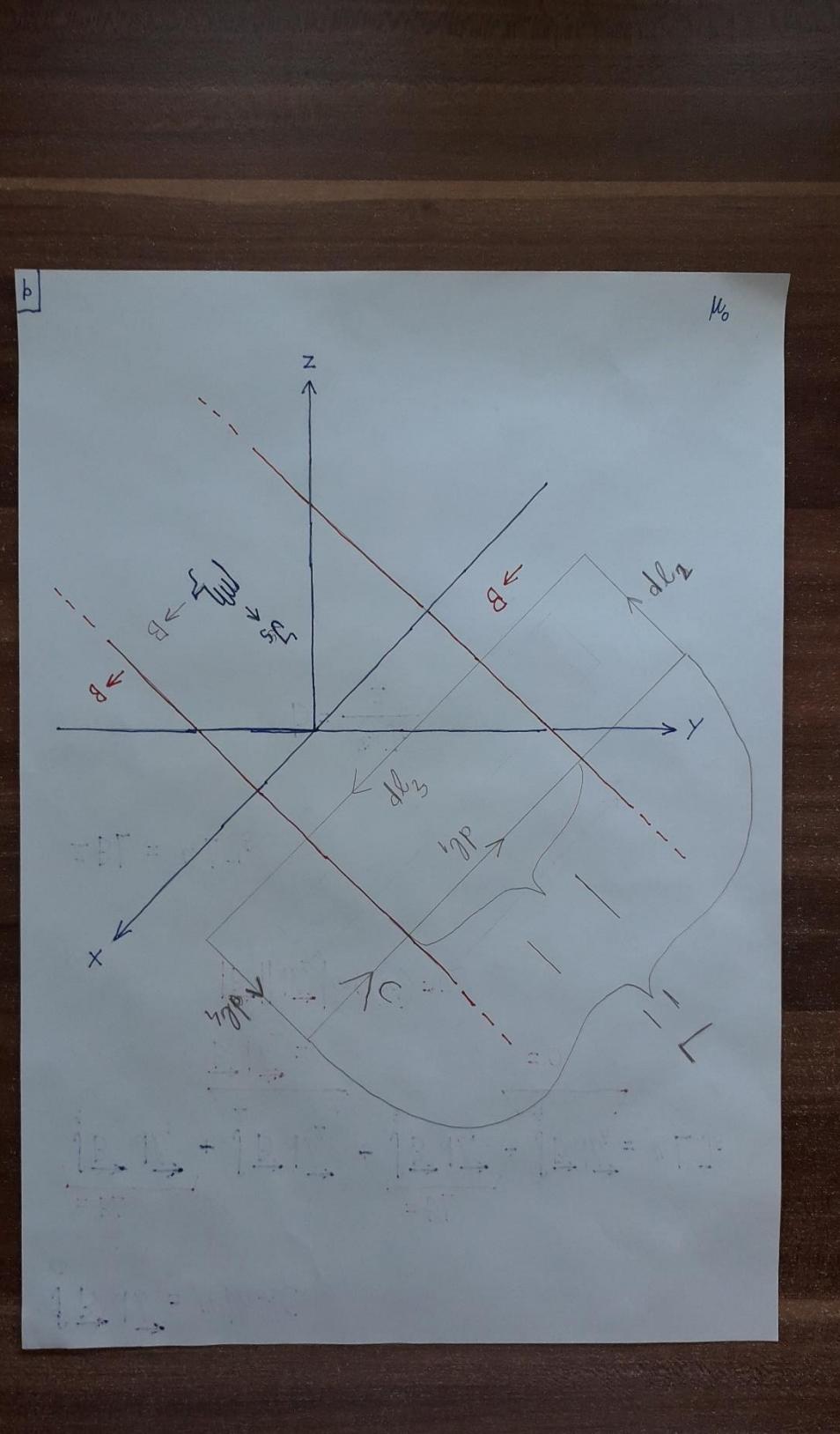


Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.



$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{pos}}$$

$$\underbrace{\int_1^2 \vec{B} d\vec{l}_1}_{\vec{B} d\vec{l}_2} + \underbrace{\int_2^3 \vec{B} d\vec{l}_2}_{=0} + \underbrace{\int_3^4 \vec{B} d\vec{l}_3}_{=BL} + \underbrace{\int_4^1 \vec{B} d\vec{l}_4}_{=BL} = \mu_0 L I_s$$

$$|\vec{B}| |\vec{d}\vec{l}_2| \cos(90^\circ) = 0$$

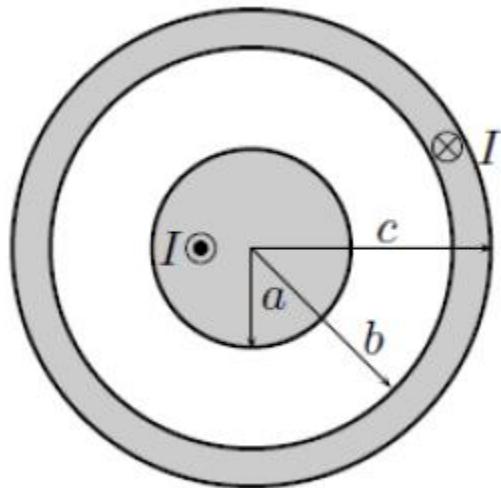
$$2BL = \mu_0 L I_s$$

$$B = \frac{\mu_0 I_s}{2}$$

29.

a.) Amperov zakon: definicija, primjer, ograničenja. Određivanje intenziteta vektora magnetske indukcije na osnovu Amperovog zakona. Da li je moguće koristiti Amperov zakon za računanje intenziteta vektora magnetske indukcije u okolini kratkog pravolinijskog provodnika?

b.) Veoma dugačak koaksijalni kabl se sastoji od unutrašnjeg provodnika poluprečnika a i spoljašnjeg provodnika poluprečnika b i c . U unutrašnjem provodniku postoji struja jačine I , dok u spoljašnjem provodniku postoji struja iste jačine, ali suprotnog smjera. Poprečni presjek kabla prikazan je na slici. Primjenom Amperovog zakona izračunati vektor magnetske indukcije na rastojanju r od ose provodnika, ako se provodnik nalazi u vakuumu.



Rješenje:

a)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

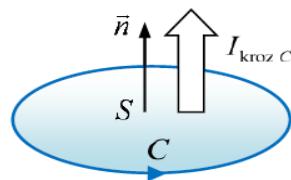
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

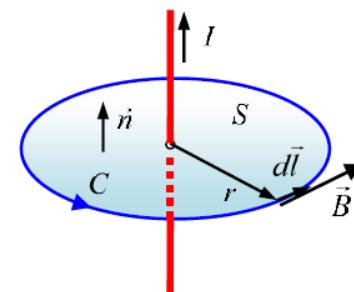
Smer vektora \vec{B} je određen pravilom desnog zavrtnja (šake) u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_c \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_c \vec{B} d\vec{l} = \oint_c B dl = B \oint_c dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.

b

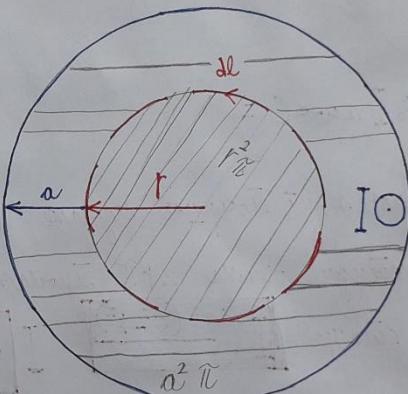
①

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \text{ кроз } C - \text{Поларни метод за тај израз је}$$

Заштитна магнитна - хомопура.

За $r < a$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C |\vec{B}| |d\vec{l}| \cos \angle(\vec{B}, d\vec{l})$$
$$= |\vec{B}| (2r\pi)$$



$\mu_0 I \text{ кроз } C = \text{имамо да је}$

$$\text{струје пролази кроз поларни } r^2\pi = I \left(\frac{r^2\pi}{a^2\pi} \right) \mu_0$$

$$\text{да је } ① \text{ имамо да је: } |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I r}{2a^2\pi}$$

$$\text{за } b > r > a \text{ имамо да је: } \oint_C \vec{B} d\vec{l} = |\vec{B}| (2r\pi)$$

и $\mu_0 I \text{ кроз } C = \mu_0 I$ да је $①$ алије да је

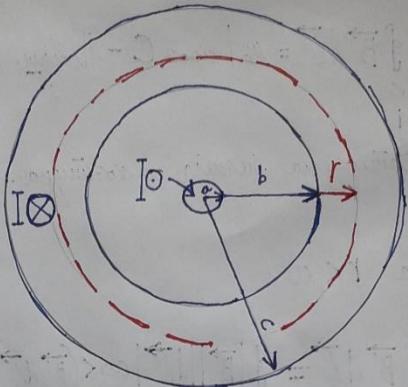
$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2r\pi}$$

za $b \leq r \leq c$



$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = |\vec{B}| (2\pi r)$$

$$\mu_0 I_{\text{gross}} =$$



Кроз хуђи пољарни језгари $r^2 \pi$ стање се хуђају
којиму обима $2\pi r$ пронади величину тока I_0
и струја

$$\mu_0 \left(I - I \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \text{ па из } ① \text{ имамо да је}$$

$$|\vec{B}| = \frac{I \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right)}{2\pi r}$$

за $r > c$ је $\oint_C \vec{B} d\vec{l} = |\vec{B}| (2\pi r)$ и $|B| < 0$

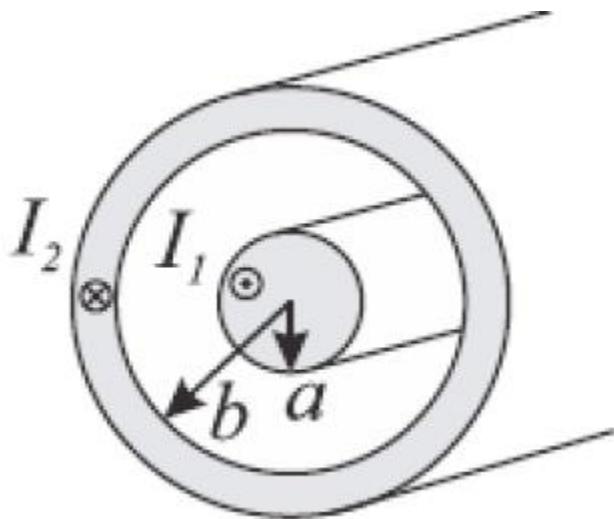
$$\mu_0 I_{\text{gross}} = \mu_0 \left(I - I \right) = 0 \text{ па из } ① \text{ } |\vec{B}| = 0$$

Treba još dopisati μ_0 .

28.

a.) Amperov zakon: definicija, primjer, ograničenja. Određivanje intenziteta vektora magnetske indukcije na osnovu Amperovog zakona. Da li je moguće koristiti Amperov zakon za računanje intenziteta vektora magnetske indukcije u okolini kratkog pravolinijskog provodnika?

b.) U provodnicima koaksijalnog kabla, prikazanom na slici, postoje struje intenziteta I_1 i I_2 , sa različitim referentnim smerovima. Objasniti ukratko da li je moguće, i za koje vrednosti ovih struja, da je intenzitet vektora magnetske indukcije na sredini rastojanja između dva provodnika jednak nuli.



Rješenje:

a)

3.1.6 AMPEROV ZAKON

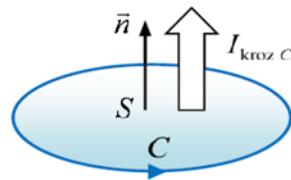
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

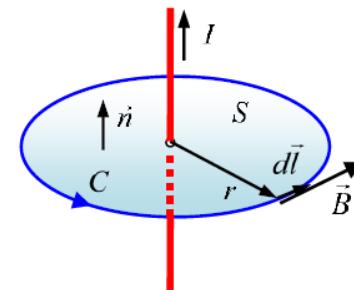
Smer vektora \vec{B} je određen pravilom desnog zavrtnja (šake) u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.

b)

(Vidjeti zadatak 29.b) Za $b < r < c$ imamo da je :

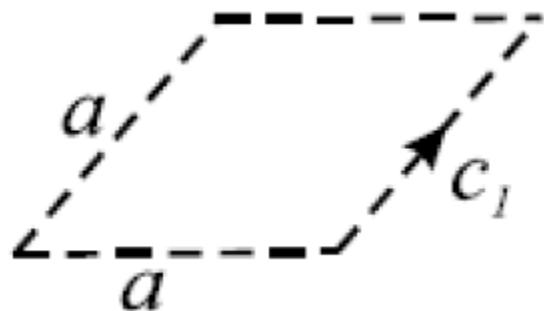
$$B = |\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2r\pi} (I_1 - I_2 \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2})$$

Iz uslova $B = 0$ slijedi da je :

$$\frac{\mu_0}{2r\pi} (I_1 - I_2 \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2}) = 0 \text{ ako i samo ako je } I_1 = I_2 \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2}$$

30.

- a.) Magnetski fluks. Magnetski fluks kroz konturu. Zakon održanja magnetskog fluksa. Definicija Amperovog zakona.
- b.) Ako fluks vektora **gustine struje** kroz kvadratnu površ stranica a , koja se nalazi u vazduhu, iznosi $0,25 \text{ A}$, koliko iznosi **linijski integral vektora magnetske indukcije**, duž posmatrane kvadratne konture.



Rješenje:

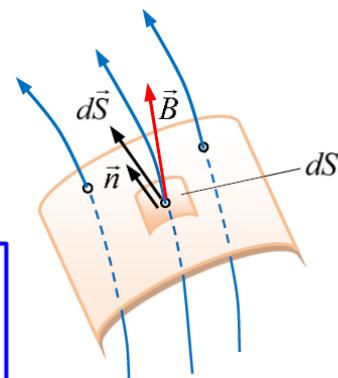
a)

3.1.5 MAGNETNI FLUKS

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz površ S iznosi:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad [Wb = Tm^2]$$

Površ $d\vec{S}$ orjentisana je u smeru normale \vec{n} .



ZAKON O KONZERVACIJI MAGNETNOG FLUKSA

Fluks vektora magnetne indukcije \vec{B} kroz proizvoljnu zatvorenu površ S jednak je nuli.

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Posledice:

- Linije vektora magnetne indukcije su zatvorene (nemaju početak i kraj).

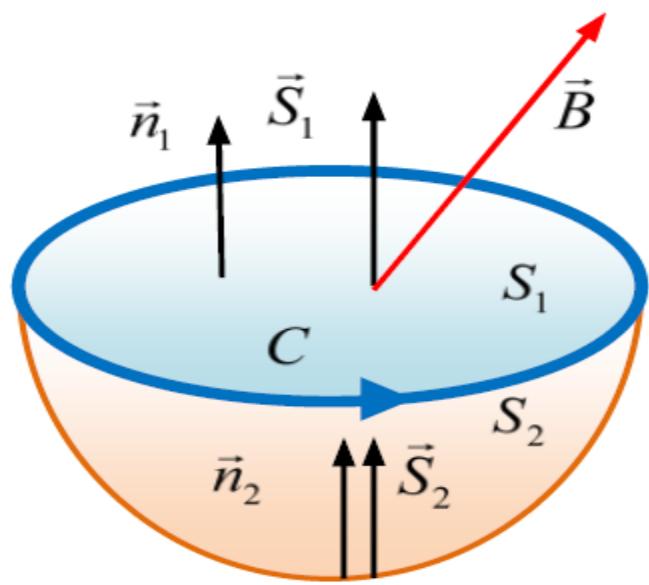
MAGNETNI FLUKS „KROZ ZATVORENU KONTURU C“

Posmatrajmo jednu proizvoljnu zatvorenu konturu C u magnetnom polju \vec{B} .

Magnetski fluks kroz bilo koju površ S oslonjenu na konturu C je isti, pri čemu su orijentacije površi i konture vezane pravilom desne zavojnice (šake).

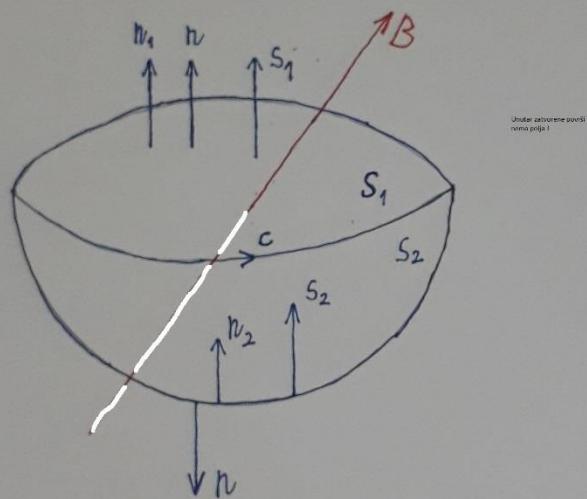
$$\int_{S_1} \vec{B} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2$$



$$S = S_1 + S_2$$

$$S \vec{n} = S_1 \vec{n}_1 - S_2 \vec{n}_2$$



$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \vec{n} = 0$$

$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}_1 - \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

$$\phi_1 - \phi_2 = 0$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

3.1.6 AMPEROV ZAKON

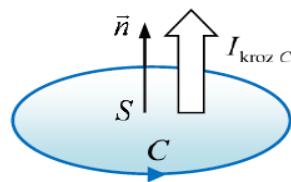
Za magnetno polje električnih struja važi Amperov zakon o cirkulaciji vektora magnetnog polja:

Linijski integral vektora \vec{B} po nekoj zatvorenoj konturi C (cirkulacija vektora \vec{B}) srazmeran je algebarskom zbiru struja koje prolaze kroz površinu koja se oslanja na tu konturu:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$I_{\text{kroz } C}$ - algebarska suma struja koje protiču kroz zatvorenu konturu C , odnosno kroz proizvoljnu površ S koja se oslanja na konturu C .

- Pozitivan smer proticanja struje određuje se po pravilu desne šake u odnosu na proizvoljno izabrani smer obilaženja po konturi C .



PRIMENA AMPEROVOG ZAKONA

Slučaj 1. Magnetna indukcija dugačkog pravolinijskog provodnika sa strujom

Posmatramo veoma dugačak pravolinijski provodnik sa strujom I .

Simetrija \Rightarrow linije vektora magnetne indukcije \vec{B} provodnika sa strujom su kružnice koje leže i ravnima koje su normalne na provodnik,
 \Rightarrow intenzitet \vec{B} zavisi samo od rastojanja r od provodnika.

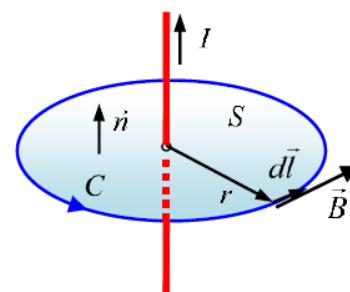
Smer vektora \vec{B} je određen pravilom desnog zavrtnja (šake) u odnosu na smer struje I .

Primenom Amperovog zakona dobija se:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



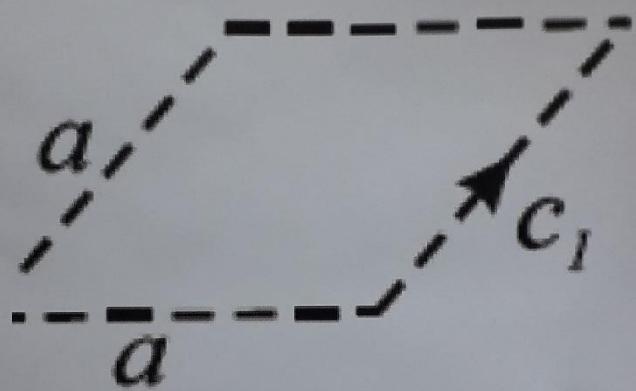
Isti rezultat je dobijen i primenom Bio-Savarovog zakona.

Iako Amperov zakon opisuje stvaranje magnetnog polja pomoću svih strujnih konfiguracija, za naš nivo znanja matematike je koristan samo za izračunavanje magnetnih polja onih strujnih konfiguracija koje imaju visok stepen simetrije.

Amperov zakon je primenljiv na sledeće strujne konfiguracije:

- beskonačno dug strujni provodnik;
- beskonačno duga strujna ravan;
- torusni namotaj;
- beskonačni dug solenoid.

b



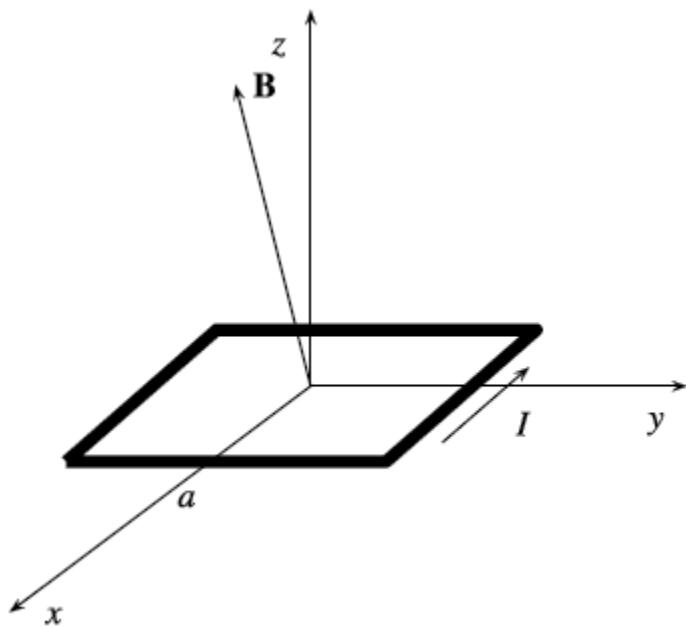
$$\int \limits_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0,25 [A]$$

$$\oint \limits_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot 0,25 [\theta] = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,25$$

22.

a.) Objasniti ponašanje strujne kontura u magnetskom polju. Moment sprega magnetskih sila na konturu.

b.) Posmatra se namotaj kvadratnog oblika stranice $a = 10 \text{ cm}$, koji se nalazi u xOy ravni. Kroz namotaj protiče stalna struja $I = 3 \text{ A}$. Namotaj se nalazi u stranom magnetskom polju čiji je analitički izraz $\mathbf{B} = 80(-iy + iz) \text{ mT}$. Koliki je moment sprega magnetskih sila na konturu \mathbf{Mm} ?



Rješenje:

a) Moment magnetnih sila koji deluje na planarnu zatvorenu strujnu konturu

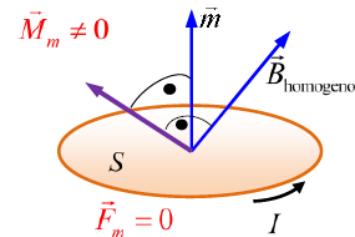
Prepostavka: Posmatramo krutu, kružnu, planarnu strujnu konturu proizvoljnog oblika sa strujom I u homogenom magnetnom polju indukcije $\vec{B} = \overrightarrow{\text{Const}}$.

Cilj: Odrediti ukupan magnetski moment koji deluje na konturu.

Rešenje:
$$\vec{M}_m = \vec{m} \times \vec{B} \neq 0 \quad [Am^2T = Nm]$$

$\vec{m} = I\vec{S}$ - magnetski moment strujne konture

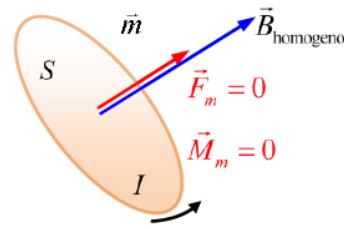
\vec{S} - vektor površine oslonjen na strujnu konturu orijentisan prema pravilu desne šake u odnosu na smer struje u konturi.



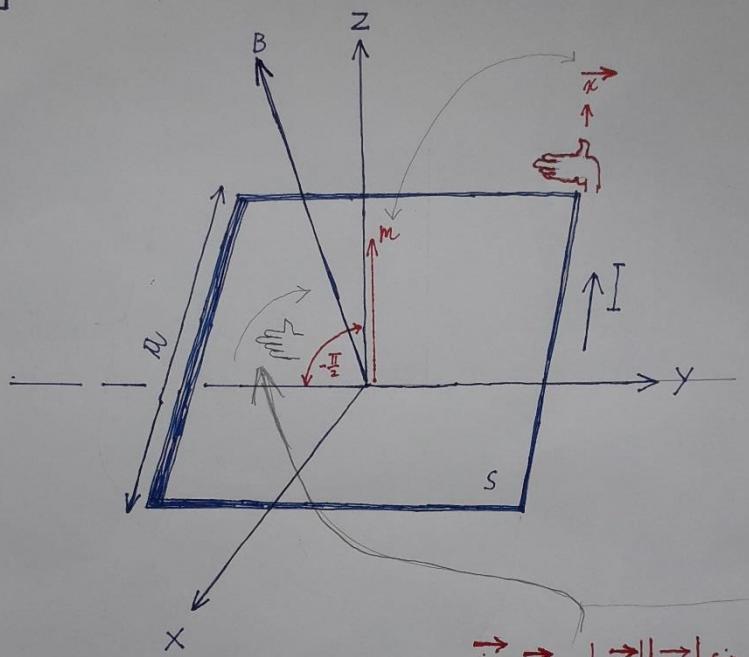
$\vec{M}_m = \vec{m} \times \vec{B}$ teži da zaokrene zatvorenu strujnu konturu tako da $\vec{m} \parallel \vec{B}$

Tada važi:

$$\vec{m} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{M}_m = \vec{m} \times \vec{B} = mB \sin 0 = 0$$



b



$$-\vec{j} \times \vec{n} = |-\vec{j}| |\vec{n}| \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) (-\vec{i})$$

$$\vec{m} = I S \vec{n} = I a^2 \vec{n}$$

Нормальная к диаграмме.

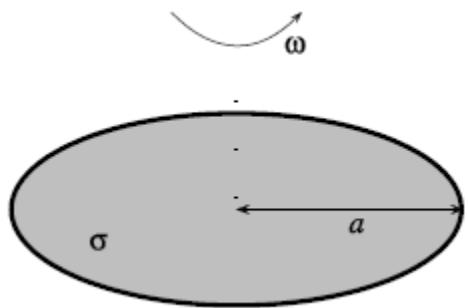
$$\sqrt{2} \vec{n} \times \vec{n} = 0$$

$$\vec{M}_m = \vec{m} \times \vec{B} = I a^2 80 \left[(-\vec{j} + \sqrt{2} \vec{n}) \times \vec{n} \right] =$$

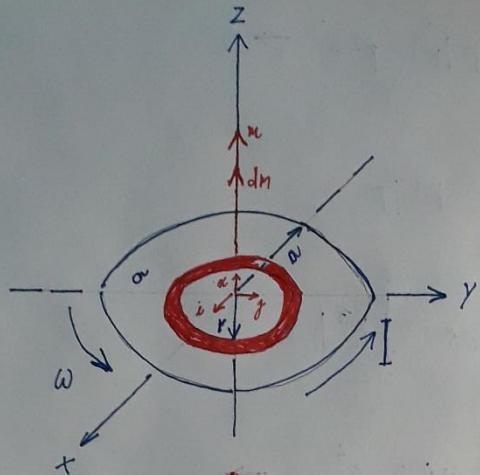
$$\vec{m} \times \vec{B} = I a^2 80 \left[-\vec{j} + \sqrt{2} \vec{n} \times \vec{n} \right]$$

$$I a^2 80 \vec{i}$$

31. Veoma tanak disk poluprečnika a i ravnomjerno je nanelektrisan nanelektrisanjem površinske gustine σ . Disk se rotira oko ose upravne na njegovu površ, stalnom ugaonom brzinom ω , kao što je prikazano na slici. Koliki je vektor magnetskog momenta diska?



Решение:



$$\vec{d\omega} = dI (r^2 \pi) \hat{\pi}$$

$d\vec{\omega} = dm \vec{\pi} = dI (r^2 \pi) \vec{\pi}$ је математички моменат

струјне котијура подразумева $r^2 \pi$ кроз коју пронамре ствара

електрична струја dI .

$$dI = \frac{dQ}{T = \frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega dQ}{2\pi}$$

$$= \frac{\omega \sigma 2r\pi dr}{2\pi} = \omega \sigma r dr$$

$$dQ = \sigma dS = \\ \sigma d(r^2 \pi) =$$

$$\sigma 2r\pi dr$$

gordie

$$dm \vec{n} = \underbrace{(\omega \sigma r dr)}_{dI} (r^2 \pi) \vec{n}$$

$$dm = \omega \sigma \pi r^3 dr$$

$$\int_0^m dm = \omega \sigma \pi \int_0^a r^3 dr$$

$$\vec{m} = \frac{\omega \sigma \pi a^4}{4} \vec{n}$$

32. Vektor magnetizacije. Šta je uzrok magnetskih svojstava stalnih magneta? Podjela materijala prema magnetskim osobinama.

33. Amperove struje.

34. Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika.

Rješenje:

3.1.2 VEKTOR MAGNETIZACIJE

Vektor magnetizacije predstavlja odnos ukupnog magnetnog momenta svih atoma u maloj zapremini dV materijala i zapremine dV :

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}}{dV}}$$

Specijalni slučaj: $\vec{m} = \text{Const.}$ u dV

$$\sum_{dV} \vec{m} = n \vec{m} = (NdV) \vec{m} \Rightarrow \vec{M} = \frac{\sum \vec{m}}{dV} = \frac{\vec{m} NdV}{dV} = \vec{m} N ,$$

N - koncentracija atoma

$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} N}$$

Vektor magnetizacije je kolinearan sa magnetnim momentima atoma u zapremini dV .

3.1.3 PODELA MATERIJALA PREMA MAGNETNIM OSOBINAMA

DIJAMAGNETICI – materijali koji neznatno smanjuju magnetno polje.

U atomu dijamagnetika svaki elektron je uparen sa odgovarajućim elektronom

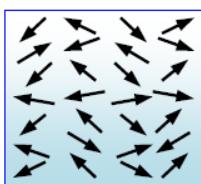
NEDIJAMAGNETICI – materijali koji pojačavaju magnetno polje.

U atomu nedijamagnetika postoje elektroni koji nisu upareni sa ostalim elektronima.

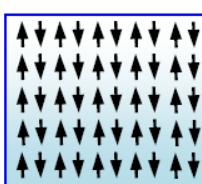
VRSTE NEDIJAMAGNETIKA:

- paramagneti (neznatno povećavaju magnetno polje)
- antifero-magneti (neznatno povećavaju magnetno polje)
- feromagneti (znatno povećavaju magnetno polje)
- ferimagneti (znatno povećavaju magnetno polje)

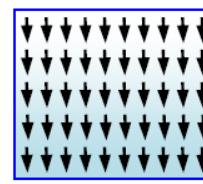
Raspored magnetnih momenata atoma nedijamagnetika:



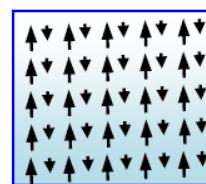
paramagneti



antiferomagneti



feromagneti



ferimagneti

3.1.4 AMPEROVE STRUJE

Namagnetisani feromagnetični matrijal se može zameniti sistemom strujnih kontura.

Svaka takva strujna kontura naziva se mikroskopska Amperova struja.

Kontura je opisana magnetnim momentom \vec{m} (mikroskopska veličina)

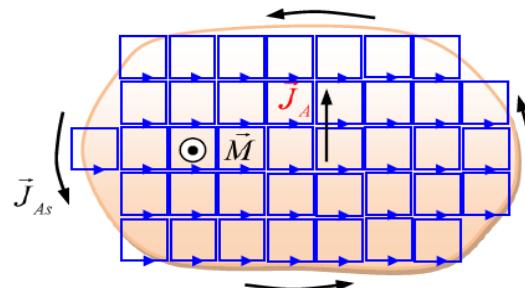
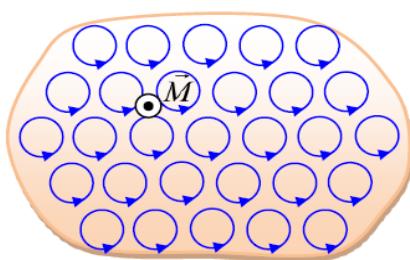
Vektor magnetizacije \vec{M} - (makroskopska veličina)

Unutrašnjost feromagnetika

Ako je $\vec{M} = \text{const}$ \Rightarrow Amperove struje se poništavaju u unutrašnjosti feromagnetika.

Ako je $\vec{M} \neq \text{const}$ \Rightarrow Amperove struje se delimično poništavaju \Rightarrow

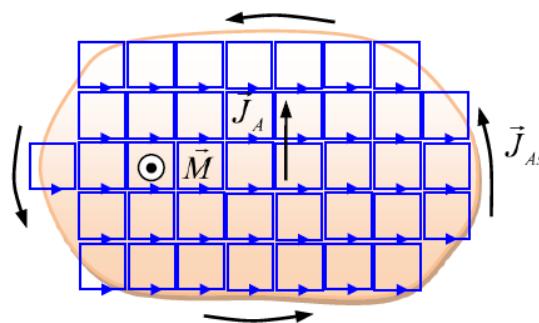
\Rightarrow postoje zapreminske Amperove struje \vec{J}_A unutar feromagnetika.



Površina feromagnetika

Na površini feromagnetika:

- ne dolazi do poništavanja mikroskopskih Amperovih struja.
- postoje površinske Amperove struje \vec{J}_{As}



Amperove struje treba razlikovati od struja usled kretanja slobodnih nanelektrisanih (kondukcione struje).

Amperove struje postoje u namagnetisanom fero-magnetiku koji je loš provodnik.

U gvozdenoj žici, koja je dobar provodnik, mogu postojati i kondukcione i Amperove struje.

VEZA IZMEĐU AMPEROVIH STRUJA I VEKTORA MAGNETIZACIJE

Može se izvesti sledeća veza između vektora magnetizacije \vec{M} i Amperovih struja I_A :

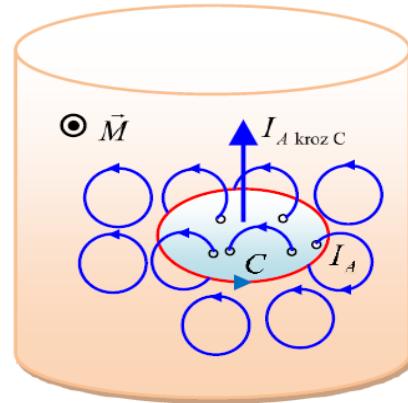
$$I_{A \text{ kroz } C} = \oint_C \vec{M} d\vec{l}$$

C - proizvoljna kontura u feromagnetiku.

Ako je $\vec{M} = \text{const}$ a kontura C pripada unutrašnjosti feromagnetičkog materijala, važi:

$$I_{A \text{ kroz } C} = \oint_C \vec{M} d\vec{l} = \vec{M} \oint_C d\vec{l} = \vec{M} \cdot 0 = 0$$

⇒ Kod homogeno namagnetisanog feromagnetičnog materijala nema zapreminskih Amperovih struja.



3.1.5 UOPŠTENI AMPEROV ZAKON (JACINA MAGNETNOG POLJA)

Amperov zakon (odnosi se na struju slobodnih nosioca nanelektrisanja kroz konturu C)

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}, \quad I_{\text{kroz } C} - \text{struja slobodnih nosilaca nanelektrisanja kroz } C$$

Modifikovani Amperov zakon (odnosi se na ukupnu struju kroz konturu C)

- Neka C obuhvata feromagnetični materijal.
- **Ukupna struja kroz zatvorenu konturu C jednaka je zbiru struje slobodnih nosioca i Amperove struje:**

$$I_{\text{kroz } C} + I_{A \text{ kroz } C} = I_{\text{kroz } C} + \oint_C \vec{M} d\vec{l}$$

- Modifikovani Amperov zakon:

$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{kroz } C} + \oint_C \vec{M} d\vec{l}) \quad \Rightarrow \quad \oint_C \vec{B} d\vec{l} - \oint_C \mu_0 \vec{M} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{kroz } C}$$

$$\oint_C \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) d\vec{l} = I_{\text{kroz } C}$$

javlja se samo struja slobodnih nosioca nanelektrisanja

Definicija vektora jačine magnetnog polja:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Uopšteni Amperov zakon

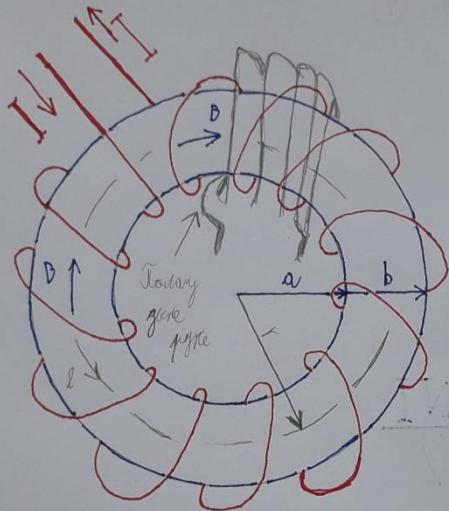
$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{kroz } C}$$

Razlika između Amperovog i uopštenog Amperovog zakona:

- Amperov zakon važi za vakum.
- Uopšten Amperov zakon važi za proizvoljni materijal.

35. Na tanko torusno jezgro, načinjeno od linearog feromagnetskog materijala relativne permitivnosti μ_r , ravnomjerno i gusto je namotano N medusobno izolovanih zavojaka žice. Ukoliko je srednja linija torusa dužine l , a kroz žicu je uspostavljena vremenski nepromjenljiva struja jačine I , kolika je magnetska indukcija u torusnom jezgru?

Решение:



У одијељених феромагнетских материјала вакви резултати:

$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$, где је μ_r - редативна материјална прелазивност, μ - аномалнија материјална прелазивност.

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = I_{\text{чврз}}$$

Одим коштице

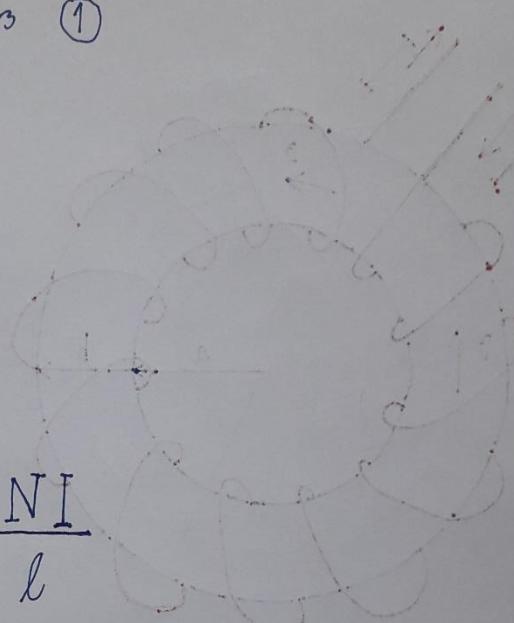
$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \oint_C |\vec{H}| |d\vec{l}| \cos(0^\circ) = H \underbrace{(2r\pi)}_{=l} = Hl$$

$$I_{\text{loop}} = NI \quad \text{for } \mu_3 \quad ①$$

$$Hl = NI$$

$$H = \frac{NI}{l}$$

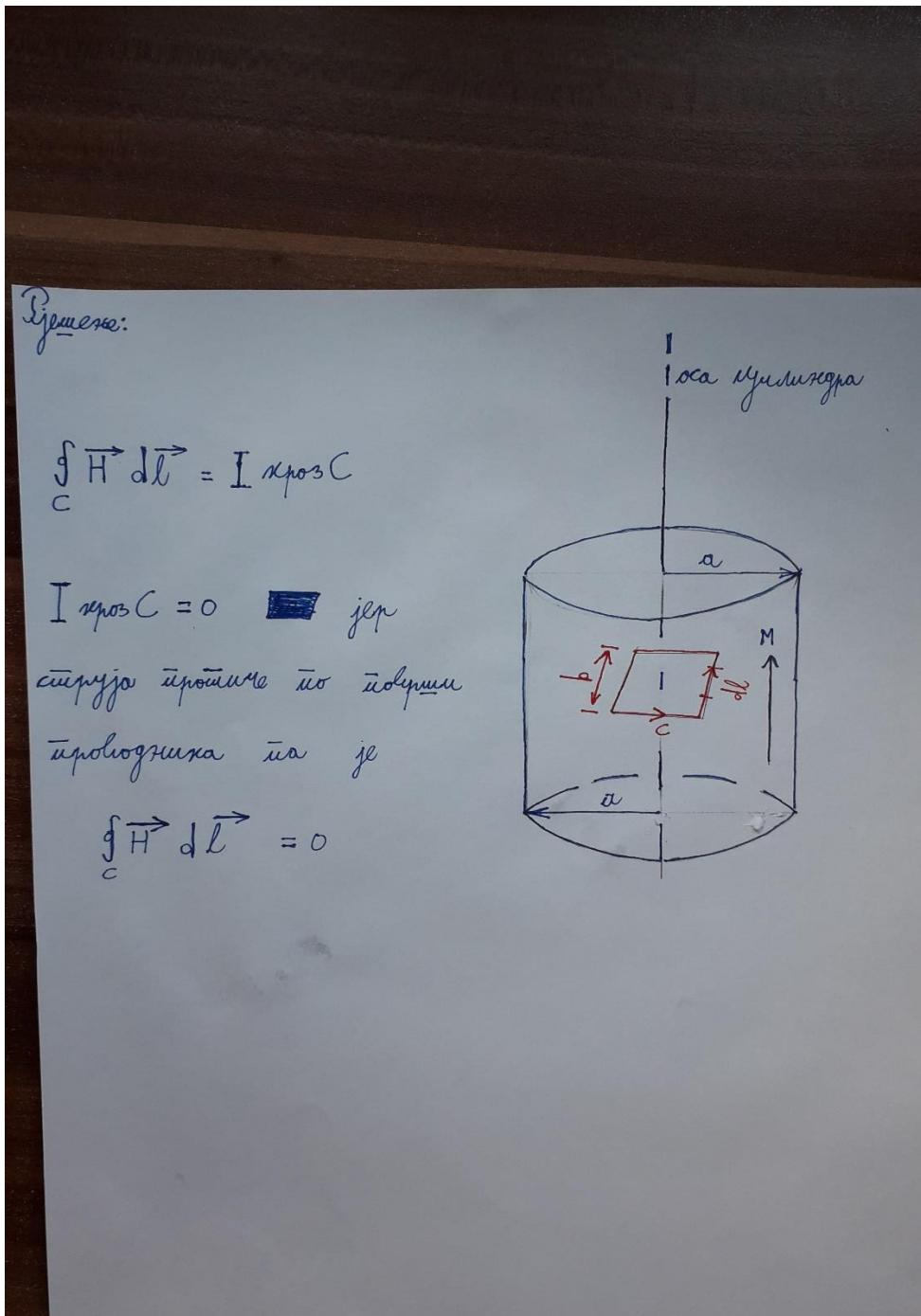
$$|\vec{B}| = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l}$$



$$\Delta n = 3$$

$$H = (10)H = 10 \times \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \right] = 10 \times$$

37. Posmatra se veoma dugačak feromagnetski cilindar, kružnog poprečnog presjeka, poluprečnika a . Cilindar je ravnomjerno namagnetisan, tako da je vektor magnetizacije \mathbf{M} jednak u svakoj tački. Odrediti cirkulaciju vektora \mathbf{H} po konturi C , ako je intenzitet vektora magnetizacije jednak \mathbf{M} . Kontura C je kvadratna kontura, dužine stranice $b < a$, postavljena u ravan poprečnog presjeka cilindra.



