

UNIVERZITET U BANJOJ LUCI
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET
KATEDRA ZA TELEKOMUNIKACIJE

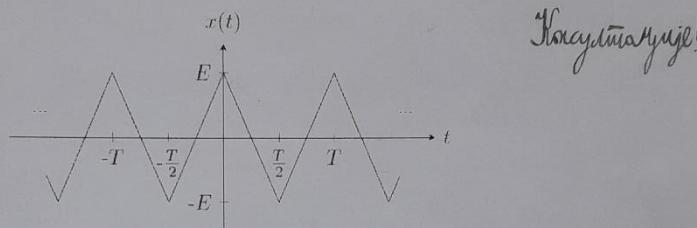
OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

PISMENI ISPIT

14. 6. 2022.

1. (35%)

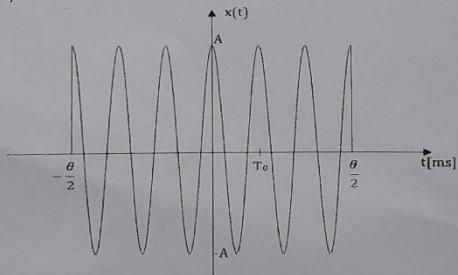
- a) (25%) Odrediti (izvesti izraz) i grafički predstaviti amplitudski i fazni spektar signala $x(t)$, prikazanog na slici 1. Odrediti procenat snage koju nosi prva komponenta u spektru signala $x(t)$.



Slika 1. Signal $x(t)$ u Zadatku 1.a

- b) (10%) Odrediti Furijeovu transformaciju i nacrtati spektralnu gustinu amplituda signala sa slike 2, ako je:

- $\omega_0 = 4\pi/\theta$,
- $\omega_0 \gg 2\pi/\theta$.



Slika 2. Signal u Zadatku 1.b

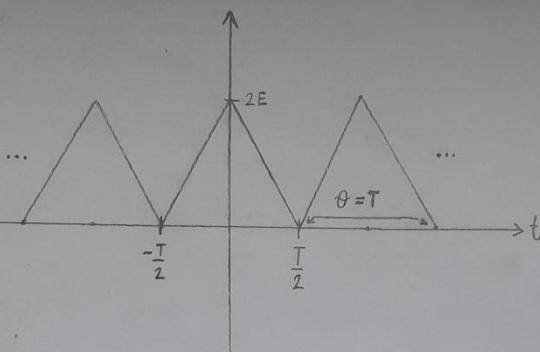
2. (25%) Naponski signal iz Zadatka 1.a, prikazan na slici 1, dovodi se na analogno/digitalni konvertor koji se sastoji od odmjeraca, kvantizera i IKM (eng. PCM) kodera. Poznato je da je $E=2V$, $T=8s$, perioda odmjeravanja $T_s=1s$, te da se odmjeravanje vrši u trenucima nT_s , $n=0,1,2,\dots$. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu odmjeraca. Kvantovanje se vrši uniformnim kvantizerom sa korakom kvantizacije $0.8V$. Nacrtati karakteristiku kvantizera, te vremenski oblik signala na izlazu kvantizera. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu kodera. Smatrati da se vrši kodovanje sa povratkom na nulu (RZ).

3. (25%) Dat je diskretni izvor bez memorije sa listom simbola $S=\{A, B, C, D, E, F\}$. Poznate su vjerovatnoće $P(A)=0.06$, $P(B)=0.29$, $P(C)=0.19$, $P(E)=0.11$, te je poznato da je $P(D) : P(F) = 4 : 3$.
- a) (2%) Koliko iznosi entropija izvora?
 - b) (2%) Koliko iznosi maksimalna entropija izvora i za koje vjerovatnoće simbola A, B, C, D, E i F?
 - c) (1%) Koliko iznosi entropija četvrтog proširenja ovog izvora?
 - d) (1%) Koliko iznosi redundansa izvora?
 - e) (9%) Odrediti kodne riječi primjenom Hafmanovog koda u slučaju kodovanja binarnim simbolima. Koliko iznosi srednja dužina kodne riječi? Postupak ponoviti u slučaju kodovanja ternarnim (kodna lista $\{0,1,2\}$) i kvaternarnim simbolima (kodna lista $\{0,1,2,3\}$). ← ?
 - f) (10%) Sekvencu DFBA kodovati aritmetičkim kodovanjem. Koliko bita zauzima poruka?
4. (15%)
- a) (7%) LZW algoritmom kodovati niz simbola PETSTOPETSTOPETSTOP. Koliki je stepen uštede?
 - b) (8%) Kao zaštitni kôd u telekomunikacionom sistemu se koristi Hemingov kôd (12,8). Na prijemu se dobija sekvenca 110000110010. Odrediti bite sindroma. Kako glasi informaciona sekvenca koja je kodovana?
Kolika je vjerovatnoća greške koja se ne može detektovati ako se na kodovanu riječ doda još jedan bit za opštu provjeru na parnost, tj. ako se koristi Hemingov kôd (13,8)? Dobijenu vjerovatnoću greške uporediti sa vjerovatnoćom greške koja se ne može detektovati ako se koristi Hemingov kôd (8,4). Vjerovatnoća greške jednog bita je $p=0.0001$.

Vrijeme izrade: **180 minuta.**

1. Задание

$$x_1(t) = x(t) + E$$



Одноточечная аппроксимация.

$$x_1(t) = x(t) + E = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t))$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} \cdot 2 \int_0^{T/2} \left(\frac{-4E}{T} t + 2E \right) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$\begin{aligned} s(t) &= \alpha t + n \\ s(t=0) &= 2E \Rightarrow n = 2E \\ s\left(t=\frac{T}{2}\right) &= 0 \Rightarrow \alpha \frac{T}{2} + 2E = 0 \\ \alpha &= \frac{-4E}{T} \end{aligned}$$

$$= \frac{4}{T} \left(\int_0^{T/2} \frac{-4E}{T} t \cos(n\omega_0 t) dt + \int_0^{T/2} 2E \cos(n\omega_0 t) dt \right) =$$

$$= \frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T} \int_0^{T/2} t \cos(n\omega_0 t) dt + 2E \int_0^{T/2} \cos(n\omega_0 t) dt \right) =$$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T} \int_0^{T/2} t \cos(n\omega_0 t) dt = \begin{cases} n\omega_0 t = y \\ t = \frac{1}{n\omega_0} y \\ dt = \frac{dy}{n\omega_0} \end{cases} + 2E \int_0^{T/2} \cos(n\omega_0 t) dt = \begin{cases} n\omega_0 t = y \\ dt = \frac{dy}{n\omega_0} \end{cases} \right) =$$

$$= \frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T} \frac{1}{(n\omega_0)^2} \int_0^{T/2} y \cos(y) dy + 2E \int_0^{T/2} \cos(y) dy \right) =$$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \int_0^{T/2} y \cos(y) dy = \begin{cases} u = y & dv = \cos(y) dy \\ du = dy & v = \int dv = \sin(y) \end{cases} + 2E \frac{1}{n\omega_0} \sin(y) \Big|_0^{T/2} \right) =$$

$uv - \int v du$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(y \sin(y) - \int_0^{T/2} \sin(y) dy \right) + 2E \frac{1}{n\omega_0} \sin(y) \Big|_0^{T/2} \right) =$$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(y \sin(y) + \cos(y) \right) \Big|_0^{T/2} + 2E \frac{1}{n\omega_0} \sin(y) \Big|_0^{T/2} \right) = \begin{array}{l} \text{Боюмъ се ув} \\ \text{аже...} \end{array}$$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(n\omega_0 t \sin(n\omega_0 t) + \cos(n\omega_0 t) \right) \Big|_0^{T/2} + 2E \frac{1}{n\omega_0} \sin(n\omega_0 t) \Big|_0^{T/2} \right) = \begin{array}{l} \text{Боюмъ} \\ \text{този} \\ \text{уравнение...} \end{array}$$

$$\frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(n\omega_0 t \sin(n\omega_0 t) + \cos(n\omega_0 t) \right) \Big|_0^{T/2} + 2E \frac{1}{n\omega_0} \sin(n\omega_0 t) \Big|_0^{T/2} \right)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{4}{T} \left(\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(n\omega_0 \frac{T}{2} \sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) + \cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - (0+1) \right) + \frac{2E}{n\omega_0} \left(\sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - 0 \right) \right) = \\
& \frac{4}{T} \left[\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(n\omega_0 \frac{T}{2} \sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) + \cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - 1 \right) + \frac{2E}{n\omega_0} \sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right] = \\
& \frac{4}{T} \left[\frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \frac{n\omega_0 T}{2} \overset{\text{Используем } \alpha}{\overbrace{\sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right)}} + \frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \left(\cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - 1 \right) + \frac{2E}{n\omega_0} \sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right] = \\
& \frac{4}{T} \frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \underbrace{\left(\cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - 1 \right)}_{\text{Используем на формулу } 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos(\alpha)} = \frac{4}{T} \frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} (-1) \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right) = \\
& \text{Используем на формулу } 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos(\alpha) \quad \checkmark
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{4}{T} \frac{-4E}{T(n\omega_0)^2} \sin^2\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right) = \frac{16E}{\frac{4^2}{4^2} (Tn\omega_0)^2} \sin^2\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right) = E \frac{\sin^2\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right)}{\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right)^2} \\
& \Rightarrow \alpha_n = E \frac{\sin^2\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}\right)}{\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}\right)^2} = E \sin^2\left(\frac{n}{2}\right) \checkmark
\end{aligned}$$

Резултат:

- Помешани синус сам изгледа за $+E$ тјено да да пријеме додатним чланом

$$x_1(t) = x(t) + E$$

- Одредио сам α_n и то је кофицијент Fourier-ова разложења појма $x_1(t)$ синус...

2] - Проверујем да је увејен $\alpha_n > 0$ због $(\cdot)^2$ физички...

• Amplitudinomučenju slike može se napisati: $|X_{n1}| = f(n\omega_0) \Rightarrow n\omega_0 \frac{T}{4} = n\pi$

$$\omega = n\omega_0 = \frac{4n\pi}{T}$$

$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\theta = T \checkmark$$

$$n\omega_0 = \omega = \frac{4\pi}{T} n = \frac{4\pi}{T} \frac{T}{\theta} n$$

$$= 2 \left(\frac{2\pi}{T} \right) \frac{1}{\theta} n = 2\omega_0 n \checkmark$$

$$A_n = E \frac{\sin^2\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right)}{\left(n\omega_0 \frac{T}{4}\right)^2} = E \sin^2\left(\frac{n}{2}\right)$$

$$X_{n1} = \frac{a_n - j b_n}{2} = \frac{E}{2} \sin^2\left(\frac{n}{2}\right), n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

$$\alpha = \frac{\theta}{T} = 1$$

Nije slike...