38. U magnetski linearном материјалу, relativne permeabilности $\mu_r = 100$, poznat je vektor јачине homogenog i vremenski nepromjenljivog magnetskog поља $\mathbf{H} = 200\mathbf{i}_x + 100\mathbf{i}_z$ A/m. Izračunati (a) vektor magnetske indukcije, (b) vektor magnetizације и (c) запреминску густину magnetske energije u ovom материјалу.

Rješenje:

Pošto se radi o magnetski linearном материјалу, važi relacija:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \text{ pa je } \vec{B} = \mu(200\vec{i} + 0\vec{j} + 100\vec{k}) = \mu 200\vec{i} + \mu 100\vec{k}$$

/* Na ispitu uvrstiti brojne vrijednosti i napisati mjernu единицу за vektor magnetske indukcije. */

39. BH karakteristika feromagnetskih materijala. Načini definisanja magnetske karakteristike. Histerezis. Remanentni magnetizam. Koercitivno polje. Kirijeva temperatura.

40. BH karakteristika feromagnetskih materijala. Načini definisanja magnetske karakteristike. Histerezis. Šta je remanentna indukcija, a šta koercitivno polje? Podatak o kojoj od ove dve veličine je značajniji u pogledu zaštite od mogućeg nepoželjnog razmagnetisanja magnetskog materijala? Obrazložiti odgovor.

41. BH karakteristika feromagnetskih materijala. Načini definisanja magnetske karakteristike. Histerezis. Šta je remanentna indukcija, a šta koercitivno polje? Koji materijali se dele na magnetsko meke i magnetski tvrde? Koja veličina definiše da li je neki materijal magnetski mek ili magnetski tvrd? Kada se koriste jedni, a kada drugi materijali?

42. BH karakteristika feromagnetskih materijala. Načini definisanja magnetske karakteristike. Histerezis. Remanentni magnetizam. Koercitivno polje. Kirijeva temperatura. Nacrtati realnu i idealizovanu krivu prvobitnog magnetisanja feromagnetskog materijala. Na idealizovanoj krivoj ucrtati radnu pravu tankog torusa bez procepa, načinjenog od posmatranog feromagnetskog materijala, u linearном režimu.

Rješenje:

VEZA IZMEĐU VEKTORA \vec{B} , \vec{H} , \vec{M}

Za nelinearne fromagnetne sredine važi:

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}(\vec{H})} \quad (\text{nelinearna veza})$$

Za vakum (pričližno vazduh):

$$\vec{M} = 0, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{linearna veza})$$

Za linearne fromagnetne sredine važi:

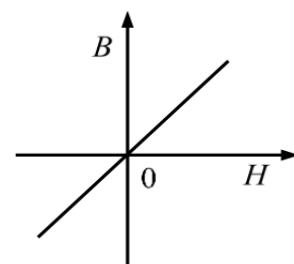
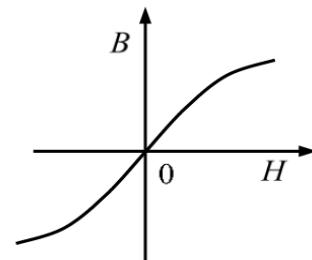
$$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}} \quad (\text{linearna veza})$$

μ permaeabilnost materijala ($\mu = \mu_0 \mu_r$)

μ_r relativna permeabilnost (od 10^2 do 10^5)

U linearnom feromagnetskom materijalu magnetna indukcija je μ_r puta veća nego u vakumu:

$$\boxed{\vec{B} = \mu_r \vec{B}_0}$$



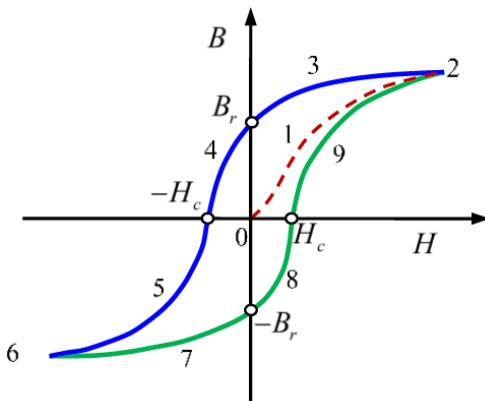
3.1.6 KARAKTERISTIKE MAGNETISANJA FEROMAGNETNIH MATERIJALA

Karakteristika magnetisanja opisuje se pomoću zavisnosti $B = B(H)$.

To je nelinearna funkcija sa **histerezisom**.

Postupak magnetisanja i razmagnetisanja

- 1: kriva prvobitnog magnetisanja
- 2: zasićenje
- 3-4-5: razmagnetisavanje materijala
- 6: zasićenje
- 7-8-9: magnećenje materijala



Za $H=0 \Rightarrow B_r$ - remanentna (zaostala) indukcija

Za $B=0 \Rightarrow H_c$ - koercitivno magnetno polje - B menja znak

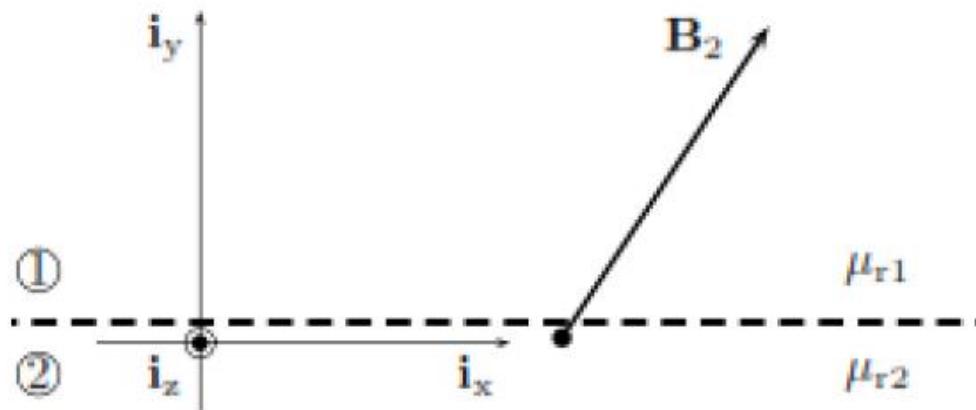
Magnetno meki materijali imaju uzani histerezis (malo H_c).

Magnetno tvrdi materijali imaju široki histerezis (veliko H_c)

44.

a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Granični uslovi za \mathbf{B} i \mathbf{H} na razdvojnoj površi dvije sredine.

b.) Posmatra se razdvojna površ između dvije sredini različitih magnetskih karakteristika. Poznat je vektor magnetske indukcije u drugoj sredini neposredno uz razdvojnu površ $\mathbf{B}_2 = (4ix - 6iy) \text{ mT}$, relativne permeabilnosti $\mu_{r1} = 200$ i $\mu_{r2} = 1$. Odrediti vektor magnetske indukcije \mathbf{B}_1 , neposredno uz razdvojnu površ, ukoliko na razdvojnoj površi ne protiču konduktivne struje.



Rješenje:

a)

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ

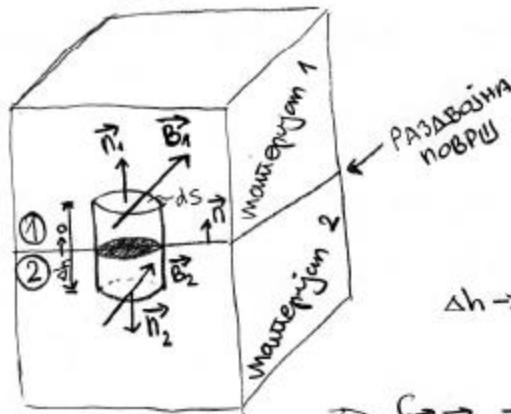
Границни услови су лајце које описује начин којим ће лемнита које симетрију имају да гајије јединке стварне са гајије супротне површине која раздвајају гајије средине различитих особина.

У поснегу мостовских особина, за електротехничку су најзначајније раздвојне површине

1. феромоносник - неферомоносник
2. феромоносник - феромонитник

У ОЕТ-2 ванним су границни услови који описују компактност лемнита B и H на раздвојеној површини гајије средине различитих мос. особина.

* За сви одредини понашавање нормалних компактних лемнита мос. штогдајује применљиво закон о континуитету мос. флујуса:



$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \emptyset$$

S

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \int_{\text{база 1}} \vec{B} d\vec{S} + \int_{\text{база 2}} \vec{B} d\vec{S} \xrightarrow[0]{\text{јер } \Delta h \rightarrow 0}$$

$\Delta h \rightarrow 0$ због чега посматрамо да је
важеју јаке јединке раздвојеној површине

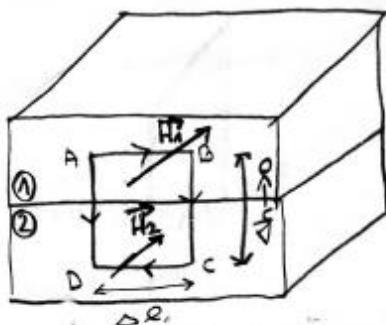
$$\Rightarrow \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \vec{B}_1 d\vec{S} \vec{n}_1 + \vec{B}_2 d\vec{S} \vec{n}_2 = \emptyset$$

Употребом једностављене нормалне чинијерске из (2) у (1) спајамо:

$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2 = \vec{n} \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 \cdot \vec{n} - \vec{B}_2 \cdot \vec{n} = \emptyset} \text{ вж. } \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n}$$

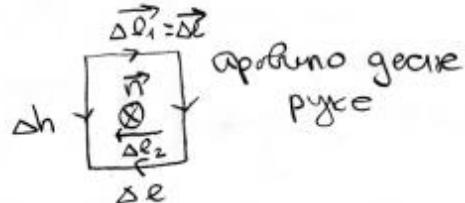
а будући да је склопним производом $\vec{B}_1 \cdot \vec{n}$ пројекција лемнита \vec{B}_1 на архит \vec{n} (која бриједи и за $\vec{B}_2 \cdot \vec{n}$), границни услов за лемните \vec{B} макаро доказим да нормалне компактне лемните B су чине у обе средине у поснегу јединке раздвојене површине.

** Помоћу векторских компоненти вектора једине масе се може одредити ако се приједи уочиштеши Амперов закон на енергетску комаду прекоју на спну.



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I = \oint \vec{H} d\vec{l}$$

C C ABCDA



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} + \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} \text{ јер } \Delta h \rightarrow 0 \text{ и } \vec{\Delta l}_1 = -\vec{\Delta l}_2 \text{ због супротних}$$

ABCDA

супротних снегу га је $\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \sum I$

ако на раздвојујућим површинама којима снегу га је гесна струја једнака било која је

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \phi \text{ тј. } \vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} = \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l}$$

Стапарни променди $\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l}$ и $\vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l}$ су пројекције вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 на $\vec{\Delta l}$ тј. на праву којима раздвојујући површини тај је

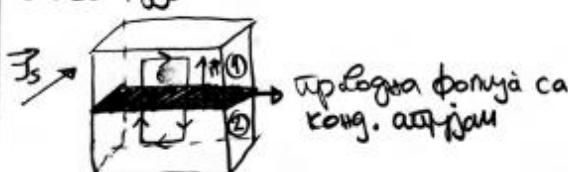
$$H_{1t} = H_{2t}$$

Помоћу којима вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 у ствари бисекти раздвојујући површини су исте. Ако гесна струја уочиштеши Амперов закон тај је једнака било којој струји, али се види. Комадни вектор \vec{H} разливши је је

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \vec{J}_s \cdot \vec{\Delta l}$$

\vec{J}_s - драгутна струјна токовица са спну.

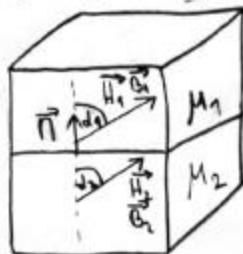
Ово се може доказати да је на раздвојујућим површинама струја драгутне са спну.



Ако се вектор нормале \vec{n} узеје тако да има аујер из ② у ① (аби је нормална на комаду):

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 - \vec{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

У спуљају питеарних средина (феромагнетик-феромагнетик)



тако да је $B_1 = \mu_1 H_1$ и $B_2 = \mu_2 H_2$ као и вектори \vec{B}_1 и \vec{H}_1 леже најчешћим случају, иако такође и за \vec{B}_2 и \vec{H}_2 .

Улога нормале \vec{n} из средине ① је у то да d_1 и d_2 имају већина

\vec{H}_1 и \vec{B}_1 , односно \vec{H}_2 и \vec{B}_2 имају свој нормали, снажегу

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{\frac{H_{1n}}{H_{1t}}}{\frac{H_{2n}}{H_{2t}}} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{M_2 B_{2n}}{M_1 B_{1n}} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{M_2}{M_1}}$$

АКО НЕМО КОД СТРУЈА

* ПРИМЈЕР:

$$\begin{aligned} M_1 &\approx M_0 & \uparrow \vec{n} \\ M_2 &= M_0 M_{r2} & \text{ВАКУЈМ (НЕМАГ. СРЕДИНА)} \\ && \text{ДРВАР ФЕРОМАГНЕТИК} \\ && M_{r2} \gg 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx \frac{1}{M_{r2}} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx 0 \Rightarrow \operatorname{tg} d_1 \approx 0 \Rightarrow d_1 \approx \phi$$

Лихије је то, тоба што је феромагнетик у немагнетичкој средини
тог скоро оваким условима.

b) $\mu_{r1} = \mu_1, \mu_{r2} = \mu_2$

$\mu_1 = \text{const}, \mu_2 = \text{const}$ односно средине кроз које се простижу вектори \vec{B}_1 и \vec{B}_2 паралелни су између њих, а у између им средине ваку га је $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$.

$$\vec{B}_2 = \mu_0 \mu_2 \vec{H}_2 = \mu_0 \vec{H}_2$$

$$\vec{H}_2 = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$$

Са овако \rightarrow дужином

да је $\vec{B}_{1n} = -6[mT] \hat{i}_y$

$$\vec{H}_{1t} = \vec{H}_{2t}$$

Збога је $\vec{H}_2 = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_2 = \frac{1}{\mu_0} (4\hat{i}_x - 6\hat{i}_y) \text{ мада је } \vec{H}_{1t} = \frac{4}{\mu_0} \hat{i}_x$

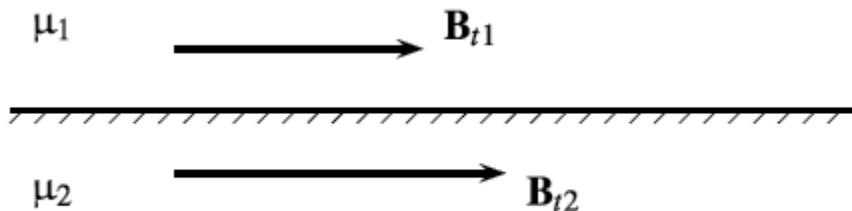
$$\vec{B}_{1t} = \mu_0 \mu_{r1} \vec{H}_{1t} = \mu_0 200 \frac{4}{\mu_0} \hat{i}_x = 800[mT] \hat{i}_x$$

$\vec{B}_1 =$
$(800\hat{i}_x - 6\hat{i}_y)$
$[mT]$

45.

a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Granični uslovi za \mathbf{B} i \mathbf{H} na razdvojnoj površi dvije sredine.

b.) Na razdvojnoj površi dva linearne magnetska materijala, permeabilnosti $\mu_1 = 5\mu_0$ i $\mu_2 = 10\mu_0$, poznata je tangencijalna komponenta vektora magnetske indukcije $B_{t1} = 10 \text{ mT}$. Kolika je tangencijalna komponenta B_{t2} ukoliko na razdvojnoj površi nema konduktionsih struja?



Rješenje:

a)

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ

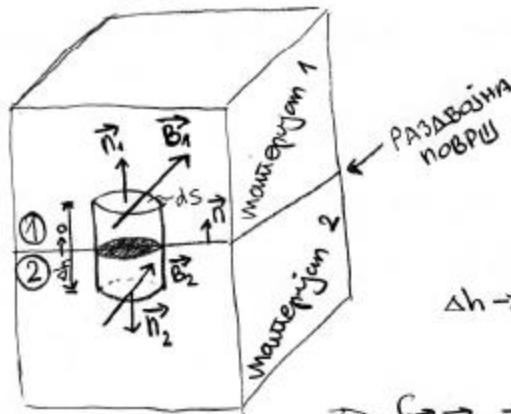
Границни услови су лајце које описује начин којим ће лемнита које симетрију имају да гајије јединке стварне са гајије средине разните врсте.

У поснегу точечних особина, за експонентику су најзнатије разните врсте разните особина.

1. феромонентик - неферомонентик
2. феромонентик - феромонентик

У ОЕТ-2 ванним су границни услови који описују компактните врсте \vec{B} и \vec{H} на разнотојји врсти гајије средине разните мес. особина.

* За сви одредини понашавање нормалних компактних врста мес. штогдајује применљиво закон о контроверзном мес. флукусу:



$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \emptyset$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \int_{\text{база 1}} \vec{B} d\vec{S} + \int_{\text{база 2}} \vec{B} d\vec{S} \xrightarrow{\Delta h \rightarrow 0}$$

$\Delta h \rightarrow 0$ због чега постепено гајије врсте јако једнаке разнотојји врсти

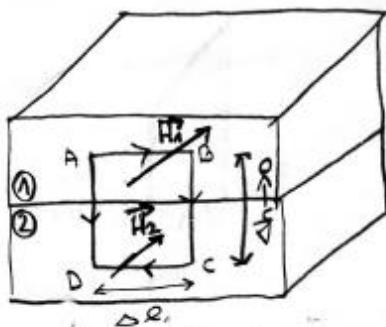
$$\Rightarrow \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \vec{B}_1 dS \vec{n}_1 + \vec{B}_2 dS \vec{n}_2 = \emptyset$$

Употреба једноставне нормалне чуваје се у ② и ① спојеву:

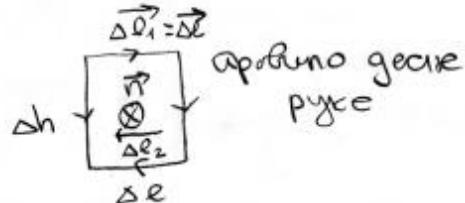
$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2 = \vec{n} \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 \cdot \vec{n} - \vec{B}_2 \cdot \vec{n} = \emptyset} \quad \text{вж. } \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n}$$

а будући да је склопним произвог $\vec{B}_1 \cdot \vec{n}$ пројекција врсте \vec{B}_1 на врсту \vec{n} (која бриједи и за $\vec{B}_2 \cdot \vec{n}$), границни услов за врсте \vec{B} математички сачин на нормалне компактне врсте \vec{B} су чине у ове две супротне јединке разнотојји врсти.

** Помоћу векторских компоненти вектора једине масе се може одредити ако се примени усвојени Амперов закон на елементарну комагу преко коју на спусти.



$$\oint \vec{H} d\ell = \sum I = \oint \vec{H} d\ell$$



$$\oint \vec{H} d\ell = \vec{H}_1 \Delta \ell + \vec{H}_2 \Delta \ell \text{ је } \Delta h \rightarrow 0 \text{ и } \Delta \ell_1 = -\Delta \ell_2 \text{ због оупорних}$$

ABCDA

суперла спусти га је $\vec{H}_1 \Delta \ell - \vec{H}_2 \Delta \ell = \sum I$

ако на раздвојујућим површинама компоненти вектора спусти га је
гесна компонента једнака нули та је

$$\vec{H}_1 \Delta \ell - \vec{H}_2 \Delta \ell = \phi \quad \text{тј. } \vec{H}_1 \cdot \Delta \ell = \vec{H}_2 \Delta \ell$$

Стапарни променди $\vec{H}_1 \Delta \ell$ и $\vec{H}_2 \Delta \ell$ су пројекције вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2
на $\Delta \ell$ тј. на раздвојућим површинама та је

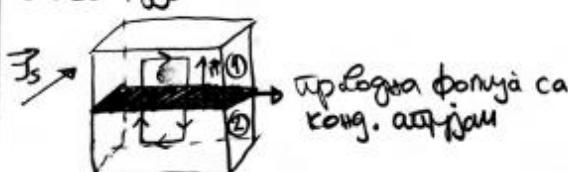
$$H_{1\ell} = H_{2\ell}$$

Помоћу компоненте вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 у ствари ћемо
раздвојућим површинама да се. Ако гесна компонента усвојеног Амперовог
закона буде једнака нули, овога се види. Компоненте вектора \vec{H}
раздвојују је је

$$\vec{H}_1 \Delta \ell - \vec{H}_2 \Delta \ell = \vec{J}_s \cdot \Delta \ell$$

\vec{J}_s - драгутна струјна површина са које.

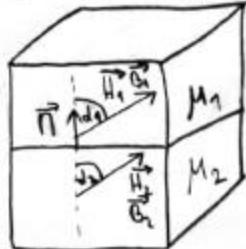
Ово се може доказати како је на раздвојујућим површинама вектори
са компонентама



Ако се вектор нормале \vec{n} улози тако
да има аујер из ② у ① (аби је
нормала на комагу):

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 - \vec{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

У спуљају питеарних средина (феромагнетик-феромагнетик)



тако да је $B_1 = \mu_1 H_1$ и $B_2 = \mu_2 H_2$ као и вектори \vec{B}_1 и \vec{H}_1 леже најчешћим случају, иако такође и за \vec{B}_2 и \vec{H}_2 .

Улога нормале \vec{n} из средине ① је у то да d_1 и d_2 имају вектора

\vec{H}_1 и \vec{B}_1 , односно \vec{H}_2 и \vec{B}_2 имају свој нормали, стијегу

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{\frac{H_{1n}}{H_{1t}}}{\frac{H_{2n}}{H_{2t}}} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{M_2 B_{2n}}{M_1 B_{1n}} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{M_2}{M_1}}$$

АКО НЕМО КОД СТРУЈА

* ПРИМЈЕР:

$$\begin{aligned} M_1 &\approx M_0 & \uparrow \vec{n} \\ M_2 &= M_0 M_{r2} & \text{ВАКУЈУМ (НЕМАГ. СРЕДИНА)} \\ && \text{ДРВАР ФЕРОМАГНЕТИК} \\ && M_{r2} \gg 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx \frac{1}{M_{r2}} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx 0 \Rightarrow \operatorname{tg} d_1 \approx 0 \Rightarrow d_1 \approx \phi$$

Лихије је то, тоба што се феромот. у немагнетичку средину
тог скоро оваким узлом.

b

$\mu_1 = \text{const}$, $\mu_2 = \text{const}$ зато ќто се вектори \vec{B}_1 и \vec{B}_2 простиру кроз материјалне дисеаце средине па вакви релација

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}.$$

$$\vec{B}_{1t} = \mu_0 \mu_1 \vec{H}_{1t} \quad \text{изје}$$

$$\vec{H}_{1t} = \frac{1}{\mu_0 \mu_1} \vec{B}_{1t}.$$

$$\vec{H}_{2t} = \vec{H}_{1t} \quad \text{из простирања уодела.}$$

$$\vec{B}_{2t} = \mu_0 \mu_2 \vec{H}_{2t} = \mu_0 10 \mu_0 \frac{1}{\mu_0 \mu_1} \vec{B}_{1t}$$

$$B_{2t} = |\vec{B}_{2t}| = \frac{10 \mu_0}{\mu_1 = 5 \mu_0} 10 \cdot 10^{-3} [T]$$

$$= \frac{10 \cdot 10}{5 \cdot 10^3} = \frac{1}{50} = 0,02 [T]$$

46.

- a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Granični uslovi za \mathbf{B} i \mathbf{H} na razdvojnoj površi dvije sredine.
- b.) U jednom dijelu prostora postoji zapreminska kondukciona struja površinske gustine \mathbf{J} , dok je vektor magnetizacije jednak \mathbf{M} . Odrediti cirkulaciju vektora magnetske indukcije \mathbf{B} po zatvorenoj konturi C proizvoljnog oblika koja je oslonjena na površ S . Vektor normale pridružen površi i putanja integracije po konturi su usklađeni prema pravilu desne ruke.

Rješenje:

a)

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ

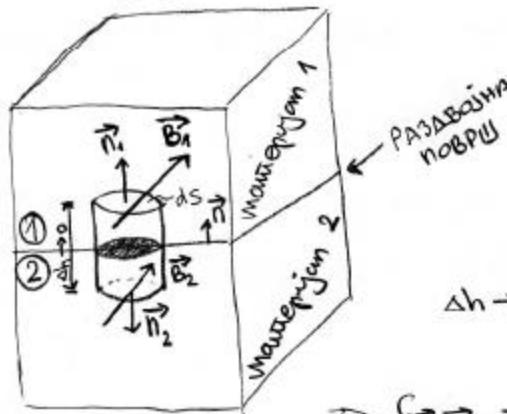
Границни услови су лајце које описује начин којим ће лемнита које симетрију имају да гајије јединке стварне са гајије средине разните врсте.

У поснегу точечних особина, за експонентику су најзнатије разните врсте разните особина.

1. феромонентик - неферомонентик
2. феромонентик - феромонентик

У ОЕТ-2 ванним су границни услови који описују компактните врсте \vec{B} и \vec{H} на разнотојји врсти гајије средине разните мес. особина.

* За сви одредини понашавање нормалних компактних врста мес. штогдајује применљиво закон о контроверзном мес. флукусу:



$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \emptyset$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \int_{\text{база 1}} \vec{B} d\vec{S} + \int_{\text{база 2}} \vec{B} d\vec{S} \xrightarrow{\Delta h \rightarrow 0}$$

$\Delta h \rightarrow 0$ због чега постепено гајије врсте јако једнаке разнотојји врсти

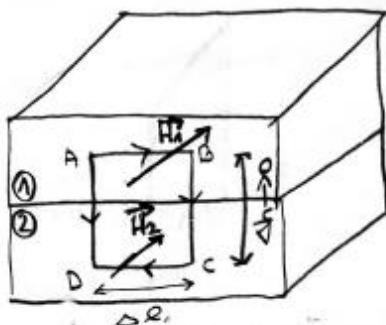
$$\Rightarrow \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \vec{B}_1 dS \vec{n}_1 + \vec{B}_2 dS \vec{n}_2 = \emptyset$$

Употреба једноставне нормалне чуваје се у ② и ① спојеву:

$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2 = \vec{n} \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 \cdot \vec{n} - \vec{B}_2 \cdot \vec{n} = \emptyset} \quad \text{вж. } \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n}$$

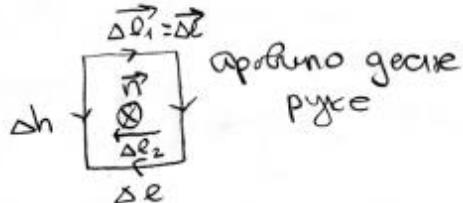
а будући да је склопним произвог $\vec{B}_1 \cdot \vec{n}$ пројекција врсте \vec{B}_1 на врсту \vec{n} (која бриједи и за $\vec{B}_2 \cdot \vec{n}$), границни услов за врсте \vec{B} математички сачин на нормалне компактне врсте \vec{B} су чине у ове две супротне јединке разнотојји врсти.

** Помоћу векторских компоненти вектора једине масе се може одредити ако се примени усвојени Амперов закон на елементарну комагу преко коју на спусти.



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I = \oint \vec{H} d\vec{l}$$

C C ABCDA



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{H}_1 \vec{d\ell} + \vec{H}_2 \vec{d\ell}$$

ABCDA

је $\Delta h \rightarrow 0$ и $\vec{d\ell}_1 = -\vec{d\ell}_2$ због ових супротних снегова га је $\vec{H}_1 \vec{d\ell} - \vec{H}_2 \vec{d\ell} = \sum I$

ако на раздвојујућим површинама компоненти снегова га је десна снега једнака левој та је

$$\vec{H}_1 \vec{d\ell} - \vec{H}_2 \vec{d\ell} = \phi \quad \text{тј. } \vec{H}_1 \cdot \vec{d\ell} = \vec{H}_2 \cdot \vec{d\ell}$$

Стварни приказани $\vec{H}_1 \vec{d\ell}$ и $\vec{H}_2 \vec{d\ell}$ су пројекције вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 на $\vec{d\ell}$ тј. на праву ванштрану раздвојујућим површинама та је

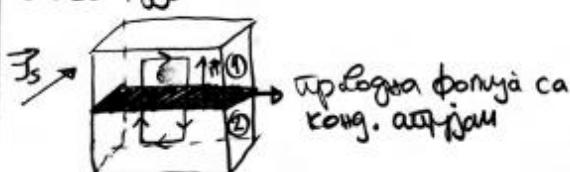
$$H_{1t} = H_{2t}$$

Помоћу компоненте вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 у ствари ћемо да можемо раздвојујућим површинама да се узме. Ако десна снега усвојеног Амперовог закона вије, једнака је левој, али се узима. Компоненте вектора \vec{H} раздвојујују је је

$$\vec{H}_1 \vec{d\ell} - \vec{H}_2 \vec{d\ell} = \vec{J}_s \cdot \vec{d\ell}$$

\vec{J}_s - драгутинта струјана токовица са споље.

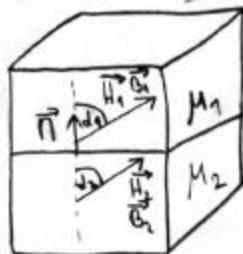
Ово се може доказати како је на раздвојујућим површинама драгутине са обе стране



Ако се вектор нормале \vec{n} улази у \vec{H} улази у \vec{H}_1 и \vec{H}_2 (абије нормале на комагу):

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 - \vec{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

У случају питеарних средина (феромагнетик-феромагнетик)



тако да је $B_1 = \mu_1 H_1$ и $B_2 = \mu_2 H_2$ као и вектори B_1 и H_1 линеарно зависију, тако и за B_2 и H_2 .

Улога нормале \vec{n} из средине ② је да узима d_1 и d_2 између вектора

\vec{H}_1 и \vec{B}_1 , односно \vec{H}_2 и \vec{B}_2 испод својих нормали, снређују

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{\frac{H_{1n}}{H_{1t}}}{\frac{H_{2n}}{H_{2t}}} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{M_2 B_{2n}}{M_1 B_{1n}} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{M_2}{M_1}}$$

АКО НЕМО КОД СТРУЈА

* ПРИМЈЕР:

$$\begin{aligned} M_1 &\approx M_0 & \uparrow \vec{n} \\ M_2 &= M_0 M_{r2} & \text{ВАКУУМ (НЕМАГ. СРЕДИНА)} \\ && \text{ДРВАР ФЕРОМАГНЕТИК} \\ && M_{r2} \gg 1 \end{aligned}$$

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx \frac{1}{M_{r2}} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx 0 \Rightarrow \operatorname{tg} d_1 \approx 0 \Rightarrow d_1 \approx \phi$$

Линије маг. инда идуше феромаг. у немагнетичку средину
тог скоро паралелним узлом.

b)

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{krozC} + I_{AkrozC}) = \mu_0 I_{krozC} \quad \text{ jer je}$$

$I_{krozC} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$, при чему је S замисљена, векторски оријентисана (правилом десне завојнице) површ
наслонјена на контуру C , $I_{AkrozC} = \int_C \vec{M} \cdot d\vec{l} = \vec{M} \int_C d\vec{l} = \vec{M} * 0 = 0$.

47. Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika. Objasniti i skicirati linije vektora B , M i H unutar i u okolini homogeno namagnetisanog cilindra (magnet-štapa) linearog feromagnetskog materijala (skicirati u uzdužnom presjeku).

48. Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika. Objasniti ukratko zašto su linije vektora magnetske indukcije B i linije vektora jačine magnetskog polja H suprotnih smerova kod stalnog magneta.

Rješenje:

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ

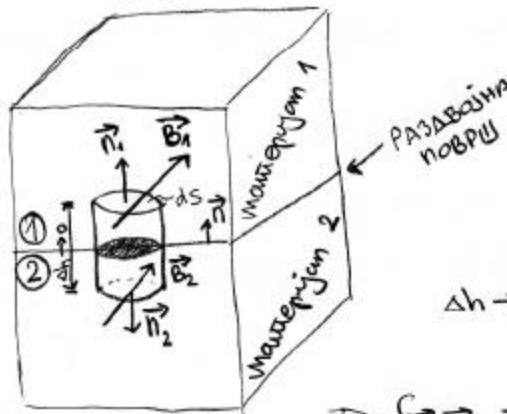
Границни услови су лајце које описује начин којим ће лемнита које симетрију имају да гајије јединке стварне са гајије средине разните врсте.

У поснегу мостовских особина, за електротехничку су најзначајније раздвојне врсте.

1. феромоактив - неферомоактив
2. феромоактив - феромоактив

У ОЕТ-2 ванним су границни услови који описују компоненте вектора \vec{B} и \vec{H} на раздвојеној поврти гајије средине разните мос. особина.

* За сви одредини понашавање нормалних компоненти вектора мос. штогдајује применљиво закон о контурному мос. флукусу:



$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \emptyset$$

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \int_{\text{база 1}} \vec{B} d\vec{S} + \int_{\text{база 2}} \vec{B} d\vec{S} \xrightarrow{\Delta h \rightarrow 0}$$

$\Delta h \rightarrow 0$ због чега посматрамо гајије вареје јако једног раздвојеног врста

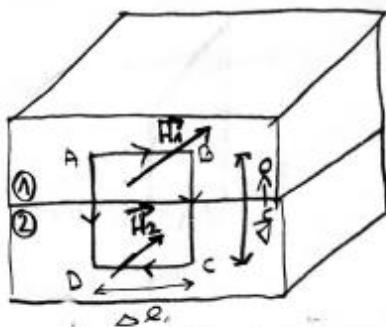
$$\Rightarrow \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \vec{B}_1 d\vec{S} \vec{n}_1 + \vec{B}_2 d\vec{S} \vec{n}_2 = \emptyset$$

Употребом једноставлење нормалне чиније у ② и ① спојимо:

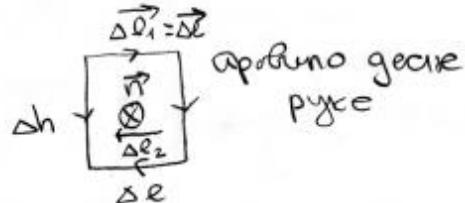
$$\vec{n}_1 = -\vec{n}_2 = \vec{n} \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 \cdot \vec{n} - \vec{B}_2 \cdot \vec{n} = \emptyset} \quad \text{вж. } \vec{B}_1 \cdot \vec{n} = \vec{B}_2 \cdot \vec{n}$$

а будући да је склопним произвог $\vec{B}_1 \cdot \vec{n}$ пројекција вектора \vec{B}_1 на врсту \vec{n} (која бриједи и за $\vec{B}_2 \cdot \vec{n}$), границне услове за векторе \vec{B} мостови докази на нормалне компоненте вектора \vec{B} су чине у ове две суштине у више слаја јединки раздвојеног врста.

** Помоћу векторских компоненти вектора једине масе се може одредити ако се приједи уочиштеши Амперов закон на енергетску комаду прекоју на спну.



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I = \oint \vec{H} d\vec{l}$$



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} + \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} \text{ јер } \Delta h \rightarrow 0 \text{ и } \vec{\Delta l}_1 = -\vec{\Delta l}_2 \text{ због супротних}$$

ABCDA

супротних спонзора га је $\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \sum I$

ако на раздвојујућим површинама којима компоненти вектора спонзора гаје десна страна једнака јужи та је

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \phi \quad \text{тј. } \vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} = \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l}$$

Стварно приближни $\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l}$ и $\vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l}$ су пројекције вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 на $\vec{\Delta l}$ тј. на раздвојујућим површинама та је

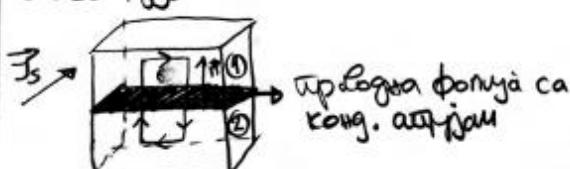
$$H_{1t} = H_{2t}$$

Помоћу компоненте вектора \vec{H}_1 и \vec{H}_2 у ствари ћемо сасвим раздвојући површину а не ће. Ако гледамо спонзу уочиштеши Амперов закон тај је једнак висини, али се виши. Компоненте вектора \vec{H} разликују јер је

$$\vec{H}_1 \cdot \vec{\Delta l} - \vec{H}_2 \cdot \vec{\Delta l} = \vec{J}_s \cdot \vec{\Delta l}$$

\vec{J}_s - драгутита струјана површина снопа.

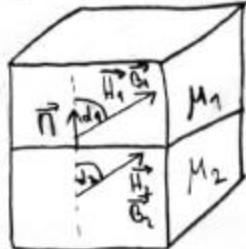
Ово се може доказати да је на раздвојујућим површинама вектори спонзора



Ако се вектор нормале \vec{n} узеје тако да има аујер из ② у ① (аб је нормална на комаду):

$$\vec{n} \times \vec{H}_1 - \vec{n} \times \vec{H}_2 = \vec{J}_s$$

У спуљају питеарних средина (феромагнетик-феромагнетик)



тако да је $B_1 = \mu_1 H_1$ и $B_2 = \mu_2 H_2$ као и вектори \vec{B}_1 и \vec{H}_1 леже најчешћим случају, иако такође и за \vec{B}_2 и \vec{H}_2 .

Улога нормале \vec{n} из средине ① је у то да d_1 и d_2 имају вектора

\vec{H}_1 и \vec{B}_1 , односно \vec{H}_2 и \vec{B}_2 имају свој нормали, стијегу

$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{\frac{H_{1n}}{H_{1t}}}{\frac{H_{2n}}{H_{2t}}} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{M_2 B_{2n}}{M_1 B_{1n}} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \boxed{\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} = \frac{M_2}{M_1}}$$

АКО НЕМО КОД СТРУЈА

* ПРИМЈЕР:

$$\begin{aligned} M_1 &\approx M_0 & \uparrow \vec{n} \\ M_2 &= M_0 M_{r2} & \text{ВАКУЈУМ (НЕМАГ. СРЕДИНА)} \\ && \text{ДРВАР ФЕРОМАГНЕТИК} \\ && M_{r2} \gg 1 \end{aligned}$$

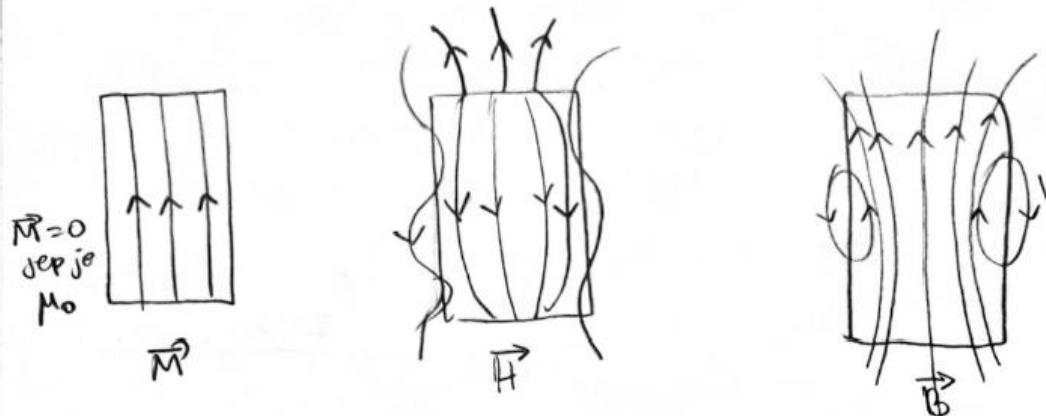
$$\frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx \frac{1}{M_{r2}} \Rightarrow \frac{\operatorname{tg} d_1}{\operatorname{tg} d_2} \approx 0 \Rightarrow \operatorname{tg} d_1 \approx 0 \Rightarrow d_1 \approx \phi$$

Лихије је то, тоба што се феромот. у немагнетичку средину
тог скоро оваким узлом.

ПРИМЈЕР: Алијује вектора \vec{M} , \vec{H} и \vec{B} у случају кратког чупачинског хам.

Намоделничаното магнетско кружно појавите прејета.

МАГНЕТ-ШТАП



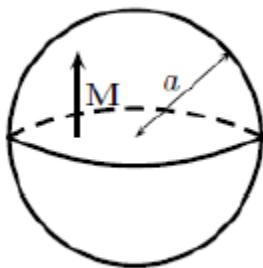
Претпоставимо да је \vec{M} вектор интензитета, вртица и сијера у дим стакана чупачинског хама. Извесна равнина не изнадаје дим стакана стварја со вредноста већ само до одједу феромагнетика. Пусамо $IAs = M$. Према томе, дајте магнету у дим стакана чупачина и дајте њема висок \vec{B} који и сопствену са подврхинским ступјама не врши. Понеко је $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

Унутар магнета је $B < \mu_0 M$ јер феромагнет није довољне суштине да бекарни \vec{B} и \vec{H} имају разлисни сијер. Унутар магнета је $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ што значи да висок висок сијер.

49.

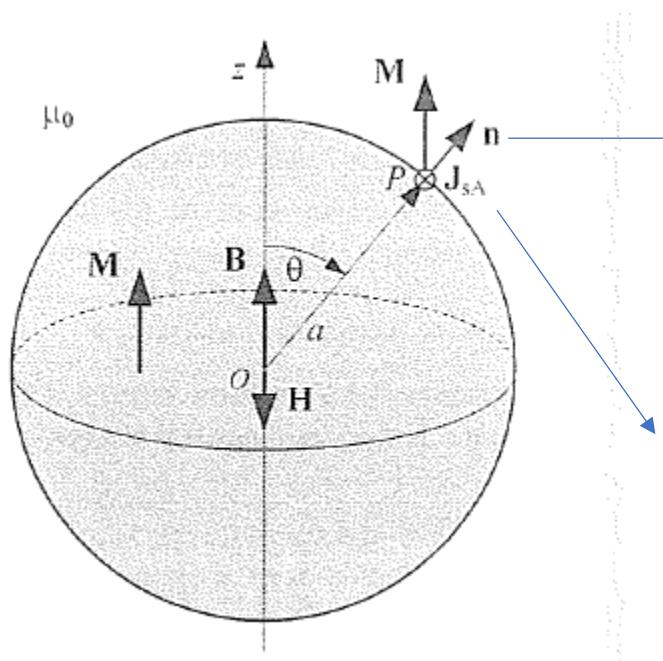
a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika.

b.) Sfera od magnetskog materijala poluprečnika a nalazi se u vazduhu, kao što je prikazano na slici. Sfera je homogeno namagnetisana po svojoj zapremini tako da je vektor magnetizacije $\mathbf{M} = M \mathbf{z}$ u svakoj tački sfere. Izračunati vektor jačine magnetskog polja \mathbf{H} u centru sfere?



РЕШЕЊЕ

(a) Уведимо координатни систем чија је z -оса паралелна вектору \mathbf{M} (слика 87.1). Густина запреминских Амперових струја у лопти је нула јер је лопта хомогено намагнетисана.



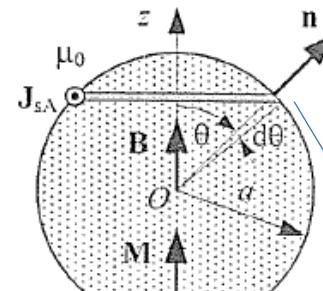
Vektor pozitivne normale, usmjeren od površine posmatrane površi ka vakuum-u. Ovaj vektor je jednak svim tačkama na površi lopte.

$\vec{J}_{SA} = \vec{M} \times \vec{n}$, palac desne ruke zabodemo u tačku P , prste desne ruke pomjeramo od pravca vektora magnetizacije ka pravcu vektora normale, tako dobijemo pravac smjer vektora \vec{J}_{SA} koji je nacrtan na slici.

Густина површинских Амперових струја одређује се на основу релације (74.1). У посматраном случају, површинске Амперове струје су циркуларне. У тачки P , чији је положај дефинисан углом θ , густина тих струја је $J_{sA} = M \sin \theta$.

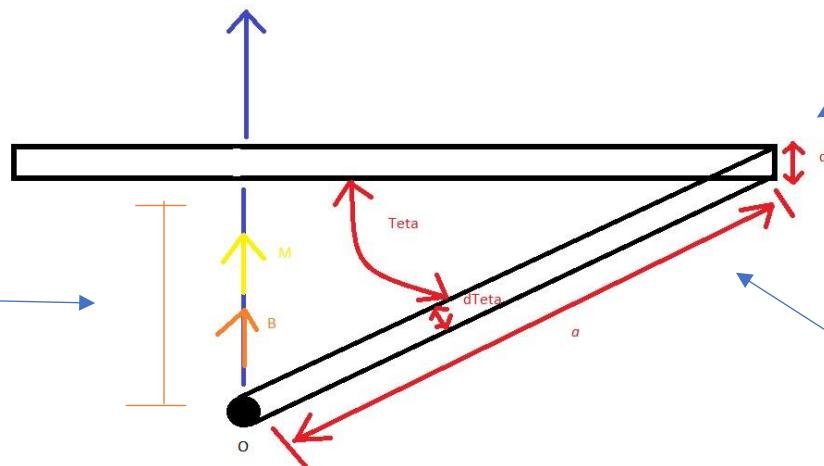
Dakle на површи посматране лопте постоје само микроскопске Amperove struje, unutar лопте нema mikroskopskih Amperovih struja jer je лопта homogeno namagnetisana ($\vec{M} = \text{const}$). Pošto nigdje nema kondukcionih struja, u izrazu за vektor magnetske indukcije фигуришу само mikroskopске Amperove struje.

(б) Намагнетисана лопта ствара исту магнетску индукцију као Амперове струје у вакууму (при чему се феромагнетски материјал уклони). Магнетска индукција површинских Амперових струја у центру лопте може се одредити истим поступком као у задатку 30. Површ лопте се издели на елементарне прстенове ширине $dl = ad\theta$, као на слици 87.2. Струја једног прстена је $dl = J_{sA} dl = M a \sin \theta d\theta$.



Слика 87.2.

$dl = ad\theta$ произилази из формуле зарачунавање дужине кружног лука, a је растојање између тачке O и посматраног кружног лука, $d\theta$ је угло између два kraja посматраног кружног лука.



Dakle mikroskopska Amperova struja gustine J_{sA} је расподјелјена по кружној контури ширине dl varirajuće дужине. Palac desne ruke naslonimo на контуру па прстима одредимо да вектор magnetske indukcije \vec{B} има само компоненту kolinearnu sa Z-осом Dekartovog trodimenzionalnog koordinatnog sistema.

Према изразу (17.1) је $dB_z = \frac{\mu_0 dI_A (a \sin \theta)^2}{2a^3}$ јер је полупречник контуре са слике 87.2 једнак $a \sin \theta$, а одстојање тачке O (у којој се одређује магнетска индукција) од

тачака на контури је $r = a$.

Vidjeti zadatak 6.pod b.) само у овом slučaju контура има и ширину једнаку dl .

$$\vec{B} = B \vec{k}$$

$$B = \int_0^\pi dB_z$$

$$B_z = \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\mu_0 M \sin^3 \theta}{2} d\theta = \frac{2\mu_0 M}{3}, \text{ односно } B = \frac{2\mu_0 M}{3}. \text{ Вектор јачине магнетског поља је}$$

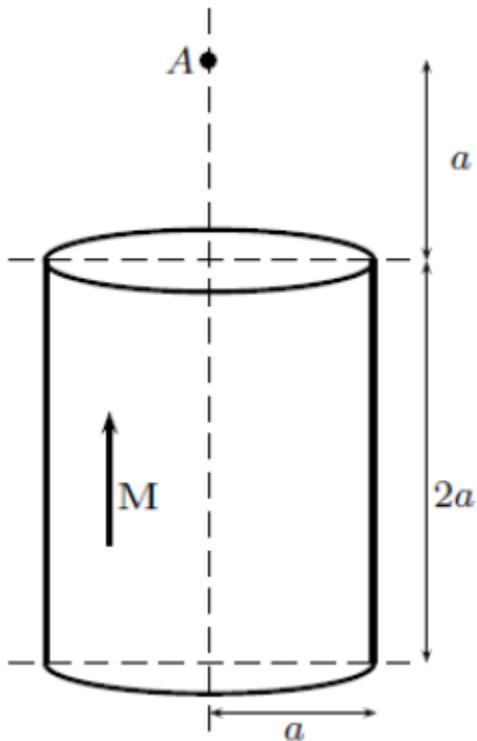
$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} = -\frac{\mathbf{M}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x dx &= \int \sin^2 x \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx = |\cos x = t, -\sin x dx = dt| \\ &= -\int (1 - t^2) dt = -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} \end{aligned}$$

50.

a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika.

b.) Feromagnetski cilindar, kružnog poprečnog presjeka, poluprečnika a i visine $2a$, homogeno je namagnetisan. Vektor magnetizacije \mathbf{M} je paralelan osi cilindra. Okolna sredina je vazduh. Odrediti vektor jačine magnetskog polja \mathbf{H} u tački A, koja se nalazi na osi cilindra na visini a od gornje baze cilindra.



Rješenje:

b

- У асиметрични посматрачано
секција кроз чије заобљене
противне стапаје сирује.

$NI = J_{SA} h$ именем димензија
сируја.

Маховитоста стапаја сируја
изгаше (погашава изгаше)

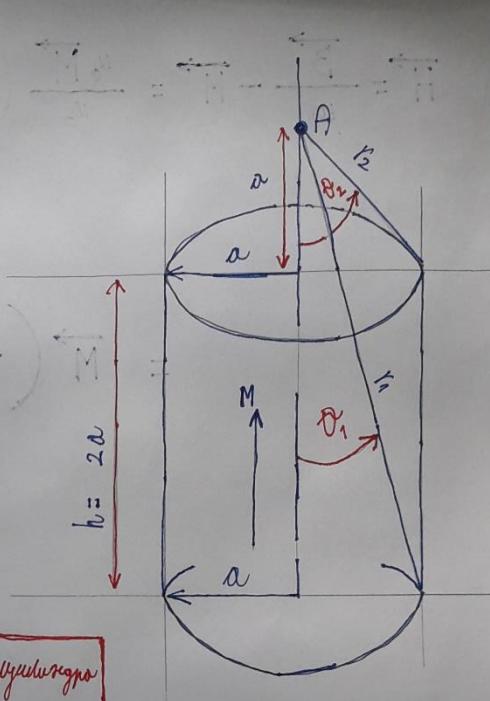
J_{SA} распоредена је по омотачу чубастог
бисектар јединаке $2a$.

$$B_A = \frac{\mu_0 I_A}{2 \cdot 2a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \frac{\mu_0 J_{SA} h}{4a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$= \frac{\mu_0 M 2a}{4a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) = \frac{\mu_0 M}{2} \left(\frac{6 - \sqrt{20}}{2\sqrt{10}} \right)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{3a}{r_1} = \frac{3a}{\sqrt{(3a)^2 + a^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{a}{r_2} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



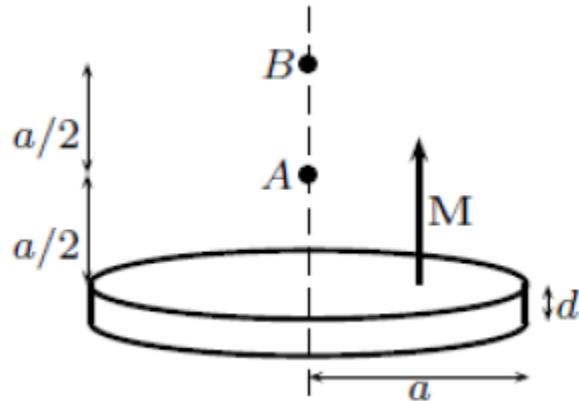
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\mu_0 \vec{M}}{\mu_0} \left(\frac{6 - \sqrt{20}}{2\sqrt{10}} \right) - \vec{M}$$

$$= \vec{M} \left(\frac{6 - \sqrt{20} - 2\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} \right)$$

51.

a.) Uopšteni Amperov zakon. Vektor jačine magnetskog polja. Magnetska permeabilnost. Linearnost i homogenost materijala u pogledu magnetskih karakteristika.

b.) Disk poluprečnika a i debljine d ravnomjerno je namagentisan tako da je vektor magnetizacije $\mathbf{M} = M \mathbf{z}$ u svakoj tački diska paralelan osi diska, kao što je prikazano na Slici.

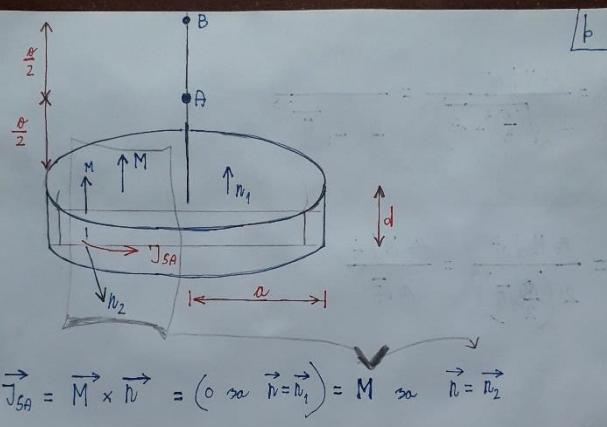


Koliko iznosi vektor jačine magnetskog polja na osi normalnoj na ravan diska:

(1) u tački A koja se nalazi na visini $a/2$ u odnosu na ravan diska, i

(2) u tački B koja se nalazi na visini a u odnosu na ravan diska?

Rješenje:



b

$$\vec{J}_{SA} = \vec{M} \times \vec{n} = (0 \text{ sa } \vec{n} = \vec{n}_1) = M \text{ sa } \vec{n} = \vec{n}_2$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_A \pi^2}{2r^3} \vec{n}$$

1^o

$$B_A = \frac{\mu_0 M_d a^2}{2 \left(\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} \right)^3} = \frac{\mu_0 M_d a^2}{2 \left(\sqrt{\frac{5a^2}{4}} \right)^3} = \frac{\mu_0 M_d a^2}{\frac{2 \cdot 5 \sqrt{5} a^3}{8}}$$

$$= \frac{\mu_0 M_d a^2 4}{5 \sqrt{5} a^3} = \frac{\mu_0 M_d 4}{a 5 \sqrt{5}}$$

$$H_A = \frac{B_A}{\mu_0} = \frac{\mu_0 M_d 4}{a 5 \sqrt{5}} = \frac{4 M_d}{a 5 \sqrt{5}}$$

2^o

$$B_B = \frac{\mu_0 M_d a^2}{2 \left(\sqrt{a^2 + a^2} \right)^3} = \frac{\mu_0 M_d a^2}{2 \left(\sqrt{2a^2} \right)^3} = \frac{\mu_0 M_d a^2}{2 \left(a \sqrt{2} \right)^3} = \frac{\mu_0 M_d}{a 4 \sqrt{2}}$$

$$H_B = \frac{B_B}{\mu_0} = \frac{M_d}{a 4 \sqrt{2}}$$

52. Magnetska kola. Osnovne jednačine za rješavanje magnetskih kola. Četiri osnovne pretpostavke na kojima se zasniva pojednostavljena metoda analize magnetskih kola. Prosta magnetska kola (linearan materijal jezgra).

53. Magnetska kola. Osnovne jednačine za rješavanje magnetskih kola. Četiri osnovne pretpostavke na kojima se zasniva pojednostavljena metoda analize magnetskih kola. Prosta magnetska kola (nelinearan materijal jezgra: BH karakteristika zadata grafički).

54. Magnetska kola. Osnovne jednačine za rješavanje magnetskih kola. Četiri osnovne pretpostavke na kojima se zasniva pojednostavljena metoda analize magnetskih kola. Reluktansa. Magnetski napon. Električno kolo ekvivalentno magnetskom kolu. Reluktansa nelinearnih materijala.

55. Magnetska kola. Osnovne jednačine za rješavanje magnetskih kola. Četiri osnovne pretpostavke na kojima se zasniva pojednostavljena metoda analize magnetskih kola. Prosto magnetsko kolo za vazdušnim procjepom.

56. Magnetska kola. Osnovne jednačine za rješavanje magnetskih kola. Četiri osnovne pretpostavke na kojima se zasniva pojednostavljena metoda analize magnetskih kola. Da li će doći do pomeranja radne tačke grane magnetskog kola, ako se u grani načini vazdušni procep? Kako širina procepa utiče na položaj radne tačke? Obrazložiti odgovor.

Rješenje:

МАГНЕТСКА КОНА

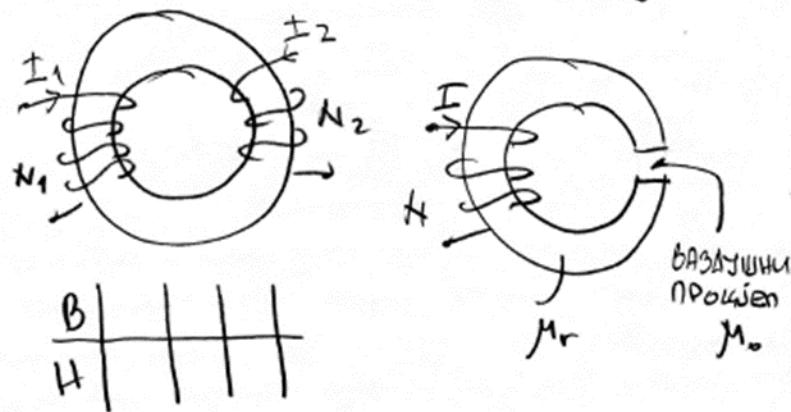
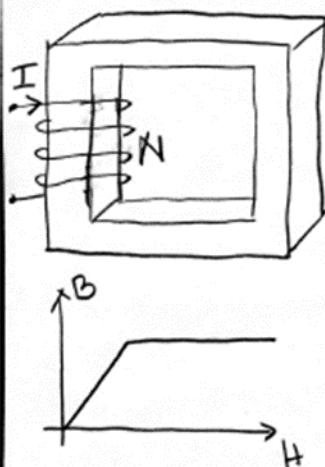
Ау система у којима је кантанецат маг. флујус, односно пружајући вредност дуж које се земајући називају вектором \vec{B} . Могу бити и равнински облика, могу садржати и разноличне апарате, а обично на једном делу дужу имају намену за спровођање.

Понекада је дуже врло сложена:

1. За обвихнују симетрију (облик маг. кона), карак. фер. маг. материјала, дуж једнога и другога делова имају супротне одредбине флујус кроз једнога маг. кона
2. За неравнотактни флујус кроз оба одредбина и теки су симетрија који су садржани у првом врснику (нпр. инверзни афиден).

Маг. кона се подјељују према начину који садржи једнине:

- Закона о одричују маг. флујуса $\oint \vec{B} d\vec{s} = \phi$
- Честичниот Амперов закон $\oint \frac{S}{c} H d\ell = \sum I$
- Врх карак. материјална ог кој је јесето Намагнето (расправи, стапајући или висећи паралелни пресек за Намагнето. Материјалне, односно M_r за нут. хол. материјале).

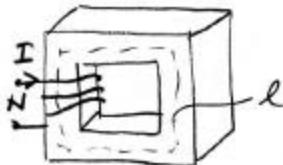


Сврха атракција Moi. Кона је спојен дробље због неподесности
материјала и расипајућа флујус па се у OET-2 изједначава
шестога која се заступа на вар преносима:

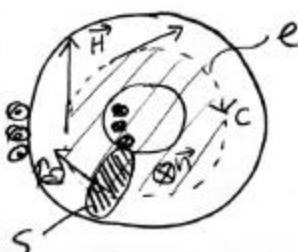
- ① Заметарјемо да расипаје: Moi. флујус је чист кроз
сласи објектни пројекцији (ако имена грађана). Доколе се
заступа на $\oint \vec{B} d\vec{s} = 0$.
- ② Сматрамо да је Moi. Кона матрично чисто да је Moi.
Потој хемосето во објектни пројекцији Moi. Коне (\vec{B} и
 \vec{H} су чисти у свим члановима објектних пројекција)
- ③ Вектори \vec{B} и \vec{H} су нормални на површину објектног пројекција
- ④ Сматрамо да је површински објектног пројекција Кона const.
дуж огледалајућег дужине Moi. Коне и да је материјал хомо-
гени. Потој дају Кона здраво држати. Птицетумаште \vec{B} је
чисти у кујаној оријентацији, \vec{H} и \vec{N} .

Проста мс. кона

ПРИМЈЕР: На штакон шпорцу испитан је ток у мс. кону. Измерена струја I . Ако се настави са N жицом у којој је променљиви ток I , одредимо флујус у јединији атрактивиратији гда обновим мс. кона.



Изложи у једној је у симетрији вакуум мс. кон (изнад B и H имају исти израз именује се у свим вакуумима појединачни пројекцији) укупна је индукција H (мога уочити Лихеров закон је мс. средина) ровна је сређеној суми индукција вектора (однос је ће огрижати се именом заглавка)



$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_c I$$

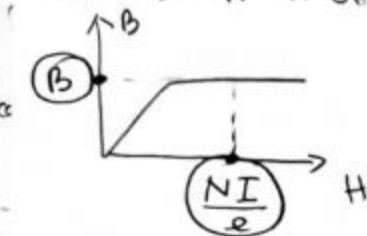
Конструкција оријентација пружајући и пружајући јеј огрижатијујући нормалу \vec{n} току који користи са супротним симетријама тако да сређују га то је + или -.

Распределенији супер је линијар \vec{H} узимање промежног стапа је уобичајено да са линијом за супер супер је у настави описано дасце руте.

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \sum_c I \Rightarrow H \cdot l = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$$

Потој је нелинеарни магнетизам: $B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r NI}{l}$

За је био нелинеарни магнетизам, израз уједно био је врло сложен, али је супер одредили B са BH карак.



$$\text{или } \frac{B}{H} \mid \mid \frac{B}{\frac{NI}{l}} \mid \mid \text{ или } B = \frac{H}{H + \text{const.}} = \\ = \frac{\frac{NI}{l}}{\frac{NI}{l} + \text{const.}} = \textcircled{B}$$

$$\Phi = \int_{S \text{ на } C} \vec{B} d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S}_{PP} = B \cdot S \cdot \cos \alpha(\vec{B}, \vec{S}) = B \cdot S$$

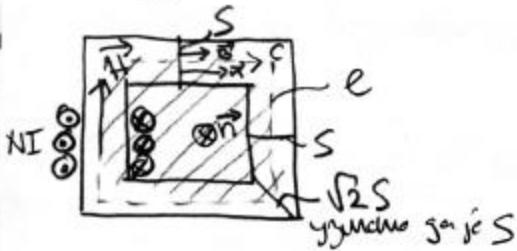
је је B облик
указује

посредни
пројекцији

уђује је узимање
да је $\Phi(\vec{B}, \vec{S}) = \Phi$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu_r NIS}{l}$$

За други облик Мол. Конац посредни пројекције је



$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \sum_c I$$

$$Hl = NI$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu_r NIS}{l}$$

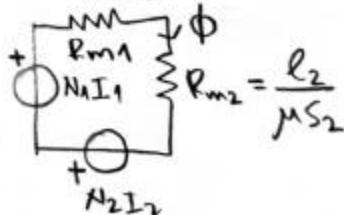
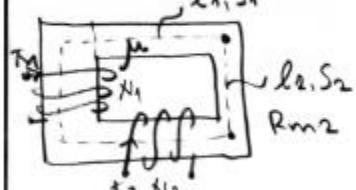
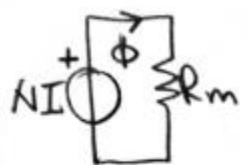
$$\phi = \frac{MNIS}{l} \quad \text{се може најавити у облику } \phi = \frac{NI}{R_m}$$

$$R_m = \frac{l}{\mu S} \quad \text{моделска омега (РЕЗУКТАНСА)}$$

$$U_m = \int_L H dl = H \cdot l \quad \text{моделски закон}$$

$$U_m = NI \quad NI \equiv \phi \quad \equiv \phi NI$$

Ово је об. коро



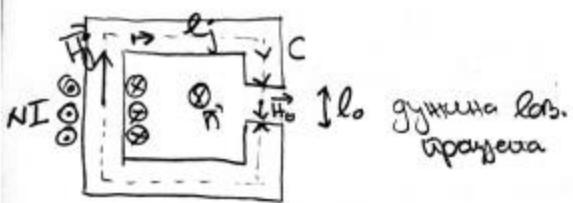
За нелинеарне материјале се мора дати је облик нелинеарности магн.

Уједно се мора да се дати за H и B нелинеарни дужински закон ϕ и B нелинеарни односници S да се добија $\phi = BS$. Уједно се добије R_m - нелинеар.

$$H \cdot l = U_m$$

$$\phi = \frac{N_1 I_1 + N_2 I_2}{R_{m1} + R_{m2}}$$

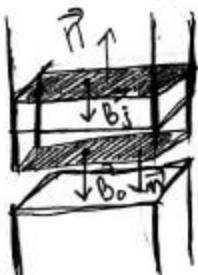
Tipočka moč. rona ca lansgjutum urodevenam



Zbudec ay moč. kapak. Jezera m lansgjutxa ca ay glječe spose a somun vam m ofu seba H:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \frac{I}{\mu_0}$$

$$H_j l_j + H_o l_o = NI$$



$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \phi$$

$$-B_j S_j + B_o S_o = \phi \Rightarrow B_j = B_o$$

zamenjujemo posamezno in je $S_o = S$

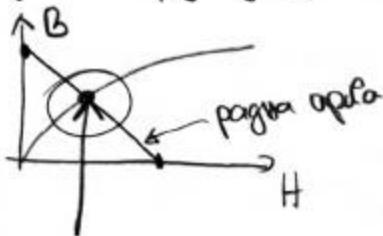
$$H_j l_j + H_o l_o = H_j l_j + \frac{B_o}{\mu_0} l_o = NI$$

aro je magnetizacija jesupa nult. m xamovet vred. $B_j = \mu \cdot H_j$

$$\frac{B_j}{\mu} l_j + \frac{B_o}{\mu_0} l_o = B_j \left(\frac{l_j}{\mu} + \frac{l_o}{\mu_0} \right) = NI \Rightarrow B_j = B_o = B$$

$$\Rightarrow H = \frac{B}{\mu} \quad \text{m} \quad H_o = \frac{B}{\mu_0} \quad \boxed{\phi = B \cdot S}$$

ako je magnetični tok u polju konstantan



$$H_j \cdot l_j + H_{o,0} = NI$$

$$H_j l_j + \frac{B_0}{\mu_0} l_0 = NI$$

RAĐENA PRAVA MAG. KONA

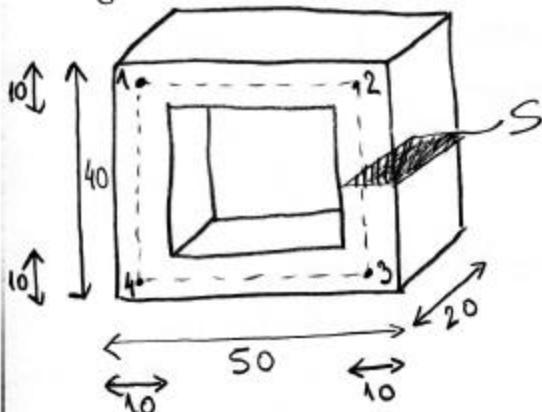
$$\left. \begin{aligned} H_j &= \phi \Rightarrow B_j = B_0 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{l} \\ B_0 &= \phi \Rightarrow H_j = \frac{NI}{l_j} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Pagina vredna je srednjek
pagine opšte u BH ravnini.

Pričinjene sekvencije gde je jednostavno (pagina opšta u BH) jednostavna
agnjevskost (B_j i H_j) je pagina vredna: H_j i B_j
nije vredna u pogledu pretpredstava.

Uspostavlja se da je vrednost kona gornje na vrhu, dolje
gornje se ogleduje na dnu kona:

de y mm



$$l = \overline{12} + \overline{23} + \overline{34} + \overline{41}$$

$$= (50 - 5 - 5) + (40 - 5 - 5) + (50 - 5 - 5) + (40 - 5 - 5)$$

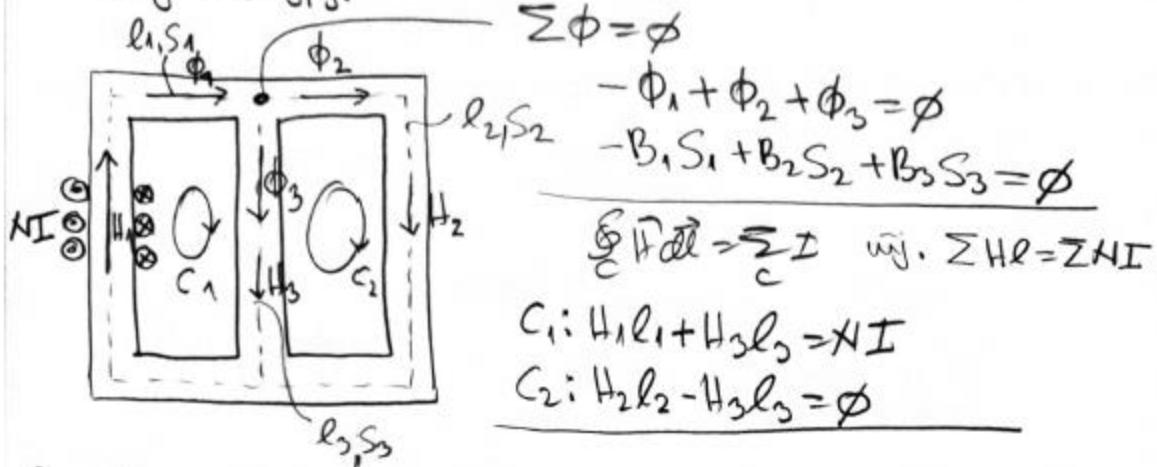
ogibajuće oznake

$$l = 140 \text{ mm}$$

$$S = (20 \text{ mm}) \cdot (10 \text{ mm}) = 200 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

Споменка мот. конца

Ког споменетих мот. кона већином бранише ве савији и леки драг конкурга. Највећима бранома се пружају
закон о ограниченој мот. фугаса а уочијући Амперов закон
за драг конкургу.



Још једнојејствене су грешке са ВИ карактеристике

$$B_1 \leftrightarrow H_1 \quad B_2 \leftrightarrow H_2 \quad B_3 \leftrightarrow H_3$$

Нпр. мот. машинајен стереодеснијак је

$$\left. \begin{array}{l} -B_1 S_1 + B_2 S_2 + B_3 S_3 = \emptyset \\ \frac{B_1}{\mu} l_1 + \frac{B_3}{\mu} l_3 = NI \\ \frac{B_2}{\mu} l_2 - \frac{B_3}{\mu} l_3 = \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow B_1, B_2 \text{ и } B_3$$

За ненитесурски мот. машинајен стереојеј ће бити

58. Promjenljivo električno i magnetsko polje.
59. Vektor jačine indukovanog električnog polja.
60. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Lencovo pravilo. Statička indukcija sa primjerom.
61. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Lencovo pravilo. Dinamička indukcija sa primjerom.
62. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Lencovo pravilo. Mješovita indukcija sa primjerom.

Rješenje:

ЈЕДНАЧИНЕ СТАНИХ МАГНЕТСКИХ ПОВА

Основне интегралне једначине стационарног магнетизма су

- Закон конзервације (ограничена) маг. флујуса

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \phi$$

- Универзитетски Амперов закон

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{\text{Snac}} I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- Константитутивна једначина

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H})$$

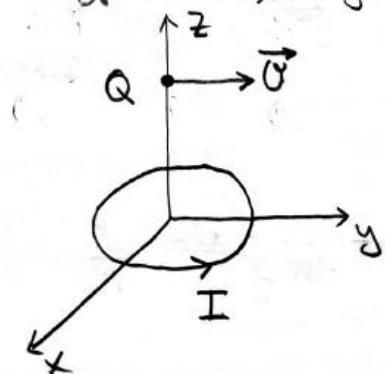
У случајима стационарних маг. пова вектори се ог ограниче (загађује) посебним начином.

ПРОМЈЕНЉИВО ЕЛЕКТРИЧНО И МАГ. ПОЛЕ

Основна лемнита која описује састављене ен. саве је лекарп јасној ен. труја (\vec{E}) и дефинисан је неко ен. сав $\vec{F}_c = Q \vec{E}$ на некија-која наје наје у чим саву.

Основа лемнита која описује састављене мот. саве је лекарп мот. штудираје (\vec{B}), дефинисан неко мот. сав $\vec{F}_m = Q \vec{\alpha} \times \vec{B}$ која дјелује на наје. Q које се креће друштвом $\vec{\alpha}$ у односу

на вектор брдешког const. (али у овакој ситуацији нехомоген) мот. сава штудираје \vec{B} . Нека је нају вектор мот. сава вредна струјна комада, која чимо је аријадно на спну.



За нехомогенитат посматра, на наје. Q дјелује мот. сава облика

$$\vec{F}_m = Q \vec{\alpha} \times \vec{B}$$

виј. посматрач може да аријади састављене (брдески неравнотивни) али нехомогено мот. саве.

Ако аријадимо да се посматрач креће на вектор наје да штудираје у односу наје да штудираје, он ће видети да дефинисаје да се мот. саве штудираје у времену и да на векторјаку наје даје облика $\vec{F}_c = Q \vec{E}$, али ће видети да аријадимо да се у ен. саве штудираје у времену. даје, већи захтјевиће даје да се наје у временом друштву имаје и мот. саву.

Будући да је $\vec{F}_m = Q \vec{\alpha} \times \vec{B}$ и $\vec{F}_c = Q \vec{E}$ једнаје лемнита која описује временом друштвено ен. саве $\vec{E} = \vec{\alpha} \times \vec{B}$

Веома важан захтјев је да се доказа: ако се јошма аријади у нехомогеној комади у односу на посматрача) штудираје у времену, у тојмени комади посматрају нехомогену временом друштвено мот. и ен. саве.

ВРЕМЕНСКИ ПРОМЈЕНЉИВО МАГ. ПОЛЕ је увијек ПРАВИО ВРЕМЕНСКИ ПРОМЈЕНЉИВИ ЕЛ. ПОЛЕМ.

ВЕКТОР ЈАЧИНЕ ИНДУКОВАНОГ ЕЛ. ПОВА

Дакле, ел. и маг. кор. извором увјеже отиснати у односу на неки векторни (вр. координатни систем). Енергетски кор. има сфа узрокника:

- Недокривна ел. струја (снага је енергетски)
- Енергетске струје које се покрећу у времену.

Сигулано да је снага која дјели континуалне ел. тока слична резултантној коришћеној, можеју наше особите, сен остале особите да најави. Честито, у ел. кор. снага је уједно сума објекта $\vec{F} = Q\vec{E}$.

Јачина уградити ел. тока у некој јединици акоју је јединица је збир јединице и утицајне континуалне струје ток.

$$\vec{F} = Q\vec{E} = Q(\vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind})$$

STATICKA KOMPA.

ИНДУКОВАНА КОМП.

$$\vec{E}_{ind} = \vec{\Omega} \times \vec{B}$$

ЈАЧИНА ИНДУКОВАНОГ ЕЛ. ПОВА У СЛЧУЈУ ДА СЕ ПОСМАТРАЧ КРЕЋЕ БРОЗИНОМ $\vec{\Omega}$ У ОДНОСУ НА ИЗВОР МАГ. ПОВА

Енергетничко је одредено да јачина индукованог тока промијени снаге у некој креацији \vec{E}_{ind} дјелујући на постикану приложницу

$$d\vec{E}_{ind} = - \frac{M_0}{4\pi} \frac{di(t)}{dt} \frac{dl}{r} \quad \text{огледно } \vec{E}_{ind} = - \frac{M_0}{4\pi} \int_c \frac{di(t)}{dt} \frac{dl}{r}$$

Снага је енергетски дјелује са успором у некој јединици акоју је јединица утицај. ел. кор. $d\vec{E}_{ind}$ које је скрапано дјелује са успором једнаким као и уједињеном снагом di/dt .

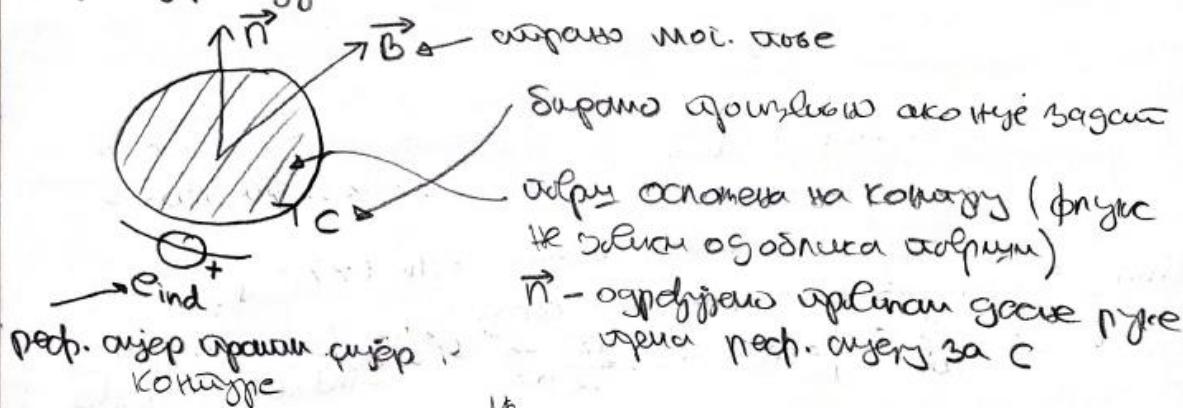
Једна од најважнијих особина међудавног ен. тока јесте да је нинијеси
штицајан. Енд дуж заштите контура, усвајају спују, разните
чиме ог химе. Пто знати да се у архитектури контури који се нису у
контакту са једним и другим ен. током. Нинијеси штицајан Енд дуж
штицајне контуре се највећа међудавна енергетичка сила.

ФАРАДЕЈЕВ ЗАКОН ЕЛЕКТРОМАГНЕТСКЕ ИНДУКЦИЈЕ

Енергетичка међудавна индукција је највећа међудавна ems у архитектури
контура ако се тај контур налази у изразитој мот. тачки
или ако се контура креће (згроњује) у мот. тачки:

$$E_{\text{ind}}(t) = - \frac{d\phi}{dt} \quad \text{ФАРАДЕЈЕВ ЗАКОН ЕЛ. МАГ. ИНДУКЦИЈЕ}$$

Ако чиме је ϕ мот. флујус кроз током основата на тај контур.
Оригинална контура згроњује изворну на тују током или у
прач. сијер. међудаве ен. мот. симе.



Ако се мот. флујус увећа, супаран сијер инд. ems је супаран
прач. сијеру контури јер је $-\frac{d\phi}{dt} < 0$.

Ако се мот. флујус смањи, супаран сијер инд. ems се поклапа
са прац. сијером контури јер је $-\frac{d\phi}{dt} > 0$.

Прач. сијер контуре у контури се изгубљују са прац. сијером контури.
Пла сијера супаран доје мот. тачке таји флујус чиме да контура
изгуби мот. флујус који је уврштене ен. мот. међудаву. Ово
правило је познато ЛЕНЦОВО ПРАВИЛО.

Zarne, gazu gase go sn. msc. uteguje u utegustine ems
Mora se mijenja polje kroz konturu, a vas se može osudj-
 štan na kapi činjenica: $\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \cdot \cos(\vec{B}, \vec{dS})$

- Kontura mijenja se msc. ovo se mijenja (STATIČKA MUDJUĆINA)
 Nap. neokrenuta kontura je msc. aby se prelazi sa prelazi
 prelazivanim stepenom $i(t)$

$$B(t) = \frac{M_0 \cdot i(t)}{2\pi r}$$

$$\phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{M_0 \cdot i(t)}{2\pi} b \ln \frac{a+r}{r}$$

$$E_{\text{ind}}(t) = - \frac{d\phi}{dt} = - \left(\frac{M_0 b}{2\pi} \ln \frac{a+r}{r} \right) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Manim crkvama ostvaramo da je se mijenja u vremenu tko se male
 vremena u ems Eind saglasno i.
 Ako je dobitna sredstva konture R, otvara se množe uteg-
 cijep konture:

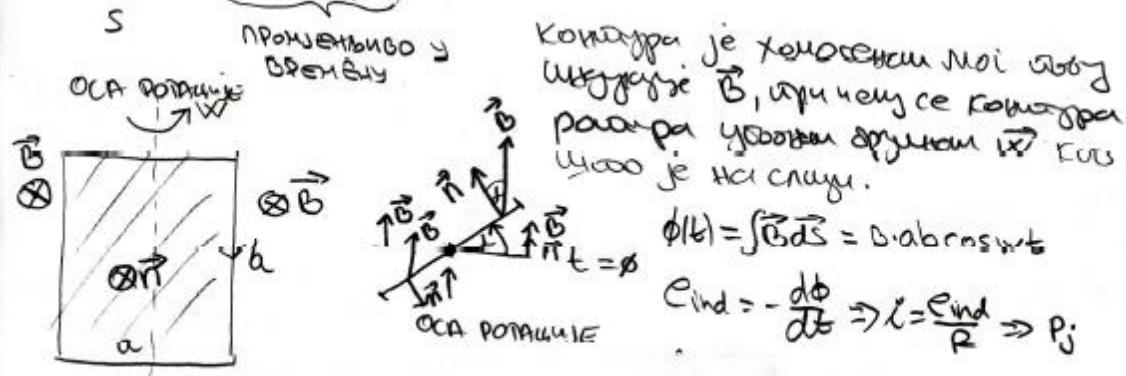
$$i_{\text{KONTURE}} = \frac{E_{\text{ind}}}{R} \Rightarrow \text{Novi rezultat } P_j(t) = R i_{\text{KONTURE}}^2$$

Utegustina ems cuna vremenske uteguje je

$$E_{\text{ind st}} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \quad E_{\text{ind st}} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

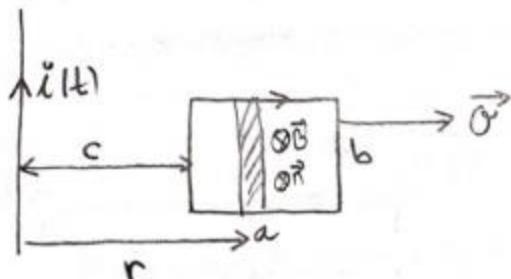
- Kontura se kreće u smu gibanja (ugradjanja potencijala)
 u stalnom msc. obuj (B = const.) uj. DINAMICKA MUDJUĆINA

$$\phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \cos(\vec{B}, \vec{dS})$$



Utg. ova cuna guta uteguje je $E_{\text{ind din}} = \phi(\vec{B} \times \vec{v}) dt$

- Контурът се кръже чрез дадорнище (зглобув на елементарна) у вращен спирален начин (многовита или спирала извивката)



$$\Phi(t) = \int_B dS \cdot \cos\phi (\vec{B}, \vec{n})$$

$$B(t) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r}$$

$$r = C + \alpha \cdot t$$

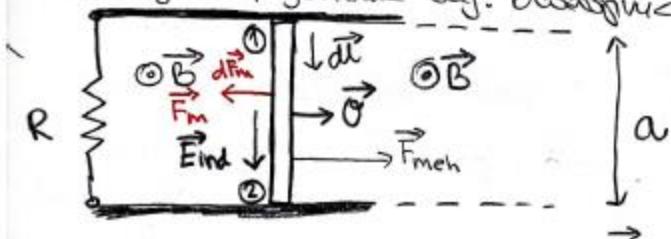
$$dS = b \cdot dr$$

...