Za Δ slike može se napisati:

$$X_M = \frac{E}{2} \frac{\sin^2\left(n \frac{\pi}{2}\right)}{n \frac{\pi}{2}}$$

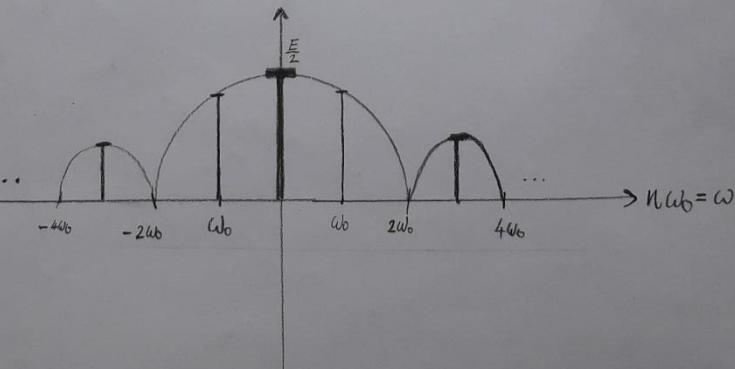
$$N = \frac{2}{\alpha} = 2$$

Broj dvostrukih komponenti
je tripla slike...

$$\text{Dakle slike su } |X_{n1}| = f(n\omega_0) \text{ za } X_{n1} = \frac{E}{2} \sin^2\left(\frac{n}{2}\right), \text{ nije slike}$$

ili je slike 2 $\omega_0 n$ (za $n=1$ je pojedinačna)

$$|X_{n10}| = \frac{E}{2} \sin^2(0) = \frac{E}{2}, |X_{n11}| = \frac{E}{\pi}, |X_{n12}| = 0, |X_{n13}| = \frac{E}{3\pi} \dots$$



$$\frac{4\pi k}{\theta} = \frac{2*2*\pi k}{\theta} = 2\omega_0 k$$

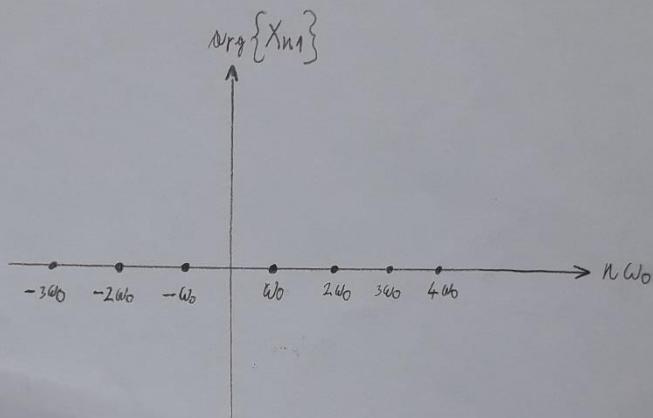
je korak koji će ti dati nule funkcije!

• Dajte eksplicitan izraz za $x_1(t)$:

$$x_1(t) = |X_{n1}| e^{j n \omega_0 t} = X_{n1}$$

Formula kaže $\arctg\left(\frac{-b_n}{a_n}\right)$
ali svejedno jer je $b_n = 0$ za ovaj
primjer..

$$\arg\{X_{n1}\} = \arctg\left(\frac{b_n}{a_n}\right) = 0 \quad \text{tako da je } \arg\{X_{n1}\} = 0, \quad n \in \mathbb{Z}$$



3.

3. Задача

$$P_D + P_F = 1 - (P_A + P_B + P_C + P_D) = 0,35 \rightarrow P_B = 0,35 - P_F = 0,20$$

$$\frac{P_B}{P_F} = \frac{4}{3}$$

$$3P_D = 4P_F$$

$$3(0,35 - P_F) = 4P_F$$

$$1,05 - 3P_F = 4P_F$$

$$P_F = \frac{1,05}{7} = 0,15$$

$$\text{D) } H(S) = \sum_{i=1}^{2=6} P(s_i) Q(s_i) = \sum_{i=1}^{2=6} P(s_i) \log \left(\frac{1}{P(s_i)} \right) = - \sum_{i=1}^{2=6} P(s_i) \log(P(s_i))$$

*неподвижное
источника информации*

Найденное же выражение является расширенным способом записи:

$$= - \frac{P(A) \log(P(A)) + P(B) \log(P(B)) + P(C) \log(P(C)) + P(D) \log(P(D)) + P(E) \log(P(E)) + P(F) \log(P(F))}{\log_{10}(2)}$$

$$\approx 2,44 \left[\frac{\text{sh}}{\text{simb}} \right]$$

$$\begin{aligned} H_{\max} &= \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \cdot \log(2) \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log(2) = \log(2) \\ &= \log(2) \end{aligned}$$

$$\textcircled{b}) H_{max} = \ell d(2) = \ell d(6) \hat{=} 2,584$$

$$\textcircled{c}) H(5^n) = n H(5), \quad H(5^4)?$$

$$H(5^4) = 4 H(5) = 9,76 \left[\frac{Sh}{Smb} \right]$$

$$\textcircled{d}) \eta = \frac{H}{H_{max}} = 0,944$$

$$R = 1 - \eta \hat{=} 0,056 \quad \text{w.j.}$$

$$R[\%] = 5,6 [\%]$$

e) Huffman's algorithm

1º Τηςλόγος τοποθετήσας, μικρά ενδών $\{0, 1, 2\}$:

$$\frac{2-2_0}{m-1} \in \mathbb{Z}, 2_0? \Rightarrow \frac{6-2_0}{3-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2_0 = 2 \checkmark$$

μένω λίγες να περισσά...

| S_i | $P(S_i)$ | U_1 | U_2 | U_3 |
|-------|----------|-------|-------------|-----------|
| B | 0,29 | 1 | 0,29 | 1 |
| D | 0,2 | 2 | 0,2 0,19 | 2 0,0 |
| C | 0,19 | 00 | 0,17 0,1 | 01 0,2 |
| F | 0,15 | 02 | 0,15 02 | |
| E | 0,11 | 010 | | |
| A | 0,06 | 011 | | |

$$L = 1(0,29+0,2) + 2(0,19+0,15) + 3(0,11+0,06) = 1,68 \left[\frac{b}{\text{symb}} \right]$$

$$G^2 = \sum_{i=1}^2 P(S_i)(l_i - L)^2 \text{ ανα προσποιηθείται ότι } L \dots$$

2. Klasificirajmo pogodarke, učestna skupina $\{0, 1, 2, 3\}$:

$$\frac{j-j_0}{m-1} \in \mathbb{Z}, j_0?$$

$$2 \leq j_0 \leq m$$

$$\frac{6-j_0}{4-1} \in \mathbb{Z} \rightarrow j_0 = 3$$

| s_i | $P(s_i)$ | U_1 | U_2 | |
|-------|----------|-------|-------|---|
| B | 0,29 | 1 | 0,32 | 0 |
| D | 0,2 | 2 | 0,29 | 1 |
| C | 0,19 | 3 | 0,2 | 2 |
| F | 0,15 | 00 | 0,19 | 3 |
| E | 0,11 | 01 | | |
| A | 0,06 | 02 | | |

$$L = 1(0,29 + 0,2 + 0,19) + 2(0,15 + 0,11 + 0,06) = 1,32 \left[\frac{b}{s_{\min}} \right]$$

"Kod se štampanim na tiskaru rezultata, ljudi su "jednostavno" pogodarke binarnih skupina" — može da tiskar ne može da izvede niti jednu vrednost u skupini u za $m=2$ jer $0+1$ je 2 binarnih skupina.

Kod Huffman-ovog algoritma,
u slučaju binarnog kodovanja uvijek je

$q_0 = 2$ što je prirodno njegova
minimalna vrijednost..

3. 110° Turbine regulation, mass守数 $\{0, 1\}$

| S_i | $P(S_i)$ | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 |
|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| B | 0,29 | 01 | 0,29 | 01 | 0,32 | 00 |
| D | 0,2 | 10 | 0,2 | 10 | 0,29 | 01 |
| C | 0,19 | 11 | 0,19 | 11 | 0,2 | 10 |
| F | 0,15 | 001 | 0,17 | 000 | 0,19 | 11 |
| E | 0,11 | 0000 | 0,15 | 001 | 0,29 | 01 |
| A | 0,06 | 0001 | | | | |

$$[= 2(0,29 + 0,2 + 0,19) + 3 \cdot 0,15 + 4(0,11 + 0,06) = 2,49 \left[\frac{b}{\text{min}} \right]$$

U koloni „podinterval“ redoslijed zagrada treba da bude:
tako čisto da se zna da sam tu malo pogriješio..

()

f) DFBA, sputanjuvno raspolaže

| s_i | $P(s_i)$ | Podinterval |
|-----------|----------|----------------|
| $s_1 = A$ | 0,06 | $[0, 0,06]$ |
| $s_2 = B$ | 0,29 | $[0,06, 0,35]$ |
| $s_3 = C$ | 0,19 | $[0,35, 0,54]$ |
| $s_4 = D$ | 0,2 | $[0,54, 0,74]$ |
| $s_5 = E$ | 0,11 | $[0,74, 0,85]$ |
| $s_6 = F$ | 0,15 | $[0,85, 1]$ |

$$l_0 = 0$$

$$u_0 = 1$$

$$r_0 = u_0 - l_0 = 1$$

$$l_n = l_{n-1} + r_{n-1} F(n-1)$$

$$u_n = l_{n-1} + r_{n-1} F(n), \quad n \in \mathbb{N}$$

$$l_0 = 0$$

$$u_0 = 1$$

$$r_0 = u_0 - l_0 = 1$$

$$X(D) = 4$$

$$F(3) = 0,54$$

$$F(4) = 0,74$$

$$l_1 = l_0 + r_0 F(3) = 0,54$$

$$u_1 = l_0 + r_0 F(4) = 0,74$$

$$r_1 = 0,2$$

$$X(F) = 6$$

$$F(5) = 0,85$$

$$F(6) = 1$$

$$l_2 = l_1 + r_1 F(5) = 0,71$$

$$u_2 = l_1 + r_1 F(6) = 0,74$$

$$r_2 = 0,03$$

$$X(B) = 2$$

$$F(1) = 0,06$$

$$F(2) = 0,35$$

$$l_3 = l_2 + r_2 F(1) = 0,7118$$

$$u_3 = l_2 + r_2 F(2) = 0,7205$$

$$r_3 = 0,7 \cdot 10^{-3}$$

$$X(A) = 1$$

$$F(0) = 0$$

$$F(1) = 0,06$$

$$l_4 = 0,7118$$

$$u_4 = 0,712322$$

Zabijeme

uvjetan je

$$[l_4, u_4]$$

7

Dobijeni interval $[0,7118; 0,712322]$ uvi $[\ell_4, u_4]$

① vrijednost $(1) = (0,1)_2 = \frac{1}{2} = 0,5 < 0,712322$ tā je 1. sum 1, 00<

$0,5 < \ell_4$ tāto je nacrtalo.

② vrijednost $(11) = (0,11)_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0,75 > 0,712322$ tā je 2. sum 0

vrijednost $(10) = (0,10)_2 = \frac{1}{2} = 0,5 < u_4$ tā je 2. sum 0,

$0 < u_4$ tāto je nacrtalo.

③ vrijednost $(101) = (0,101)_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 0,625 < \ell_4, u_4$ tāto je 3. sum je 1, a
ne nacrtalo sa poglavljem...

④ vrijednost $(1011) = (0,1011)_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = 0,6875 < \ell_4, u_4$ tāto je
nacrtalo sa poglavljem, a 4. sum je 1

⑤ $(10111) = (0,10111)_2 = 0,6875 + \frac{1}{32} = 0,71875 > \ell_4, u_4$

$(10110) = 0,6875 < \ell_4, u_4$ tāto je ne nacrtalo sa poglavljem, a 5. sum je 0.

Pagam ✓ - zoglavala, ✗ - nezoglavala

$(101101) \checkmark$ $(1011011) \checkmark$ tāto je zoglavala u mudor $+ \frac{1}{2^n}$

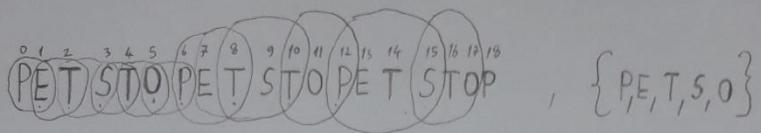
$(10110110) \checkmark$ $(1011011001) = 0,711914062 \begin{cases} > \ell_4 \\ < u_4 \end{cases}$ u tāto je poglavljem

Hodna povez 1011011001

4. Задание

LZW незадаче се барају икона може касни.

a) LZW



| Key | Symbol | M3-form Key |
|-----|--------|-------------|
| 1 | P | P(1) |
| 2 | E | E(2) |
| 3 | T | T(3) |
| 4 | S | S(4) |
| 5 | O | O(5) |
| 6 | PE | PE(6) |
| 7 | ET | ET(7) |
| 8 | TS | TS(8) |
| 9 | ST | ST(9) |
| 10 | TO | TO(10) |
| 11 | OP | OP(11) |
| 12 | PET | PET(12) |
| 13 | TST | TST(13) |
| 14 | TOP | TOP(14) |
| 15 | PETS | PETS(15) |
| 16 | STO | STO(16) |
| | P | P(1) |

$$\eta = \frac{12}{18} \approx 0,666$$

12 симбола

$$R = 1 - \eta = 0,334 \Rightarrow$$

$$R = 33,4 [\%]$$

b) Хемуси $(12, 8)$

$$n = 12$$

$n=8$ итерација на која се извршила битка

$n-n = 4$ коштарица битка (c_0, c_1, c_2, c_3)

$$\frac{n-n}{2} \geq n+1$$

$2^4 \geq 13$ и јасно је да је загубен или навистина

$$16 \geq 13$$

4 коштарица битка се користија $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| c_1 | c_2 | i_1 | c_3 | i_2 | i_3 | i_4 | c_4 | i_5 | i_6 | i_7 | i_8 |

X: \rightarrow овоје array бит ако је то употребљено...

Tekući zadatak nisam blagovremeno dobro pročitao i napravio sam grešku koja se lako da protumači jer je posao ni manje ni više nego šablon. Ele, zadatak kaže da je potrebno odrediti bite sindroma, a nije potrebno kodovati sekvencu tako da je ovaj dio sa kontrolnim ciframa suvišan!

Zadatak se rješava tako što se posao urađen na slici ispod primjeni nad zadatom sekvencom, odrede se biti sindroma i dobije se da je $S_4S_3S_2S_1 = 0111$.

| Broj redaka | Binarni znaci | |
|-------------|---------------|--|
| 1 | 0000 | $C_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 3 \% 2 = 1$ |
| 2 | 0010 | $C_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 = 0$ |
| 3 | 0011 | |
| 4 | 0100 | $C_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 = 0$ |
| 5 | 0101 | |
| 6 | 0110 | |
| 7 | 0111 | |
| 8 | 1000 | $C_4 = i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 = 0$ |
| 9 | 1001 | |
| 10 | 1010 | |
| 11 | 1011 | |
| 12 | 1100 | |

$i_1 \quad i_2 \quad i_3 \quad i_4 \quad i_5 \quad i_6 \quad i_7 \quad C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4$
 x:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Uz prethodna razmatranja zaključujemo da se može postići slijednjom množenjem
 učinko bratku je $e=0 \Rightarrow y=e+x=x \checkmark$

$$\begin{array}{r} X: 10100000001 \\ e: 00000000000 \\ \hline \end{array} \quad \oplus$$

$$y: 10100000001$$

• Na sljedeću se formiraju svi mogući rezultati

| S_4 | S_3 | S_2 | S_1 | | $s_1 = y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} = 1$ |
|-------|-------|-------|-------|----------|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | y_1 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | y_2 | $s_2 = 0$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | y_3 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | y_4 | $s_3 = 0$ |
| 0 | 1 | 0 | 1 | y_5 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | y_6 | $s_4 = 0$ |
| 0 | 1 | 1 | 1 | y_7 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | y_8 | $s(s_1, s_2, s_3, s_4) = (1000)_2 = 8_{10}$ |
| 1 | 0 | 0 | 1 | y_9 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | y_{10} | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | y_{11} | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | y_{12} | |

10.

Ovako se to radi:

| S5S6 | | |
|---------------|-----------------|----------|
| b) uobičajena | dvojnični zapis | |
| 1 | 0001 | y_1 |
| 2 | 0010 | y_2 |
| 3 | 0011 | y_3 |
| 4 | 0100 | y_4 |
| 5 | 0101 | y_5 |
| 6 | 0110 | y_6 |
| 7 | 0111 | y_7 |
| 8 | 1000 | y_8 |
| 9 | 1001 | y_9 |
| 10 | 1010 | y_{10} |
| 11 | 1011 | y_{11} |
| 12 | 1100 | y_{12} |

110000110010

$$S_1 = y_1 \oplus y_3 \oplus y_5 \oplus y_7 \oplus y_9 \oplus y_{11} \\ = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$S_2 = y_2 \oplus y_4 \oplus y_6 \oplus y_8 \oplus y_{10} \oplus y_{12} \\ = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_3 = y_6 \oplus y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{12} \\ = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$S_4 = y_8 \oplus y_9 \oplus y_{10} \oplus y_{11} \oplus y_{12} \\ = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$S(S_1, S_2, S_3, S_4) = (0111)_2$$

; Vrednost svake sačuvane koja je kogdevaš povećana za 1.

$$\overbrace{1}^{\text{čita se}} \overbrace{0}^{\text{čita se}} \overbrace{0}^{\text{čita se}} \overbrace{1}^{\text{čita se}} \overbrace{0}^{\text{čita se}} \overbrace{0}^{\text{čita se}} \Rightarrow 00010010$$

Kombinacije (13, 8)

$$P_e = \sum_{k=3}^{13} \binom{13}{k} p^k (1-p)^{13-k} \Rightarrow P \ll 1 \\ 1 - P \approx 1$$

$$P_e = \binom{13}{3} p^3 = \frac{13!}{3!10!} p^3 = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13}{6} p^3 = 286 p^3 = 286 \cdot 10^{-12}$$

Kombinacije (8, 6)

$$P_e = \sum_{k=3}^8 \binom{8}{k} p^k (1-p)^{8-k} \Rightarrow P \ll 1 \\ 1 - P \approx 1$$

$$P_e = \binom{8}{3} p^3 = \frac{8!}{3!5!} p^3 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2} p^3 = 56 p^3 = 56 \cdot 10^{-12}$$

Kod Heminga(13, 8) i Heminga(8,3) dvostruka greška se može detektovati ali trostruka ne može tako da za PREPRAVKU samo umjesto $\binom{13}{2}$ treba napisati $\binom{13}{3}$ i umjesto $\binom{8}{2}$ treba napisati $\binom{8}{3}$.

Dok za Heming(7, 4) i Heming(12,8) ostaje da je $k=2$!

Xemusū $\binom{13}{8}$

$$n = 13$$

$$k = 8$$

$$p = 0,0001$$

$$q = 1 - p \approx 1$$

$$P(X=2) = \binom{13}{2} p^2 q^{13-2} = \binom{13}{2} p^2 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11!}{2! 11!} p^2 = 7,8 \cdot 10^{-7}$$

Xemusū $\binom{8}{4}$

$$n = 8$$

$$k = 4$$

$$p = 0,0001$$

$$q \approx 1$$

$$P(X=2) = \binom{8}{2} p^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2! 6!} p^2 = 2,8 \cdot 10^{-7}$$



Ovako:

$$b) - \text{Verzuci } (7,4) : \\ p = 0,0001 = 10^{-4}$$

$$Pe = \sum_{i=2}^7 \binom{7}{i} p^i (1-p)^{7-i} = \binom{7}{2} p^2 (1-p)^{7-2} + \dots + \binom{7}{7} p^7 (1-p)^0$$

$$Pe \ll 1 \Rightarrow Pe = \binom{7}{2} p^2 = \frac{7!}{2!5!} p^2 = \frac{35}{2} p^2 = 21 p^2 = 21 \cdot 10^{-8}$$

- Verzuci (8,4)

$$Pe = \sum_{i=3}^8 \binom{8}{i} p^i (1-p)^{8-i}$$

$$Pe \ll 1 \Rightarrow Pe = \binom{8}{3} p^3 = \frac{8!}{1!3!5!} p^3 = 112 p^3 = 112 \cdot 10^{-8}$$

- Verzuci (12,8)

$$Pe = \sum_{i=2}^{12} \binom{12}{i} p^i (1-p)^{12-i}$$

$$Pe \ll 1 \Rightarrow Pe = \binom{12}{2} p^2 = \frac{12!}{2!10!} p^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} p^2 = 66 \cdot 10^{-8}$$

- Verzuci (13,8)

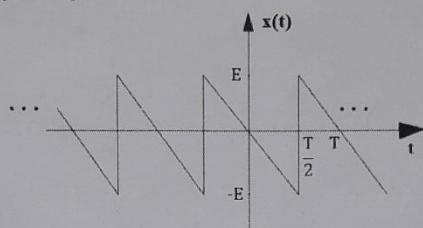
$$Pe = \sum_{i=3}^{13} \binom{13}{i} p^i (1-p)^{13-i}$$

$$Pe \ll 1 \Rightarrow Pe = \binom{13}{3} p^3 = \frac{13!}{3!10!} p^3 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3!} p^3 = 572 \cdot 10^{-12}$$

OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

PISMENI ISPIT
27.9.2022.