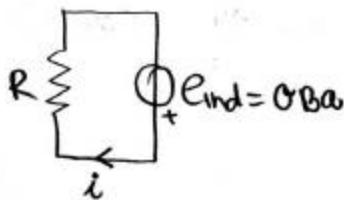
Многовита га ни је учителю съветвало, да изложка ми спомняла изгражда външног редището вращава контурът у зглобув на елементарна.

ПРИМЈЕР: Генератор вртечког const. ems који користи тежбу
ен. мас. изгубљује.

Проб аргонтик може да кличи без кретања и магнета глаја на царемента
штапоглава који су на растојању a . Чиме сисачи се покрећу у ходу.
Мас. мас. изгубљује \vec{B} , као што је приказано на слици. На једном
крају је сисачник чвр. Овај ће сисачник имати сопственим R .



Нека се обј. дејствијамо Mex. симе F_{meh} аргонтик креће дужином \vec{a} .
Потомо се аргонтик креће у мас. масу горњом до шт. ен. чврса
 $E_{ind} = \vec{\Omega} \times \vec{B}$ која је на слици. Потомо је $E_{ind} = \vec{\Omega} \cdot \vec{B}$ шт. ems
у аргонтику који се креће је $E_{ind} = \int \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = \vec{\Omega} \cdot \vec{B} = E_{ind}(t)$ је аргон-
тик убрзајући сисач који се гаше 'сама' F_{meh} . Ен. чврса је



$$\lambda(t) = \frac{\Omega(t) \cdot B \cdot a}{R} \quad \text{која је јача у мас. симу}$$

$$dF_m = I dl \times \vec{B} \Rightarrow F_m = I a B$$

која оптичко поврати аргонтик Mex. симу.

Wojegnholten Moc. u Mex. cme (zavaračujući sejne) upologne
Hodovačka ga se kreće $\Theta = \text{const.}$ vij.

$$E_{\text{ind}} = \Theta B a = \text{const.} \Rightarrow i = \frac{\Theta B a}{R} = I = \text{const.} \Rightarrow F_m = \text{const.}$$

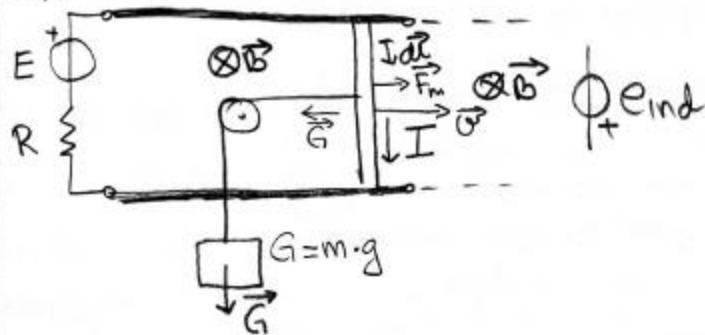
Brojna u uslovima ovakvog se godištu na osnovu zakona
održavanja parna u elektricke vij.

$$P_{\text{mek}} = \vec{F}_{\text{mek}} \cdot \vec{\Theta} = P_j = \frac{E_{\text{ind}}^2}{R} = \frac{(\Theta B a)^2}{R} \Rightarrow \Theta = \frac{F_{\text{mek}} \cdot R}{(a B)^2}$$

Utg. ems i akc. ovakvog je prenositi u drugačiju

$$E_{\text{ind}} = \Theta B a = \frac{F_{\text{mek}} \cdot R}{a B}$$

PRIMJER: Linearni motor (Brojni koncepti o. elektricke vij
godištu oblik, nap. mehaničku energiju za pogodbene vrednosti vrednosti
 G)

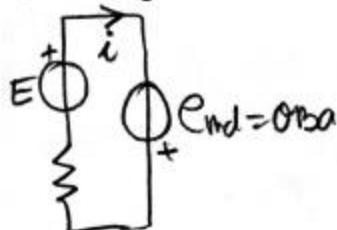


Ako je upologne u akciju mirisava (nap. usmjeri Mex. količine) kroz
kteru će upotrijebiti slijedi još

$$I = \frac{E}{R}$$

ukako ga se jedva Moc. cina F_m sijepa koo na snagu. Međutim može se
je $F_m = I a B$

Ostajućim razlogom razlog je se krećenjem brojčanom Θ vrednost
ga je jedva $E_{\text{ind}} = \Theta \times B$ odnosno $E_{\text{ind}} = \Theta B a$ ita je e.g. rano



$$i = \frac{E - E_{\text{ind}}}{R} = \frac{E - \Theta B a}{R}$$

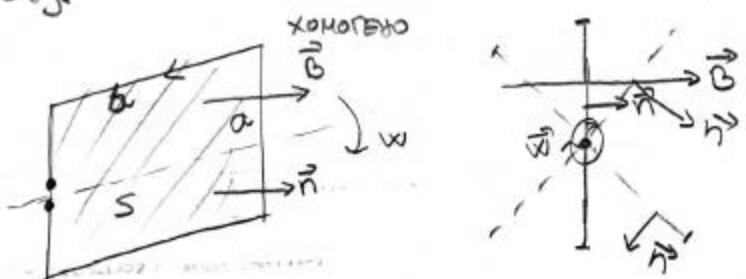
Употребљавају се и други начини $F_m = Iab = G$ стављају са је
Сврха крећућа који се покреће чарчи ω const.

$$G = Iab \Rightarrow I = \frac{G}{ab} = \frac{E - Rba}{R}$$

$$\text{Или. } \omega = \frac{E - RI}{ab} = \frac{E - \frac{RG}{ab}}{ab}$$

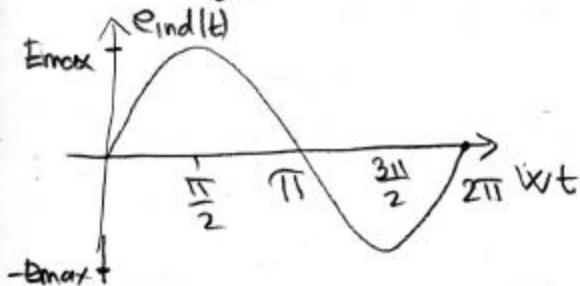
$$\boxed{\omega = \frac{E - \frac{RG}{ab}}{ab}}$$

ПРИМЈЕР: обртни сензорни (анемометар) одредјујује
шаг. вимс који се налази у близини до фиксираног нивоа
закону.



$$\phi(t) = \int \vec{B} d\vec{S} = \int_B ds \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n}) = Bab \cos \omega t$$

$$e_{\text{ind}}(t) = -\frac{d\phi}{dt} = \omega Ba \sin \omega t = E_{\text{max}} \cdot \sin \omega t$$



Електромотивна снага изразљава се квадратом фундаменталне величине ен. енергије које се назива фиксираном напоном.

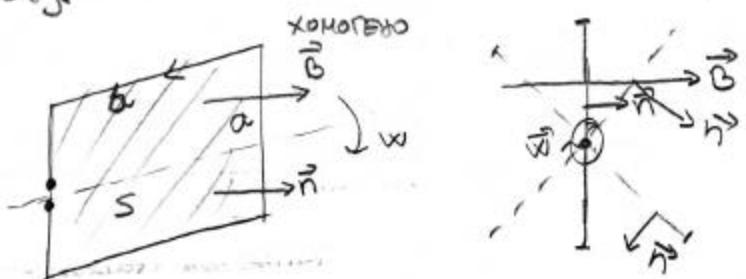
Употребљавају се и други начини $F_m = Iab = G$ стављају са је
Сврха крећућа који се покреће са сталним константама.

$$G = Iab \Rightarrow I = \frac{G}{ab} = \frac{E - Rba}{R}$$

$$\text{Или. } \Omega = \frac{E - RI}{ab} = \frac{E - \frac{RG}{ab}}{ab}$$

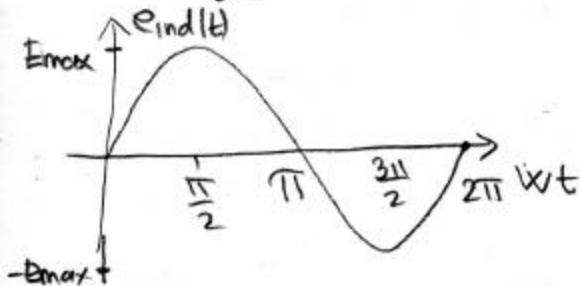
$$\boxed{\Omega = \frac{E - \frac{RG}{ab}}{ab}}$$

ПРИМЈЕР: обртни сензорни (анемометар) одредјујује
шаг. вимс који се налази у близини до фиксираног магнета
закону.



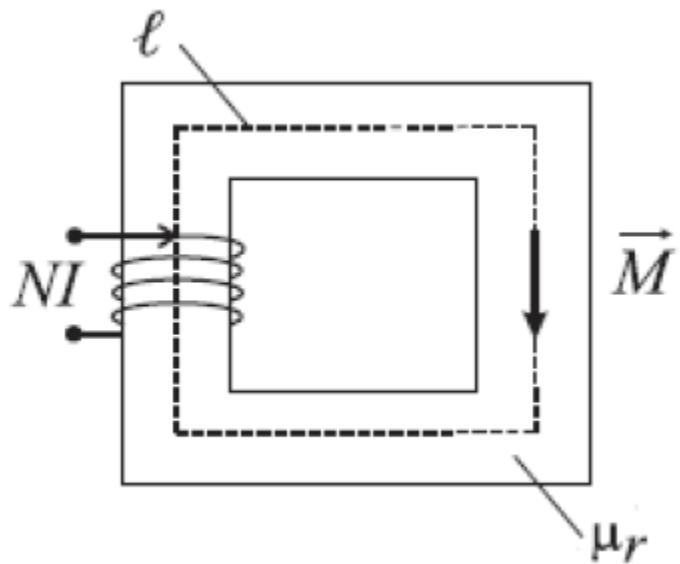
$$\phi(t) = \int \vec{B} d\vec{S} = \int_B ds \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n}) = Bab \cos wt$$

$$e_{\text{ind}}(t) = -\frac{d\phi}{dt} = w Ba \sin wt = E_{\text{max}} \cdot \sin wt$$



Електромотивна снага која омогућава функционисање ламе
постоји увек увек да је највећа фиксираног магнета.

57. U tankom magnetskom kolu, dužine srednje linije $l = 10$ cm intenzitet vektora magnetizacije iznosi $M = 100$ kA/m. Jezgro je načinjeno od feromagnetskog materijala relativne permeabilnosti $\mu_r = 101$. Odrediti magnetomotornu silu (NI) koja je izvršila magnetizaciju jezgra na zadatu vrednost.

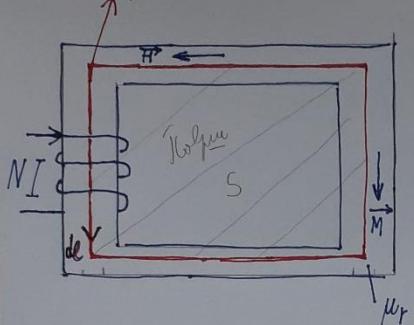


Rješenje:

$$NI = ?$$

Дужина струје дужија једнако је l јер у суштини се

ради о пасивном торусу за који се
изложио магнетар - феромагнети-
чкој материјали.



Уочавамо да је пол захвата, али не смо обухватили висинскију

$$NI :$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

Са C

$$Hl = NI$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M$$

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

$$H = \mu_r H - M$$

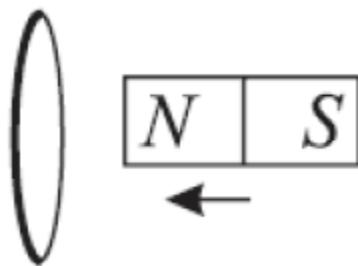
$$M = H(\mu_r - 1)$$

$$\frac{M}{\mu_r - 1} l = NI$$

$$\frac{100 \cdot 10^3 \left[\frac{A}{m} \right] \cdot 10 \cdot 10^{-2} [m]}{101 - 1} = NI$$

$$NI = 100 [A]$$

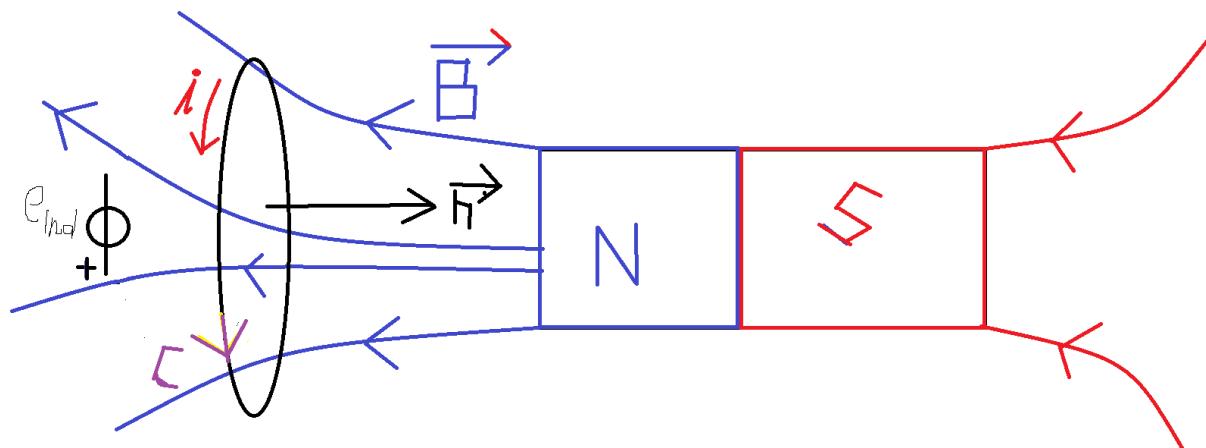
63. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Odrediti smer struje indukovane u provodnoj kružnoj konturi koja se nalazi u blizini stalnog magneta, kao što je prikazano na slici. Magnet se primiče konturi. Ukratko objasniti odgovor.



Rješenje:

Elektromagnetska indukcija je pojava indukovane elektromotorne sile u provodnoj konturi kada se ta kontura nalazi u vremenski promjenjivom magnetskom polju ili kada se ta kontura kreće(deformiše) u stacionarnom magnetskom polju,

$e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}$ je Faradejev zakon elektromagnetske indukcije, pri čemu je Φ – magnetski fluks kroz zamišljenu površ naslonjenu na provodnu konturu. Izvor magnetskog polja se kreće prema našoj konturi (nekom brzinom različitom od nule) što znači da se mijenja fluks kroz konturu, a posmatrana kontura je provodno što znači da dolazi do pojave indukovane elektromotorne sile e_{ind} i vremenski promjenjive indukovane struje i koje protiču kroz konturu. **Konturu orjentišemo pravilom desne ruke, prsti određuju referentni smjer e_{ind} , C i i dok palac desne ruke površi naslonjenoj na kontru pridružuje vektor \vec{n} .**

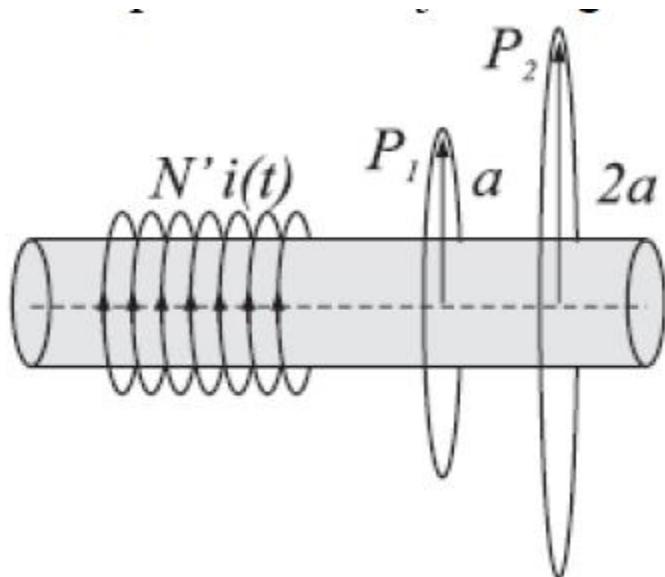


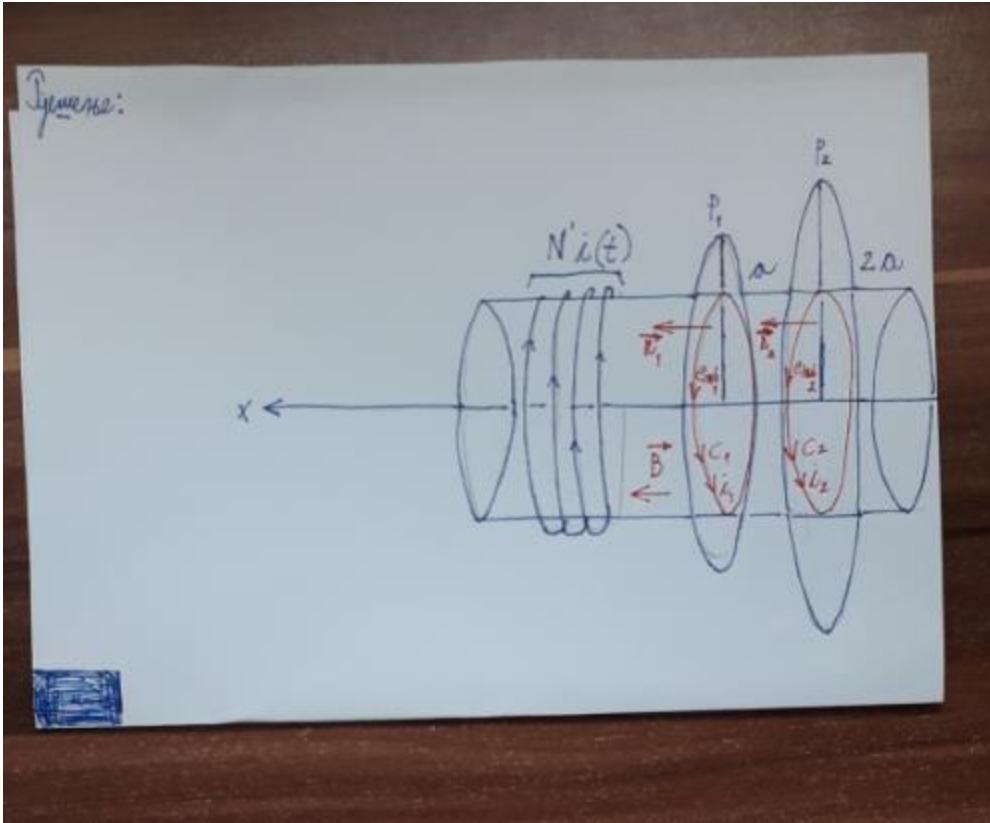
$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = BdS \cos<(\vec{B}, \vec{n}) = -Bds$ / < 0 što znači da se stvarni smjer e_{ind} i struje *i* poklapa sa orijentacijom konture što je u skladu sa Lencovim pravilom.

64.

a.) Faradejev zakon elektromagnetske indukcije.

b.) U delu prostora je postavljen veoma dugačak solenoid, načinjen od kartona, na kojem se nalazi N' zavojaka po dužini, kao što je prikazano na slici. U zavojcima postoji prostoperiodična struja jačine $i(t)$. Oko solenoida su postavljena dva provodna prstena P_1 i P_2 , koji obuhvataju ovaj solenoid. Prstenovi su načinjeni od materijala iste specifične otpornosti i istog su poprečnog preseka. U kom prstenu će se uspostaviti struja većeg intenziteta? Obrazložiti odgovor.





Vektor magnetske indukcije solenoida:

$$B = \frac{\mu_0 N' I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

$N' = N / b$ - podužna gustina zavojaka

Kod veoma dugačkog solenoida je $\alpha_1 = 0$, a $\alpha_2 = \pi$, pa je

$$B = \mu_0 N' I$$

Kako se $i(t)$ mijenja po vremenu, mijenja se i magnetski fluks kroz naznačene provodne konture C_1 i C_2 prikazane na slici, a to znači da kroz posmatranu konturu C_1 protiču indukovana elektromotorna sila e_{ind1} i vremenski promjenjiva indukovana električna struja i_1 , a kroz posmatranu konturu C_2 protiču indukovana elektromotorna sila e_{ind2} i vremenski promjenjiva indukovana električna struja i_2 .

Fluks vektora magnetske indukcije \vec{B} našeg solenoida kroz konture C_1 i C_2 je jednak

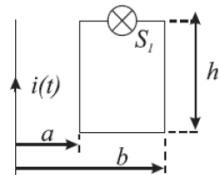
$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos<(\vec{B}, \vec{n}_1 \text{ ili } \vec{n}_2)>$ što je veće od nule pa iz Faradejevog zakona elektromagnetske indukcije $e_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$ zaključujemo da su stvarni smjerovi indukovanih elektromotornih e_{ind1} i e_{ind2} sila i indukovanih struja i_1 i i_2 suprotni od referentnih.

Prstenovi P_1 i P_2 su sačinjeni od istih materijala i imaju jednake otpornosti što znači da je $R_1 = R_2 = R$ i $i_1 = \frac{e_{ind1}}{R} = i_2 = \frac{e_{ind2}}{R}$.

65.

a.) Faradejev zakon elektromagnetske indukcije.

b.) Pravolinijski provodnik u kojem je uspostavljena prostoperiodična struja $i(t)$ i pravougaoni provodni zavojak leže u istoj ravni, u neposrednoj blizini jedan drugom, kao što je prikazano na slici. U kolo zavojska je priključena i sijalica. Objasniti ukratko razlog, zbog kojeg će sijalica da emituje svetlost. Koje veličine utiču na intenzitet emitovane svetlosti?



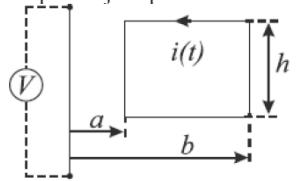
Rješenje:

U prostoru , u okolini provodnika sa vremenski promjenjivom električnom strujom postoji vremenski promjenjivo magnetsko i vremenski promjenjivo električno polje, što znači da u okolini našeg posmatranog pravolinijskog provodnika postoji vremenski promjenjivo magnetsko polje. Pravougaona provodna kontura se nalazi u tom magnetskom polju što znači da u konturi dolazi do pojave indukovane elektromotorne sile e_{ind} i indukovane električne struje $i = \frac{e_{ind}}{R - sopstvena otpornost posmatrane konture}$ pa zahvaljujući toj struci naša sijalica svijetli.

Da bi sijalica sjajala većim intenzitetom prvo treba pojačati struju u pravolinijskom provodniku, samim tim dolazi do povećanja e_{ind} što na kraju dovodi do povećanja jačine električne struje koja protiče kroz konturu.

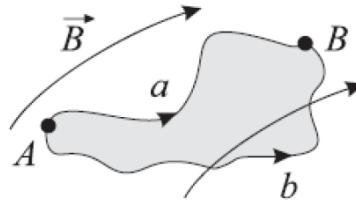
66.

Pravolinijski provodnik i pravougaoni zavojak leže u istoj ravni, u neposrednoj blizini jedan drugom, kao što je prikazano na slici. U kolu zavojka je uspostavljena prostoperiodična struja. Objasniti ukratko kako je moguće da voltmeter, koji je priključen na krajeve pravolinijskog provodnika pokazuje napon. Obrazložiti odgovor.



67.

U delu prostora, u kom postoji vremenski promjenjivo magnetsko polje, napon između tačaka A i B se razlikuje kada se računa po putanjama a i b , koje su prikazane na slici. Međutim, kada je prisutno vremenski konstantno magnetsko polje, naponi su istih vrednosti. Objasniti ukratko kako je to moguće. Obrazložiti odgovor.



Rješenje:

~~Kroz pravougaoni zavojak protiče vremenski promjenjiva električna struja što znači da u okolini pravougaonog zavojka postoji vremenski promjenjivo električno i magnetsko polje. Pravolinijski provodnik konačne dužine se nalazi u tom vremenski promjenjivom magnetskom polju koje potiče od pravougaonog zavojka. Električno polje tog pravolinijskog provodnika potiče od elektromagnetske indukcije koju proizvodi pravougaoni zavojak sa vremenski promjenjivom električnom strujom kao i nagomilavanja nanelektrisanja na krajevima posmatranog pravolinijskog provodnika. Struja u pravolinijskom provodniku je jednaka nuli jer je taj provodnik otvoren.~~

~~Vremenski promjenjivo električno polje je opisano vektorom:~~

~~$\vec{E} = \vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind}$, a kako je vektor gustine struje $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ a gustina struje je jednaka nuli to je $\vec{E} = 0$ jer je spicifična provodnost σ različita od nule.~~

~~$\vec{E}_{st} = -\vec{E}_{ind} = -(-\oint_C \frac{\mu_0}{4\mu} \frac{d\vec{l}}{r})$ što znači da je $\vec{E} = \vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind}$ različito od 0,~~

~~pa $U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$ je različito od nule, pa ako jedan kraj voltmetra stavimo u tačku A(ground), a drugi u tačku B dobćemo neko očitavanje. Konsultacije~~

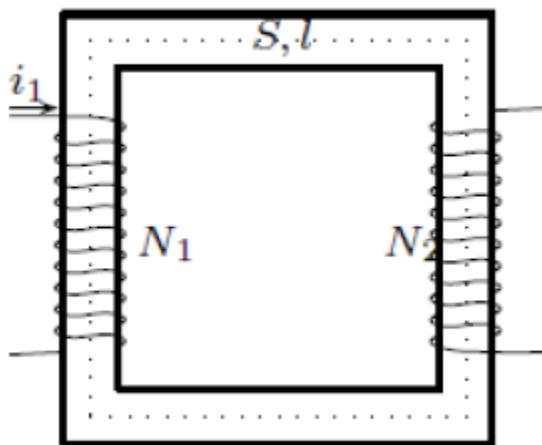
Svako vremenski promjenjivo magnetsko polje je praćeno sa vremenski promjenjivim električnim poljem. Vremenski promjenjivo električno polje je opisano vektorom: $\vec{E} = \vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind}$.

Kod vremenski promjenjivog magnetskog polja, napon zavisi od oblika putanje integracije jer je:

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = \int_A^B (\vec{E}_{st} + \vec{E}_{ind}) d\vec{l}, \text{ pri čemu je } \oint_C \vec{E}_{ind} d\vec{l} \neq 0$$

U stacionarnom magnetsko polju , napon ne zavisi od oblika putanje integracije što se dokazuje primjenom relacije $\oint_C \vec{E} d\vec{l} = 0$.

69. Na slici je prikazan poprečni presjek magnetskog kola, dužine srednje linije $l = 8\pi$ cm i površine poprečnog presjeka $S = 10$ cm². Kroz namotaj sa $N_1 = 200$ zavojaka protiče prostoperiodična struja jačine $i_1(t) = 200 \sin(200t)$ mA. Kolika će biti efektivna vrijednost indukovane elektromotorne sile na krajevima namotaja sa $N_2 = 400$ zavojaka u praznom hodu, ukoliko je jezgro sačinjeno od magnetski linearnega materijala relativne permeabilnosti $\mu_r = 20$, a rasipanje se može zanemariti?



Rješenje: Ne znam.

70. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Lencovo pravilo. Linearni motor koji koristi pojavu elektromagnetske indukcije.

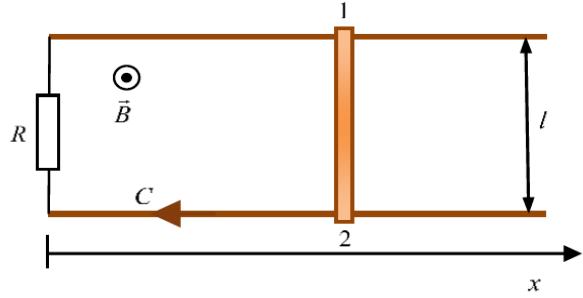
Rješenje:

LINEARNI GENERATOR

Posmatramo linearni električni generator sastavljen od dve dugačke paralelne šine i pokretnom provodno šipkom.

Sistem se nalazi u homogenom stalnom magnetno polje indukcije \vec{B} kao na slici.

Zatvorena kontura se sastoji od otpornika R , šina i šipke.



Slučaj 1. Mehanička sila ne deluje na šipku ($\vec{F}_{meh} = 0$)

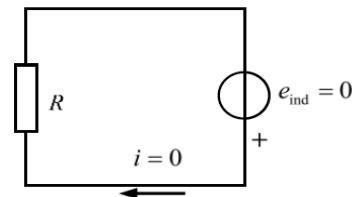
$v = 0$ (nema kretanja šipke)

$$d\Phi / dt = 0$$

$$e_{ind} = 0, \quad E_{ind} = 0$$

$$i = 0, \quad \vec{F}_m = 0$$

Električna šema



Slučaj 2. Mehanička sila $\vec{F}_{meh} \neq 0$ deluje na šipku u smeru x -ose

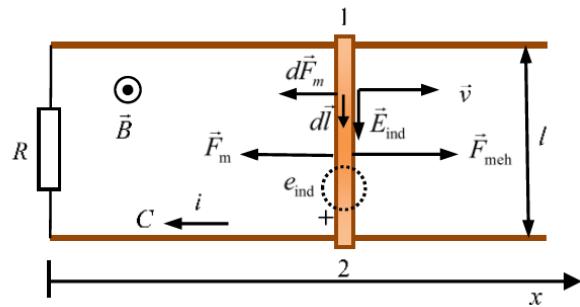
šipka se kreće u smeru x -ose brzinom \vec{v}

$$\vec{E}_{ind} = \vec{E}_{ind\ dim} = \vec{v} \times \vec{B}$$

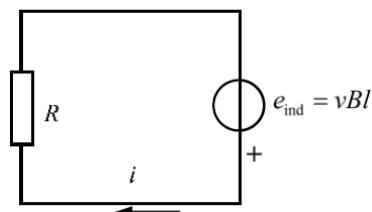
$$e_{ind} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} = \int_1^2 v B dl = v B \int_1^2 dl$$

$$[e_{ind} = vBl]$$

$$i = \frac{e_{ind}}{R} = \frac{vBl}{R}$$



Električna šema



Ako je $v = const.$ onda je

$$e_{ind} = vBl = const.$$

$$I = \frac{vBl}{R} = const.$$

Magnetna sila

$$d\vec{F}_m = (Id\vec{l}) \times \vec{B} \quad Id\vec{l} - \text{linijski strujni element}$$

Ukupna magnetna sila koja delije na šipku iznosi

$$F_m = \int_1^2 dF_m = \int_1^2 IBdl = IB \int_1^2 dl = IBl , \quad \boxed{F_m = IBl}$$

Specijalni slučaj $v = \text{const.} \Rightarrow F_m = F_{meh}$

mehanička snaga:

$$P_m = F_{meh}v = F_m v = (IBl)v = (vBl)I = e_{ind}I = e_{ind} \frac{e_{ind}}{R} = \frac{e_{ind}^2}{R} = \frac{(vBl)^2}{R}$$

$$\boxed{P_m = \frac{e_{ind}^2}{R} = \frac{(vBl)^2}{R}}$$

Mehanička snaga je jednaka snazi Džulovih gubitaka u otporniku R .

Ovakav tip generatora je težak za realizaciju.

71. Faradejev zakon elektromagnetske indukcije. Lencovo pravilo. Obrtni generator.

Rješenje:

OBRTNI GENERATOR

Pravougaonu provodnu konturu rotira oko ose ugaonom brzinom $\omega = \text{Const.}$

Kontura se nalazi u magnetnom polju $\vec{B} = \text{const}$ koje je normalno na osu rotacije.

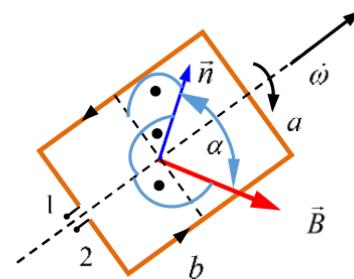
Pri rotaciji konture, ugao $\alpha = \angle(\vec{n}, \vec{B})$ linearne se menja sa

vremenom: $\alpha(t) = \omega t + \alpha_0$.

Magnetski fluks kroz površinu konture iznosi

$$\Phi(t) = BS \cos \alpha = Bab \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$\Phi(t) = Bab \cos(\omega t + \alpha_0)$$

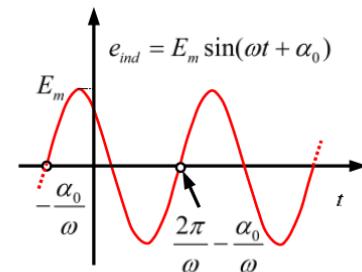


Indukovana ems u konturi iznosi:

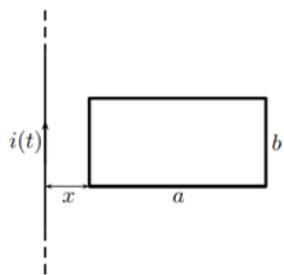
$$e_{\text{ind}}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega Bab \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$e_{\text{ind}}(t) = E_m \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$e_{\text{ind}}(t)$ je prostoperiodična funkcija vremena.



72. Kroz veoma dugačak pravolinijski provodnik je uspostavljena prostoperiodična struja čiji je analitički izraz $i(t) = 2 \cos(\omega t + \pi/3)$, gdje je $\omega = 1$ krad/s. Na udaljenosti $x = 2$ cm od provodnika se nalazi pravougaona kontura stranica $a = 5$ cm i $b = 3$ cm, kao što je prikazano na slici. Izračunati indukovani elektromotornu silu u toj konturi.



Rješenje:

Приемка

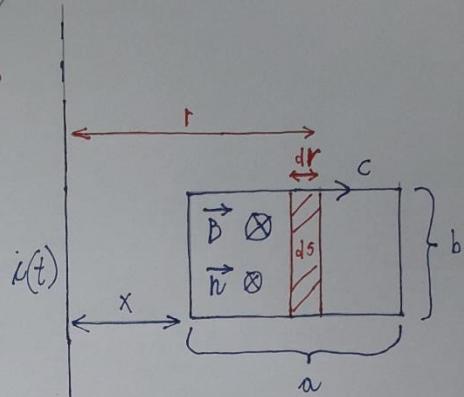
$$\int_C \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{\text{струи}} I$$

Итоговому выражению придается величина $|\vec{B}|$.

$$B = |\vec{B}| = \frac{\mu_0 i(t)}{2r\pi}$$

$$d\phi = \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i(t) b dr}{2r\pi}$$

$$\begin{aligned} r &= x+a \\ \phi &= \int_{x-a}^{x+a} d\phi = \end{aligned}$$



Вычисление

$$\int_x^{x+a} \frac{\mu_0 i(t) b}{2\pi r} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

$$e_{\text{инд}} = - \frac{d\phi}{dt} = - \left[\frac{-\mu_0 b \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \omega}{\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \right] =$$

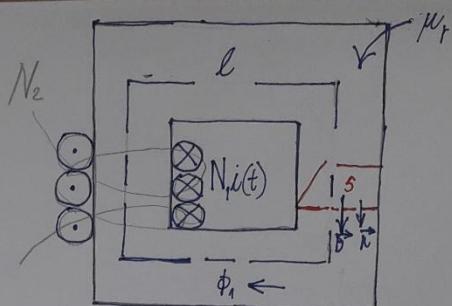
$$\frac{\mu_0 \omega b \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}{\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

73. Na tanko torusno jezgro, srednje dužine l i površine poprečnog presjeka S , namotano je ukupno N_1 zavojaka žice, kroz koju je propuštena struja jačine $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t)$. Torusno jezgro je načinjeno od feromagnetskog materijala relativne permeabilnosti μ_r . Preko prvog namotaja je namotano N_2 zavojaka žice, čiji su krajevi u praznom hodu. Izraziti koliko iznosi razlika potencijala na krajevima drugog namotaja.

Tijekom:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum_{\text{src}} I_k$$

$$Hl = N_i i(t)$$



Motičnomu masearom materijal može je:

$$B = \mu_0 \mu_r H = \frac{\mu_0 \mu_r N_i(t)}{l}$$

$$\Phi_1 = B S = \frac{\mu_0 \mu_r N_i(t) S}{l}$$

Ugubio se flux kroz stotinu sa N_2 zalijska je $\Phi_2 = N_2 \Phi_1$

na prema faradajevom zakonu an Mat. mog. je

$$C_{\text{ind}} = \frac{-d\phi}{dt} = \frac{-\mu_0 \mu_r S N_1 N_2}{l} \frac{d(\sqrt{2} I \cos(\omega t))}{dt} = \mu_0 \mu_r S N_1 N_2 \sqrt{2} \omega \sin(\omega t) / l$$

$$= \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 S I}{l} \sqrt{2} \sin(\omega t) \omega$$

Energija u gresnici
eind

$$U_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 S I}{l}$$

74. Pojam sopstvene induktivnosti usamljene provodne konture.

75. Odrediti induktivnost tankog torusnog jezgra na kom se nalazi namotaj sa N zavojaka. Karakteristike jezgra su: magnetska permeabilnost μ , dužina srednje linije / i površina poprečnog presjeka S .

Rješenje:

ИНДУКТИВНОСТИ

- СОПСТВЕНА ИНДУКТИВНОСТ

Ako u apotocnoj konturi stvori se vremenski promjenjiva struja, u prostoru ova se stvara vremenski promjenjivo električno polje, koji poveća struju do zatvorenoj liniji nula. Budući da se u konturi Hanaša u tom slučaju, i u tom konturu donosi do em. moj. indukcija. Ova struja se naziva self-indukcija.

Ako se kontura Hanša u potpunosti sastoji (npr. feromagnetični ili u mnoštvu posmatrači) da imaju npr. karakter (npr. gospodarski metali M_r) i ako kroz ju prolazi struja i , tada struja moj. polje oslanja se na srednje vremenskoj polju struje B , koju je za potpuno srednje vremenskoj polju struje

$$\vec{B} = K \cdot i \rightarrow \oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

\vec{B} je polje smjer, i konstantna struja. I je snaga struje koja stvara \vec{B} . Promjenjivo polje je potrebno da se moj. ems.

Polje struje \vec{B} kroz konturu C Hanaša se sastavlja s poljem (ϕ)

$$\phi = \int \vec{B} d\vec{s} \Rightarrow \phi = K \cdot i$$

\vec{B} je polje smjer, i konstantna struja.

Фактор пропорционалности састављен је флука и струје
Напуна се саставља и низујећи:

$$\frac{\phi}{I} = L = \frac{\phi(x)}{x} [H] \neq f(x)$$

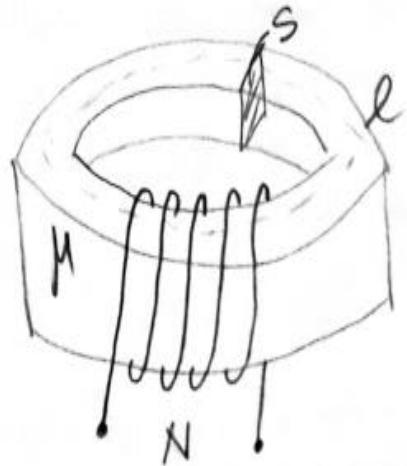
хенри

За паралелне пречнике, штедљиви
нисе функција јачине струје у
којима
састављена и низујећи је убеж дајује.

Основни проблем који се јавља приликом одређивања састављене
штедљивости је постоеће лексика \rightarrow у чувању енергета
који је коришћена наоружана (примери Амперов закон) али и
околном простору. У тој резултату, можемо разликовати
чувању и ванесу саопштујући (могче и терни
штедљивост).

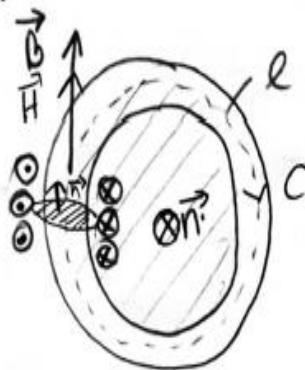
Проблем одређивања чувању је штедљивост који се поједно
сматра чувањем мот. енергије сачињено је чвад и оптимизован.

ПРИМЈЕР: Пирамидно мјоруско језро на који наложију се N услоја. Језро је напunjeno od нула. Мјорусна вредност μ .



Сујер и јачина струје у напољу ће
најпре бити већа јер ће бити
напонгивачи реч. Сујера унутар
јачине струје бити $\phi > 0$ и остало
 $\phi = \frac{l}{\mu} \cdot I$ па ће $L = \frac{\phi}{I}$ бити већи
ниже и већи је од јакине струје.

Погрешни израхун је да се струја I унутар
цилиндра сматра да оствари постоећи
нормални струјни ток.



Собакашки флујус кроз један слој је
 $\phi^{(1)} = \int \vec{B} d\vec{s} = \int B ds$
Сада за св.

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum C I \Rightarrow H \cdot l = NI \Rightarrow B = \frac{NI}{l}$$

$$\phi^{(1)} = \frac{MNIS}{l}$$

Физик Енгел Адамов се признава като отец на квантовата механика.

$$\phi = N \cdot \phi^{(1)} = \frac{MN^2IS}{e}$$

Он је употребљавао симболију $L = \frac{\phi}{T} = \frac{MN^2S}{\rho}$

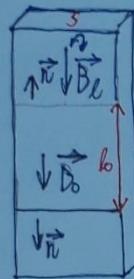
На остатку $L = \frac{MN^2S}{l}$ за квадратни Адомитов сечине, можемо заклучујам да се употреби $R = \frac{l}{4}$ за поште пружајемоју променетам друја влога $\frac{M}{S}$. Употребетам геометријских израза језера (гумите спрече нуше l и/или објектот S).

76. Tanak torus od feromagnetskog materijala, relativne permeabilnosti $\mu_r = 100$ ima uzan vazdušni procjep dužine $l_0 = 0.1$ mm. Dužina srednje linije unutar feromagnetskog materijala iznosi $l = 100$ mm, a površina poprečnog presjeka je $S = 50/\pi$ mm². Na torusu se ravnomjerno i gusto namotano $N = 500$ zavojaka žice. Ukoliko se može zanemariti rasipanje magnetskog fluksa, kolika je sopstvena induktivnost namotaja?

Справка:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \vec{I}$$

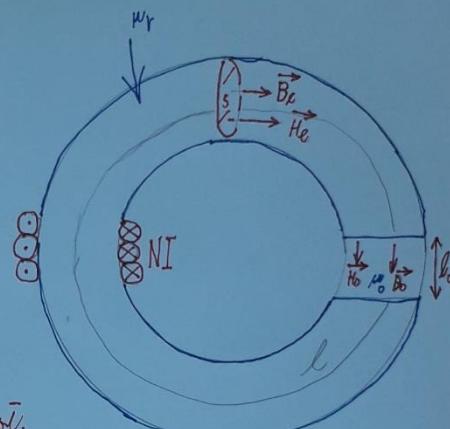
$$Hl + H_0 l_0 = NI \quad (1)$$



$$\oint \vec{B} d\vec{s} = 0$$

$$-B_L S + B_0 S = 0$$

Ур. застварају још
постављање, па јесам:



$$B_L = B_0 = B$$

Помимо је посматрано једно ограничење од магнетарног феромаг-
тичког материјала, које реализује:

$$B_0 = \mu_0 H_0 \rightarrow H_0 = \frac{B}{\mu_0}$$

$$B_L = \mu_0 \mu_r H_L \rightarrow H_L = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$$

$$B = \frac{NI}{\frac{l}{\mu_0 \mu_r} + \frac{l}{\mu_0}}$$

$$\phi = NBS$$

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{N^2 S}{l/\mu_0 \mu_r + l_0/\mu_0}$$

Износ у (1)

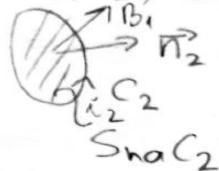
Укупни фуњак:

77. Pojam međusobne induktivnosti dvije provodne konture.

Rješenje:

MEĐUSOBNA INDUKTIVNOST

Ako se ustanovačna stranica u poljoprivrednoj konturi sa strujom i_1 i strujom I_1 , u kojoj okrenuti ne ustanovljuje moć. mreže.



Orijentacija C_2 odnosi
mjeri struje u konturi

U prstenu u kojem stoji B_1 može se uvođenjem veka gusa kontura (C_2) mjeriti da kroz tu površinu prolazi fluxus kontura moći mijenjače B_1 koji dolaze od struje u prstenu konturi (i_1):

$$\Phi_{21} = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{s}$$

\uparrow
 $SnaC_2$

Kontura koja analiza fluxus

Kontura kroz koju prolazi fluxus

U moći i obrnuti

Fluxus Φ_{21} može biti pozitivan, negativan ili nula. Može biti oga:

- bliski kontura
- međusobni udaljenosti kontura
- orijentacija kontura.

Ako su razdalje između kontura i njihova površine jednake, može se pojaviti zavisnost o međusobnim okolnicama:

Za približne srednje dolje mjeri razmaka između kontura i njihova međusobna razdalja je

$$\Phi_{21} = L_{21} \cdot i_1 \Rightarrow L_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_1} \quad L_{21} > 0 \quad L_{21} < 0 \quad L_{21} = 0$$

MEĐUSOBNA INDUKTIVNOST

Nastavljajući se na ovaj mjeri može odrediti i fluxus kroz konturu C_1 koji dolazi od struje u konturi C_2 :

$$\Phi_{12} = L_{12} \cdot i_2 \Rightarrow L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_2}$$

za približne dolje mjeri $L_{12} = L_{21}$.

78. Koeficijent induktivne sprege. Šematski prikaz induktiviteta.

79. Ekvivalentna šema spregnutih kalemova sa primjerom. Postupak prelaska sa fizičke strukture na šematski prikaz.

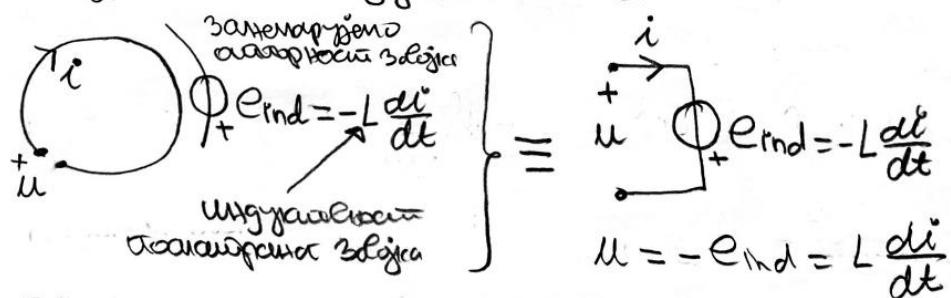
Rješenje:

КОЕФИЦИЈЕНТ СПРЕГЕ

Ако изнадује комарче пасажи тај усодна индуктивност постовља се чинилоце тако се мајчинством маје описано сва ствар. Са тим чином уговор је вејам координатна шаг.

ШЕМАТИЧИ ПРИКАЗ И НАУЧНОВИДЕТЕЛСТВО

Ако осамајдомо јегат кружни зглобик који је усостављен
спирално (због структуре наосна и), успоравши враћање руке
у комади не се мисаљати ево.

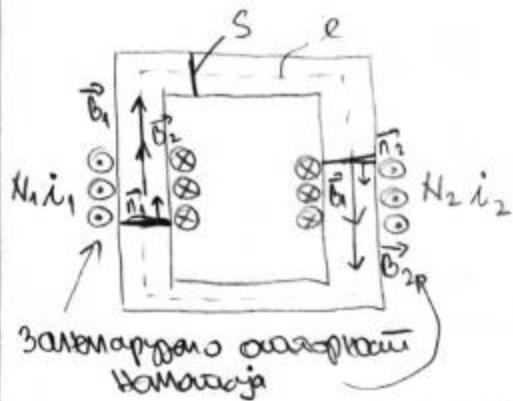


Задача 1. Рассмотрим, как меняется энтропия изотермического процесса L при переходе от состояния A к состоянию B .

$M = L \frac{di}{dt}$ M vremenski element ce Hougha izgubljivim
izmicanjem ce upravljati  Zamenjivljivo sa upravljanjem
Houghova Hodge

Управа се изгубише. Најчешће прављују форми
кошница или здравља.

ЕКВИВАЛЕНТНА ИМА СПРЕДНЈИХ КАЛЕМОВА



Вектор маг. индукције између осе
која се користи за
 $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$
да је
флујус кроз оба намотака
 $\Phi_1 = L_1 \cdot i_1 + L_{12} i_2$

али у коједначан случају $L_{12} > 0$,
флујус кроз други намотак

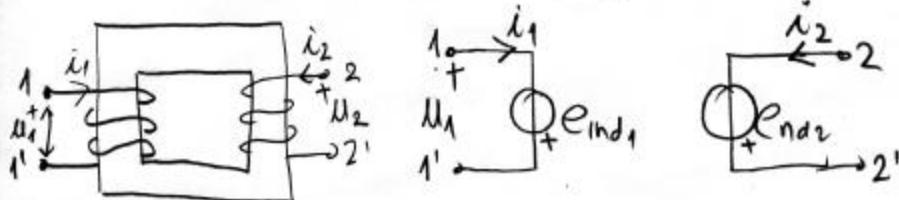
$$\Phi_2 = L_2 i_2 + L_{21} i_1$$

Успонако су саобраћаји i_1 и i_2 противнаправе овога горњег го утиг.
енак је оси намотака.

$$e_{\text{ind},1} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{\text{ind},2} = - \frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Односно најближе на описану вредностима намотака су
 $U_1 = -e_{\text{ind},1}$ и $U_2 = -e_{\text{ind},2}$

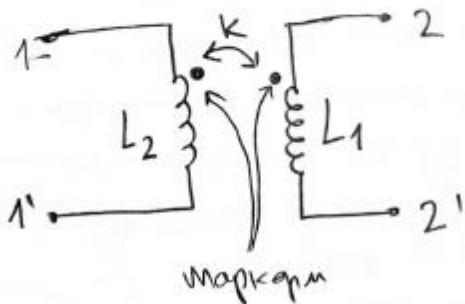


тј.

$$U_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad \text{и} \quad U_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

или једно L_{12} и L_{21} морају бити једнаки вред.

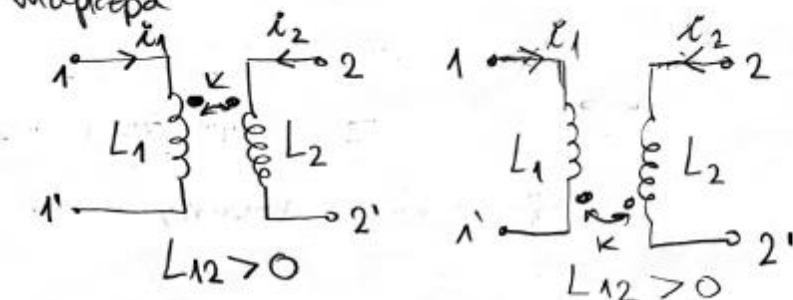
Индуцирани сопствене енергии ужасаши преносију као
на слици:



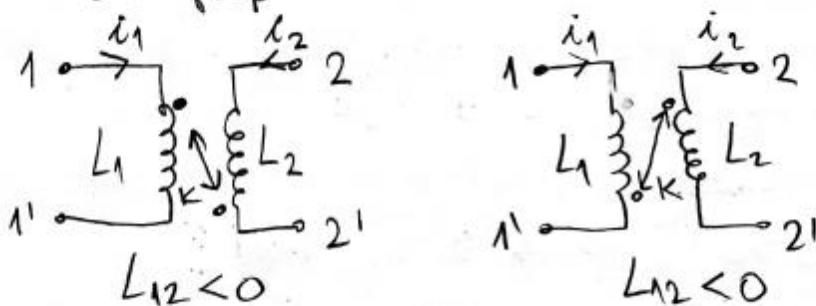
Увј. додатно инф. Маркери
којима укажујемо на везивајуће
сопствене.

$$K = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

ако међусобна индуктивност мала буди тада је $K < 1$.
Мада се обично ужасаша штаво да се маркери везује
штаво да оне означе везиве у маркерима или оне означавају
из маркера



а за нечакави сопствене се ред. означене означавају посебној
штаво да је та ознака уложен у маркер а грешка из-
наду из маркера:



$$K = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \Rightarrow |L_{12}| = K \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

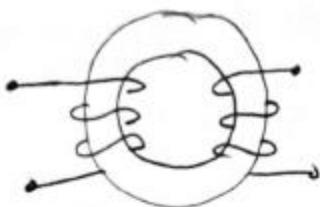
$$L_{12} = \pm K \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Постапање аренаса са физичке структуре на чланаком
присујући која превртавају геометријску:

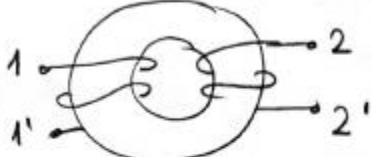
На физичкој структури остварено превртавање тачака (нпр. 1-1' и 2-2'), променљиво одабирено преф. симболе који су
номенија и одредило више међусобне међусавезе.

На сим. једини узимају највеће превртавање и превртавају
највеће преф. симболе који су на физичкој структури.

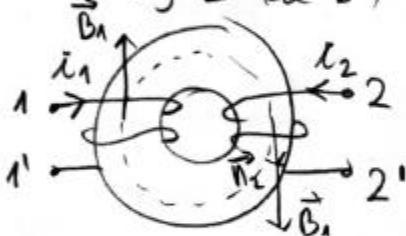
Приликом превртавања променљиво с другим номенијама
што да добијамо исти више међусобне међусавезе
који су и за физичку структуру.



KORAK 1: остварено превртавање

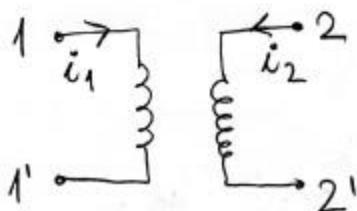


KORAK 2: увогујмо преф. симболе који (нпр. од 1 ка 1' и
од 2 ка 2')

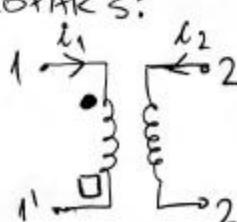


KORAK 3: $L_{21} > 0$ јер $\nabla(\vec{B}_1, \vec{n}_2) = \emptyset$.

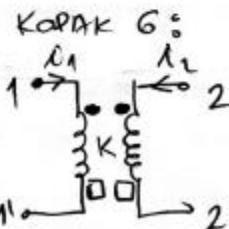
KORAK 4:



KORAK 5:



unu

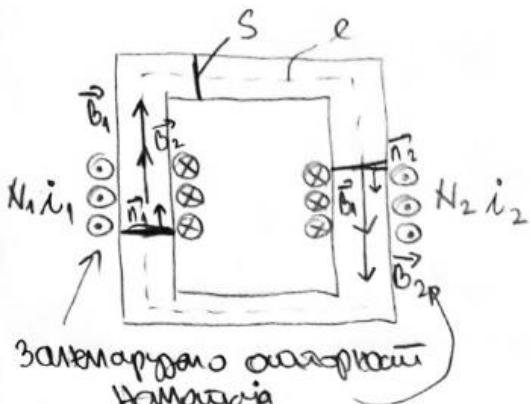


u

79. Ekvivalentna šema spregnutih kalemova sa primjerom. Postupak prelaska sa fizičke strukture na šematski prikaz.

Rješenje:

EKVIVALENTNA ŠEMA SPREGNUTIH KALEMOVA



Задатак је да смо нађемо
напоне

Решавајмо. Изгледајући што су
већ овај кален

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

да је

флујус кроз сваку намотачу

$$\Phi_1 = L_1 \cdot i_1 + L_{12} \cdot i_2$$

$$L_1 > 0 \text{ и } L_{12} > 0, L_{12} \ll 0, L_{12} = \phi$$

или у којем случају ако је $L_{12} > 0$,
флујус кроз другу намотачу

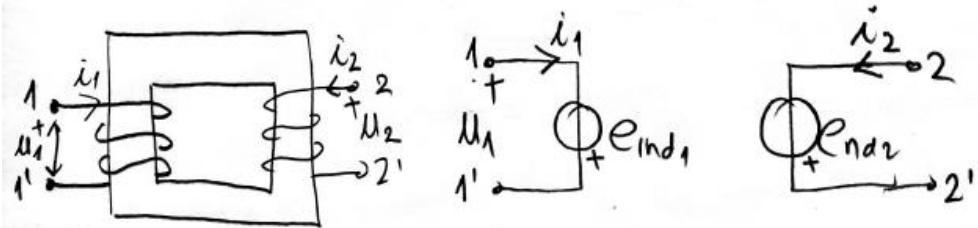
$$\Phi_2 = L_2 \cdot i_2 + L_{21} \cdot i_1$$

Учење ој да су i_1 и i_2 противне области генератора го утиче
на једну намотачу.

$$e_{\text{ind},1} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{\text{ind},2} = - \frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Односно намотак на коју су прикључена спрегнута намотача је
 $M_1 = -e_{\text{ind},1}$ и $M_2 = -e_{\text{ind},2}$

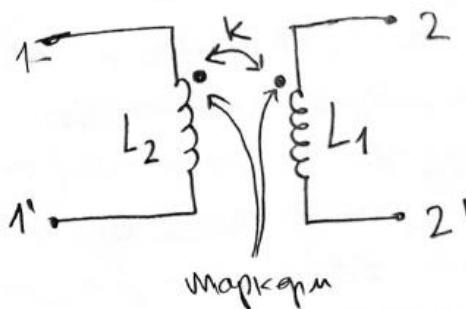


atj.

$$U_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad \text{u} \quad U_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Opn kong L_{12} u L_{21} Mary sumu wog. minu her.

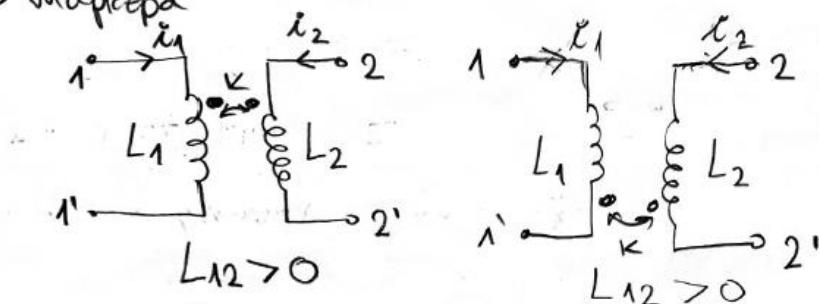
Изгубените сърцеви енергии може да се определи като
на едини:



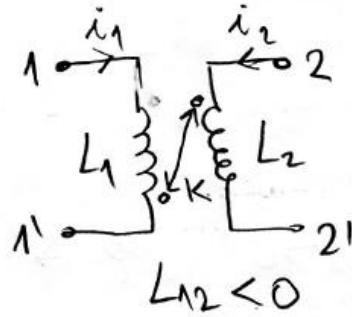
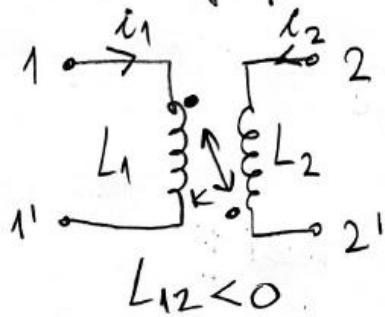
вр. изгубено във. Маркорм
които употребяват на изгубите
сърце.

$$K = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

ану метода за изгубените може да се види във. чм her.
и то се основава на изгубите които га се маркорм тъкве
които га се сърце употребяват маркорм, ако се сърце употребяват
във маркорм



а за нетактнију сајту се рес. аудијенција ствара посебнији шако да је то аудијенција у маркет ајгруса изнаду из маркера:



$$L_{12} < 0$$

$$L_{12} < 0$$

$$K = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \Rightarrow |L_{12}| = K \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

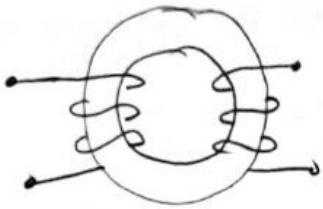
$$L_{12} = \pm K \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Поступак преноса са физичке структуре на чланаком арифметичко преобразовање дефинисан је:

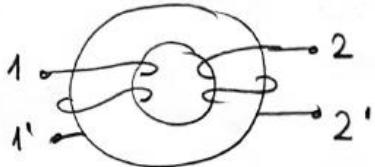
На физичкој структуре описаној преносе трансформатор (нпр. 1-1' и 2-2'), производно одаберемо рес. аудијенција одајништеља и одредимо знак међусобне чланакости.

На об. једини узимамо чланак преносе и преносимо чланак рес. аудијенција као на физичкој структуре.

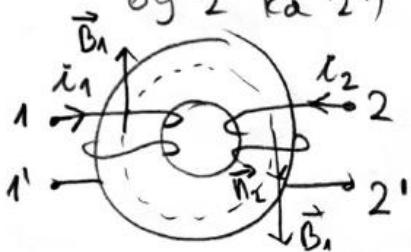
Трети чланак чланак је производно од другог чланака шако да добијамо исти знак међусобне чланакости као и за физичку структурну.



KORAK 1: ostvrdimo napojne

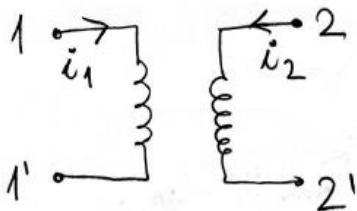


KORAK 2: učogimo neč. cijevne aranž. (nap. og 1 ka 1' i og 2 ka 2')

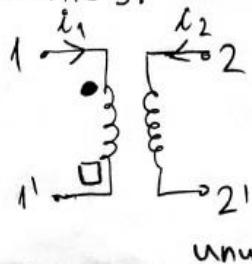


KORAK 3: $L_{21} > 0$ jep $\nabla(\vec{B}_1, \vec{n}_2) = \emptyset$.

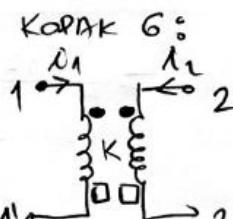
KORAK 4:



KORAK 5:



unut



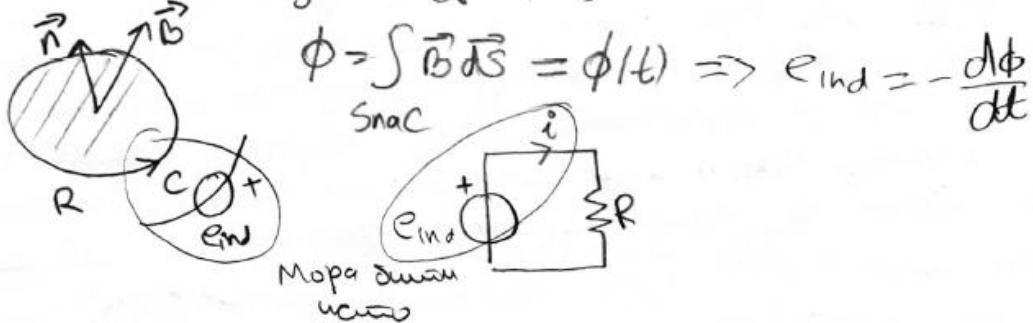
KORAK 6:

85. Jednačina protoka.

Rješenje:

ЈЕДНАЧИНА ПРОТОКА

Помасимо конуту у врхом. Мод нају магнете \vec{B} . Конута је оплођена да има вредност R . Ако го движимо још оплуже флујуса кроз конуту, генериши ће магнитна сила у конуту, e_{ind} .



$$e_{ind} = R i = -\frac{d\phi}{dt} \Rightarrow -\frac{d\phi}{dt} - R i = \phi$$

$$d\phi + R i dt = \phi$$

ако је оплужена флујуса у некију $d\phi$ промежина у некога времена од t_1 до t_2 , искључиван се генерира:

$$\int_{t_1}^{t_2} d\phi + \int_{t_1}^{t_2} R i dt = \phi$$

$$[\phi(t_2) - \phi(t_1)] + R \int_{t_1}^{t_2} i dt = [\phi(t_2) - \phi(t_1)] + R q = \phi$$

Исправљена конута веде. Кроз конуту је

$$q = -\frac{\Delta \phi}{R} = -\frac{\phi(t_2) - \phi(t_1)}{R}$$

$\phi(t_1)$: флујус у врху супротно. супротно

$\phi(t_2)$: флујус у дну супротно. супротно

Експериментално се описује неке одређене вредности
БАЛСТИЧКОГ ГАУНДИМЕТРА.

86. Šta je transformator? Koja je razlika između linearног, savršenог i idealног transformatorа? Navesti veze između napona i struja primara i sekundara idealног transformatorа (prema proizvoljno izabranim referentnim smjerovima).

Rješenje:

ТРАНСФОРМАТОР

Трансформатор је ел. елемент који се састоји од феромагнетског језера на којем се намотију обе или бије намотаја на постоли шт. сврта. Напоније је $K \times 1$.

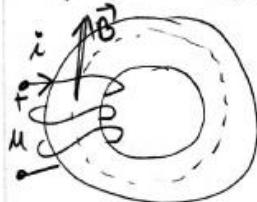
Трансформатор омогућава да се преузедеје ел. им. шт. крећуће енергије са једног намотаја на други. На тоје постолима трансформаторе кога користи се настављају преносије само на један намотај који називају ПРИМАР а други називају СЕКОДАР. Средини преноситака и између апсоласија, разликују се врсте трансформатора:

- низарни
- с држачима
- месани.

У досадашњим разматрањима смо учењем вадимојућим суштинама разматрајући намотаје. Тако да споменемо да напони утвђујући се у њима, у већином случају, зависи израз $U = L \frac{di}{dt}$. У речником, међутим, дати намотај је иако има већу суштину. Ова је једна мана или недостатак. Ако узмемо да је објекат, који има већи намотај сопственим сопственим R на који је пренет напон U , онда би се имао једнак

$$U = R i + L \frac{di}{dt}$$

чији. недостатак био је да су

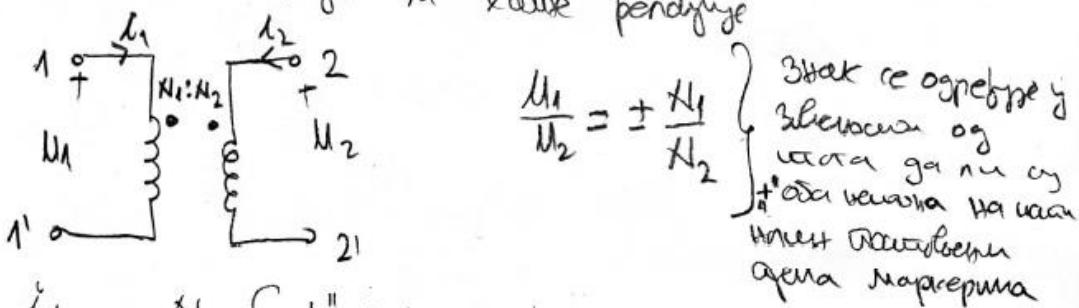


Линеарни трансформатори се може реализации са високом
степеном намагнитува на феромагнетској јединици (узимајући у обзир опре-
дљивост намагнитува и расположење мес. флуја).

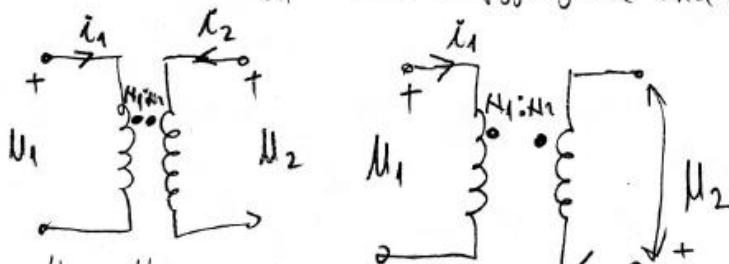
Собичени трансформатори описујује вакуумски струјни суђе-
њава ($\mu = \infty$) и мес. расположења који $K = 1$. Увршијујући дао у
античку шт. симетрије токови једноје се одвоје један
у зависности од чија једна је оријентација и посматрају:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

Код идеалног трансформатора се задржавају осадите собичене
трансформатора уз ограничење $\mu \rightarrow \infty$. Шенчески се
оштроја који на спирале и равне паралелне



$$\frac{i_1}{i_2} = \pm \frac{N_2}{N_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"+" је када ако је улога а друга улога уз мајчира} \\ \text{"-" је ако је улога улога уз мајчира} \end{array} \right.$$



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{H_1}{H_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = - \frac{H_2}{H_1}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = - \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{H_2}{H_1}$$

88. Gdje je lokalizovana magnetska energija? Napisati izraz po kom se računa magnetska energija kalema induktivnosti L ukoliko su poznate vrijednosti jačine struje/fluksa kroz kalem. Šta je zapreminska gustina magnetske energije?

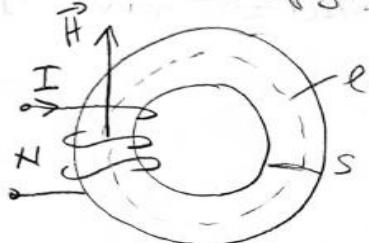
Rješenje:

Energija mat polja

Mat. energija je lokalizovana u prostoru u kojem postoji magnetsko polje.
Makro. Ako ce za vrijednost unutar kalem-a ugovoriti
vrednost L koju može da snosi struja I :

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\phi^2}{2L} = \frac{1}{2} \phi I$$

Ako se ovisnosti vrednost struje sa vrijednostima neka pokaže
kao magnetne karakteristike nepravilnosti μ ,



Tada će ovisnost magnetske induktivnosti
 $L = \frac{MN^2S}{l}$ biti mat. energija.

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu N^2 S l I^2}{2}$$

a osim toga je $H \cdot l = NI$ sruži ga je

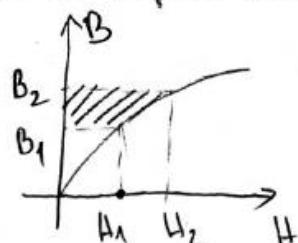
$$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 S l$$

Sl je zavisnost u kojoj mat. energija može da je

$$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 \cdot V = w_m \cdot V$$

$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH$ - ce toga da bude mat. energija mora
jednostavno $[J/m^3]$. Odmah odnos je $W_m = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H}$ koji ce se nulti.
Magnetne sloge da $W_m = \frac{1}{2} BH$ je $\vec{B} \parallel \vec{H}$.

Na BH kart. zadnjelikova opisana energija je osjetljiva i u
oslikanom obliku (nepravilnim magnetizmom):



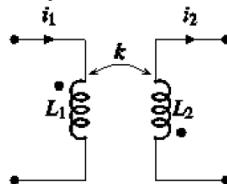
$$W_m = \int_{B_1}^{B_2} H dB$$

izm. uslova obraz
vredni od B_1 do B_2 .

80. Objasniti ukratko, kada se međusobna induktivnost dva induktivno spregnuta kalema tretira kao pozitivna, a kada kao negativna? Prikazati obe vrste sprege na primerima predstavljenim na fizičkoj i električnoj šemi.

81. Poluprečnik provodnika tankog vazdušnog dvožičnog voda je $a = 10 \text{ mm}$, a rastojanje između njihovih osa je $d = ae^4$ (e je osnova prirodnog logaritma). Provodnici su od bakra. Izračunati spoljašnju podužnu induktivnost ovog voda.

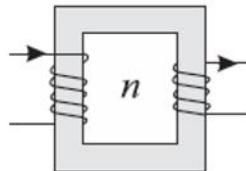
82. Na slici je prikazana električna šema dva induktivno spregnuta namotaja. Sopstvene induktivnosti namotaja su $L_1 = 100 \text{ mH}$ i $L_2 = 50 \text{ mH}$, a koeficijent sprege je $k = 0.8$. (a) Izračunati međuinduktivnost ovih namotaja, za zadane smjerove struje. (b) Kolika je međuinduktivnost ako obje struje promjene smjer? (c) Kolika je međuinduktivnost ako se jačina struje i_2 smanji dva puta u odnosu na prvi slučaj?



83. Na tanko neferomagnetsko jezgro su gusto jedan preko drugog namotana dva solenoida. Kada je struja prvog solenoida $I_1 = 1 \text{ A}$, a struja drugog solenoida $I_2 = 2 \text{ A}$, ukupan fluks prvog solenida je 4 mWb . Kada je struja prvog solenoida $I_1 = -2 \text{ A}$, a struja drugog solenoida $I_2 = 1 \text{ A}$, ukupan fluks drugog solenida je 6 mWb , a u slučaju da je struja prvog solenoida $I_1 = -2 \text{ A}$, a struja drugog solenoida $I_2 = -1 \text{ A}$, ukupan fluks drugog solenida je -10 mWb . Koliko iznose sopstvene induktivnosti L_1 i L_2 i međuinduktivnost $|L_{12}|$?

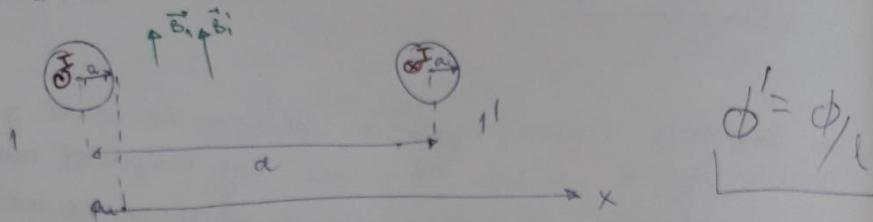
84. Dva namotaja tanke žice, istog oblika i dimenzija, gusto motana tako da im se zavoje praktično poklapaju, razlikuju se samo po broju zavojsaka, N_1 i N_2 ($N_1 < N_2$). Namotaji se nalaze u vakuumu. Kada se u prvom namotaju uspostavi stalna struja, a u drugom namotaju je struja jednaka nuli, tada su fluksevi kroz oba namotaja međusobno jednaki. Odrediti izraz za koeficijent sprege ova dva namotaja.

87. Na slici je prikazan idealni transformator, kod koga je odnos broja zavojsaka na primarnom i sekundarnom namotaju $N_1/N_2=n=3$. Ako u primaru postoji vremenski konstantna struja, jačine $I_1 = 9 \text{ A}$, odrediti koliko iznosi struja sekundara ako se on zatvori prijemnikom otpornosti R . Obrazložiti odgovor.



Rješenje:

② $a = 10 \text{ mm}$
 $d = a e^4$
 $L' = \frac{d}{2}$



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}, \quad \text{and} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-a-x)}, \quad x \in (a, d-a)$$

$$\phi' = \int_B ds = \int_a^{d-a} (B_1 + B_2) dx = \int_a^{d-a} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-a-x} \right) dx$$

$$\phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left[\ln x \Big|_a^{d-a} + \ln(d-a-x) \Big|_a^{d-a} \right]$$

$$\phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left[\ln \frac{d-a}{a} + \ln \frac{d(a-d+2a)}{d-a-a} \right]$$

$$\phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left[\ln \frac{d-2a}{a} + \ln \frac{a}{d-2a} \right]$$

$$\Phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \quad \text{и} \quad \begin{array}{c} d-2a \\ \diagup \quad \diagdown \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} a \\ \diagup \quad \diagdown \\ d-2a \end{array}$$

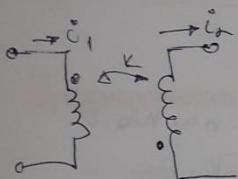
$$\Phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \quad \text{и} \quad \rightarrow^0$$

$$\boxed{\Phi' = \Phi}$$

$$L' = \frac{\Phi'}{I}$$

$$\boxed{L' = 0}$$

(2)



$$L_1 = 100 \text{ mH}, L_2 = 50 \text{ mH}$$

$$\kappa = 0,8$$

$$L_{12} \neq 0$$

a) $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$

$$\boxed{L_{12} = 56,56 \text{ mH}}$$

5) неизвестны, но есть выражение для коэффициента взаимной индукции

6) известна искомая величина

0 > Y X C V B N
① ()

(85)

$$I_1 = 1A \text{ u } I_2 = 2A \Rightarrow \Phi_M = L_1 I_1 + L_2 I_2 = 4mWb$$

$$I_1 = -2A \text{ u } I_2 = 1A \Rightarrow \Phi_M = L_2 I_2 + L_1 I_1 = 6mWb$$

$$I_1 = -3A \text{ u } I_2 = -1A \Rightarrow \Phi_M = L_2 I_2 + L_1 I_1 = -10mWb$$

$$\underline{L_{12} = L_{21}}$$

$$\begin{cases} -L_2 - 2L_{12} = -10mWb \\ L_2 - 2L_{12} = 6mWb \end{cases}$$

$$-4L_{12} = -4mWb$$

$$\boxed{L_{12} = 1} \quad \Rightarrow \quad L_1 + 2L_{12} = 4mWb$$

$$\boxed{L_1 = 2mWb}$$

$$\Rightarrow L_2 - 2L_{12} = 6mWb$$

$$\boxed{L_2 = 8mWb}$$

(84)

$$I_1, I_2 = 0$$

$$\rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$$

$$L_1 I_1 + L_2 I_2 = L_2 I_2 + L_{12} I_1$$

$$L_1 I_1 = L_{12} I_1$$

$$\boxed{L_1 = L_{12}}$$

$$k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

$$k = \frac{\mu_0 \frac{N_1^2 \cdot S}{l}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

$$\sqrt{\mu_0 \frac{N_1^2 \cdot S_1}{l_1} \cdot \mu_0 \frac{N_2^2 \cdot S_2}{l_2}}$$

$$\left| \begin{array}{l} L = \frac{\Phi}{I} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1^2 \cdot S}{l} \\ L = \mu_0 \frac{N^2 \cdot S}{l} \end{array} \right. \quad \begin{matrix} 1 - \text{Gesetz} \\ \text{Korrektur} \end{matrix}$$

~~Korrektur~~

- vektor g mit 3 myc nicht mehr vektor:

$$S_1 = S_2 \quad \text{und} \quad C_1 = C_2$$

$$\Rightarrow k = \frac{\lambda_0 \frac{N_1^2 \cdot s}{c}}{\cancel{\lambda_0 (\lambda_0 \cdot \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot s}{c})}} = \frac{\cancel{\lambda_0} \frac{N_1^2 \cdot s}{c}}{\cancel{\lambda_0} \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot s}{c}}$$

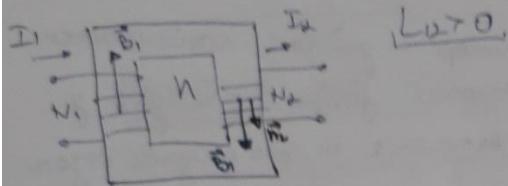
$$\Rightarrow k = \frac{N_1}{N_2} \quad ; \quad N_2 \text{ verringert} \quad \underline{N_1 < N_2}$$

$$0 \leq k < 1$$

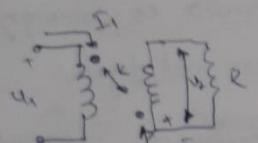
87

$$\frac{N_1}{N_2} = n = 3, \quad I_1 = 9A, \quad R_L$$

$$I_2 = ?$$



$$L_D > 0$$



$$\frac{N_1}{N_2} = 3, \quad \text{a schied f\"ur } I^e :$$

$$\Rightarrow \frac{-N_2}{N_1} = -\frac{1}{3}, \quad \frac{i_1}{i_2} = +\frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{3}; \quad I_1 = 9A$$

$$\Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = -\frac{u_2}{u_1}, \quad \text{d'herc'e eignajt}$$

$$-I_2 = 3I_1$$

$$I_2 = -3I_1 = -27A$$

ga mi re r\"ucken?

Vremenski promjenjive električne struje AC

Намісництво апарат

① Енергична зона вр. производных спирта

- вр. прометивие сирова су корисне у развијену прометну мрж. Примеса ст. енергije су електричнији појарници, пренај редно снитеља...
 - активна која прометивала сирова је снитељ
пронес је прометивала сирова снитеља прометивој ст. довоље је да имају гранчи које штедујују енер

→ Најчешће се застапорује јер најчешћи израз је претварање које је у подврсту генератора са којим се објављује - енс.

- вона съг същността ѝ:
 - * Гетеронорма (авторитъм / насилие)
 - * пътна норма (R)
 - * нейтрални норми за индивидуални и гендерни (G)
 - * норми без формален юриспруденциален характер (L)
 - употреба се в междул. съдебните норми и правителствените норми

(2) Кирхгофов закони за број промјенљивих струја

$$\sum_{k=1}^n i_k(t) = \phi$$

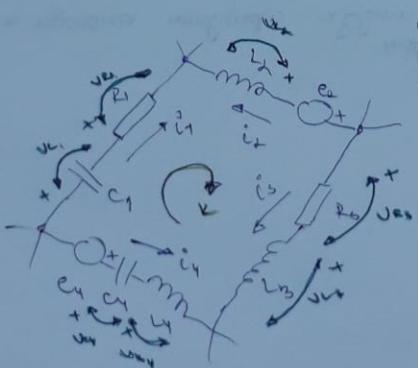
- први Кирхгофов закон
; n-треј промјена токовних на чвр

- суме струја које улазе у чвр постоеју је суме струја које излазе из чвра
- висине у дасци претпостављене

$$\sum_{k=1}^n u_k(t) = \phi$$

- други Кирхгофов закон (у дасци прву
; n-треј промјена

- висине за даску замислену којимајују једни
Промјена висине у дасци претпостављене
- ако се при обимству висина којимајује, изјашаној
којимајује немају наиме " + " најмаје, узима се
посматрана висинајући.



$$U_{c_1} + U_{R_1} - U_{L_2} - U_{c_2} + U_{c_3} + U_{L_3} - U_{c_4} + U_{R_4} = 0$$

③

Остолоти параметри променливог напоја

- једна од најзначајнијих коса врем. промене. користи се променљивим
- оне се у времену мењају по синусоидном закону.
(коначне стапање и константни φ.)

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

\downarrow

$$I_m \cos(\omega t + \phi)$$

\uparrow амплитуда (надим. вр)

премнужна фаза

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$$

$\left\{ \begin{array}{l} i > 0 [0 \dots \pi] \text{ кога } \phi < 0 \\ i < 0 [\pi \dots 2\pi] \text{ кога } \phi > \pi, \\ (-\pi, 0] \text{ и } 0 \text{ до } \pi. \end{array} \right.$

* период је временски интервал између два супота.
да је то време да вредноста.

Ког променљив функ. он $T = \frac{2\pi}{\omega}$,

* frekvencija је регуларна периодичност $f = \frac{1}{T}$
и јединица је један период у јед. времена.

↳ изразава се у $[Hz]$

↳ писају се $\omega = 2\pi f$.

Средна брзина

- оп. бр. функ. на интервалу (a, b) је:

$$\boxed{f_{\text{ср}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt}$$

- тако се посматра променљ. функ. $i(t) = I_{\text{coswt}}$ на интервалу T тога је:

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t dt = \frac{1}{T} \frac{1}{\omega} \left[\sin \omega t \right]_0^T$$

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \left(\sin \frac{2\pi}{T} - 0 \right)$$

$$\boxed{I_{\text{ср}} = \Phi}$$

\Rightarrow средња бр. променљивог. функција је увек 0.
(највиши и најнижи)

Енергетска брзина

- посматра се један начин да је променљ. напон
реактивна јачина али не симетрична I тако да
у неком временском периоду симетрија $i(t)$ на око
равнију симетрију $i^2(t)$ разбјегнутији симетрији то
посматрана реактивноста симетрија:

$$p(t) = \nu(t) \cdot i^2(t) = R \cdot i^2(t)$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{T} \int_0^T R i^2(t) dt = R I^2 / \circ R$$

$$\boxed{I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}}$$

- ако је $i(t) = I_m \cos \omega t$,

$$\Rightarrow I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt$$

$$I^2 = \frac{1}{T} \frac{I_m^2}{2} \cancel{\int_0^T \cos^2 \omega t dt}$$

$$I = \boxed{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

задатак

$$\underline{w = ?}, \underline{T = ?}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$w = 2\bar{u} \cdot f$$

$$\underline{w = 314 \text{ rad/s}}$$

$$\underline{T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 0,02 \text{ s}}$$

4)

Основни параметри \rightarrow 3. Задаци

- Помична фаза зависи од почетног прелаза $t=0$ и реф. синуса.

- је корисно производно дефинисати почетну фазу, и то само заједно са реф. волништим (деоји сир ије једно исти), је овојији да има засебна.

(5) Основни параметри \rightarrow З. звуковик

Почетна фаза на звук токије је склон преносу ϕ_0 .
А величине ωt , ~~и~~ и то је врхујењске фазе за
 $t=0$, кога не значи да мораје изједначити ωt са ϕ_0
и како преноси ϕ врхујења узвишије изједначити.