1. (25%) Izvršiti spektralnu analizu signala $x(t)$, prikazanog na slici 1. Odrediti procenat snage sadržan u prve tri komponente u spektru signala.



Slika 1. Signal u Zadatu 1

2. (35%)

- a) (25%) Naponski signal $x(t)=A\cos\omega_0t + 2$, gdje je $A=3V$, $\omega_0=5Hz$, dovodi se na analogno/digitalni konvertor koji se sastoji od odmjeraca, kvantizera i IKM (eng. PCM) kodera. Odmjeravanje se vrši u trenucima nT_s , gdje je $T_s=25ms$, $n=0,1,2\dots$. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu odmjeraca. Nacrtati karakteristiku kvantizera ako je broj kvantizacionih nivoa $q=5$. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu kvantizera. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu kodera. Smatrati da se vrši kodovanje sa povratkom na nulu (RZ).
- b) (10%) Naponski signal $u(t)$ se prenosi sistemom sa IKM. Kvantovanje odmjeraka signala $u(t)$ se obavlja sa 4 kvantizaciona nivoa. Funkcija gustine vjerovatnoće je uniformna i data je sa:

$$p(u) = \begin{cases} \frac{1}{12}, & |u(t)| \leq 6V \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Odrediti korak kvantovanja Δu pri ravnomernom uniformnom kvantovanju, snagu signala i snagu šuma, te odnos signal-šum kvantovanja (SNR_Q).

3. (20%) Dat je diskretni izvor bez memorije sa listom simbola $S=\{A, B, C, D, E, F, G\}$. Poznate su vjerovatnoće $P(B)=0.08$, $P(C)=0.15$, $P(F)=0.15$, $P(G)=0.13$, te je poznato da je $P(A) : P(D) : P(E) = 4 : 1 : 2$.

- a) (2%) Odrediti entropiju i redundans izvora.
b) (11%) Konstruisati dva različita binarna Hafmanova koda za ovaj skup. U prvom slučaju kombinovane simbole pri konstrukciji koda smještati na vrh liste, a u drugom na dno liste. U oba slučaja izračunati srednju dužinu kodnih riječi i varijansu srednje dužine kodnih riječi. Da li je dobijena srednja dužina kodnih riječi minimalna moguća? Obrazložiti odgovor. Koja opcija realizacije je bolja i zašto?
c) (7%) Sekvencu BEBA kodovati aritmetičkim kodovanjem. Koliko bita zauzima poruka?

4. (20%)

- a) (11%) Sekvencu ORAHORORAHORAHORAH kodovati LZ77 algoritmom ako je veličina prozora $W=8$. Istu sekvencu kodovati i LZW algoritmom. Odrediti stepen uštede u oba slučaja. Koji slučaj je bolji?
- b) (9%) Odrediti vjerovatnoću greške koja se ne može detektovati u slučajevima kad se koriste Hemingov kód (7,4), (8,4), (12,8) i (13,8). Koji slučaj je najbolji i zašto? Vjerovatnoća greške jednog bita je $p=0.0001$.

Vrijeme izrade: **180 minuta.**

Dakle, preporuka je da se zadatak radi preko koeficijenata kad god je to moguće..

Nema veze, jer i ovaj „teži“ način otkriva dosta toga..

1. Zagovor

3 more, digi signal, gurenjeno tipno

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}$$

je periodična funkcija na FT tipu

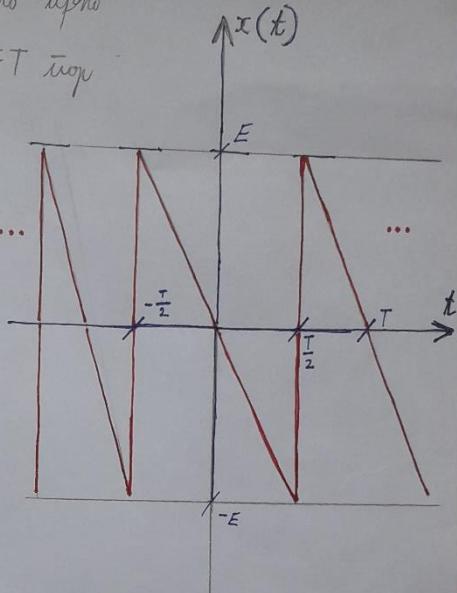
$$X_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Uz jednostavne izjave $y(x) = \kappa x + n$

$$x(t) = \kappa t + n$$

$$x(t=0) = 0 \Rightarrow n = 0$$

$$x(t=T/2) = -E \Rightarrow \kappa \frac{T}{2} = -E \Rightarrow \kappa = \frac{-2E}{T}$$



$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(\frac{-2E}{T} t \right) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{-2E}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} t e^{-jn\omega_0 t} dt =$$

No spremnino je y(x)!

$$\frac{-2E}{T^2} \left[\frac{-e^{-jn\omega_0 t}}{jn\omega_0} t + \frac{1}{jn\omega_0} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-jn\omega_0 t} dt \right] = \rightarrow$$

$$\frac{-2E}{T^2} \left[\frac{-e^{-jn\omega_0 t}}{jn\omega_0} t + \frac{1}{jn\omega_0} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-jn\omega_0 t} dt \right] =$$

$$-\frac{2E}{T^2} \left[\frac{-e^{-jn\omega_0 t}}{jn\omega_0} t + \frac{1}{jn\omega_0} \left. e^{-jn\omega_0 t} \right|_{-T/2}^{T/2} \right] =$$

$$u=t$$

$$du=dt$$

$$dv = e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$v = \int dv = \frac{-1}{jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t}$$

$$uv - \int v du$$

1

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2E}{T^2} \left[j \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{n\omega_0} + \frac{e^{-jn\omega_0 t}}{n^2\omega_0^2} \right] \Big|_{-T/2}^{T/2} = \\
 & -\frac{2E}{T^2} \left[j \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n\omega_0} \frac{T}{2} + \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n^2\omega_0^2} - j \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{-T}{2}}}{n\omega_0} \frac{-T}{2} - \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{-T}{2}}}{n^2\omega_0^2} \right] = \\
 & -\frac{2E}{T^2} \left[j \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n\omega_0} \frac{T}{2} + \frac{e^{-jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n^2\omega_0^2} + j \frac{e^{jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n\omega_0} \frac{T}{2} - \frac{e^{jn\omega_0 \frac{T}{2}}}{n^2\omega_0^2} \right] = \\
 & \quad \text{cos}(A) - j\sin(A) \quad \text{cos}(x) - j\sin(x) \quad \text{cos}(A) + j\sin(A) \quad -\text{cos}(x) - j\sin(x) \\
 & -\frac{2E}{T^2} \left[\frac{jT}{2n\omega_0} \left(2\cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right) + \frac{1}{n^2\omega_0^2} \left(-2j\sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right) \right] = \\
 & \quad \text{Ogor je } \sin(n\pi) = 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{-2E}{T^2} \frac{jT}{2n\omega_0} \neq \cos(n\pi) = \frac{-2E}{T^2 n \frac{2\pi}{T}} j \cos(n\pi) = \frac{-E}{n\pi} e^{j\frac{\pi}{2}} (-1)^n$$

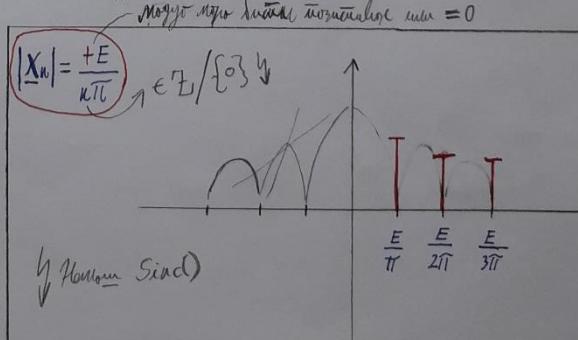
$$Z = a + bj = 0 + 1 \cdot j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\beta = 1$$

$$\cos(\phi) = 0$$

$$\sin(\phi) = 1$$

$$\boxed{2.} \quad \phi = \frac{\pi}{2} + k\pi$$



„Mahinalno sam poletio da crtam sinc() funkciju ali sam shvatio gdje se nalazim pa sam se zaustavio.. kako ne bi ponavljao grešku nisam htjeo išta da brišem..“

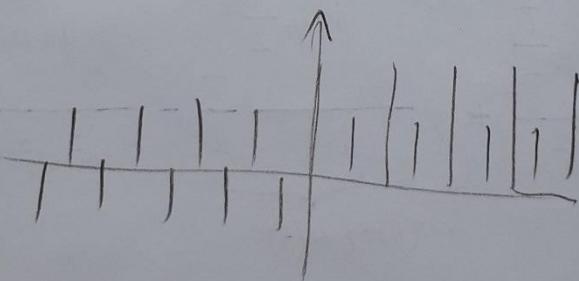
Elem, i na negativnoj strani horizontale, po istom pravilu, takođe treba nacrtati diskretne komponente!

$$X_n = (-1)^{n+1} \left(\frac{E}{n\pi} \right) e^{jn\theta_2}$$

$$-1 = e^{j\pi}$$

$$X_n = (|X_n|) \cdot e^{j\theta_n}$$

$$\theta_n = \frac{\pi}{2} + \Delta\theta_n = \frac{\pi}{2} + \begin{cases} 0, & n=1, 3, 5, \dots \\ \pi, & n=2, 4, 6, \dots \\ -\pi, & n=-1, -3, -5, \dots \\ 0, & n=-2, -4, -6, \dots \end{cases}$$



$$X_n = (-1)^{n+1} \frac{E}{n\pi} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$-1 = j e^{j\pi} = e^{j\pi} \text{ ita je}$$

$$X_n = |X_n| e^{j\theta_n}$$

Ovo time je opisane
Moglo korištenje spektro

$$X_n = \frac{E}{n\pi} \left(e^{j\pi} \right)^{n+1} e^{j\frac{\pi}{2}} = \frac{E}{n\pi} e^{j[(n+1)\pi + \frac{\pi}{2}]} \quad \text{Ovo time je opisane
u nečitljivim kriterijem!}$$

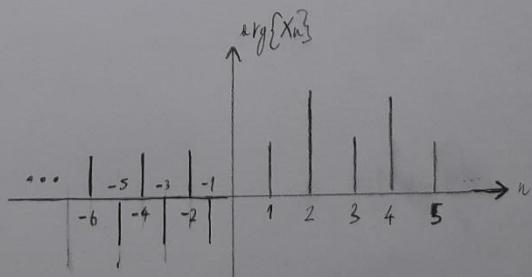
e toga se sa vlastim uspostavljanjem brojen u $(-1)^{n+1} \frac{E}{n\pi} e^{j\frac{\pi}{2}}$ me na



$n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ tada su im slobodno $\pm \frac{\pi}{2}$

ili jednostavno

$$\frac{\pi}{2} + \begin{cases} 0, & n=1,3,5,\dots \text{ i } 1=e^{j0} \\ \pi, & n=2,4,6,\dots \text{ i } (-1)=e^{j\pi} \\ -\pi, & n=-1,-3,-5,\dots \\ 0, & n=-2,-4,-6,\dots \end{cases}$$



3.