Лево је почетни преноси поклоњено искључиво спирале супротног редајења која заснована је
најпримарно узима $(-\bar{u}, \bar{v})$ и јер не има узвишења
спирале $\omega t + \phi_0$ почетни изједначава који при сваком изједначивању
спирале врши се.

(6) Основни параметри \rightarrow З. звуковик

Поредујуће фазе највећа и спирала се додељује на
поредујуће почетних фаза је да ће да бивајуће бенде
најмањи предизнадију

$$(\omega t + \phi_0) - (\omega t + \psi) \Rightarrow \underline{\phi = \phi_0 - \psi}$$

При чешћим добијањима фазу разлику која ће је обједињати
односно помоћујућа оне добијајуће бенде

$$\begin{cases} \phi = 0 & - \text{оне су у фази} \\ \phi > 0 & - \text{најмањи предизнадију} \\ \phi < 0 & - \text{спирала преноси} \end{cases}$$

Но амненигги се төрье санс берүүнүн мактап барык
ми. гла пешитте ии үбүрүн күрүш!

7) Octothoracopanope → 3. Zygospore

Задачи

$$l(x) = -\sqrt{2} \sin x t$$

$$\omega = 400\pi \text{ rad/s}$$

$$I_{ue} = ?$$

I = ?

2 = ?

*Ч слушаю га теме ре
просов. исп. бен. генна и
спеченные обн., убитье бен
избегают и кошмар !!!

$$\begin{cases} i(t) = -\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/2) \\ i(t) = \sqrt{2} \sin(\omega t + \pi) \end{cases}$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \pi)$$

$$I = -\lambda A$$

$$x = -\frac{e^1}{2}$$

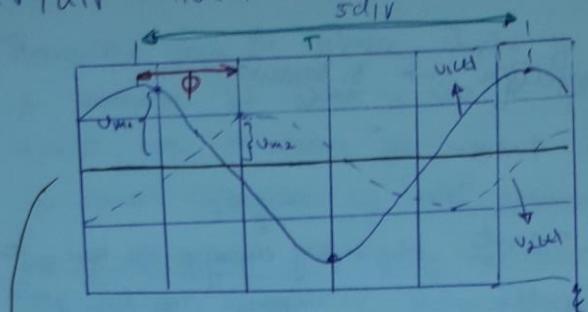
$$\Rightarrow \boxed{Im = -\sqrt{2}}$$

⑧ $U_{1,2,1}, U_{2,2,1}$

$S \mu s / div$ - бр. доза

$2V / div$ - навишест.

$5 div$



div - je
непрекъснато
изображение
което не показва
всички измерявани
значения

* това процес се нарича разделяне на
един изразен сигнал на няколко по-малки и по-чести
частии.

$$\boxed{U_{m1} = 1,5 \text{ div} \cdot 2V/\text{div}} \quad | \quad \boxed{U_{m2} = 1 \text{ div} \cdot 2V/\text{div}}$$

$$\boxed{U_{m1} = 3V} \quad | \quad \boxed{U_{m2} = 2V}$$

- за първия постъпък ще изчислим горите
частини като по хоризонталната ос:

$$T = \frac{5}{25} \text{ div} \cdot S \mu s / \text{div}$$

$$\boxed{T = \frac{25}{125} \mu s}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{25}{125} \cdot 10^{-6}}$$

$$\boxed{f = 40 \text{ kHz}}$$

- за фазы разности временных колебаний между фазами разности, а не между фазами, ^{максимум} максимумом которых между фазами разности по гориз. оси.

\Rightarrow времязада $\tau \in [1,5] \text{ dir.}$

$$\frac{s}{1,5} = 3,33$$

\Rightarrow фазовая разница $\tau \in \frac{1}{3} T$, а следовательно $\tau \in$ ~~1,5~~
периоду временного 2π

$$\boxed{\phi = \frac{2\pi}{3}}$$

9)

$$i_{uu} = 10\sqrt{2} \sin \omega t$$

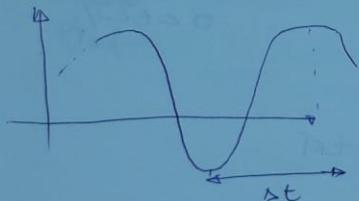
$$t_1 = 50 \mu s$$

$$i(t_1) \rightarrow \max \Rightarrow i(t_1) = i_{uu} \circ 1$$

$$\Rightarrow \cos(\omega t_1 + \psi) = 1$$

$$\Rightarrow \omega t_1 + \psi = \phi$$

$$\Rightarrow \omega t_1 = -\psi$$



$$\Delta t = T/2$$

$$\begin{aligned} T &= 2\Delta t = 100 \mu s \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ \Rightarrow \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100 \mu s} \end{aligned}$$

$$\omega t_1 = -\psi$$

$$\frac{2\pi}{100 \cdot 10^{-6}} = 50 \cdot 10^4 = -\psi$$

$$\boxed{\psi = -\pi}$$

- непрерывная волна:

8

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = I_m \sqrt{2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 v_0} t + \varphi\right)$$

10

$$v_{sr} = ?$$

$$j = kx + n$$

$$n = kt + m$$

①

$$t=0 \Rightarrow n=m=5$$

на рисунке $t=0$

$$n=0 \quad t=\frac{T}{2}$$

$$kt+n=0$$

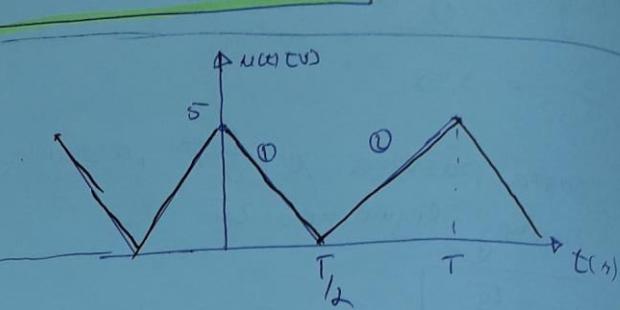
$$kt=-5 \quad t=\frac{T}{2}$$

$$k = -\frac{10}{T}$$

$$\begin{cases} n = -\frac{10}{T}t + 5 \\ 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

(2) ~~на рисунке~~

$$\begin{cases} n = \frac{10}{T}t - 5 \\ \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$



$$u(t) = \begin{cases} -\frac{10}{T}t + 5 & , 0 < t < T/2 \\ \frac{10}{T}t - 5 & , T/2 < t < T \end{cases}$$

$$u_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} (-\frac{10}{T}t + 5) dt + \int_{T/2}^T (\frac{10}{T}t - 5) dt \right)$$

$$u_{sr} = \frac{1}{T} \left[-\frac{10}{T} t^2 \Big|_0^{T/2} + 5t \Big|_0^{T/2} + \frac{10}{T} t^2 \Big|_{T/2}^T - 5t \Big|_{T/2}^T \right]$$

$$u_{sr} = \frac{1}{T} \left[-\frac{10}{T} \left(\frac{T^2}{4} - 0 \right) + \frac{5T}{2} + \frac{10}{T} \left(T^2 - \frac{T^2}{4} \right) - \frac{5T}{2} \right]$$

$$u_{sr} = \frac{1}{T} \left[-\frac{10T}{4} + \frac{10}{T} \cdot \frac{3T}{4} \right]$$

$$u_{sr} = \frac{1}{T} \cdot -\frac{10T}{4} + \frac{30T}{4} \cdot \frac{1}{T}$$

$$u_{sr} = \frac{20}{4} \Rightarrow u_{sr} = 5V$$

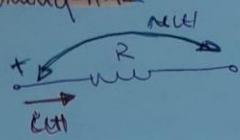
$$v_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} (-\frac{10}{T}t + 5)^2 dt + \int_{T/2}^T (\frac{10}{T}t - 5)^2 dt \right]}$$

~~Setzt~~

$$v_{ef} =$$

11

Омова ЗМК



$$N = R \cdot i$$

$$i(t) = Gu(t) \quad G = \frac{1}{R}$$

$$P(t) = N|u(t)| \cdot i(t) = R i^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

$$- \text{косинус} \quad \text{ЗМК.} \quad i(t) = I_0 \cos(\omega t + \psi) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N|u(t)| = R \cdot i(t) = \sqrt{2} R I \cos(\omega t + \psi) \\ |u(t)| = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{|U = \sqrt{2} I|} \quad \boxed{\theta = \psi} \quad \Rightarrow \boxed{\phi = \theta - \psi = 0} \\ \hookrightarrow \text{фазне}$$

~~Діаграма~~

$$P(t) = N|u(t)| \cdot i(t) = 2 R I^2 \cos^2(\omega t + \psi)$$

$$P(t) = 2 I^2 (1 + \cos(2\omega t + 2\psi)),$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \cdot R I^2 \cdot T + \frac{1}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi) dt$$

$$\boxed{P = R I^2}$$

cp. бп. прискорення.
Ф. на періоду під
значення. $(0, \pi) \approx 0$

12) Kondensator



$$i = C \frac{du}{dt} \Rightarrow u = \frac{1}{C} \int i dt + u_0$$

где u_0 - начальное значение напряжения.

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Rightarrow I = wCU; \quad \psi = \phi + \frac{\pi}{2}$$

$$\phi = \psi - \frac{\pi}{2}$$

Любая фаза.

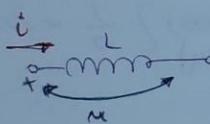
$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = -wCU^2 \sin(2\omega t + 2\phi)$$

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T -wCU^2 \sin(2\omega t + 2\phi) dt$$

$$P = -\frac{1}{T} \cdot wCU^2 \int_0^T \sin(2\omega t + 2\phi) dt$$

$$\boxed{P=0}$$

13) Конденсатор



$$u = C \frac{di}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{C} \int u dt + i_0$$

где i_0 - начальное значение тока.

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi)$$

$$\Rightarrow u(t) = -wLI \sqrt{2} \sin(\omega t + \psi)$$

$$= \begin{cases} u(t) = \sqrt{2}wLI \cos(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}) \\ u(t) = \sqrt{2}v \cos(\omega t + \theta) \end{cases}$$

$$\boxed{v = wLI}; \quad \boxed{\theta = \psi + \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \boxed{\phi = \theta - \psi = \frac{\pi}{2}}$$

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = wLI^2 \sin(2\omega t + 2\phi)$$

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$$

$$\boxed{P=0}$$

Любая фаза
аверия за θ .

(14)

$$e(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4)$$

$$R = \omega_0 L$$

$$L = 100 \text{ mH}$$

$$C = 50 \mu\text{F} \quad - \text{magnentno lesatny}$$

np. Gp. amperia nacisnix e1. y vory.

$$i_R = \frac{1}{R} \cdot u(t) \quad \& \quad u(t) = e(t)$$

$$i_R = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4)$$

$$i_R = \frac{1}{\omega_0 R} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4)$$

$$i_R = \frac{\sqrt{2}}{10} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u(t) dt + i_0$$

$$i_L = \frac{1}{L} \cdot \omega_0 \int \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4) dt$$

$$\begin{cases} \omega_0 t + \bar{\varphi}/4 = x / d \\ \omega_0 dt = dx \end{cases}$$

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 L} \int \cos x dx$$

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 L} \sin x = \frac{1}{\omega_0 L} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4)$$

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 L} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}/4 - \pi/2)$$

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 L} \cos(\omega_0 t - \bar{\varphi}/2)$$

$$i_L = \frac{\sqrt{2}}{10} \cos(\omega_0 t - \bar{\varphi}/2)$$

$$i_c = C \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$i_c = C \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 100 \cdot \sin(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$i_c = C \cdot \sqrt{2} \cdot 1000 \cdot \omega_0 (\omega_0 t - \pi/2)$$

$$i_c = 0.107 \cos(\omega_0 t - \pi/2)$$

(15)

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \cos(\omega_0 t + \pi/3) \text{ mA}$$

$$R = 100\Omega$$

$$L = 100 \mu H$$

$$C = 50 \mu F$$

$\omega_0 t$ sa de acasă și continuă odată.

$$v_R = R \cdot i_R = R \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cos(\omega_0 t + \pi/3)$$

$$v_R = 1000\sqrt{2} \cos(\omega_0 t + \pi/3)$$

$$v_C = \frac{1}{C} \int i_C dt = \frac{1}{C} \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \int \cos(\omega_0 t + \pi/3) dt$$

$| \begin{array}{l} x = \omega_0 t + \pi/3 / dx \\ dx = \omega_0 dt \end{array}$

$$v_C = \frac{1}{10C} \cdot \sqrt{2} \int \cos x dx$$

$$v_C = \frac{1}{10C} \sqrt{2} \sin x + v_0$$

$$v_C = \frac{1}{10C} \sqrt{2} \sin(\omega_0 t + \pi/3) + v_0$$

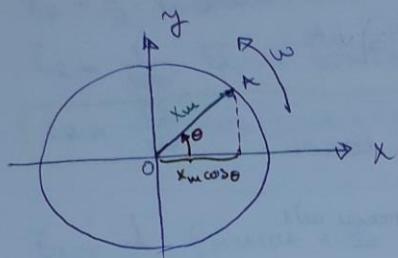
$$v_C = \frac{\sqrt{2}}{10C} \cos(\omega_0 t - \pi/6)$$

$$N_L = L \frac{di}{dt} = L \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 100 \sin(\omega t + \bar{\varphi}/3)$$

$$u_L = L \cdot \sqrt{2} \cdot 1000 \cos(\omega t - \bar{\varphi}/6)$$

$$v_L = 100\sqrt{2} \cos(\omega t - \bar{\varphi}/6)$$

16) Прекинативни прости период. Вс. постоту обрзите
координата



- прекинативни га x и y
Ротира око коорд. оси. Точка је у
коорд. системи односно вишеструко
једном држана дужи \vec{r} , која
занима угао θ и преодиру
 $t \rightarrow 0$ са x осом.

- пројекција дужи \vec{r} на x -ос је ниска с вредностима
на ре којима обично се $x(t)$ и чија је $\dot{x}(t)$

Задатак:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

⇒ просврни. функ. производите почетне фазе се
ниске ~~запад~~ године као пројекција обрзите
дужи која је ујединена са вредностима $\dot{\phi}$
која се око коорд. почетка обрзе једном држаном
која је легенка једног учења којима $\dot{\phi}$.

- да почетне вр. о просврни. $\dot{\phi}$ су амплитуда,
почет. фаза и учења који, горња сима који
се увећава почетно са x_m .

→ Доказвамо је Некои видови сао метеорите
који се вештачкој који су на неком фази који
нису доказано.

→ да је за присуство на ~~иако~~ ~~иако~~ доказано
што им сао под. фазу надлежнији.

→ предложите бр. став и овога се могоје да се
предложи на X-org.

→ с обзиром да се ови лемови врежу неким доказимо
нејакој вишијој лемови те ће бити њим иви.

→ је предложен $t = \emptyset$ сагласан је са де доказ
погодите! (тако да си, тој. база, постке почи.)

→ Сада је / огледално објашњено (је то који доказује)
се врше са сад. оглед. лемови је робот који спаси
изложбу изложбу

- Јединијте ознака за објашњени лемови је $X = X \sqcap \emptyset$

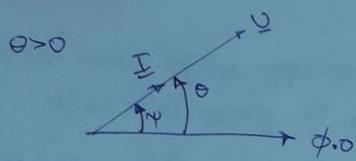
{ * X - еф. бр. (адреса је дига али, али знаје који је за њу)
који је сао сконцени
* \emptyset - почетна база
* \emptyset је огледије који се погодију погодите базе
(X - \emptyset је а.) изложба је погодије.

(17) Фазорски дигајцири се портираше овде?

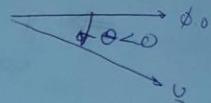
$$U(t) = \sqrt{2}V \omega s(\omega t + \theta) \rightarrow U = V \angle \theta$$

$$I(t) = \frac{1}{R} \cdot U(t) = \sqrt{2} \frac{I}{R} \cos(\omega t + \theta) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi)$$

* фазна оса се ишче поинчева хориз. , али не мора!
(може вертикал. кнр.)



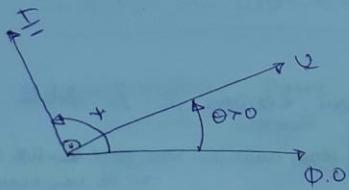
- видимо да е наистина кнр.
от фази



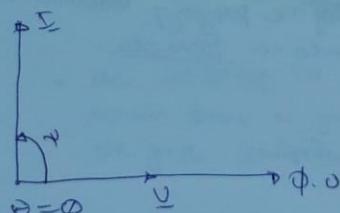
(18) Фазорски дигајцири кондензатора единица?

$$U(t) = \sqrt{2}V \omega s(\omega t + \theta) \rightarrow U = V \angle \theta$$

$$I(t) = C \frac{dU}{dt} = \sqrt{2} \omega C V \cos(\omega t + \theta + \pi/2) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi)$$



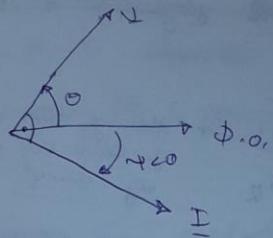
- видимо да е кнр
преднените кнрите за 1/2.



19) Физикаль гүйді. кемеси шартынаның L

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi) \Leftrightarrow I = I \angle \phi$$

$$N(t) = L \frac{di}{dt} = \sqrt{2} \underline{\omega L I} \cos(\omega t + \phi + \bar{\omega}_L t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \phi)$$



Доказательство

математическое выражение \vec{N} бп. имеет:

$$N(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \phi) \quad | \cdot 5$$

$$-5N(t) = -5 \cdot \cancel{\sqrt{2}V} \cos(\omega t + \phi)$$

-я изучаю возможные альтернативы, например ее
коэффициенты вектора.

$$N(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \phi) \quad | \cdot 5$$

$$-5N(t) = -5 \cdot \cancel{\sqrt{2}V} \cos(\omega t + \phi)$$

$$-5N(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \phi) \cdot \cancel{\cos \bar{\omega}}$$

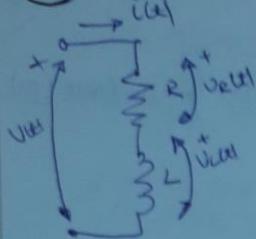
$$\star \cos(\omega t + \bar{\omega}) = \cos \omega \cos \bar{\omega} + \sin \omega \sin \bar{\omega}$$

$$\cos(\omega t + \phi + \bar{\omega}) = \cos(\omega t + \phi) \cdot \cos \bar{\omega} - \sin(\omega t + \phi) \cdot \sin \bar{\omega}$$

$$\rightarrow \cos(\omega t + \phi + \bar{\omega}) = \cos(\omega t + \phi) \cdot \cos \bar{\omega}$$

$$\rightarrow -5N(t) = \sqrt{2} \cancel{V} \cos(\omega t + \phi + \bar{\omega})$$

(26) Фазорски гравири погти R-L кола.



$$U_R = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow U = U_L \angle \theta$$

$$U_L = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi) \Leftrightarrow I = I_L \angle \phi$$

$$I = I \angle \phi \quad \text{условие за } I = I_L \Rightarrow \phi$$

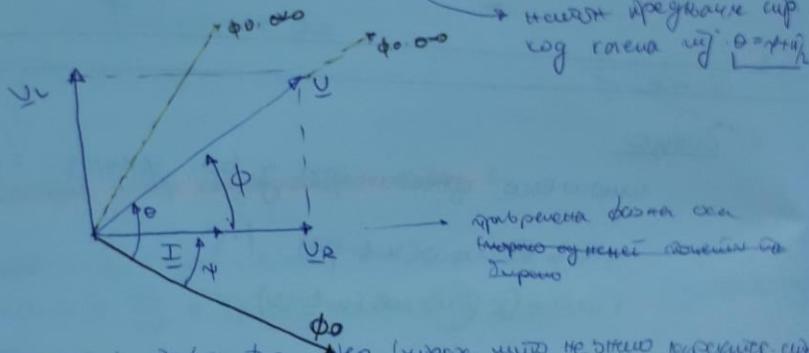
$$U = U_R + U_L$$

$$U_R = R \cdot I \angle \theta \rightarrow \text{УП се създава и същата}$$

$$U_L = \omega L \cdot I \angle \theta + \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{з база на този съществуващ}$$

$$\text{вр. } \theta = \phi$$

$$\rightarrow \text{Изходното представление е същото като резултантният}$$



противената фазова със

векторно съществуващ във времето

Изход

- изходното състояние е същото като резултантният

векторно съществуващ, тъй като съществуващ във времето U_R и I

- Изходното състояние е същото като резултантният

векторно съществуващ ϕ от изходното състояние

се, тъй като уговорено е ϕ да е във възможността да съдържа

коффициент на базата съществуващ във времето

(преди първият звук)

* изходното състояние е същото като резултантният

векторно съществуващ

$$V = \sqrt{V_L^2 + V_R^2} = \sqrt{(wL)^2 + (RI)^2} = I \sqrt{R^2 + (wL)^2}$$

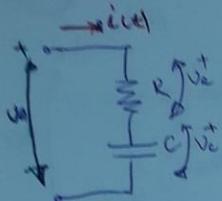
$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \theta - \psi \\ \phi &= \arctg \frac{V_L}{V_R} = \arctg \frac{wL}{R} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \psi = \theta - \arctg \frac{wL}{R},$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$i(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + (wL)^2}} \omega s(\omega t + \theta - \arctg \frac{wL}{R})$$

(21) Фазорни пријади на редис RC ката



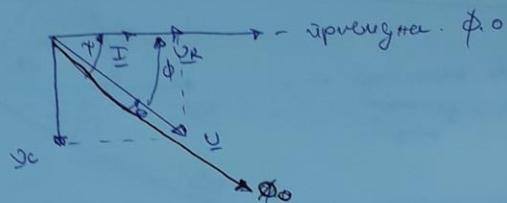
$$U_{AC} = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \theta)$$

$$U_R = ? \quad I = ? \quad \theta = ?$$

$$U_R = RI \downarrow \rightarrow \theta = \theta - \frac{\pi}{2} \text{ - ја фази}$$

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I^{1+\frac{1}{2}} \rightarrow \theta = \theta - \frac{\pi}{2} - \text{циркуларни}$$

$$U = U_R + U_C$$



- првично иду с првир. ф.о., иако не знати којаким методом иду, знаяо однос међу и највећи синус. ф. о. ид. даје се посматрују фазорима, па су фазе.
- у случају на првир. ф.о. нуришамо општији метод
- некако идемо узимајући првир. ф.о. иако да је убаченосим је посматра, јасно даје неки заједнички с првир. ф.о. одговор узимају.

$$U = \sqrt{U_C^2 + U_R^2} = \sqrt{\left(\frac{I}{\omega C}\right)^2 + (RI)^2} = I \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} - \text{eq. Gr.}$$

$$\phi = \arctg \frac{U_C}{U_R} = \arctg \frac{\frac{I}{\omega C}}{RI}$$

$$\phi = \arctg \frac{1}{\omega CR} \quad ; \quad \phi = \theta - \alpha$$

$$\gamma = \theta - \phi = \theta - \arctg \frac{1}{\omega CR}$$

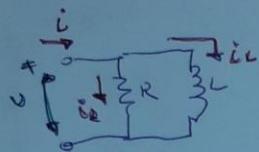
Wes. Phasenwinkel.

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi)$$

$$i = \sqrt{2} \cdot \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cos(\omega t + \theta - \arctg \frac{1}{\omega CR})$$

22

Фазорское представление параллельной RL цепи

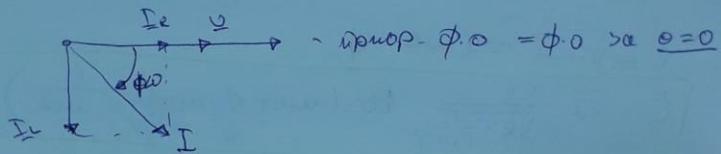


$$U(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta)$$

$$i_R = ?$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L$$

$$\underline{I}_R = \frac{U}{R} \angle \theta \quad \text{и} \quad \underline{I}_L = \frac{U}{\omega L} \angle \theta - \pi/2$$



- характеристика напр. тока и напряжения для
индуктора имеет вид напряжения ϕ . т.к. ток i_L
задерживает напряжение U на $\pi/2$ радиан с фазой ϕ .

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{\omega L}\right)^2}$$

$$| I = U \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} |$$

$$\phi = \theta - \psi = 0 - \psi \quad ; \quad \psi = \arctg \frac{I_L}{I_R}$$

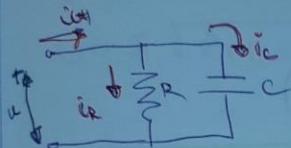
$$| \phi = \arctg \frac{I_L}{I_R} = \arctg \frac{\frac{U}{\omega L}}{\frac{U}{R}} = \arctg \frac{R}{\omega L} |$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi)$$

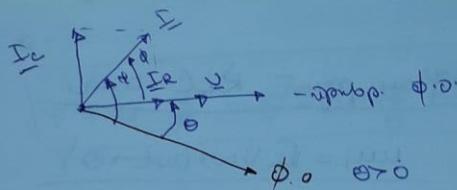
$$|i(t)| = \sqrt{2} I \sqrt{\left(\frac{I}{R}\right)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2} \cos(\omega t - \arctg \frac{1}{\omega C})$$

25) Фазорски градини паралелен RC кона

$$\omega = \sqrt{2} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi), |i(t)|? \quad \text{at } \omega = ?$$



$$\begin{cases} I = I_R + I_C \\ I_R = \frac{U}{R} \cos \theta \rightarrow \theta = 0 \\ I_C = \omega C \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \text{напр. предишните} \end{cases}$$



- у билој нпрв. ф.о на почетку и урпака се лемирају
јер знатно да су нпр. првобитни и највећи у фази иј.
последњи и се лемирају па је овоје на то
урпако осимник.

- највећи нмра се један прва ф.о је симетрија
од општије вог. иј. знатнији јма, што је
јесу већи симетрија са ф.о окоје урпаке иј.

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

$$\boxed{|I| = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}} \quad \text{- esp. br.}$$

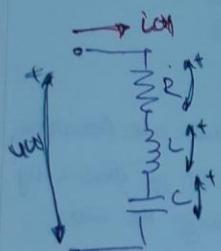
$$\begin{cases} \phi = \theta - \psi \\ \phi = \arctg \frac{I_C}{I_R} = \frac{\omega C U}{\frac{U}{R}} = \arctg \omega CR \end{cases}$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \theta - \arctg \omega CR)$$

$$\boxed{i(t) = \sqrt{2} U \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \cos(\omega t + \theta - \arctg \omega CR)}$$

24) Фазорное описание работы RLC кольца



$$U(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = ? \quad I = ? \quad \phi = ?$$

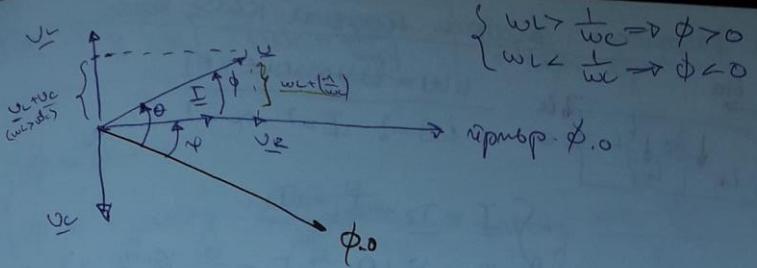
$$\begin{cases} U = U_R + U_L + U_C \\ U_R = RI \end{cases}$$

$$U_L = \omega LI \quad ; \quad U_C = \frac{1}{\omega C} I$$

$$U_R = RI \quad ; \quad U_L = \omega LI \quad ; \quad U_C = \frac{1}{\omega C} I$$

- как видно из рисунка приходится заложить, что приведенная фаза не на схеме тоже не приведена, а на крайу схемы против фазы от заложенного на зондатской фазе (ин. фазе)

- нужно же чтобы зона засечки с нулевым фазовым углом была внешней



$$V = I \sqrt{R^2 + (\omega L + \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$V = I \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \Rightarrow I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

e ϕ . gp

$$\phi = \arctg \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})I}{R}$$

$$\psi = \theta - \phi$$

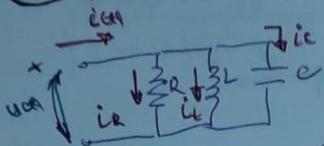
$$\Rightarrow \psi = \theta - \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ nøy. fase}$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cos(\omega t + \theta - \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R})$$

25

Фазорсам гидарал тиреким RLC каси



$$u(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t + \phi)$$

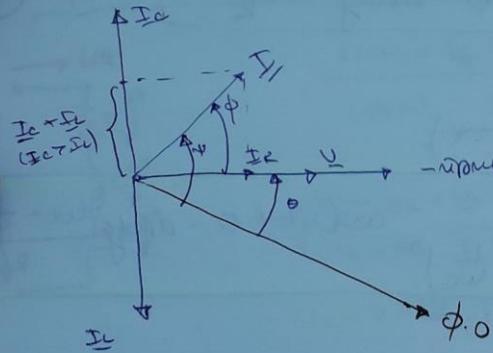
$$i_{ct} = ? \quad I = ? \quad \phi = ?$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = i_R + i_L + i_C \\ i_R = \frac{U}{R} \cos \phi \end{array} \right.$$

$$i_L = \frac{U}{\omega L} \sin \phi \quad i_C = \frac{U}{\omega C} \sin(\phi - \pi/2) \quad i_C = U\omega C \sin \phi$$

- узлови привременни фази су и на тују уртако заседачки симетрије тј. најчешћи у овој схеми је уртако симетрија која објединава сва ветвите.

- на тују узлови правији ф.о. је заснован на тоје да је у овој фази, тј. да је уртак одј. тј. који се састоји са ф.о.,



$$\begin{cases} \omega C U > \frac{U}{\omega L} \Rightarrow \phi < 0 \\ \omega C U < \frac{U}{\omega L} \Rightarrow \phi > 0 \end{cases}$$

- пример. ф.о.

- на остави трансформите мереј.

$$I = \sqrt{i_R^2 + i_L^2}$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\omega C U + \left(-\frac{U}{\omega L}\right)\right)^2}$$

$$I = V \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2} \quad -\text{ef. vpr.}$$

$$\begin{cases} \phi = \theta - \psi \\ \phi = -\arctg \frac{wC - \frac{1}{wL}}{\frac{1}{R}} = -\arctg \frac{wC - \frac{1}{wL}}{R} \end{cases}$$

$$\psi = \theta + \phi = \theta + \arctg \frac{wC - \frac{1}{wL}}{R} \quad -\text{fiz. faza}$$

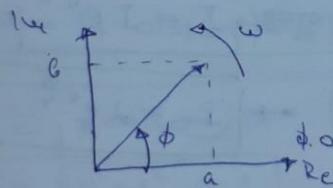
$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot V \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(wC - \frac{1}{wL}\right)^2} \cdot \cos\left(\omega t + \arctg \frac{wC - \frac{1}{wL}}{R}\right)$$

26) U redisejnosim fazeva konj. projekcija

- ravni u kojim ležeće fazeve se pretvaraju u kompleksne ravni tako da postoji jasno odgov. odnos, a fakta oca ga se dohvata sa realnim osim.

\Rightarrow vrednost elastične fazeve odgovara cos φ jedinstv. konj. dr.



- * dobitenica fazeve odgovara podjednici kompleksne projekcije
- * fakta oca odu je argument kompl. projekcije

Комплексен представител на променливия ток

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \phi) \leftrightarrow U = U e^{j\phi}$$

можи комплекстната форма да се изрази като
съществува еднакъв съществуващ
така че ефективният ток

изпълнителен токът
е разпределен по
всички фази при
единиците.

- при формирането на токът представителя променливият
ток, определен ще да се създава (н.т.) наричан
за комплексният ток, та се на остава няма
направи съществуващ ток фаза, та саме това
можи токът да се изрази като

Задание

$$i_1(t) = 2\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{3\pi}{4})$$
$$i_2(t) = 7 \sin(\omega t + \bar{\phi})$$

$$I_1 = ? \quad I_2 = ?$$

$$i_1(t) = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + \psi) \leftrightarrow I = I e^{j\psi}$$

$$i_1(t) = 2\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right) \leftrightarrow I_1 = 2 e^{-j\frac{3\pi}{4}}$$

$$i_2(t) = 7 \sin(\omega t + \bar{\phi})$$

$$i_2(t) = 7 \cos(\omega t + \bar{\phi} - \frac{\pi}{2})$$

$$i_2 = 4,95 \sqrt{2} \cos(\omega t + \bar{\phi} - \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow I_2 = 4,95 e^{j\bar{\phi} - \frac{\pi}{2}}$$

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \Rightarrow I_d = \frac{7}{2}$$

$$|I_d = 4,95|$$

27)

шарыя меша кио 26. 30ff

Задание

a) $I = (1+j) A \quad \vartheta = ?$

$$I = \sqrt{1^2 + (1)^2}$$

$$|I = \sqrt{2}|,$$

$$\phi = \arctg \frac{b}{a} = \arctg 1$$

$$|\phi = \frac{\pi}{4}|$$

$$i = \sqrt{2} \cdot \omega s(\omega t + \psi) \Rightarrow |i(t)| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

$$|i(t) = 2 \omega s(\omega t + \frac{\pi}{4})|$$

b) $I = -1 A = (-1 + 0j) A$

$$|I = \sqrt{(-1)^2 + 0^2} = 1|$$

$$\psi = \arctg \frac{-0}{-1} = -\arctg 0 = -\frac{\pi}{2}$$

$$|\psi = -\frac{\pi}{2}|$$

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t + \psi)$$

$$|i(t) = \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})|$$

b) $I = j A = (0 + j) A$

$$|I = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1|$$

$$\psi = \arctg \frac{1}{0} = \arctg \infty$$

$$|\psi = \frac{\pi}{2}|$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \omega s(\omega t + \psi)$$

$$|i(t) = \sqrt{2} \omega s(\omega t + \frac{\pi}{2})|$$

$$i) I = (\sqrt{5} - j) A$$

$$|I| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-1)^2} = \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$$

$$\varphi = \arctg \frac{-1}{\sqrt{5}} = \frac{\pi}{5}$$

$$\varphi = \arctg \frac{-\sqrt{5}}{5} = \arctg \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$i\omega = \sqrt{2} \cos(\nu t + \varphi)$$

$$i\omega t = \sqrt{12} \cos(\nu t - \arctg \frac{\sqrt{5}}{5})$$

(28) номера кв 2б, 3а, 4

3а аналог $\omega = \text{крутил}/s$, за все определ

$$1) \underline{U} = 50(1 - j\sqrt{3}) V \quad \text{нужно} = ?$$

$$2) \underline{U} = 25\sqrt{2}(13 + j) e^{-j\frac{3\pi}{2}}$$

Комплексное изображение из комплексного анализе

за модуля и аргумента изображения из комплексного

знач

$$\text{mod}(z_1 \cdot z_2) = \text{mod}(z_1) \text{mod}(z_2)$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$$

$$1) V = 50(1-j\beta) \quad ; \quad 50 \Rightarrow 50 + 0j$$

$$V = |V| = |50(1-j\beta)| = |50| \cdot |1-j\beta|$$

$$V = 50 \cdot \sqrt{1^2 + (-\beta)^2} = 50 \cdot 2$$

$$\boxed{V = 100V}$$

$$\theta = \arg(50(1-j\beta)) = \arg 50 + \arg(1-j\beta)$$

$$\theta = \phi + \arctg \frac{b}{a} = \phi + \arctg -\frac{\beta}{1}$$

$$\boxed{\theta = -\frac{\pi}{3}}$$

$$u(t) = \omega_0 v \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow \boxed{u(t) = 100\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})}$$

- yspomim $\omega = 400\pi \text{ rad/s}$

$$2) V = 25\sqrt{2} (\beta + j) e^{-j\frac{3\pi}{2}}$$

$$V = |V| = |25\sqrt{2} (\beta + j) e^{-j\frac{3\pi}{2}}| = |25\sqrt{2}| \cdot |\beta + j| \cdot |e^{-j\frac{3\pi}{2}}|$$

$$V = 25\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 1$$

$$\boxed{V = 50\sqrt{2} V}$$

$$\theta = \arg(25\sqrt{2} (\beta + j) e^{-j\frac{3\pi}{2}}) = \arg(25\sqrt{2}) + \arg(\beta + j) + \arg(e^{-j\frac{3\pi}{2}})$$

$$\theta = \phi + \overline{\phi} - \frac{3\pi}{2}$$

$$\boxed{\theta = -\frac{4\pi}{3}}$$

$$U(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \phi)$$

$$U(t) = 100 \cos(\omega t - 4\pi/3) \quad ; \quad \omega = 400 \pi \text{ rad/s}$$

29) Аналiza врa џ комплекснoj динамикe

- комплексният начин означава р/извадък
диференциалният диференциален видът
се диференциални и временски динамични
свойства на извъншните и комплексните: $\frac{d}{dt} \leftrightarrow j\omega$

$$L \cdot \frac{di}{dt} \leftrightarrow L \cdot j\omega \underline{I} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{type пасивна} \\ \text{tch. също} \end{matrix}$$

$$C \frac{di}{dt} \leftrightarrow C \cdot j\omega \underline{U}$$

- извъншните същ. f. џ. и бр. динамични зависимости щат
се устойчиви диференциални и временни динамични

I киркуларни

$$\sum i(t) = 0$$

$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0 \leftrightarrow -\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

$$\begin{cases} i_1(t) \leftrightarrow \underline{I}_1 \\ i_2(t) \leftrightarrow \underline{I}_2 \\ i_3(t) \leftrightarrow \underline{I}_3 \end{cases}$$

II knpk. zavet

$$\sum u_{\text{GK}} = \emptyset$$

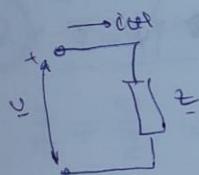
$$-u_1 + u_2 + u_3 = \emptyset \leftrightarrow -\underline{u}_1 + \underline{u}_2 + \underline{u}_3 = \emptyset$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(t) \rightarrow \underline{u}_1 \\ u_2(t) \rightarrow \underline{u}_2 \\ u_3(t) \rightarrow \underline{u}_3 \end{array} \right.$$

(30) $i_{ct} = -\sqrt{2} \sin \omega t ; \omega = 1000 \text{ rad/s}$
 $v = 5V ;$ Намагат фазного засилляє се спрощеною \bar{u}/φ

- реф. відхилення

$$\underline{x}, \underline{y} = ?$$



$$\left\{ \begin{array}{l} i_{ct} = -\sqrt{2} \sin \omega t = -\sqrt{2} \cos(\omega t - \bar{\varphi}_L) \\ i_{ct} = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi) \end{array} \right.$$

$\Rightarrow I = -1A ; \varphi = -\bar{\varphi}_L/2$

$$\boxed{\begin{aligned} I &= I e^{j\varphi} \\ I &= -e^{j-\bar{\varphi}_L/2} \end{aligned}}$$

$$\theta + \bar{\varphi}_L/4 = \varphi$$

$$\theta + \bar{\varphi}_L/4 = -\bar{\varphi}_L/2$$

$$\theta = -\bar{\varphi}_L - \frac{3\bar{\varphi}_L}{4}$$

$$\boxed{\theta = -\frac{3\bar{\varphi}_L}{4}}$$

$$\boxed{v = 5V} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \underline{v} &= U e^{j\theta} \\ \underline{v} &= 5e^{j-\frac{3\bar{\varphi}_L}{4}} \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{5e^{j-\frac{\pi}{4}}}{-e^{j-\frac{\pi}{4}}} \\ \underline{Z} = Z e^{j\phi} \end{array} \right. \\ \rightarrow \underline{Z} = \frac{5e^{j-\frac{\pi}{4}}}{-1 \cdot e^{j-\frac{\pi}{4}}} = -5e^{j(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2})} \\ \underline{Z} = -5e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \boxed{Y = \frac{1}{\underline{Z}} = -\frac{1}{5} e^{j\frac{\pi}{4}}} \end{aligned}$$

31) Комплексна напреженка и комплексна амплитуда

- при изучаване на съпротивата и индуктивността на токови елем. и постоещите обр. комплекстни представянията улози се правят комплексни напр.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad \text{- при ток. пред. обр.}$$

$$\underline{Z} = Z e^{j\phi} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} e^{j(\theta-\psi)} \Rightarrow \begin{cases} Z = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \\ \phi = \theta - \psi \end{cases}$$

* Основоположки

$$N(\underline{U}) = R \cdot i(\underline{I}) \rightarrow \underline{U} = R \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{R \underline{I}}{\underline{I}} = R \cdot 1 = R \cdot e^{j0} \quad ; \quad \underline{\phi = 0} \quad \underline{\underline{Z} = R}$$

* Капак

$$N(\underline{U}) = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L j \omega \underline{I} = \underline{U}$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{L j \omega \underline{I}}{\underline{I}} = L j \omega = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} = Z e^{j\phi}$$

$$\Rightarrow \underline{Z = \omega L} \quad \underline{\phi = \frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{j=0}$$

~~конгидрат~~

$$i\omega l = C \frac{dU}{dt} \rightarrow I = C j\omega U$$

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Y}}{C j\omega U} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{j\phi/2} = Z e^{j\phi}$$

$\underline{Z} = \frac{1}{\omega C}, \quad \phi = -\bar{\alpha}_Z$

- амплитуда є резонансна чи не

$$\underline{Y} = \frac{1}{Z}$$

$$\begin{cases} Z = R \Rightarrow Y = \frac{1}{R} \\ Z = j\omega L \Rightarrow Y = \frac{1}{j\omega L} \\ Z = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow Y = j\omega C \end{cases}$$

32

ПОСМАТРЯМО СЛУКІ!