4. Задаци

a) $LZ77 (W=8)$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

ORAHORORAHORAHORAHORAH

$$[0,0][0,R][0,A][0,H][1,4,2][1,6,4][1,7,3][1,5,2][1,4,2][1,7,5]$$

- Потребен број бака за симболите ASCII ноголаше је: $22 \cdot 8 = 176 [b]$

- Потребен број бака за LZ77 ноголаше је: $4 \cdot 9 + 6 \cdot 7 = 36 + 42 = 78 [b]$

$$h = \frac{78}{176} = 0,443 \Rightarrow R = 1 - h = 0,556 \Rightarrow R \approx 56\% \text{ или } 55,6\%$$

$$\text{sizeof}(0, \text{char}) = \text{sizeof(boolean)} + \text{sizeof(char)} = 1 + 8 = 9 [b]$$

$$\text{sizeof}(0, a, b) = \text{sizeof(boolean)} + \boxed{\quad} \text{ld}(x) + \text{ld}(w) = 1 + 2 \cdot 3 = 7 [b]$$

$100\% - 55,6\% = 45,4\%$ и то го који остатак је додат за

премешавање... то се овој бака која се користи

2° LZW

{O, R, A, H}

~~ORAHORAHORAHORAHORAHORAH~~

Причленен *L77* орнитинна субстанция (*Reinholdso*) уснована була таурагом

у огнови на пурпурну LZW компресију тврдо је у објекту који

ЛЭВ добу ишор орхондоо за нэгдэхэдээ зөвчилж...

Među prvim rokovima koje sam radio tako da sitna lako otklonjiva greškica nije stranac..

Elem, za prepravku, samo pogledati(scrool-up) na prethodni rok gdje sam konkretno objasnio u čemu je stvar. Za Heming(7,4) ide binomni koeficijent $\binom{n}{2}$ isto kao i za Heming(12, 8), dok za Heming(8,4) kao i Heming(13,8) binomni koeficijent je $\binom{n}{3}$!!!

b)

$$X \in \mathcal{B}(n, p)$$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

u unutar pojavljuje me samo za n=2.

$$\text{Hemming}(7,4): P(X=4) = \dots \binom{7}{2} p^2 \underbrace{(1-p)^5}_{\approx 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2! 5!} p^2 = 2,1 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{Hemming}(8,4): P(X=4) = \dots \binom{8}{2} p^2 \cdot 1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 6!} p^2 = 2,8 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{Hemming}(12,8): P(X=8) = \dots \binom{12}{8} p^8 \cdot 1 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! 4!} p^8 = 4,95 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Hemming}(13,8): P(X=8) = \dots \binom{13}{8} p^8 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{5! 8!} = 1,287 \cdot 10^{-5}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0,00000002,1 \\ 0,00000002,8 \\ 0,0000004,95 \\ 0,00001,287 \end{array} \right\}$$

Hojnata nepotiskivatljiva greška je
u svih trijekoj Xemingu (7,4) što je u svim
prikazima sa zvezdica u pojedinu učinkovit...

$$3. \text{ изјаштак} \quad P_A + P_D + P_E = 1 - 0,51 = 0,49$$

$$\frac{P_A}{P_D} = \frac{4}{1} \Rightarrow P_A = 4 P_D$$

$$\frac{P_D}{P_E} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 P_D = P_E$$

$$4 P_D + P_D + 2 P_D = 0,49$$

$$P_D = 0,07 \Rightarrow P(D) = 0,07; P(E) = 0,14; P(A) = 0,28 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{a) } H(S) = ? = -\sum_{i=1}^2 P(s_i) \log(P(s_i)) = 2,675 \left[\frac{\text{sh}}{\text{Sumb}} \right]$$

Како је изглед H_{max} или H_0 ... што је највећи могући изглед H ?
 Konsultacije: У чима је R и шта је за коришћењем изјаштак?

b) Huffman (U_p)

| symbol | Gedächtnislos | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 | U_6 |
|--------|---------------|-------|----------|----------|---------|---------|--------|
| A | 0,28 | 01 | 0,28 01 | 0,28 01 | 0,3 00 | 0,42 1 | 0,58 0 |
| C | 0,15 | 000 | 0,15 11 | 0,27 10 | 0,28 01 | 0,3 00 | 0,42 1 |
| F | 0,15 | 001 | 0,15 000 | 0,15 11 | 0,27 10 | 0,28 01 | |
| E | 0,14 | 100 | 0,15 001 | 0,15 000 | 0,15 11 | | |
| G | 0,13 | 101 | 0,14 100 | 0,15 001 | | | |
| B | 0,08 | 110 | 0,13 101 | | | | |
| D | 0,07 | 111 | | | | | |

A(01)

c(000)

F(001)

E(100)

G(101)

B(110)

D(111)

$$\bar{L} = 2 \cdot 0,28 + 3(2 \cdot 0,15 + 0,14 + 0,13 + 0,15) = 2,72 \left[\frac{b}{\text{symb}} \right]$$

$$G^2 = \sum_{i=1}^2 P(s_i) (l_i - \bar{L})^2 = \cancel{\dots} 0,2016$$

Daraus...

Huffman (Down)

| cuvanje | frekvencija | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 |
|---------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | 0,28 | 01 | 0,28 | 01 | 0,28 | 01 |
| C | 0,15 | 11 | 0,15 | 11 | 0,27 | 10 |
| F | 0,15 | 000 | 0,15 | 000 | 0,15 | 11 |
| E | 0,14 | 100 | 0,15 | 001 | 0,15 | 00 |
| G | 0,13 | 101 | 0,14 | 100 | 0,15 | 001 |
| D | 0,08 | 0010 | 0,13 | 101 | 0,15 | 000 |
| B | 0,07 | 0011 | | | | 000 |

$$A(01) \quad \bar{L} = 2,72 \left[b/\text{simb.} \right]$$

C(11)

F(000)

E(100)

G(101)

D(0010)

B(0011)

$$\bar{G}^2 = \sum_{i=1}^2 P(S_i) (l_i - \bar{L})^2 = 0,5016$$

Koja se signala prenosi u manje?

c) BEBA:

| символ | Годишњако | погодност |
|--------------------|-----------|--------------|
| A = S ₁ | 0,28 | [0; 0,28) |
| B = S ₂ | 0,08 | [0,28; 0,36) |
| C = S ₃ | 0,15 | [0,36; 0,51) |
| D = S ₄ | 0,07 | [0,51; 0,58) |
| E = S ₅ | 0,14 | [0,58; 0,72) |
| F = S ₆ | 0,15 | [0,72; 0,87) |
| G = S ₇ | 0,13 | [0,87; 1) |

$$l^{(0)} = 0$$

$$u^{(0)} = 1$$

$$r^{(0)} = 1 - 0 = 1$$

$$X(B) = 2$$

$$F(1) = 0,28$$

$$F(2) = 0,36$$

$$l^{(1)} = l^{(0)} + r^{(0)} F(1) = 0,28$$

$$u^{(1)} = l^{(0)} + r^{(0)} F(2) = 0,36$$

$$r^{(1)} = 0,08$$

$$X(E) = 5 \text{ за симбол } X(E) \text{ ниско}$$

$$F(4) = 0,58 \text{ нискији симбол } B$$

$$F(5) = 0,72 \text{ који је у средини}$$

$$l^{(2)} = l^{(1)} + r^{(1)} F(4) = 0,3264$$

$$u^{(2)} = l^{(1)} + r^{(1)} F(5) = 0,3376$$

$$r^{(2)} = 0,0112 \text{ је сасвим...}$$

$$X(B) = 2 \text{ пружају } \cancel{\text{ниско}} \text{ али су}$$

$$F(1) = 0,28 \text{ пружају } X(B) \text{ као и то}$$

$$F(2) = 0,36 \text{ функције постепено са сасвим пружају.}$$

$$l^{(2)} = l^{(1)} + r^{(1)} F(1) = 0,329536$$

$$u^{(2)} = l^{(1)} + r^{(1)} F(2) = 0,330432 > l^{(2)} \checkmark$$

$$\cancel{r^{(1)} = 0,00896} \text{ нејако је добро. Добро је да је}$$

$$r^{(2)} = 0,000896 \text{ добро је да је}$$

$$X(A) = 4 \quad F(0) = 0,08 \quad F(1) = 0,28$$

$$\cancel{l^{(4)} = l^{(3)} + r^{(3)} F(0)}$$

$$l^{(4)} = l^{(3)} + r^{(3)} F(1) = 0,329536$$

$$u^{(4)} = l^{(3)} + r^{(3)} F(1) = 0,32978688$$

$$r^{(4)} = 0,00025088 \text{ али пружају да тај је}$$

$$r^{(4)} \text{ нејако... добро је да је}$$

Добијени масив броја $[0,329536; 0,32978688]$ - мом генераторим STOP!?

• Правдостојаност $(1) = (0,1)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 0,5 > 0,32978688$ и трећи бит је 0

• Правдостојаност $(01) = (0,01)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 0,25 < 0,32978688$ трећи бит је 1
 $0,25 < 0,329536$ накнадно

• Правдостојаност $(011) = (0,011)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 0,375 > 0,32978688$ и трећи бит је 0

• Правдостојаност $(010) = (0,010)_2 = 1 \cdot 2^{-2} = 0,25 < 0,32978688$ и то накнадно...

• Правдостојаност $(0101) = (0,0101)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-4} = 0,3125 < 0,32978688$
и трећи бит је 1

• Правдостојаност $(01011) = (0,01011)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 2 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-5} = 0,34375 > 0,32978688$
и то је трећи бит 0

• Правдостојаност $(010101) = (0,010101)_2 = 2 \cdot 2^{-2} + 2 \cdot 2^{-4} + 2 \cdot 2^{-6} = 0,328125 < 0,32978688$ накнадно

• Правдостојаност $(0101011) = (0,0101011)_2 = 2 \cdot 2^{-2} + 2 \cdot 2^{-4} + 2 \cdot 2^{-6} + 1 \cdot 2^{-7} = 0,3359375 > 0,32978688$ то
је 7. бит 0

• Правдостојаност $(01010101) = (0,01010101)_2 = 2 \cdot 2^{-4} + 2 \cdot 2^{-6} + 2 \cdot 2^{-8} = \dots$ 8. бит је 0, а га испуштам.

Испуштање десетине у бинарном формату (calculator) је изједначаваје

погрешност коју

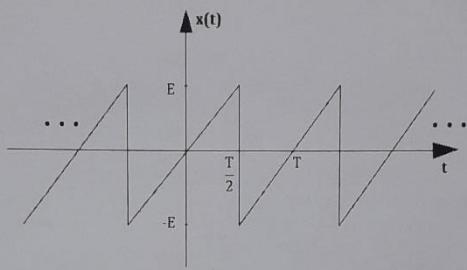
$$(0101010011) = 2^{10} + 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0 = 0,32958984 \quad \left\{ \begin{array}{l} < 0,32978688 \\ > 0,329536 \end{array} \right.$$

OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

PISMENI ISPIT

28.6.2022.

1. (30%) Izvršiti spektralnu analizu signala $x(t)$, prikazanog na slici 1. Odrediti procenat snage sadržan u prva četiri harmonika.



Slika 1. Signal u Zadatu 1

2. (30%) Za prenos signala $x(t)$ koristi se IKM. Granična frekvencija spektra signala $x(t)$ je 3.3 kHz.

- a) (4%) Nacrtati principsku šemu prenosnog sistema.
b) (2%) Odrediti najmanju frekvenciju odmjeravanja signala $x(t)$.
c) (16%) Ako vrijednosti amplituda odmjeraka na ulazu u uniformni kvantizer sa 4 nivoa kvantizacije podlaze raspodjeli čija je funkcija gustine vjerovatnoće data sa:

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{k}{\pi(1+x^2)}, & |x(t)| \leq 4V \\ 0, & \text{inče} \end{cases}$$

odrediti odnos signal/šum kvantizacije. Nacrtati karakteristiku kvantizera.

- d) (5%) Koliki bi bio odnos signal/šum kvantizacije ako je funkcija gustine vjerovatnoće uniformna?

$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & |x(t)| \leq 4V \\ 0, & \text{inče} \end{cases}$$

- e) (3%) Koliko iznosi decibelski odnos signal/šum kvantizacije u slučaju uniformnog 5-bitnog kodovanja?

Napomena: Prilikom računanja integrala koristiti [rad].

3. (25%) Dat je diskretni izvor bez memorije sa listom simbola $S=\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$. Poznate su vjerovatnoće $P(A)=0.22, P(B)=0.11, P(D)=0.02, P(F)=0.08, P(H)=0.12$, te je poznato da je $P(C) : P(E) : P(G) = 4 : 3 : 2$.

- a) (2%) Koliko iznosi entropija izvora?
b) (2%) Koliko iznosi maksimalna entropija izvora i za koje vjerovatnoće simbola A, B, C, D, E, F, G i H?
c) (1%) Koliko iznosi entropija trinaestog proširenja ovog izvora?

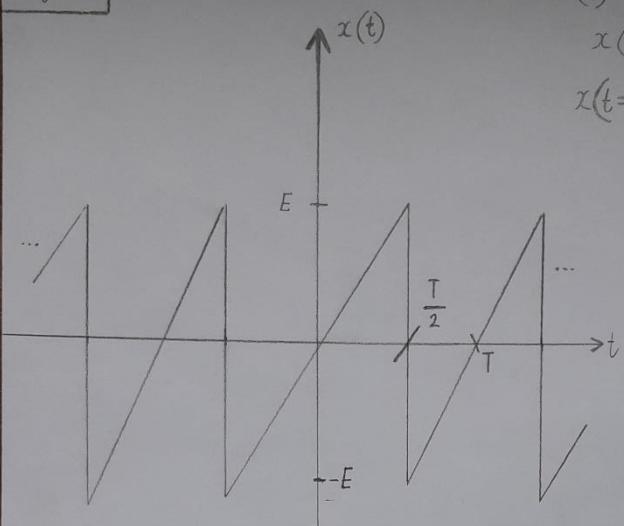
- d) (1%) Koliko iznosi redundansa izvora?
- e) (5%) Šenonovim postupkom odrediti kodne riječi. Koliko iznosi prosječna dužina kodnih riječi?
Kodovati sekvencu DECA.
- f) (6%) Konstruisati kompaktni kod Hafmanovim postupkom pri čemu se kodovanje vrši kvaternarnim kodom sa kodnom listom {0, 1, 2, 3}. Koliko iznosi prosječna dužina kodnih riječi?
Kodovati sekvencu DECA.
- g) (8%) Sekvencu DECA kodovati aritmetičkim kodovanjem. Koliko bita zauzima poruka?

4. (15%)

- a) (7%) Ispitati da li je kôd {010, 0001, 0110, 1100, 00011, 00110, 11110, 101011} jednoznačno dekodiv. Da li je trenutan? Obrazložiti odgovor.
- b) (8%) Kao zaštitni kôd u telekomunikacionom sistemu se koristi Hemingov kôd (12,8). Na prijemu se dobija sekvanca 100010001111. Odrediti bite sindroma. Kako glasi informaciona sekvanca koja je kodovana?
Kolika je vjerovatnoća greške koja se ne može detektovati ako se na kodovanu riječ doda još jedan bit za opštu provjeru na parnost, tj. ako se koristi Hemingov kôd (13,8)? Dobijenu vjerovatnoću greške uporediti sa vjerovatnoćom greške koja se ne može detektovati ako se koristi Hemingov kôd (8,4). Vjerovatnoća greške jednog bita je $p=0.0001$.

Vrijeme izrade: **180 minuta.**

1. Задача



$$\begin{aligned}x(t) &= \kappa t + n \\x(t=0) &= 0 \rightarrow n = 0 \\x\left(t=\frac{T}{2}\right) &= E \rightarrow \kappa \frac{T}{2} = E \\&\kappa = \frac{2E}{T}\end{aligned}$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2E}{T} t \sin(n\omega_0 t) dt =$$

$$\frac{4E}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} t \sin(n\omega_0 t) dt = \boxed{\begin{array}{l} n\omega_0 t = y \\ dt = \frac{1}{n\omega_0} dy \end{array}} = \frac{4E}{T^2} \frac{1}{(n\omega_0)^2} \int_{-T/2}^{T/2} y \sin(y) dy$$

$$= \frac{4E}{T^2 (n\omega_0)^2} \int_{-T/2}^{T/2} y \sin(y) dy = \boxed{\begin{array}{l} u = y, \quad dv = \sin(y) dy \\ du = dy, \quad v = \int dv = -\cos(y) \\ uv - \int v du \end{array}} =$$

1.

$$\frac{4E}{T^2(n\omega_0)^2} \left(-y \cos(y) + \int_{-T/2}^{T/2} \cos(y) dy \right) =$$

$$\frac{4E}{T^2(n\omega_0)^2} \left(\sin(y) - y \cos(y) \right) \Big|_{-T/2}^{T/2} = \begin{array}{l} \text{Бюджетное и избыточное} \\ \text{и убыточное превышение} \\ \text{использования.} \end{array}$$

$$\frac{4E}{T^2(n\omega_0)^2} \left[\sin\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) - n\omega_0 \frac{T}{2} \cos\left(n\omega_0 \frac{T}{2}\right) \right. \\ \left. - \left(\sqrt{\sin\left(n\omega_0 \frac{-T}{2}\right)} - \sqrt{n\omega_0 \frac{-T}{2}} \cos\left(n\omega_0 \frac{-T}{2}\right) \right) \right] =$$

$$\frac{4E}{T^2(n\omega_0)^2} \left[2 \cancel{\sin\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2}\right)}^0 - 2n\omega_0 \frac{T}{2} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2}\right) \right] =$$

$$\frac{4E}{T^2} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{(-1)^n}{1} \frac{2\pi}{T} \frac{1}{2} (-1)^n = \frac{-E}{n!} (-1)^n$$

• Итмодноги синхар

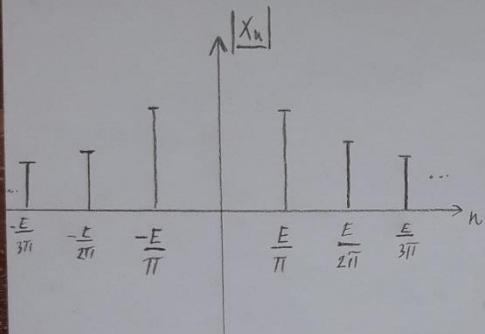
$$|X_n| = \left| \frac{-E}{n\pi} \right| = \frac{E}{n\pi}$$

$$n \in \mathbb{Z} / \{0\}$$

n за итмодноги

ади и за

факти синхар.



• Факти синхар: $\arct \{X_n\} = \frac{b_n}{a_n} = +\infty \Rightarrow$ якој је $\frac{\pi}{2}$

$$X_n = \frac{(-1)^{n+1} E}{n\pi} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$-1 = e^{j\phi} = e^{j\pi} \text{ и то је}$$