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I} e^{j(\theta - \psi)} \Rightarrow \begin{array}{l} U=? \quad \theta=? \\ I=? \quad \psi=? \end{array}$$

За ГУІСТ

- Відповідно 2V/dір
- Хорн. 1μS/dір

- вимірюємо амплітуду $U_m = 3$ дір. $2V/dір$

$$U_m = 6V,$$

тобто є з півторою пропорційністю між $U = \frac{U_m}{12}$

$$\Rightarrow U = \frac{6}{12} \cdot \frac{12}{12} \Rightarrow U = 3V$$

}
 - фаза je задача дајући надлежне ствари
 у овој вр. претпостављају $t=0$ ако иначе захтева
 \Rightarrow вредноста ga je $0,5 \text{sin} = 0$.
 - због неког уговора да је изгубле ствари
 уваже
 \Rightarrow вредноста ga je $2 \text{div} = T$
 * иначе знатно ga једнако некој изгубле изгубле

на монитору рече ga je $\theta = \frac{1}{4} T$

виј. $\theta = \frac{1}{4} \cdot 2\pi$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

$$U = U_0 e^{j\theta} \Rightarrow \boxed{U = 3\sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{2}}}$$

за изложију

- варомик. $1 \text{mA}/\text{div}$
- кориз. $2 \mu\text{s}/\text{div}$

$$I_m = 3 \text{div} \cdot 1 \text{mA}/\text{div}$$

$$\boxed{I_m = 3 \text{mA}}$$

$$I = \frac{I_m}{R} = \frac{3 \text{mA}}{12} \cdot \frac{12}{12}$$

$$\boxed{I = 1,5 \text{A}}$$

$$\begin{aligned}\psi &= 0,5 \text{ div} \\ T &= 1 \text{ dir}\end{aligned}$$

$$T = 2\bar{n}$$

$$\boxed{\psi = \bar{n}}$$

$$\underline{I = 1,5 \text{ A} e^{j\bar{\alpha}}} = \cancel{A \cdot 1,5 e^{j\bar{\alpha}}}$$

$$\Rightarrow Z = I e^{j\phi} = \frac{V}{I} e^{j(\phi - \alpha)}$$

$$Z = \cancel{135 \Omega} \quad Z = \frac{382}{1,5 \cdot 10^3 \Omega} e^{j(\bar{\phi}_2 - \bar{\alpha})}$$

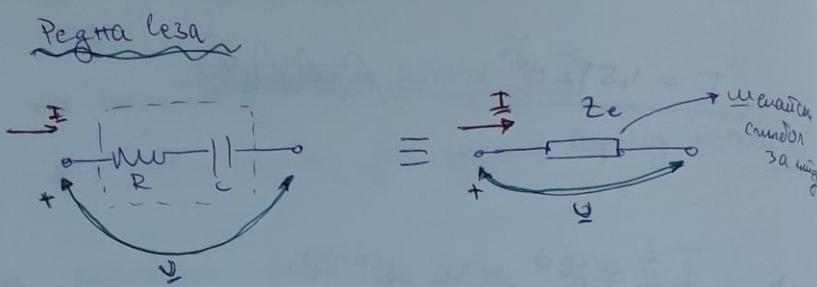
$$Z = 2000 e^{j\bar{\phi}_2}$$

$$\boxed{Z = -2j \text{ [k}\Omega\text{]}}$$

1 (33)

Природна фазнограђија преда посебних вред.

- уз то је да организације и савременост
преда најјакији утицаје највећа и највећа
применујућа.



$$U = RI + \frac{1}{j\omega C} I$$

$$U = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) I = Z_e I$$

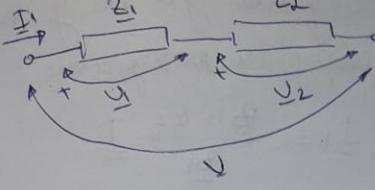
$$U = Z_e I$$

$$\Rightarrow Z_e = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_e = R - \frac{j}{\omega C}$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_e = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} e^{-j \arctg \frac{1}{\omega C}} \\ Z_e = Z_e e^{j\phi_e} \end{array} \right\}$$

$$\hookrightarrow Z_e = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{и} \quad \phi_e = \arctg \frac{1}{\omega C}$$

- последовательное соединение


$$\underline{V}_s = \underline{V}_1 + \underline{V}_2$$

$$\underline{V} = \underline{Z}_1 \underline{I} + \underline{Z}_2 \underline{I}$$

$$\underline{V} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) \underline{I} = \underline{Z}_e \underline{I}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = \underline{Z}_e$$

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

- последовательно включенные параллельные!

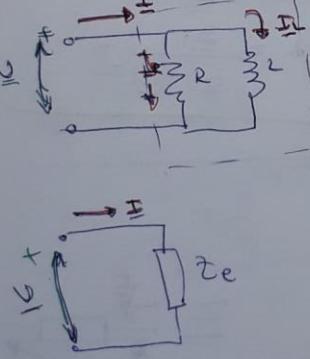
$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{V}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{V} \\ \underline{V}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{V} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \text{если } \underline{V}_1 = \underline{V}$$

$$\underline{V}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \underline{V} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_e} \underline{V}$$

* для N производитка

$$\underline{Z}_e = \sum_{k=1}^N \underline{Z}_k$$

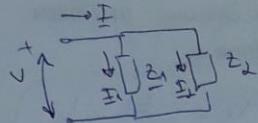
Параллельное соединение


$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{I} = \frac{\underline{V}}{R} + \frac{\underline{V}}{j\omega L} = \underline{V} \left(\frac{R + j\omega L}{R j\omega L} \right) \\ \underline{I}_L = \frac{\underline{V}}{j\omega L} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_e = \frac{R + j\omega L}{R j\omega L}$$

(1) - я одноточечная схема:



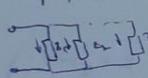
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = U \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \\ I = \frac{U}{R_{eq}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$R_1 \parallel R_2$

* я схема N тирона. Всех N ветвей:



$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots$$

$$I = U \left(\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)$$

$$Y_C = Y_1 + \dots + Y_N \Leftrightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

- выражение для я тирона:

$$I_1 = \frac{R_2 / R_1}{R_1 + R_2} I$$

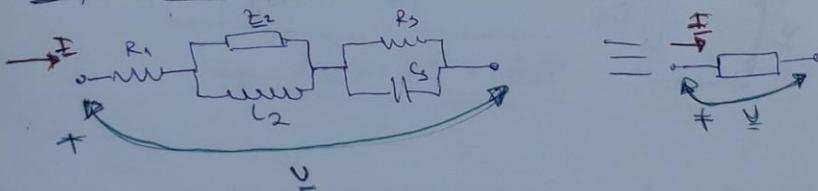
$$I_2 = \frac{R_1 / R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{R_2 / R_1}{R_1 + R_2} I \\ I_2 = \frac{R_1 / R_2}{R_1 + R_2} I \end{array} \right.$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Межобузковое ведо



* кратчайшее расстояние между двумя межобузковыми ведо не параллельно

Q W E R T Z

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{z}_c = R_1 + \frac{j\omega L_2 \cdot \underline{z}_2}{j\omega L_2 + \underline{z}_2} + \frac{R_3 \cdot \frac{1}{j\omega C_3}}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}} \\ \underline{z}_e = R_1 \oplus (j\omega L_2 || \underline{z}_2) \oplus (R_3 || \frac{1}{j\omega C_3}) \end{array} \right.$$

Zagadka

$$\underline{z}_1 = 10(3-j) \Omega$$

$$\underline{z}_2 = 10(1+j) \Omega$$

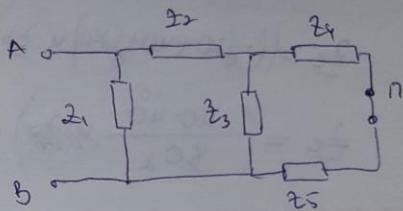
$$\underline{z}_3 = 40 \Omega$$

$$\underline{t}_4 = -j20 \Omega$$

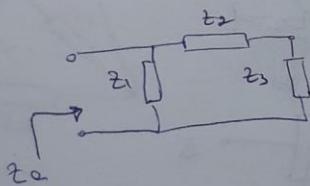
$$\underline{z}_5 = 20(2+j) \Omega$$

$$\underline{z}_6 = ? \quad \text{a)} \cap \text{anwb.}$$

$$\text{b)} \cap \text{sonwb.}$$



a) \cap anwb.



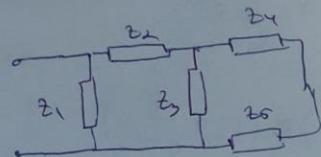
$$\underline{z}_e = \underline{z}_1 \cup (\underline{z}_2 \oplus \underline{z}_3)$$

$$\underline{z}_e = \frac{\underline{z}_1 \cdot (\underline{z}_2 + \underline{z}_3)}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \underline{z}_3}$$

$$\underline{z}_e = \frac{(30 - 10j)(50 + 10j)}{80}$$

$$\underline{z}_e = 2.5(8-j)$$

(51)



$$\underline{z}_e = ((\underline{z}_4 \oplus \underline{z}_5) \cup \underline{z}_3) \oplus \underline{z}_2) \parallel \underline{z}_1$$

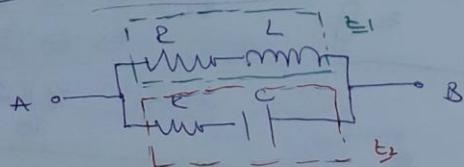
$$\underline{z}_e = ((-j20 + 40 + j20) \cup \underline{z}_3) \oplus \underline{z}_2) \parallel \underline{z}_1$$

$$\underline{z}_e = \left(\frac{40 \cdot 40}{30+40} \cancel{\times j20} \right) \oplus \underline{z}_2) \parallel \underline{z}_1$$

$$\underline{z}_e = (30 + 40j) \parallel (30 - 10j)$$

$$\underline{z}_e = \frac{500 + 100}{60} \Rightarrow \boxed{\underline{z}_e = \frac{50}{3} \Omega}$$

(3)

134) місця ненарвів $\rightarrow \underline{z}_3 = 33 \angle 30^\circ$ загальак $w_1 R = \sqrt{\frac{L}{C}}$, $\underline{z}_e = ?$ 

$$\underline{z}_e = \underline{z}_1 \cup \underline{z}_2 = \frac{\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} \quad ; \quad \begin{cases} \underline{z}_1 = R + j \omega L \\ \underline{z}_2 = R + \frac{1}{j \omega C} \\ \underline{z}_3 = \frac{1 + j \omega C}{j \omega C} \end{cases}$$

$$\underline{Z}_e = \frac{(R+j\omega L) \cdot \frac{1+j\omega RC}{j\omega C}}{R+j\omega L + \frac{1+j\omega RC}{j\omega C}} = \frac{(R+j\omega L)(1+j\omega RC)}{j\omega C(R+j\omega L) + 1+j\omega RC}$$

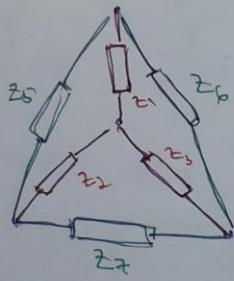
$$\underline{Z}_e = \frac{R+j\omega L^2 C + j\omega L - \omega^2 RLC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1+j\omega RC} = \frac{R - \omega^2 RLC + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j2\omega RC}$$

$$\underline{Z}_e = \frac{R(1 - \omega^2 LC + j2\omega \frac{L}{R})}{1 - \omega^2 LC + j2\omega \frac{L}{R}}$$

$R \cdot C = R \cdot \frac{L}{R^2} = \frac{L}{R}$

$$\boxed{\underline{Z}_e = R}$$

35) Прианализирана зъбеста-напојда и пројекционна схема



1) нодовите напојдни зъби

$$\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3 \rightarrow \underline{Z}_5, \underline{Z}_6, \underline{Z}_7$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{Z}_5 = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{Z}_6 = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \\ \underline{Z}_7 = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \end{array} \right.$$

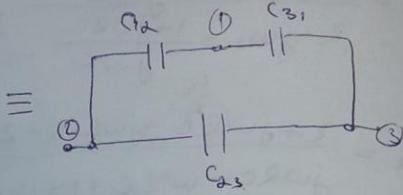
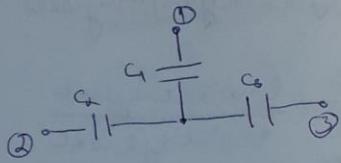
2) нодовите напојдни нодове

$$\underline{Z}_5, \underline{Z}_6, \underline{Z}_7 \rightarrow \underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_5 \cdot \underline{Z}_6}{\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_7}, \quad ; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_5 \cdot \underline{Z}_7}{\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_7}, \quad ; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_6 \cdot \underline{Z}_7}{\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_7}$$

*ако $\underline{Z}_n = \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_7 = 0$, то нодът е връзки на напојда

Bogensch



no 3stufige $\underline{z}_{12} = \underline{z}_1 + \underline{z}_2 + \frac{\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2}{\underline{z}_3}$ $\underline{z}_{23} = \underline{z}_2 + \underline{z}_3 + \frac{\underline{z}_2 \cdot \underline{z}_3}{\underline{z}_1}$ $\underline{z}_{31} = \underline{z}_3 + \underline{z}_1 + \frac{\underline{z}_3 \cdot \underline{z}_1}{\underline{z}_2}$

$\underline{z}_1 = \frac{1}{j\omega C_1}$
 $\underline{z}_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$
 $\underline{z}_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$

$$\underline{z}_{12} = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{\frac{1}{j\omega C_1} \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{\frac{1}{j\omega C_3}}$$

$$\underline{z}_{12} = \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{C_3}{C_1 C_2} \right)$$

$$\underline{z}_{12} = \frac{1}{j\omega C_{12}}$$

$$\Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$



- nahe Heimat mehrere Begriffe da

je:

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{31} = \frac{C_3 \cdot C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

us impedenza j salvagaggio:

$$z_1 = \frac{z_{12} \cdot z_{31}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}} \quad ; \quad z_{12} = \frac{1}{j\omega C_{12}}$$

$$z_2 = \frac{z_{12} \cdot z_{23}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}} \quad ; \quad z_{23} = \frac{1}{j\omega C_{23}}$$

$$z_3 = \frac{z_{31} \cdot z_{23}}{z_{12} + z_{23} + z_{31}} \quad ; \quad z_{31} = \frac{1}{j\omega C_{31}}$$

$$z_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C_{12}} \cdot \frac{1}{j\omega C_{31}}}{\frac{1}{j\omega C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_{31}}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_{12} + C_{31}}}{C_{23} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{23}}$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \frac{1}{j\omega} \left(\frac{C_{23}}{C_{23} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{23}} \right) \\ z_1 &= \frac{1}{j\omega C_1} \end{aligned} \right\}$$

$$C_1 = \frac{C_{23} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{31} + C_{12} \cdot C_{23}}{C_{23}}$$

$$C_1 = C_{31} + C_{12} + \frac{C_{12} \cdot C_{31}}{C_{23}}$$

- tra currenti hanno la stessa

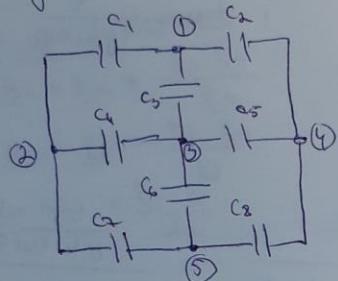
$$C_2 = C_{12} + C_{23} + \frac{C_{12} \cdot C_{23}}{C_{31}}$$

$$C_3 = C_{31} + C_{23} + \frac{C_{21} \cdot C_{23}}{C_{12}}$$

36) параллель \rightarrow 35.30г.

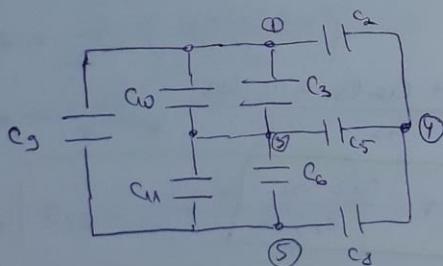
задание

- определить эквивалентный ёмкость параллельно
приложена 1 и 5.



* Применение для тех земли как се
всех параллельных контуров!

$C_1, C_2, C_7 \rightarrow C_9, C_{10}, C_{11}$ (эквивалент-параллель)

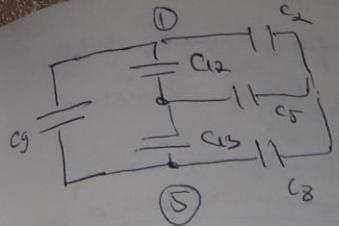


$$\left\{ \begin{array}{l} C_9 = \frac{C_1 \cdot C_7}{C_1 + C_4 + C_7} \\ C_{10} = \frac{C_4 \cdot C_6}{C_1 + C_4 + C_7} \\ C_{11} = \frac{C_6 \cdot C_7}{C_1 + C_4 + C_7} \end{array} \right.$$

- правило деления
т.е.

$$C_{10} \parallel C_5 \rightarrow C_4$$

$$C_1 \parallel C_6 \rightarrow C_7$$



$$C_{12} = C_{10} + C_5$$

$$C_{12} = \frac{C_1 C_6}{C_1 + C_4 + C_7} + C_3$$

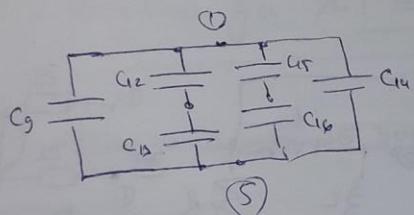
$$C_{12} = \frac{C_1 C_4 + C_1 C_5 + C_3 C_4 + C_3 C_7}{C_1 + C_4 + C_7}$$

$$C_5 = C_4 + C_6$$

$$C_5 = \frac{C_4 \cdot C_7}{C_1 + C_4 + C_7} + C_6$$

$$C_5 = \frac{C_4 C_7 + C_1 C_6 + C_4 C_6 + C_6 C_7}{C_1 + C_4 + C_7}$$

$C_2, C_5, C_8 \rightarrow C_{14}, C_{15}, C_{16}$ (świercza napisane)

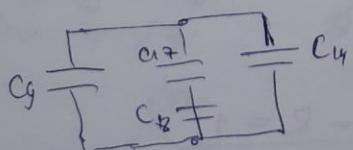


$$\left\{ \begin{array}{l} C_{14} = \frac{C_2 \cdot C_8}{C_2 + C_5 + C_8} \\ C_{15} = \frac{C_2 \cdot C_5}{C_2 + C_5 + C_8} \\ C_{16} = \frac{C_5 + C_8}{C_2 + C_5 + C_8} \end{array} \right.$$

- bvgmo ga 07:

$$C_{12} \parallel C_{15} \rightarrow C_{17}$$

$$C_{16} \parallel C_3 \rightarrow C_8$$



$$C_{17} = C_{12} + C_{15}$$

$$C_{17} = \frac{C_1 C_4 + C_1 C_5 + C_3 C_4 + \dots}{(C_1 + C_4 + C_7)(C_2 + C_5 + C_8)}$$

$$C_E = (C_9 \parallel (C_{17} \oplus C_8) \parallel C_4)$$

с однородн. га ог си разбивам, иначе
вычленим из выражения га бывш. члены

$$C_e = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_7 G_8 + G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_8 + \dots + G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_7 G_8}{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_7 G_8 + \dots + G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 G_8}$$

$$C_e = 1 F$$

37) Амперија \rightarrow ЗС. 30г.

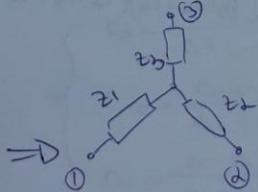
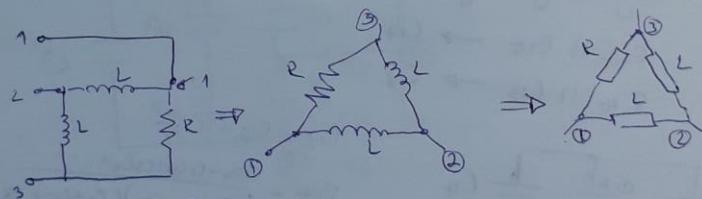
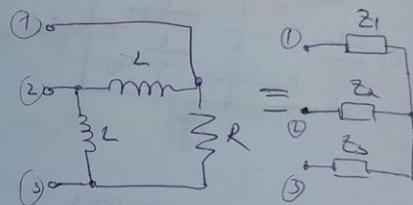
Задача

$$R = 1 \Omega$$

$$L = 1 mH$$

$$\omega = 10^3 s^{-1}$$

-направлено упрощение г. схем.
здесь же



$$\begin{aligned} Z_R &= R = 1, \\ Z_L &= j\omega L = j10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \\ Z_2 &= j \end{aligned}$$

$$Z_1 = \frac{Z_L - Z_L}{Z_L + 2Z_L} = \frac{j}{1+2j} \cdot \frac{1-2j}{1-2j}$$

$$Z_1 = \frac{j(1-2j)}{1^2 - 2^2 \cdot (n)} = \frac{2+j}{5}$$

$$Z_2 = \frac{Z_L \cdot Z_L}{Z_L + 2Z_L} = \frac{j \cdot j}{1+2j} \cdot \frac{1-2j}{1-2j}$$

$$Z_2 = \frac{(-1) \cdot (1-2j)}{5}$$

$$Z_3 = \frac{2j-1}{5}$$

- Gugus ga $\neq Z_1 = Z_3$

38) Meapnya $\rightarrow 35.30^\circ$

Zgantuk

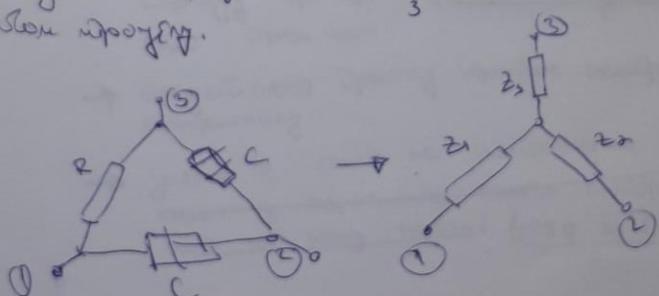
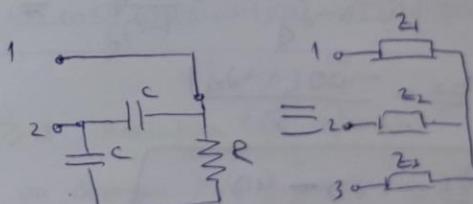
$$C = C_L = 1 \mu F$$

$$R = 100\Omega$$

$$\omega = 10^4 s^{-1}$$

misalnya zgantuk cel.

Siapa yg paling?



$$\underline{z}_R = R = 100 \Omega$$

$$\underline{z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \frac{-j}{0,101}$$

$$\underline{z}_L = j100 \Omega$$

$$\underline{z}_1 = \frac{\underline{z}_R + \underline{z}_C}{\underline{z}_R + \underline{z}_C + \underline{z}_L} = \frac{-100 + j100}{100(1-2j)} = \frac{-100j}{100} \cdot \frac{1+2j}{1-2j}$$

$$\underline{z}_1 = \frac{-100(1+2j)}{12 - 2^2 + 1^2} = \frac{-20(1+2j)}{8}$$

$$\underline{z}_1 = -20j + 40$$

$$\underline{z}_1 = 40 - 20j$$

- conseguendo que $\underline{z}_1 = \underline{z}_3$

$$\underline{z}_2 = \frac{\underline{z}_C + \underline{z}_L}{\underline{z}_R + 2\underline{z}_C} = \frac{100j + 200j}{100(1-2j)}$$

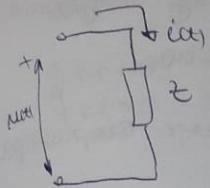
$$\underline{z}_2 = \frac{j^2 \cdot 200}{1-2j} \cdot \frac{1+2j}{1+2j} = \frac{-100(1+2j)}{(1-j)(1+2j)}$$

$$\underline{z}_2 = \frac{-200(1+2j)}{8}$$

$$\underline{z}_2 = -20 + 40j$$

33) Синус и квадратни преносници, решени

- јавају се као супротност на супротноста пројектанта



$$P(t) = U(t) \cdot i(t) \quad \text{- квадратна стапка [W]}$$

→ излазна вр. је сума сваког квадратног вр.
Нисе ове вредности заснована за пројектанте
преносе.

- Јавају се најчешће у кононитим односима:

$$\begin{cases} u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \phi) \\ i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(t) = 2UI \cos(\omega t + \phi) \cos(\omega t + \psi)$$

изменију се $\phi = \theta - \psi \Rightarrow \psi = \theta - \phi$; $\cos \phi > 0$.

$$\text{и } 2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$$

$$\boxed{P(t) = UI \cos \phi + UI \cos \phi \cos(2\omega t + 2\phi) + UI \sin \phi \sin(2\omega t + 2\phi)}$$

$$P = UI \cos \phi \quad [\text{W}] \geq 0 \quad \text{Активна (прујат) стапка}$$

→ због што да је по формулама $P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} P(t) dt$, највећи
погодују ср. вр. преносници који су унутар θ , па оније
само низији честоти.

→ предсављавају једноставнији преносници енергије на
преноснице.

→ јавља се само на активну (прујату) стапку
~~која се назива активна (прујату) стапка, ако честоте
које се користе не могу да се обједињеју ($\cos \phi$ за $C \cup L \neq 0$)~~

$$Q = VI \sin \phi [var] - \text{реактивная мощность}$$

\hookrightarrow компонент реактивной

\rightarrow яблока се съсът на конен и изглежда.

\hookrightarrow отрицателна е реактивната енергия.

\rightarrow отрицателна енергия енергията енергията и променлива.

\rightarrow при същите кондиции и токът, ако е променлив токът, непрекърнато са общи.

\hookrightarrow $\begin{cases} P(t) > 0 & \text{използва се като източник (изправя} \\ P(t) < 0 & \text{брала енергия (източник (изправя} \\ \text{външните конд., ако не са конденсатори)} \end{cases}$

* за изграждане на напр. серийни RL, RC... (паралелни)
използва се външни и реални кондиции както на оги енергии

$$S = VI [va] - \text{видима мощност}$$

\hookrightarrow компонент

факторът на енергийна производителност:

$$k = \cos \phi = \frac{P}{S} ; \quad 0 \leq k \leq 1$$

факторът на реактивните мощности:

$$kr = \sin \phi = \frac{Q}{S} ; \quad -1 \leq kr \leq 1$$

гравиц.

$$\begin{aligned} k^2 + kr^2 &= \cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1 \\ k &\stackrel{\oplus}{=} \sqrt{1 - kr^2} \end{aligned}$$

-gok za:

$$k_r = \pm \sqrt{n - k^2}$$

нреда га знаеш прилогу пристника

$\begin{cases} k_r < 0 & \rightarrow \text{приметно контурниваш пристник (изгуби)} \\ k_r > 0 & \rightarrow \text{приметно изгубишиш (изгуби)} \end{cases}$

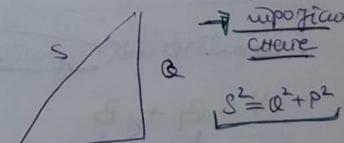
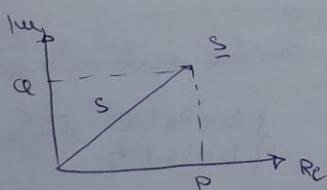
Комплексата струја пристника

-je компл. струја које је резултат гмо активна (рп.) струја а магнетарству је реактивна

$$\begin{aligned} S &= P + jQ = UI \cos\phi + jUI \sin\phi [VA] \\ &= UI(\cos\phi + j\sin\phi) \\ &= UI e^{j\phi} \\ &= S \cdot e^{j\phi} \end{aligned}$$

$$U \cdot I = U e^{j\phi} \cdot I e^{j\psi} = U I e^{j(\phi+\psi)} \neq U I e^{j\phi} \text{ jer } \underline{\phi = 0 - \psi}$$

$$\Rightarrow S = UI \rightarrow \text{коришћено!}$$

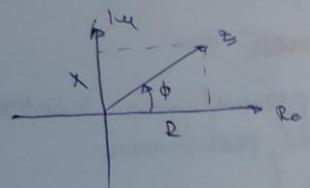


Комплексна магнитарка и комплексна амплитуда

- комплексна амплитуда се може позадијати ја обл.

$$z = R + jx \quad R = \operatorname{Re}[z] \quad x = \operatorname{Im}[z]$$

релативна



$$\begin{cases} R > 0 \\ x > 0, x \neq 0, R \neq 0 \end{cases}$$

$$z = R + jx = \sqrt{R^2 + x^2} e^{j \operatorname{arctg} \frac{x}{R}} = z e^{j\phi} = z \cdot \cos \phi + z \cdot j \sin \phi$$

$$\begin{cases} R = |z| \cos \phi & \text{за } \operatorname{arctg} R > 0 \text{ вклучува} \\ x = |z| \sin \phi & \phi \in [-\pi/2, \pi/2] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{x}{R}, & R > 0 \\ \pi/2, & R = 0 \text{ и } x > 0 - \text{неконтактни, вклучуваат} \\ -\pi/2, & R = 0 \text{ и } x < 0 - \text{неконтактни, вклучуваат} \\ 0, & R = 0 \text{ и } x = 0 \end{cases}$$

- комплексна амплитуда се може најдесијати ја обл.

$$Y = G + jB \quad G = \operatorname{Re}[Y] \quad B = \operatorname{Im}[Y]$$

имагинаријална

$$\text{запо: } \begin{cases} G > 0 \\ B > 0, B \neq 0, G \neq 0 \end{cases}$$

$$\underline{y} = y e^{j\phi} = \underline{y} \cos\phi - j \underline{y} \sin\phi$$

$$\Rightarrow G = y \cos\phi \quad u \quad B = -y \sin\phi \quad y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$\phi = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \frac{B}{G}, & G > 0 \\ \pi/2, & G = 0, B > 0 - \text{контурненбет} \\ \pi/2, & G = 0, B < 0 - \text{многуменбет краттер} \\ 0, & G = 0, B = 0 \end{cases}$$

загашақ

$$k_1 = 0.8$$

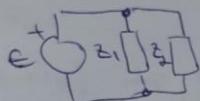
$$P_1 = 8 \text{ kW}$$

$$k_{r2} = -1$$

$$S_2 = 6 \text{ kVA}$$

$$S_1 = ?$$

$$k = ?$$



- определено нахождение k_{r1} (≤ 1)

$$\Rightarrow k_{r1} > 0.$$

$$k_{r1} = \sqrt{1 - k_1^2}$$

$$\boxed{k_{r1} = 0.8}$$

$$\frac{P_1}{S_1} = k_1 \quad u \quad \frac{\underline{Q}_1}{S_1} = k_1 \Rightarrow \boxed{S_1 = \frac{\underline{Q}_1}{k_{r1}}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{k_1} = \frac{\underline{Q}_1}{k_{r1}}$$

$$\frac{\underline{Q}_1}{1} = \frac{P_1}{k_1} \cdot k_{r1} \Rightarrow \boxed{\underline{Q}_1 = G \text{ kVar}} \quad u \boxed{P_1 = 8 \text{ kW}}$$

- находит \underline{S}_1 по

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= P_1 + j \underline{Q}_1 \\ \underline{S}_1 &= (8 + j 6) \text{ kVA} \end{aligned}$$

$$k_{P_2} = -1 \quad \text{л. ①}$$

$$k_i = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{P_2}{S_2} = k_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$$

$$\frac{Q_2}{S_2} = k_2 = -1 \Rightarrow Q_2 = -1 \cdot 6 \text{ kVA} \\ Q_2 = -6 \text{ kvar}$$

- на р.:

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2$$

$$\underline{S}_2 = -j6 \text{ kVA}$$

- по последовательной компоненте тока, можно.
она на перемышь не является затухающей можно.
она применима в

$$\underline{S}_e = \underline{S}_1 + \underline{S}_2$$

- на схеме выше есть затухающая составляющая

$$\underline{S} = \underline{S}_e = \underline{S}_1 + \underline{S}_2$$

$$\underline{S} = 8 \text{ kVA}, \text{ при } \underline{S} = (P_1 + P_2) + j(Q_1 + Q_2)$$

затухающая составляющая р.:

$$S = \sqrt{8^2 + 0^2}$$

$$S = 8 \text{ kVA}$$

$$k = \frac{P}{S} = 1$$

- фактор затухания

№ 10) неоружа настичка вг. заг.

Задача

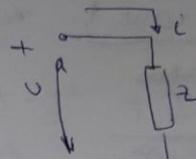
$$i(t) = -2 \sin \omega t \text{ A}$$

$$\omega = 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$U = 10 \text{ V}$$

$$\theta + \bar{\alpha}_L = \frac{\pi}{4} - \text{напряжение питающей}$$

$$\text{пол. } P, Q, S, Z = ?$$



III відповідь кооп. син.

$$-\sin x = \cos(x + \bar{\alpha}_L)$$

$$i(t) = 2 \omega \sin(\omega t + \bar{\alpha}_L) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega t = \theta + \bar{\alpha}_L \quad ; \quad \theta = \bar{\alpha}_L - \bar{\alpha}_Y = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega t = 10^3 \omega \sin(\omega t + \bar{\alpha}_Y)$$

~~загальні~~

~~загальні~~

$$\underline{I} = I e^{j\varphi} \quad \text{и} \quad \underline{U} = U e^{j\theta}$$

$$\underline{I} = R_2 (\cos \bar{\alpha}_L + j \sin \bar{\alpha}_L)$$

$$\boxed{I = R_2 j}$$

$$\underline{U} = 10 e^{j\bar{\alpha}_L}$$

$$\underline{U} = 10 (\cos \bar{\alpha}_L + j \sin \bar{\alpha}_L)$$

$$\boxed{U = 5R_2(1+j)}$$

$$S = \underline{U} \underline{I}^* = 5R_2(1+j) \cdot -R_2 j$$

$$S = 10(1-j) A$$

- компонента креція

$$\begin{cases} S = \text{no} - j\text{no} \\ S = P + jQ \end{cases}$$

$$P = \text{no} \cdot \text{var}$$

to account

$$Q = \text{no} \cdot \text{var}$$

to account

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S = \sqrt{\text{no}^2 + \text{no}^2}$$

$$| S = \text{no} \Omega |$$

- primary current

$$\begin{cases} i(t) = 2 \omega s(\text{no}t + \bar{\phi}/2) \\ u(t) = \text{no} \Omega^2 \omega s(\text{no}t + \bar{\phi}/4) \end{cases}$$

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 \text{no}^2 \omega s(\text{no}t + \bar{\phi}/4) \cdot \omega s(\text{no}t + \bar{\phi}/2)$$

- primary current

$$D = (\beta^2 + 1) \Omega^2 = 2^2 \cdot 4 = 8$$

$$\beta(\beta^2 + 1) \Omega^2 = 8$$

(M) мисепия нара буо 39.3ay.

загашак

$$z = (20 + j10) \cdot 2$$

$$\underline{I} = 20 \text{ A}$$

$$\underline{P}, \underline{Q}, \underline{S}, \underline{s} = ?$$

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

$$\underline{S} = \underline{z} \underline{I} \cdot \underline{I}^* \quad ; \quad \underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{I}^2$$

$$\underline{S} = \underline{z} \underline{I}^2$$

$$\underline{S} = 100(20 + j10) \text{ VA}$$

$$\underline{S} = 1000(2 + j) \text{ VA}$$

$$\boxed{\underline{S} = 2 + j \text{ kVA}}$$

$$\underline{S} = \underline{P} + j\underline{Q}$$

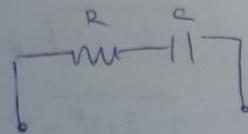
$$\boxed{\underline{P} = 2 \text{ kW}} \quad \text{и} \quad \boxed{\underline{Q} = 1 \text{ kVar}}$$

$$S = \sqrt{2^2 + 1}$$

$$\boxed{S = \sqrt{5} \text{ kVA}}$$

142 περιοδική \rightarrow 39.30g.

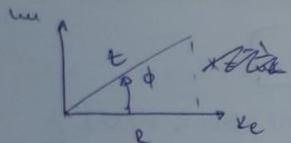
(σχεδιασμός)



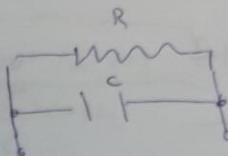
$$\underline{Z} = \underline{R} + j\underline{\omega C}$$

$$\cos\phi = 0.18$$

$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$$



$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega C)^2}}$$



$$\cos\phi' = ?$$

$$\underline{Y} = \underline{Y_L} + \underline{Y_C}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$

~~$$\cos\phi' = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$$~~

$$\cos\phi' = \frac{R}{Z} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}}$$

$$\cos^2\phi + \cos^2\phi' = \frac{R^2}{(\omega CR)^2 + 1} + \frac{1}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$\cos^2\phi + \cos^2\phi' = \frac{(\omega CR)^2}{(\omega CR)^2 + 1} + \frac{1}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$= \frac{1 + (\omega CR)^2}{1 + (\omega CR)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos^2\phi + \cos^2\phi' = 1}$$

$$\cos^2 \phi' = 1 - \cos^2 \phi$$

$$\cos^2 \phi' = 0,36$$

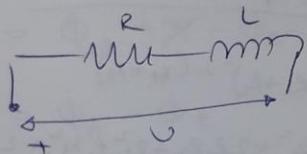
$$\cos \phi' = \pm \sqrt{0,36}$$

$$\underline{\underline{\cos \phi' > 0}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos \phi' = 0,6}$$

43) meopnija \rightarrow sg. sog.

zgaditek



\rightarrow kme rečene ima
aktivnočig storil znam
ga je j. imeti v
lesa sa aktivnočig.

$$\left. \begin{array}{l} P = R I^2 \\ Q_L = Q \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} S = U I^2 = Z I^2 = (R + j\omega L) I^2 \\ S = P + jQ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Q}{P} = \frac{\omega L I^2}{R I^2} \\ \frac{Q}{P} = \frac{\omega L}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q}{P} = \frac{x}{R}$$

$$P = R I^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{P \cdot t^2}{U^2}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$U^2 I^2 = P^2 + Q^2$$

$$Z^2 I^2 \cdot I^2 = P^2 + Q^2$$

$$Z^2 I^4 = P^2 + Q^2$$

$$\left| \frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{P^2 + Q^2} \right|$$

$$R = \frac{P}{Q^2} \cdot \frac{U^2}{P^2 + Q^2}$$

$$R = \frac{P U^2}{P^2 + Q^2}$$

$$\left| \begin{array}{l} P_S = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 \cdot P^2 + Q^2}{P U^2} \\ P_D = P^2 \left(1 + \frac{Q^2}{P^2} \right) \end{array} \right|$$

(44) теория \rightarrow зг. Загадка

Загадка

$$U = 100\sqrt{2} \text{ V}$$

$$U_2 = 100 \text{ V}$$

$$I = 2.5 \text{ A}$$

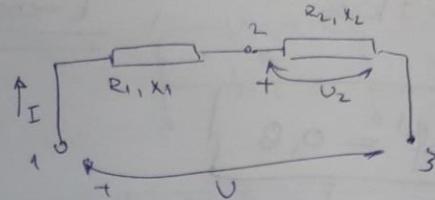
$$\begin{cases} R_1 = 20\Omega \\ X_L = 20\sqrt{3}\Omega \end{cases}$$

$$a) R_2, X_2 = ?$$

$$b) x = ?$$

$$\varnothing_{\text{ср}} - \varnothing = ?$$

a)



$$Z_e = \frac{U}{I} = u0\Omega$$

$$Z_e = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} / \Omega$$

$$U_2 = Z_2 \cdot I$$

$$Z_2 = 40$$

$$\Rightarrow R_2^2 + X_2^2 = (u0)^2$$

$$(u0\Omega)^2 = (R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2$$

$$2 \cdot u0 \cdot 40 = R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2 + X_1^2 + 2X_1X_2 + X_2^2$$

$$2 \cdot u0 \cdot u0 = Z_1^2 + Z_2^2 + 2(R_1R_2 + X_1X_2)$$

$$\varnothing = \cancel{u0} + u0R_2 + u0\sqrt{3}X_2$$

$$u0R_2 + u0\sqrt{3}X_2 = \varnothing \quad / : u0$$

$$R_2 + \sqrt{3}X_2 = \varnothing$$

$$R_2 = -\sqrt{3}X_2 \quad \text{и} \quad X_2 = \frac{-R_2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R_2 + \frac{R_2^2}{3} = 1600$$

$$R_2 \cdot \frac{4}{3} = 1600$$

$$R_2 = 20\sqrt{3} \Rightarrow X_2 = -20\sqrt{2}$$

$$\omega \cos \phi_c = \frac{R_1 z_{te}}{z_c} = \frac{R_1 + R_2}{z_c} = \frac{20\beta + 20}{40\beta} = \frac{1 + \beta}{2\beta}$$

$$\cos \phi_c = \kappa = 0,966$$

$$\phi_c = \bar{u}_{12}$$

$$ii) \quad \phi_c = \theta - \psi$$

$$\phi_2 = \theta_2 - \psi$$

$$\theta_2 - \theta = \phi_2 + \psi - \phi_c - \psi$$

$$\theta_2 - \theta = \phi_2 - \phi_c$$

$$\theta_2 - \theta = -\bar{u}/6 - \bar{u}/12$$

$$\theta_2 - \theta = -\bar{u}/4$$

$$\omega \cos \phi_2 = \frac{R_2}{z_2}$$

$$\omega \cos \phi_2 = \frac{20\beta}{40} = \frac{\beta}{2}$$

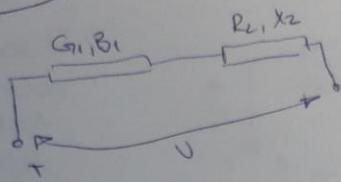
$$\left| \phi_2 = -\bar{u}/6 \right.$$

$$(x_2 > 0 \Rightarrow \phi_2 < 0)$$

б) кинетична
енергия

(45) нискорадија \rightarrow 39. Зад.