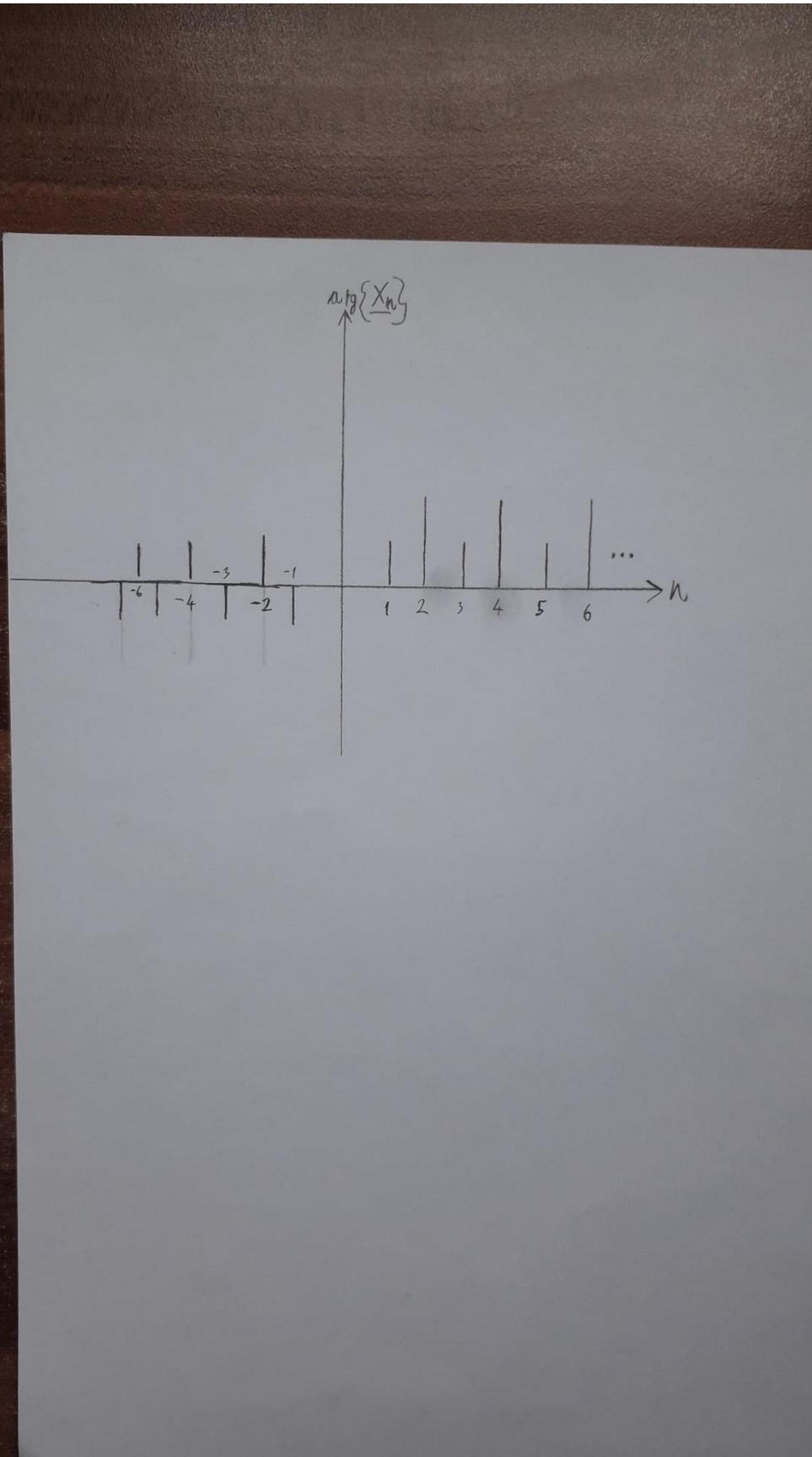
$$(-1)^{n+1} = e^{j(n+1)\pi} \text{ и то је}$$

$$X_n = \frac{E}{n\pi} e^{j\left((n+1)\pi + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Значи огледаши је $(n+1)\pi + \frac{\pi}{2}$

и то се чујио! \rightarrow Изгледаши!

$$\frac{\pi}{2} + \underbrace{\begin{cases} 0, & n=1,3,5,\dots \\ \pi, & n=2,4,6,\dots \\ -\pi, & n=-1,-3,-5,\dots \\ 0, & n=-2,-4,\dots \end{cases}}_{(n+1)\pi = 2\pi, 2 \cdot 2\pi\dots}$$



3. Задача

$$P_C + P_E + P_G = 0,45$$

$$\frac{P_C}{P_E} = \frac{4}{3} \rightarrow 3P_C = 4P_E$$

$$\frac{P_E}{P_G} = \frac{3}{2} \rightarrow 2P_E = 3P_G$$

$$\frac{4}{3}P_E + P_E + \frac{2}{3}P_E = 0,45 \quad \dots /3$$

$$4P_E + 3P_E + 2P_E = 1,35$$

$$\begin{aligned} 9P_E &= 1,35 \\ (P_E = 0,15) &\rightarrow (P_E = 0,15) \xrightarrow{0,3 = 3P_G} (P_G = 0,1) \end{aligned}$$

$$\text{a) } H(S) = ? = -\sum_{i=1}^8 P(s_i) \log_2(P(s_i)) = -\frac{\sum_{i=1}^8 P(s_i) \log_2(P(s_i))}{\log_2(2)}$$
$$= 2,8 \left[\frac{Sh}{Symb} \right]$$

$$\text{b) } H_{\max} = \log_2(8) = 3 \left[\frac{Sh}{Symb} \right]$$

$$\text{c) } H(S^{13}) = 13 H(S) = 36,4 \left[\frac{Sh}{Symb} \right]$$

3.

$$\textcircled{d}) R = 1 - \frac{H}{H_{\max}} = 0,066 = 66 [\%]$$

\textcircled{e}) Shannon's algorithm, DECA

| s_i | $P(s_i)$ | I | II | III | IV | V |
|-------|----------|---|----|-----|------|-------|
| A | 0,22 | 0 | 00 | 00 | 00 | 00 |
| C | 0,2 | 0 | 01 | 01 | 01 | 01 |
| E | 0,15 | 1 | 10 | 100 | 100 | 100 |
| H | 0,12 | 1 | 10 | 101 | 101 | 101 |
| B | 0,11 | 1 | 11 | 110 | 110 | 110 |
| G | 0,1 | 1 | 11 | 111 | 1110 | 1110 |
| F | 0,08 | 1 | 11 | 111 | 1111 | 11110 |
| D | 0,02 | 1 | 11 | 111 | 1111 | 11111 |

0,43 1/3 0,57

0,58 1/5 0,42

nowe je...

$$\bar{L} = 2(0,22+0,2) + 3(0,15+0,12+0,11) + 0,4 + 0,5 = 2,88 \left[\frac{b}{\text{symbol}} \right]$$

11111 100 01 00
D E C A

f) Huffmanns algoritmus, ulazne porosno nalogische, DECA

$$\frac{2 - 2_0}{m-1} \in \mathbb{Z}, \quad 2 \leq 2_0 \leq m$$

$$\frac{8 - 2_0}{3} \rightarrow 2_0 = 2$$

| s_i | $P(s_i)$ | U_1 | U_2 | | |
|-------|----------|-------|-------|----|------|
| A | 0,22 | 1 | 0,22 | 1 | 0,43 |
| C | 0,2 | 2 | 0,2 | 2 | 0,22 |
| E | 0,15 | 3 | 0,15 | 3 | 0,2 |
| H | 0,12 | 00 | 0,12 | 00 | 0,15 |
| B | 0,11 | 01 | 0,11 | 01 | |
| G | 0,1 | 02 | 0,1 | 02 | |
| F | 0,08 | 030 | 0,1 | 03 | |
| D | 0,02 | 031 | | | |

$$L = (0,22 + 0,2 + 0,15) + 2(0,12 + 0,11 + 0,1) + 0,3 = 1,53 \left[\frac{b}{\text{symbol}} \right]$$

031 3 2 1

D E C A

8) Апроксимация нодисте, DECA

$$l_0 = 0$$

$$u_0 = 1$$

| s_i | $P(s_i)$ | нодисте | |
|-------|----------|--|--|
| A | 0,22 | $[0; 0,22)$ | $P(X=D)=4$ |
| B | 0,11 | $[0,22; 0,33)$ | $F(3)=0,53$ |
| C | 0,2 | $[0,33; 0,53)$ | $F(4)=0,55$ |
| D | 0,02 | $[0,53; 0,55)$ | $\ell_1 = \ell_0 + l_0 F(3) = 0,53$ $u_1 = \ell_0 + l_0 F(4) = 0,55$, $r_1 = 0,02$ |
| E | 0,15 | $[0,55; 0,7)$ | |
| F | 0,08 | $[0,7; 0,78)$ | |
| G | 0,1 | $[0,78; 0,88)$ | |
| H | 0,12 | $[0,88; 1)$ | $P(X=A)$ |
| | | $P(X=C)=3$ | $F(0)=0$ |
| | | $F(2)=0,33$ | $F(1)=0,22$ |
| | | $F(3)=0,53$ | $\ell_4 = \ell_3 + r_3 F(0) = 0,54199$ |
| | | $\ell_3 = \ell_2 + r_2 F(4) = 0,54199$ | $u_4 = \ell_3 + r_3 F(1) = 0,54331$ |
| | | $u_3 = \ell_2 + r_2 F(5) = 0,54259$ | |
| | | $r_3 = 6 \cdot 10^{-4}$ | (ℓ_4, u_4) |
| | | $r_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ | |
| | | 5. | |

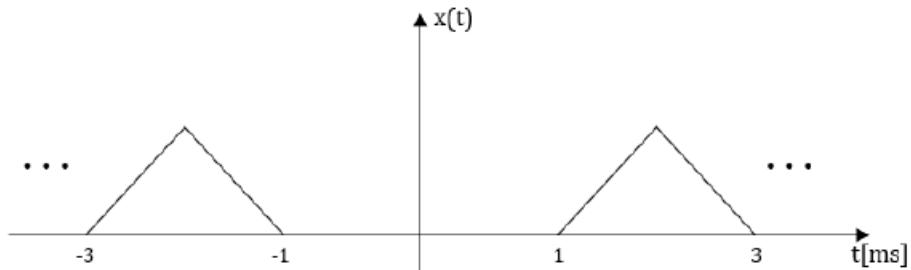
OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

PRVI KOLOVIZIJUM

29. 4. 2022.

1. (35%)

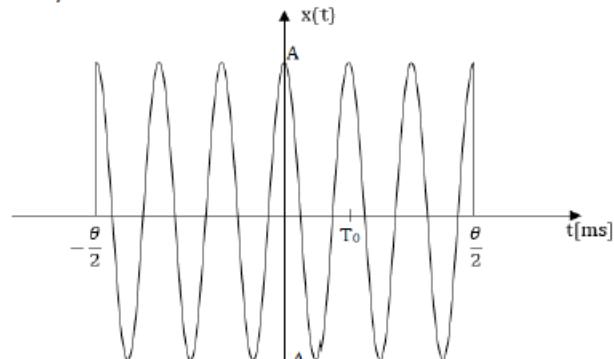
- a) (18%) Izvesti izraz za amplitudski i fazni spektar povorke naponskih trougaonih impulsa, amplitude 2 V, sa slike 1.
- b) (10%) Nacrtati amplitudski i fazni spektar.
- c) (7%) Odrediti postotak snage sadržan unutar prve arkade spektra.



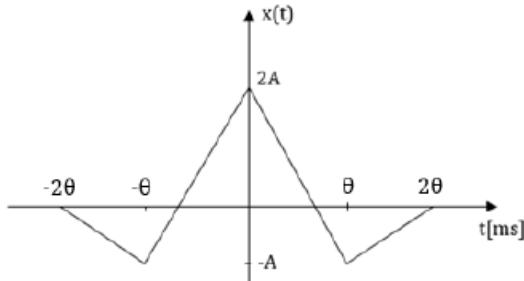
Slika 1. Povorka naponskih trougaonih impulsa u Zadatu 1

2. (30%)

- a) (15%) Odrediti Furijeovu transformaciju i nacrtati spekralnu gustinu amplituda signala sa slike 2, ako je:
 - i. $\omega_0 = 4\pi/\theta$,
 - ii. $\omega_0 \gg 2\pi/\theta$.