Задатак



$$V = 240 \text{ V}$$

$$L_1 = 40 \text{ mH}$$

$$C_1 = \frac{20}{3} \mu\text{s}$$

$\beta = 6,25 \text{ rad/s}$ - лесе погреју

$$Q_1 = -540 \text{ var.}$$

q) $R_1, X_1, L_2 = ?$

d) $k = ?$

$$S = V I^* = V (Y \cdot V)^*$$

$$S = V \cdot Y^* \cdot V^* = V^2 \cdot Z^* = V^2 (G + jB)$$

$$S = P + jQ$$

$$\Rightarrow Q = -BV^2 = -6,25 \text{ m.s.} (240)^2$$

$$\boxed{Q = -360 \text{ var}}$$

$$S = (P_1 + P_2) + j(Q_1 + Q_2) \Rightarrow Q = Q_1 + Q_2$$

$$\Rightarrow Q_2 = Q - Q_1$$

$$Q_2 = -360 \text{ var} + 540 \text{ var}$$

$$\boxed{Q_2 = 180 \text{ var}}$$

$$\begin{aligned} S &= \underline{V} \underline{I}^* = \underline{Z} \underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} \underline{I}^2 = (R + jX) \underline{I}^2 \\ &\quad \left\{ \begin{array}{l} Z = R \underline{I}^2 + j X \underline{I}^2 \\ S = P + jQ \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow Q = X \underline{I}^2$$

$$Q_2 = X_2 \underline{I}^2 \implies \underline{I}^2 = \frac{Q_2}{X_2}$$

$$\boxed{\underline{I} = 1,5\sqrt{2} \text{ A}}$$

$$Q_1 = X_1 \underline{I}^2 \implies \boxed{X_1 = -120 \Omega}$$

ERG

$$Q_1 = -B_1 V_n^2 \implies V_1 = 50\sqrt{2} \text{ V}$$

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_1 \underline{I} \\ \boxed{Z_1 = 60\Omega} \end{aligned}$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} / 2$$

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2 \implies \boxed{R_1 = 60 \Omega}$$

$$Z_c = \frac{V}{I} = 80\Omega$$

$$Z_c = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} / 2$$

$$Z_c^2 = (R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2$$

$$12800 = (R_1 + R_2)^2 + 6400$$

$$R_1 + R_2 = 80$$

$$\boxed{R_2 = 20 \Omega}$$

$$\cos \phi = \frac{R_2 + R_1}{Z_c} = \frac{R_1 + R_2}{80\Omega} = \frac{80}{80\Omega} \Rightarrow \boxed{\cos \phi = \frac{1}{2}}$$

46) Theoria \rightarrow 39. 3ay.

(30minuk)

$$V = 240V$$

$$G_1 = 10mS, B_1 = 20mS$$

$G = 25mS$ - pogne leze

$$P_d = 1080W$$

- mjerja pogne leze fazno npravljaju
Hodjimo, izmjeri vrednost ujednjene mjerovke \Rightarrow Kao da je ujednjena mjerovka!

$$\begin{cases} \phi_{av} < 0 \\ X_{av} < 0 \end{cases}$$

a) $R_2, X_2 = ?$

d) $\phi = ?$ - da li je pas. mjer. u mjerilu ($\varphi = -\phi$)

a) $\underline{R_2, X_2 = ?}$

$$\underline{Z_1 = G_1 + jB_1 = (40 + j80)mS}$$

$$\underline{Z_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{40 - j80}{6000}}$$

$$\underline{Z_1 = (5 - j10)\Omega}$$

$$\begin{cases} R_1 = 5\Omega \\ X_1 = -10\Omega \end{cases}$$

$$P_1 = R_1 I^2 \Rightarrow \underline{I = 6\sqrt{2}A}$$

$$P_e = R \cdot \underline{I^2} = \underline{G \cdot V^2}$$

$$P_e = 1440W$$

$$\Rightarrow P_e = P_1 + P_2$$

$$P_1 = P_e - P_2$$

$$\underline{P_1 = 360W}$$

$$P_2 = R_2 \underline{I^2}$$

$$\underline{R_2 = 15\Omega}$$

$$S_e = V I = 1440VA$$

$$S_e^2 = P^2 + Q^2 = \underbrace{(P_1 + P_2)^2}_{P_e} + Q^2$$

$$\Rightarrow Q = \pm 1440 \text{ var}, \text{ mjerilo je prekladan konservativno}$$

задача №1

$$S = S \sin \phi$$

$$\phi = \arctg \frac{Q}{P}$$

$$\phi < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\phi < 0}}$$

$$Q_2 = Q - Q_1 = -720 \text{ var}$$

$$\Rightarrow Q_2 = X_2 I^2 \Rightarrow \boxed{X_2 = -10 \Omega}$$

5) частота расчета нейтрала и сопротивления

$$\Phi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{X_L + R}{R_1 + R_L} = -\bar{\psi}_p$$

а мы выражаем фазную разницу угол и нейтрале

$$\varphi = -\Phi = \bar{u}/\psi$$

№7) токоприемник \rightarrow 39. Задание

(задание)

$$I_g = 25 \text{ A}$$

$$B_2 = 1000 \mu \text{s}$$

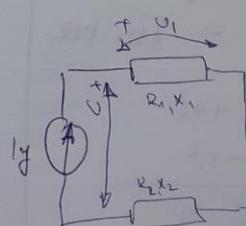
$$L_2 = 15 \text{ mH}$$

$$Q = 5 \text{ var}$$

$$U_1 = 25 \sqrt{2} \text{ b}$$

9) $U_g = ?$

10) $P_g = ? \quad Q_g = ?$



$$\left\{ \begin{array}{l} S = U I^* = U (Q_y)^* = U^* y^* \\ S = P + j Q \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = -B U^2}$$

$$B_2 = 400 \text{ Vs} \quad | \quad \begin{aligned} V_2 &= ? \\ z_2 &= V_2 / Ig \\ V_2 &= z_2 \cdot Ig = 25\sqrt{10} \text{ V} \end{aligned}$$

$$Q_2 = -B_2 V_2$$

$$Q_2 = -400 \cdot 10^{-6} \cdot 625 \cdot 10$$

$$| Q_2 = -2,5 \text{ var} \boxed{\quad}$$

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 \\ Q = -5 \text{ var} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow | Q_1 = -2,5 \text{ var} \boxed{\quad}$$

$$\begin{cases} S = V I^* = Z I^2 = (R + jX) \\ Z = P + jQ \\ Q = X I^2 \end{cases}$$

$$Q_1 = X_1 Ig$$

$$X_1 = -2 \text{ var} \boxed{\quad}$$

$$Q_2 = X_2 Ig$$

$$X_2 = -2 \text{ var} \boxed{\quad}$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{Ig} = \sqrt{13} \text{ kvar}$$

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2$$

$$R_1^2 = Z_1^2 - X_1^2$$

$$R_1 = \sqrt{Z_1^2 - X_1^2}$$

$$R_1 = 3 \text{ var} \boxed{\quad}$$

$$Z_2^2 = R_2^2 + X_2^2$$

$$S = R_2^2 + X_2^2$$

$$R_2 = 1 \text{ kvar} \boxed{\quad}$$

$$Z_e = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

$$Z_e = 4\sqrt{2} k\Omega$$

$$V = Z_e I_g$$

$$V = 200 \text{ V}$$

a)

- 1) - на схеме заземлена обмотка статора, зазор $g_a / 2$
статор трансформатора питается от сети синхронно с ротором
На приводную машину подается напряжение.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = C$$

$$C_{eq} = -S \cdot r_{air}$$

$$P_g = P_1 + P_2$$

$$P_g = SW$$

$$\begin{cases} P = RI^2 \\ SP_1 = R_1 I_g^2 = 3,75 \text{ W} \\ P_2 = R_2 I_g^2 = 1,25 \text{ W} \end{cases}$$

математика → зг. зг.

Задача

$$U = 100V$$

$$P_e = 60W$$

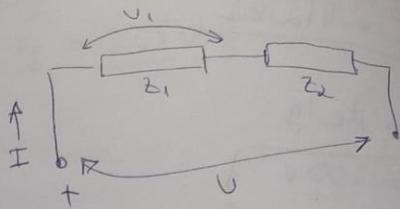
$$Q_e = -30var$$

$$\kappa_1 = 0,8$$

$$U_1 = 50V$$

- приям працювання
передбачається

$$R_1, R_2, \kappa_1, \kappa_2, z_1, z_2 = ?$$



- приям працювання є працюванням якщо $\kappa_1 \neq 0$, а
фактично $\kappa_1 = 0$

Фактично $\kappa_1 = 0$

$$\kappa_1 = \sin\phi_1 = -\sqrt{1-\kappa^2}$$

$$\kappa_1 = \sin\phi_1 = -0,6$$

$$Q_e = U_1 I \sin\phi_1$$

$$I = \frac{Q_e}{U_1 \sin\phi_1} = \frac{-30}{-50 \cdot 0,6} = 1A$$

$$I = 1A$$

$$Q_1 = \kappa_1 I^2$$

$$\kappa_1 = -0,6$$

$$P_1 = R_1 I^2$$

$$R_1 = 100\Omega$$

$$P_1 = U_1 I \cos\phi = U_1 I$$

$$P_1 = 40W$$

$$P_e = P_1 + P_2$$

$$P_2 = P_e - P_1 = 20W$$

$$P_2 = R_2 I^2$$

$$R_2 = 20\Omega$$

$$Z_c = \frac{U}{I}$$

$$Z_c = 100\Omega$$

$$Z_e = \sqrt{R_e + X_e^2}$$

$$R_e = \frac{P_e}{I^2} = 60\Omega \quad (R_1 + R_2)$$

$$X_e^2 = R_e^2 + X_e^2$$

$$X_e = \pm \sqrt{Z_e^2 - R_e^2}$$

$$X_e = \pm 80\Omega$$

$$\begin{aligned} Z_e^2 &= (R_e + X_e)^2 + (R_e - X_e)^2 \\ 100^2 &= 60^2 + (30)^2 + 60 \times 2 \times X_e \end{aligned}$$

$$100^2 = 60^2 + 60^2 + 60 \times 2 \times X_e$$

$$X_e = X_1 + X_2 \quad \text{u} \quad X_1 = -30\Omega$$

$$3a \quad X_e = 80$$

$$X_1 + X_2 = X_e = 80$$

$$-30 + X_2 = 80$$

$$X_2 = 110\Omega$$

$$3a \quad X_e = -80$$

$$X_1 + X_2 = X_e = -80$$

$$-30 + X_2 = -80$$

$$X_2 = -50\Omega$$

- искать 3-такою же ре гоги ми арические определ
считывая наименьшую $X_2 < 0$

$$\Rightarrow X_2 = -50\Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = 50\Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} = 53,85\Omega$$

49

нтеорија \rightarrow зг. задачник

загадак

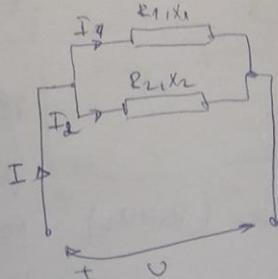
$$\begin{cases} R_1 = 18 \Omega \\ X_1 = 24 \Omega \end{cases}$$

$$Q_2 = -81 \text{ var}$$

$$Q = 155 \text{ var} - \text{напомене лесе}$$

$$I = 1,5 \sqrt{5} \text{ A}$$

$$R_2, X_2, Z_2 = ?$$



$$R_1 = 18 \Omega \quad X_1 = 24 \Omega \Rightarrow Z_1 = 30 \Omega$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = 216 \text{ var}$$

$$Q_1 = X_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{Q_1}{X_1}} = 3 \text{ A}$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow P_1 = 162 \text{ W}$$

$$V = b_1 I_1$$

$$V = 90 \text{ V}$$

- прилагача метода непарените лесе PC°

$$S = VI = 15\sqrt{5} \text{ VA}$$

$$\Rightarrow S^2 = P^2 + Q^2$$

$$P^2 = S^2 - Q^2$$

$$P = \sqrt{S^2 - Q^2} = 270 \text{ W} \quad | \quad P_1 = 162 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P = P_1 + P_2$$

$$P_2 = P - P_1$$

$$| \quad P_2 = 108 \text{ W}$$

$$P_t = 108 \text{ W} \quad \text{u} \quad Q_2 = -81 \text{ Var}$$

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2$$

$$\underline{S}_2 = 108 - j81$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{S}_2 \\ \underline{S}_2 = \underline{Y}_2^* \cdot \underline{V}^2 \end{array} \right.$$

$$\hookrightarrow \underline{Y}_2 = \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{V}^2} = (40 - j40) \text{ mS}$$

$$\boxed{\underline{Z}_2 = \frac{1}{\underline{Y}_2} = (48 - j36) \Omega}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2$$

$$\Rightarrow \boxed{R_2 = 48 \Omega \quad \text{u} \quad X_2 = -36 \Omega}$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_2 = \sqrt{48^2 + 36^2}$$

$$\boxed{Z_2 = 60 \Omega}$$

(50) теорија \rightarrow бг. сагледник

сагледник

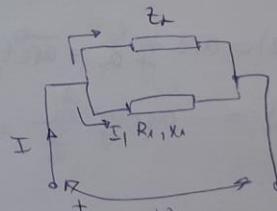
$$R_1 = 5 \Omega$$

$$X_1 = 10 \Omega$$

$$\underline{S} = (516 - j018) \text{ VA}$$

I_2 фазни напон V_2 ≈ 44

т.ф. бг. напона сваке фазе



$$\underline{Z}_1 = (R_1 + jX_1)$$

$$\underline{Z}_1 = (5 + j10) \Omega \Rightarrow \boxed{\underline{Y}_1 = (0.0 - j0.8) \text{ mS}}$$

$$\phi_2 = \theta - \psi_2 \quad ; \quad \psi_2 = \theta + \bar{\alpha}/4$$

→ no bogensen rücklauf

$$\phi_0 = \theta - \theta - \bar{\alpha}/4$$

$$\boxed{\phi_2 = -\bar{\alpha}/4}$$

$$\underline{y}_2 = y_2 e^{j\phi_2} = y_2 (\cos \phi_2 - j \sin \phi_2)$$

$$\boxed{\underline{y}_2 = y_2 \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + j)}$$

$$\underline{y}_e = \underline{y}_1 + \underline{y}_2 \quad - \text{reziproker RC leza}$$

$$\underline{y}_e = \left(w_0 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + j \left(-80 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\text{Kosz } \underline{y} : \underline{S} = S e^{j\phi} \quad \sim \quad \underline{y} = y e^{j\phi} = y e^{j\varphi}$$

$$-\text{LNGW } \underline{y} \text{ ga } \underline{\arg(y_e)} = -\arg(\underline{S})$$

$$\arg(\underline{S}) = \arg \frac{b}{a} = \overline{\arctg} \frac{-0,8}{5,6}$$

$$\arg(\underline{S}) = -\arctg \frac{\frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = -\arctg \frac{1}{7} = -\arctg \frac{1}{7}$$

$$\varphi = \arg(\underline{y}_e) = -\arg(\underline{S}) = \arctg \frac{1}{7}$$

$$\varphi = \arctg \frac{-80 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2}}{w_0 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\rightarrow \frac{-80 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2}}{w_0 u s + y_2 \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{7}$$

- the way ce opegnis

$$\underline{y}_2 = 100 \beta_2 \mu S$$

$$\phi_2 = \varphi_a$$

$$\underline{y}_2 = y_2 (\cos \phi_2 - j \sin \phi_2)$$

$$\underline{y}_r = (n_0 + j n_0) \mu S$$

$$\Rightarrow \underline{y}_e = (n_0 + j n_0) \mu S$$

$$S = V \underline{I}^* = \underline{y}_e^* V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{S}{\underline{y}_e^*}} = 200 V \Rightarrow$$

$$I_1 = y_1 V = 8 \text{ mA}$$

$$I_2 = y_2 V = 20 \text{ mA}$$

$$I = y_e V = 20 \text{ mA}$$

51

линейка $\rightarrow 39.30\text{g}$.

Схема

$$\omega s \phi_1 = 0.6$$

$$\omega s \phi_2 = 0.8$$

- еф. бр. кирье вперед
против. је задати лета су
еф. бр. кирье гранич.

$$a) \varphi = -\phi = ?$$

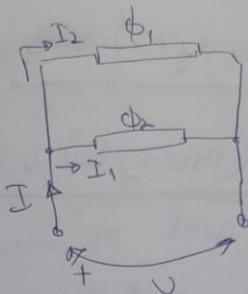
$$\bar{J}_1 = ? \quad \text{-јакин. десте}$$

$$\cos \phi_1 = 0.6 \Rightarrow \sin \phi_1 = -0.8$$

$$\omega s \phi_2 = 0.8 \Rightarrow \sin \phi_2 = 0.6$$

$$I_1 = 2\bar{J}_2$$

- први пријечник је први
нитко касније нитко
- први је првите



$$q) \varphi = \psi - \phi$$

$$\underline{J} = \underline{J}_1 + \underline{J}_2$$

$$\underline{J} = \underline{J}_1 (\omega s \phi_1 + j \sin \phi_1) + \underline{J}_2 (\omega s \phi_2 - j \sin \phi_2)$$

$$\underline{J} = \underline{J}_1 (0.6 + j 0.8) + \underline{J}_2 0.8 - j 0.6 \underline{J}_2$$

$$\underline{J} = 2 \cdot \underline{J}_2 \cdot 0.6 + j 2 \cdot \underline{J}_2 \cdot 0.8 + \underline{J}_2 0.8 - j 0.6 \underline{J}_2$$

$$\underline{J} = (1.2 + 0.8) \underline{J}_2 + j (1.6 - 0.6) \underline{J}_2$$

$$\boxed{\underline{J} = 2 \underline{J}_2 + j \underline{J}_2}$$

$$\underline{I} = \underline{J} U$$

$$\rightarrow I_1 = J_1 U$$

$$J_2 = J_1 U$$

- азимут гаје φ

$$I_1 = 2\bar{J}_2$$

$$J_1 U = 2 J_2 U$$

$$\boxed{J_1 = 2 J_2}$$

$$\begin{cases} \underline{y} = y e^{j\phi} \\ \underline{r} = \underline{y} \end{cases} = y e^{j\phi}$$

$$\Rightarrow \underline{r} = 2 \underline{j}_x + j \underline{j}_y$$

$$\varphi = \arg(\underline{r}) = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \frac{\underline{j}_y}{2\underline{j}_x} = \arctg \frac{1}{2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{if } r = \cos \phi = ?$$

$$\cos \phi = \cos(-\varphi) = \cos(\arctg \frac{1}{2}) = \cos(\arctg \frac{1}{2}) ; \text{jeprz.}$$

$$\cos \phi = \cos(\arctg \frac{1}{2}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

5a) impedancia \rightarrow 3os. zas.

Zigankat

$$V = 220V$$

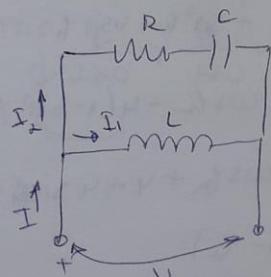
$$I = \sqrt{3}A$$

$$I_1 = 1A$$

$$I_R = 2A$$

$$\text{a)} P, Q$$

$$\text{b)} \phi$$



$$I = \sqrt{3}V$$

$$\begin{aligned} P &= VI \cos \phi \\ Q &= VI \sin \phi \end{aligned}$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = Y_1 V \\ I_2 = Y_2 V \\ I = Y V \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{Y_1 = \frac{1}{220}}_{i}, \underbrace{Y_2 = \frac{1}{110}}_{i}, \underbrace{Y = \frac{\sqrt{3}}{220}}_{i}$$

$$J = J_1 + J_2$$

$$J \cdot e^{j\varphi} = J_1 e^{j\varphi_1} + J_2 e^{j\varphi_2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{220} e^{j\varphi} = \frac{1}{220} e^{j\varphi_1} + \frac{1}{110} e^{j\varphi_2}$$

$$J_3 e^{j\varphi} = e^{j\varphi_1} + 2e^{j\varphi_2}$$

$$J_3 (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1 + 2 \cos \varphi_2 + 2j \sin \varphi_2$$

$$\begin{aligned} J_3 \cos \varphi &= \cos \varphi_1 + 2 \cos \varphi_2 \\ J_3 \sin \varphi &= \sin \varphi_1 + 2 \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &\frac{1}{2} \\ &\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} +$$

$$\begin{aligned} J(\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) &= \cos^2 \varphi_1 + 4 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + 4 \cos^2 \varphi_2 \\ &\quad + \sin^2 \varphi_1 + 4 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + 4 \sin^2 \varphi_2 \end{aligned}$$

$$s = 1 + 4 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + 4(1 - \sin^2 \varphi_2) + 4 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + 4 \sin^2 \varphi_2$$

$$s = 1 + 4 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + 4 + 4 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2$$

$$-2 = 4 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \pm 2\frac{\pi}{3}}, \Rightarrow \boxed{\phi_2 - \phi_1 = \pm 2\frac{\pi}{3}}$$

-buntes sa amie da ic $\phi_1 = \bar{u}_{12}$ je p \tilde{y} posen ic cases
raven, a bthenic da \tilde{y} fachung za $\phi \in [\bar{u}_{12}, \bar{u}_{12}]$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_1 = \bar{u}_{12}}, \quad \phi_2 = \bar{u}_{12} \pm 2\bar{u}_3 \rightarrow \begin{array}{l} \text{za + ne } \\ \text{laut fachung} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \phi_2 = \bar{u}_{12} - 2\bar{u}_3 \\ \boxed{\phi_2 = -\bar{u}_{12}} \end{array}$$

$$\underline{y}_1 = \underline{J}_1 e^{j\varphi_1} = \underline{J}_1 e^{j\phi_1}$$

$$\underline{y}_2 = \underline{J}_2 e^{j\varphi_2} = \underline{J}_2 e^{j-\phi_2}$$

$$\begin{cases} \underline{J}_1 = \frac{1}{220} e^{j\bar{u}_{12}} \\ \underline{J}_2 = \frac{1}{110} e^{j\bar{u}_{12}} \end{cases} = \frac{j}{220}$$

$$\underline{J} = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 = -\frac{j}{220} + \frac{\sqrt{3}}{220} + j\frac{1}{220}$$

$$\begin{cases} \underline{J} = \frac{\sqrt{3}}{220} \\ \underline{J} = \underline{J} e^{j\varphi} \end{cases}$$

$$e^{j\varphi} = 1 \Rightarrow \underline{J} = 0, \quad \varphi = \phi$$

$$\boxed{\begin{array}{l} -\phi = 0 \\ \phi = 0 \end{array}}$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = VI_1 \cos \phi_1 + VI_2 \cos \phi_2$$

$$\boxed{P = 220\sqrt{3} \text{ V}}$$

$$\alpha = \phi_1 + \phi_2$$

$$\alpha = VI_1 \sin \phi_1 + VI_2 \sin \phi_2$$

$$\boxed{\alpha = \phi}$$

(53) warija $\rightarrow 39.50^\circ$

Zadanie

$$R_1 = 16 \Omega$$

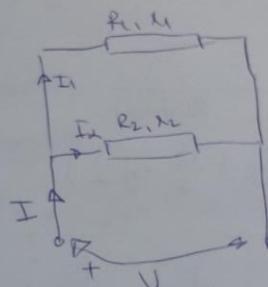
$$X_1 = -12 \Omega$$

$$P_2 = 216 \text{ W}$$

$$P = 360 \text{ W}$$

$$I = 6\sqrt{5} \text{ A}$$

$$Z_2, \underline{X_1}, \underline{\phi} \uparrow$$



$$P = VI \cos \phi$$

$$\alpha = VI \sin \phi$$

$$P_e = P_1 + P_2$$

$$P_1 = P - P_2$$

$$\underline{P_1 = 144 \text{ W}}$$

$$\Rightarrow P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow \boxed{I_1 = 3 \text{ A}}$$

$$\underline{\underline{\phi_1 = X_1 I_1^2 \Rightarrow \phi_1 = -108^\circ}}$$

$$Z_1 = 16 - j12$$

$$Z_1 = \sqrt{16^2 + 12^2}$$

$$\underline{Z_1 = 20 \Omega}$$

$$V = Z_1 E_R$$

$$\boxed{V = 60 \text{ V}}$$

$$S = VI = 180\sqrt{5} \text{ VA}$$

$$\begin{aligned} S^2 &= P^2 + Q^2 \\ Q &= \sqrt{S^2 - P^2} \end{aligned}$$

$$Q = \pm 180 \text{ var}$$

$$(1) Q = 180 \text{ var}$$

$$Q_1 = Q - Q_2$$

$$Q_1 = 238 \text{ var}$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} \quad ; \quad P_1 = 216 \text{ W}$$

$$S_1 = 300 \text{ VA}$$

$$S_1 = VI_1$$

$$I_1 = 6 \text{ A}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2$$

$$\Rightarrow R_2 = 6 \Omega$$

$$Q_2 = X_2 I_2^2$$

$$\Rightarrow X_2 = 8 \Omega$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2$$

$$Z_2 = (6 + j8) \Omega$$

$$Z_P = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_P = (8 + j4) \Omega$$

$$\varphi = -\phi = -\arctg \frac{X}{R} = -\arctg \frac{1}{2}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{1}{2}$$

$$(2) Q = -180 \text{ var}$$

$$Q_2 = Q - Q_1$$

$$Q_2 = -72 \text{ var}$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} \quad ; \quad P_2 = 216 \text{ W}$$

$$S_2 = 72\sqrt{10} \text{ VA}$$

$$\Rightarrow S_2 = VI_2$$

$$I_2 = 1.2\sqrt{10} \text{ A}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow R_2 = 15 \Omega$$

$$Q_2 = X_2 I_2^2 \Rightarrow X_2 = -5 \Omega$$

$$Z_2 = (15 - j5) \Omega$$

$$Z_P = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_P = (8 - j4) \Omega$$

$$\varphi = -\phi = -\arctg \frac{-4}{8}$$

$$\varphi = \arctg \frac{1}{2}$$

11. 54. теорија \rightarrow 39. Зад.

Задача

$$\Theta = -\bar{u}/I_2$$

$$P_1 = 120 \text{ mW}$$

$$I_2 = 30 \text{ mA}$$

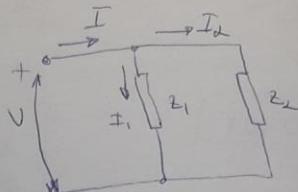
$$\cos \phi_2 = 0,6$$

$$I = 15\sqrt{5} \text{ mA}$$

$$\cos \phi = 0,4\sqrt{5}$$

- Јединије претпоставки
израженој веза су уредито
укупној вези.

$$Z_1, Z_2, I = ?$$



$$P = P_1 + P_2 \quad ; \quad P = VI \cos \phi$$

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 \quad ; \quad Q = VI \sin \phi$$

$$VI \cos \phi = VI_1 \cos \phi_1 + VI_2 \cos \phi_2$$

$$VI \sin \phi = VI_1 \sin \phi_1 + VI_2 \sin \phi_2$$

$$I_1 \cos \phi_1 = I \cos \phi - I_2 \cos \phi_2$$

$$I_1 \sin \phi_1 = I \sin \phi - I_2 \sin \phi_2$$

- Веза на једине претпоставке су најједно.

$$\Rightarrow k_r > 0 \quad \text{и} \quad k_{r2} > 0$$

$$\cancel{k_{r2}}$$

$$k_{r2} = \sin \phi_2 \quad i \quad \phi_2 = 0^\circ$$

$$\sin \phi = k_r \quad k_r = \cos \phi$$

$$k_r = \sqrt{1 - k^2}$$

$$k_r = \sqrt{0,12} = 0,346$$

$$\Rightarrow \sin \phi = 0,12\sqrt{5}$$

$$k_{r2} = \sqrt{1 - k^2}$$

$$k_{r2} = 0,8$$

$$\sin \phi_2 = 0,18$$

$$I_1 \cos \phi_1 = 15\sqrt{5} \cdot 0,4\sqrt{5} - 30 \cdot 0,16 = 12 \quad |^2$$

$$I_1 \sin \phi_1 = 15\sqrt{5} \cdot 0,12\sqrt{5} - 30 \cdot 0,18 = -9 \quad |^2 \quad \text{+}$$

$$I_1 (\underbrace{\cos^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_1}_1) = 225$$

$$\boxed{I_1 = 15 \text{mA}}$$

$$\cos \phi_1 = \frac{12}{15} \quad \text{u} \quad \sin \phi_1 = \frac{-9}{15} = \frac{-3}{5}$$

$$\boxed{\cos \phi_1 = \frac{4}{5} \quad \text{u} \quad \sin \phi_1 = -\frac{3}{5}} \quad (\phi_1 120^\circ)$$

$$P_1 = UI_1 \cos \phi_1$$

$$\begin{cases} P_1 = 180 \text{mW} \\ \omega \cos \phi_1 > \frac{4}{5} \\ I_1 = 15 \text{mA} \end{cases}$$

$$\boxed{U = 15V}$$

$$P_1 = R_1 I_1^2$$

$$R_1 = 0,8 \Omega$$

$$\begin{cases} U = Z_1 \cdot I_1 \Rightarrow \boxed{Z_1 = 1 \text{k}\Omega} \\ U = Z_2 I_2 \Rightarrow \boxed{Z_2 = 500 \Omega} \\ U = Z I \Rightarrow \boxed{Z = \frac{15}{5} \text{k}\Omega} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Z_1^2 &= R_1^2 + X_1^2 \\ X_1 &= \pm \sqrt{Z^2 - Z_1^2} \\ X_1 &= \pm 600 \Omega \\ &\text{berücksichtigen } \sin \phi_1 120^\circ \\ \Rightarrow X_1 &= -600 \Omega \end{aligned}$$

$$\boxed{Z_1 = (800 - j600) \Omega}$$

$$P = UI \cos \phi = 450 \text{mW}$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P_2 = P - P_1 = 450 \text{mW} - 180 \text{mW}$$

$$\boxed{P_2 = 270 \text{mW}} \quad \Rightarrow P_2 = R_2 I_2^2 = \boxed{R_2 = 300 \Omega}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + L_2^2} \quad |^2$$

$$L_2^2 = R_2^2 + L_2^2$$

$$L_2 = \sqrt{R_2^2 + L_2^2} \quad ; \quad R_2 = 300\Omega \quad ; \quad Z_2 = 500\Omega$$

- поиск по горизонтальной линии
они в 1270

$$x_2 = 400\Omega \quad |$$

$$Z_2 = (300 + j400)\Omega$$

$$\underline{Z_1} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(300 + j400)(300 - j600)}{300 - j600 + 300 + j400}$$

228

$$U = 15V \quad u_o = -\bar{u}/2$$

$$\Rightarrow U = U e^{j\theta} = 15 e^{-j5^\circ/2}$$

$$| U = -j15V$$

$$\underline{I_1} = \frac{U}{Z_1} = -12j + 9 = (9 - j12) \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = (-24, -13j) \text{ mA}$$

Компьютер 3:

$$\underline{I} = I_1 + I_2 = -(15 + 30j) \text{ mA}$$

теорема \rightarrow 39. задачник

65

задача

$$V = 100V$$

$$I = 5A$$

$$R_1 = 10\Omega$$

$$x_1 = 20\Omega$$

$$R_2 = 10\Omega$$

$$N = 10\Omega$$

$$R_3 = jx_3 = ?$$

найти га фазатор

старе кона 57где

максимум



$$\underline{Z}_1 = R_1 + jx_1$$

$$\underline{Z}_1 = (20 + j20)$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} \Rightarrow \underline{Y}_1 = 25(1-j) \text{ mS}$$

$$\underline{Z}_2 = 10 - j10$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} \Rightarrow \underline{Y}_2 = 50(1+j) \text{ mS}$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$$

$$\underline{Y} = \underbrace{75 \text{ mS}}_G + \underline{G}_3 + j(\underbrace{25 \text{ mS} + B_3}_B)$$

$$\varphi = -\phi$$

$$\cos \varphi = \cos(-\phi)$$

$$\cos \varphi = \cos \phi$$

$$K = \cos \varphi = \frac{\operatorname{Re} \underline{Y}}{\underline{Y}} = \frac{75 + G_3}{\underline{Y}} \quad ; \quad \underline{Y} = \frac{I}{V} = \frac{1}{8} S = 125 \text{ mS}$$

$$\cos \varphi = \frac{75 + G_3}{125}$$

$-k = \omega \varphi$ the $\Im \underline{m}$ minimum $\Rightarrow G_3 = \phi$ ($G \geq 0$)
 \hookrightarrow the next
minimum θ .

$$K_{\min} = \cos \varphi = \frac{75 + \phi}{125}$$

$$\cos \phi = 0,6$$

$$y_3 = \frac{1}{R_3 + jX_3} = \frac{R_3 - jX_3}{R_3^2 + X_3^2}$$

$$j_3 = \frac{R_3 - jX_3}{R_3^2 + X_3^2} = \underbrace{\frac{R_3}{R_3^2 + X_3^2}}_{G_3} - j \underbrace{\frac{X_3}{R_3^2 + X_3^2}}_{B_3}$$

- perne cuo 30 lemn je $G_3 = \emptyset$

$$\Rightarrow G_3 = \emptyset = \frac{R_3}{R_3^2 + X_3^2} \Rightarrow R_3 = \emptyset$$

$$y = \sqrt{G^2 + B^2} / 2$$

$$y^2 = G^2 + B^2$$

$$125^2 = 75^2 + (25+B)^2$$

$$\Rightarrow B_3^{(1)} = 75 \text{ mS}$$

$$\{ B_3^{(2)} = -125 \text{ mS} \}$$

$$\Rightarrow B_3 = \frac{-X_3}{R_3^2 + X_3^2} = -\frac{X_3}{X_3^2} = -\frac{1}{X_3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} X_3^{(1)} &= -40 \text{ mS} \\ X_3^{(2)} &= 8 \text{ mS} \end{aligned}}$$

нагрузка \rightarrow зг. зг.

(*)

сигнал

$$G_1 = 8 \text{ mS}$$

$$B_1 = 60 \text{ mS}$$

$$R_2 = 4 \Omega$$

$$X_2 = -j 2 \Omega$$

$$R_3 = 3 \Omega$$

$$L_0 = 4 \text{ mH}$$

$$P_T = 100 \text{ W}$$

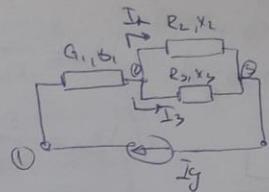
изображение

а) об. бр. нагрузка изображена

б) амп. и реак. части кор. при

изв. изв.

б) форма сигнала



$$P_2 = R_2 I_2^2 \Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}}$$

$$\boxed{I_2 = 5 \text{ A}}$$

- для зображення моменту фаза та ж не відповідає. та, та
противовіно зображення $\text{re } L^{\frac{1}{2}} = 0$

$$\Rightarrow I_2 = I_2 e^{j\pi} = 5e^{j0}$$

$$\boxed{I_2 = 5 \text{ A}}$$

- тепер опишемо зображення за часом за 10°

$$\underline{V_{23}} = \underline{Z_2} \underline{I_2} = (R_2 + jX_2) \underline{I_2} = 5(4 - j3) \underline{V}$$

$$\underline{I_3} = \frac{\underline{V_{23}}}{Z_3} = \frac{5(4 - j3)}{3 + j4}$$

$$\boxed{I_3 = -j5}$$

- определить напряжение зазора:

$$\underline{I_g} = \underline{I_d} + \underline{I_3}$$
$$\underline{I_g} = (s - j s) A$$

$$\underline{U_{1g}} = \underline{U_{12}} + \underline{U_{2g}}$$
$$\underline{U_{12}} = z_1 \cdot \underline{I_g} = \frac{\underline{I_g}}{z_1}$$

$$\underline{U_{1g}} = (10 - j 70) + (20 - j 15)$$
$$\underline{U_{12}} = \frac{\underline{I_g}}{z_1 + j b_1}$$

$$\underline{U_{1g}} = (30 - j 85) V$$
$$\underline{U_{12}} = \frac{s - j s}{0,08 + j 0,06} \cdot \frac{0,08 - j 0,06}{0,08 - j 0,06}$$
$$\underline{U_{12}} = \frac{0,08 - j 0,06 - j 0,06 + j 0,06}{0,01}$$

$$\underline{U_{12}} = \frac{0,081}{0,01} - j \frac{0,07}{0,01}$$

$$\underline{U_{12}} = (10 - j 70) V$$

$$\underline{U_{1g}} = \underline{U_{13}}$$

$$\Rightarrow \underline{U_{1g}} = |\underline{U_{13}}| = \sqrt{30^2 + 85^2}$$

$$\underline{U_{1g}} = 25\sqrt{13} = 90,14 V$$

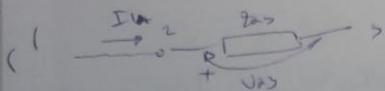
$R_1 = 92\Omega$
 $L_1 = 0.92 \text{ mH}$
 $C_1 = 2 \mu\text{F}$
 $R_2 = 30\Omega$
 $L_2 = 10 \text{ mH}$
 $C_2 = 0.12 \mu\text{F}$
 $G_3 = \frac{1}{90} \text{ S}$

$P_1 = 5000 \text{ W}$
 $P_2 = 750 \text{ W}$
 $Q_3 = 570 \text{ VAr}$

$V_{23} - \text{Фазно напрежение за напр. } I_{12}$
 $V_{13} = ?$

$P_1 = R_1 I_1^2 \Rightarrow I_1 = 8 \frac{1}{3} \text{ A}$
 $P_2 = L_2 I_{22}^2 \Rightarrow I_{22} = 5 \text{ A}$
 $V_{13} = R_2 I_{22} \Rightarrow V_{13} = 150 \text{ V}$
 $P_3 = G_3 V_{23}^2 \Rightarrow P_3 = 250 \text{ W}$
 $Q_3 = -B_3 V_{23}^2 \Rightarrow Q_3 = \frac{19}{750} \text{ S}$

1. - momentanee sigejte reponsity bez 2.m.s. upravitnika.



$$P_{23} = P_2 + P_3 = 1000 \text{ W}$$

$$S_{23} = U_{23} I_1$$

$$S_{23} = 1250 \text{ VA}$$

$$Q_{23}^2 + P_{23}^2 = S_{23}^2$$

$$Q_{23}^2 = S_{23}^2 - P_{23}^2$$

$$Q_{23} = \pm 750 \text{ var}$$

$$\Rightarrow Q_{23} = 750 \text{ var}$$

- momentnee sigejte reponsity bez 2.m.s.
zavodite za I1 no shome
go je centraalniy upravitnik b.
 $Q < 0$!

$$G_{13} = G_1 + G_3$$

$$G_2 = G_{23} - G_3$$

$$\begin{cases} Q_2 = -180 \text{ var} \\ Q_3 = -B_2 U_{23} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow B_2 = 6 \text{ mS}$$

$$Y_2 = G_2 + j B_2$$

$$\begin{cases} Y_2 = \frac{1}{R_2} + j(\omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2}) \\ B_2 = \omega C_2 - \frac{1}{\omega L_2} \end{cases}$$

$$\omega^2 C_2^2 L_2 - B_2^2 \omega L_2 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} \omega_1 = ? \\ \omega_2 = -4 \cdot 10^4 \end{cases}$$

$$S_{13} = \frac{U_{13}}{I_1}$$

$$U_{13} = S_{13} \cdot I_1$$

$$S_{13} = \sqrt{P_{13}^2 + Q_{13}^2}$$

$$P_{13} = P_1 + P_{23} = 6000 \text{ W}$$

$$Q_{13} = (Q_1 + Q_{23}) = 1750 \text{ W}$$

~~$$Q_1 = \omega_1 I_1^L$$~~

$$I_1 = \omega_1 - \frac{1}{\omega C} = 36 \text{ A}$$

$$\Rightarrow Q_1 = 2000 \text{ var}$$

$$\Rightarrow S_{13} = 6250 \text{ VA}$$

$$I_1 = 3 \frac{1}{3} \text{ A}$$

$$\Rightarrow U_{13} = 750 \text{ V}$$

шестрија → 3с. Задаци

Задаци

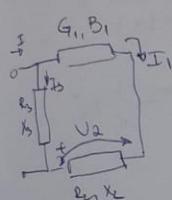
$$G_1 = \frac{1}{37} \text{ mS}, B_1 = \frac{6}{37} \text{ mS}$$

$$P_{12} = 0.12 \text{ W}$$

$$Q_{12} = 0.16 \text{ var}$$

$$R_b = 3 \text{ k}\Omega$$

$$X_b = 4 \text{ k}\Omega$$



$$\psi_3 = \bar{u}/4$$

$$\text{и } \phi_2 - \psi_1 = -\frac{3\pi}{4} \quad (\phi_2 \text{ са оми подато} \text{коф. снаге су узети сим} \text{итични и низгашават један} \text{квадрант пружају са} \text{има леса решења).}$$

$$Z_1 = \frac{1}{Y_1} \quad ; \quad Y_1 = G_1 + jB_1$$

$$Y_1 = \left(\frac{1}{37} + j\frac{6}{37} \right) \text{ mS}$$

$$Z_2 = (1 - j6) \text{ k}\Omega$$

$$Z_3 = R_3 + jX_3$$

$$Z_4 = (3 + j4) \text{ k}\Omega$$

$$P_{12} = (R_1 + R_2) I_1^2 \quad ; \quad P_{12} = 0.12$$

$$Q_{12} = (X_1 + X_2) I_1^2 \quad ; \quad Q_{12} = 0.16$$

$$\frac{(R_1 + R_2) I_1^2}{(X_1 + X_2) I_1^2} = \frac{P_{12}}{Q_{12}}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{X_1 + X_2} = \frac{-3}{4}$$

- највиши вијак токови су са ампјутом I_1 за $\frac{3\pi}{4}$

- повремена стаза ампјуте је $\psi_3 - \frac{\pi}{4}$

Израчунати компоненте индукције
једног пружења. и његовијају.
ампјуте симетрије пружење I.

$$Z_2 + Z_4 = ?$$

$$4R_1 + 4R_2 = -3(x_1 + x_2)$$

$$4R_2 + u = -3(-x_0 + x_2)$$

$$4R_2 + 3x_2 = 14$$

$$R_2 = x_2 = 2\text{ k}\Omega$$

- na je come nízky:

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_L$$

$$\underline{Z}_2 = (2 + j2)\text{ k}\Omega$$

~~počítejte~~

$$\cos \phi_2 = \frac{\operatorname{Re} \underline{Z}_2}{Z_2}$$

$$\cos \phi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_L^2}}$$

$$\begin{aligned} \cos(-5^\circ) &= \cos(-(2 - 2)) \\ &= -\frac{R_2}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_L^2}} = -\frac{R_2}{2}$$

$$R_2^2 = \frac{1}{2} R_2^2 + \frac{1}{2} X_L^2$$

$$R_2^2 = X_L^2$$

$$R_2 = \sqrt{X_L^2} \quad \text{if } R_2 \geq 0!$$

$$| R_2 = X_L |$$

$$V = Z_2 I_3 ; \quad I_3 = I_2 e^{j5^\circ}$$

$$Z_{23} = Z_2 \parallel (Z_1 + Z_2)$$

$$I = \frac{V}{Z_{23}} = ?$$