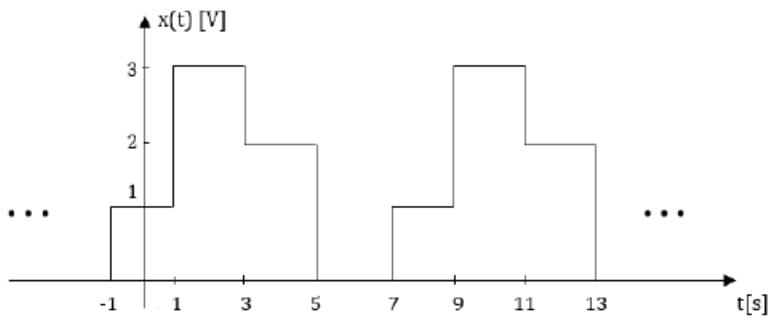
- b) (15%) Odrediti Furijeovu transformaciju signala sa slike 3.



Slika 3. Signal u Zadatku 2.b

3. (35%)

- a) (25%) Naponski signal, prikazan na slici 4, dovodi se na analogno/digitalni konvertor koji se sastoji od odmjeraca, kvantizera i IKM (eng. PCM) kodera. Poznato je da je perioda odmjeravanja $T_s=2s$, te da se odmjeravanje vrši u trenucima nT_s , $n=0,1,2,\dots$. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu odmjeraca. Kvantovanje se vrši uniformnim kvantizerom sa korakom kvantizacije 0.75 V. Nacrtati karakteristiku kvantizera, te vremenski oblik signala na izlazu kvantizera. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu kodera. Smatrati da se vrši kodovanje sa povratkom na nulu (RZ).

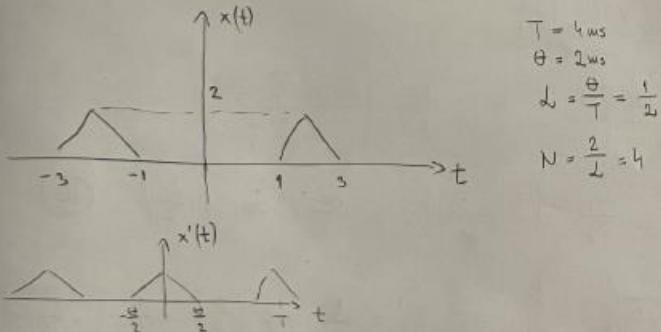


Slika 4. Signal u Zadatku 3.a

- b) (10%) Na kompakt disku (CD) snimljeno je 2 h muzičkog sadržaja (stereo zvuk), ukupne količine 1.08 GB. Prilikom snimanja, korisnim podacima dodati su biti za korekciju greške, ekstrakciju takta i kontrolni biti koji ukupno čine zaglavje od 25%. Izračunati bitsku brzinu potrebnu za prenos korisnih podataka. Ukoliko je korištena frekvencija odmjeravanja od 48 kHz, izračunati broj bita kojim je izvršeno kodovanje.

Vrijeme izrade: **150 minuta.**

(1)



$$\begin{aligned}T &= 4 \text{ ms} \\ \theta &= 2 \text{ ms} \\ \omega &= \frac{\theta}{T} = \frac{1}{2} \\ N &= \frac{2}{\omega} = 4\end{aligned}$$

$$x'(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(n\omega t) \quad (2)$$

$$b_n = 0 \quad (1)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x'(t) \cdot \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x'(t) \cdot \cos(n\omega t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x'(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$\stackrel{(0, A)}{=} x' = -\frac{2A}{\theta} \left(t - \frac{\theta}{2} \right) = -\frac{2A}{\theta} t + A$$

$$2^{-} \left(\frac{\theta}{2}, 0 \right)$$

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{2A}{\theta} t + A \right) \cos(n\omega t) dt = -\frac{8A}{\theta T} \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \cdot \cos(n\omega t) dt + \frac{4A}{\theta T} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(n\omega t) dt =$$

$\left| \begin{array}{l} u=t \quad du = dt \\ dv = \cos(n\omega t) dt \quad v = \frac{1}{n\omega} \cdot \sin(n\omega t) \end{array} \right.$

$$= -\frac{8A}{\theta T} \cdot \left[\frac{1}{n\omega} \cdot \sin(n\omega t) + \frac{1}{(n\omega)^2} \cdot \cos(n\omega t) \right] \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{4A}{n\omega \cdot T} \cdot \sin(n\omega t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= -\frac{8A}{\theta T} \left[\frac{1}{2n\omega} \cdot \sin(n\omega \cdot \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{(n\omega)^2} \left(\cos(n\omega \cdot \frac{\pi}{2}) - 1 \right) \right] + \frac{4A}{n\omega \cdot T} \cdot \sin(n\omega \cdot \frac{\pi}{2}) =$$

$$= -\frac{4A}{n\omega \cdot T} \cdot \sin(n\omega t) + \frac{8A}{\theta T \cdot (n\omega)^2} \left(1 - \cos(n\omega \cdot \frac{\pi}{2}) \right) + \frac{4A}{n\omega \cdot T} \cdot \sin(n\omega \cdot \frac{\pi}{2}) =$$

$$= \frac{8A}{\theta \cdot T \cdot (n\omega)^2} \cdot 2 \cdot \sin^2 \left(n\omega \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{16A}{\theta \cdot T} \cdot \frac{\sin^2 \left(n\omega \cdot \frac{\pi}{2} \right)}{(n\omega)^2} \cdot \frac{\pi^2}{16} \cdot \frac{16}{16} =$$

$$= \frac{A\Theta}{T} \cdot \left(\frac{\sin(n\omega_0 \frac{T}{4})}{n\omega_0 \frac{T}{4}} \right)^2$$

$$F_u^1 = \frac{A\omega_0 / 16\pi}{2} = \frac{A\omega_0}{2} = \frac{A\Theta}{2T} \cdot \left(\frac{\sin(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4})}{n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}} \right)^2 =$$

$$= \frac{A\omega_0}{2} \cdot \left(\frac{\sin(n\frac{1}{2})}{n\frac{1}{2}} \right)^2 = \frac{A\omega_0}{2} \cdot \sin^2\left(n\frac{1}{2}\right) \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{2} \\ A = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow F_u^1 = \frac{1}{2} \cdot \sin^2\left(\frac{n}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sin\left(n\frac{\pi}{4}\right)}{n\frac{\pi}{4}} \right)^2$$

$$F_u = F_u^1 \cdot e^{-jn\omega_0 t_0} = \frac{A\omega_0}{2} \cdot \sin^2\left(n\frac{1}{2}\right) \cdot e^{-jn\omega_0 t_0} \quad (5)$$

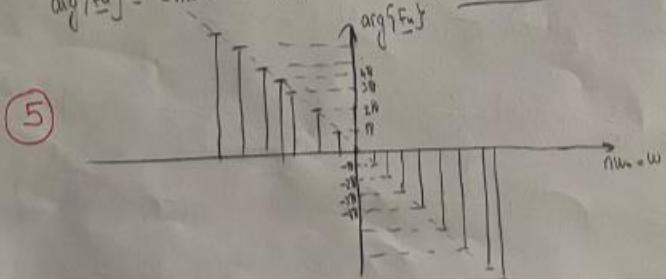
$t_0 = 2 \text{ ms}$

$$|F_u'| = |F_u|$$



$$\begin{aligned} n\omega_0 \frac{T}{4} &= k\pi \\ n\omega_0 \cdot \omega_0 &= \frac{k\pi}{4} \cdot k = \frac{k\pi}{4} \cdot \frac{T}{2} \cdot k = \\ &= 2k\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot k = \\ &= 4k\pi \cdot k \end{aligned}$$

$$\arg\{F_u\} = -n\omega_0 t_0 = -2n\pi \omega_0 = -2n\pi \cdot \frac{2\pi}{T} = -4\pi^2$$



$$F_0 = \frac{AL}{2} = \frac{1}{2}$$

$$F_1 = \frac{AL}{2} \cdot \frac{\sin^2(\frac{\pi}{3})}{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{4}}{\frac{9}{36}} = \frac{4}{81}$$

$$F_2 = \frac{AL}{2} \cdot \frac{\sin^2(\frac{2\pi}{3})}{\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{36}{9}} = \frac{2}{81}$$

$$F_3 = \frac{AL}{2} \cdot \frac{\sin^2(\frac{4\pi}{3})}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{144}{9}} = \frac{4}{81}$$

$$P' = |F_0|^2 + 2(|F_1|^2 + |F_2|^2 + |F_3|^2) =$$

$$= \frac{1}{4} + 2\left(\frac{16}{81} + \frac{4}{81} + \frac{16}{81}\right) =$$

$$= \frac{1}{4} + 2\left(\frac{32}{81} + \frac{16}{81}\right) = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1636}{81 \cdot 4} =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1636}{81 \cdot 4} \quad \boxed{0,6646 [V^2]} \quad (2)$$

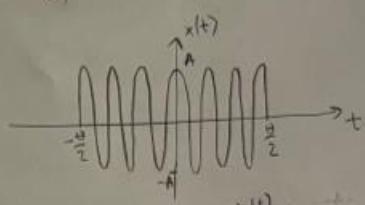
$$P' = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^{12}(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} (-\frac{A}{3}t + A)^2 dt =$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(A^2 - \frac{4A^2}{9}t + \frac{4A^2}{9}t^2\right) dt = \frac{2}{T} \cdot \left[A^2 \cdot t \Big|_0^{\frac{T}{2}} - \frac{2A^2}{9} \cdot t^2 \Big|_0^{\frac{T}{2}} + \frac{4A^2}{27} \cdot t^3 \Big|_0^{\frac{T}{2}} \right] =$$

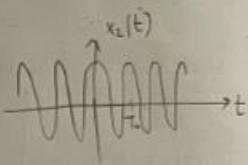
$$= \frac{2}{T} \cdot \left[\frac{A^2 T}{2} - \frac{A^2 T}{2} + \frac{A^2 T}{6} \right] = \frac{A^2 T}{3T} \left[= \frac{A^2 d}{3} \right] \left[\int \frac{2}{3} = 0,667 [V^2] \right] \quad (3)$$

$$\eta = \frac{P'}{P} = \frac{0,6646}{0,667} \quad \boxed{0,996 = 99,6\%} \quad (1)$$

① a)



$$x(t) = \begin{cases} A & \text{for } 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{for } -\frac{T}{2} \leq t < 0 \end{cases}$$

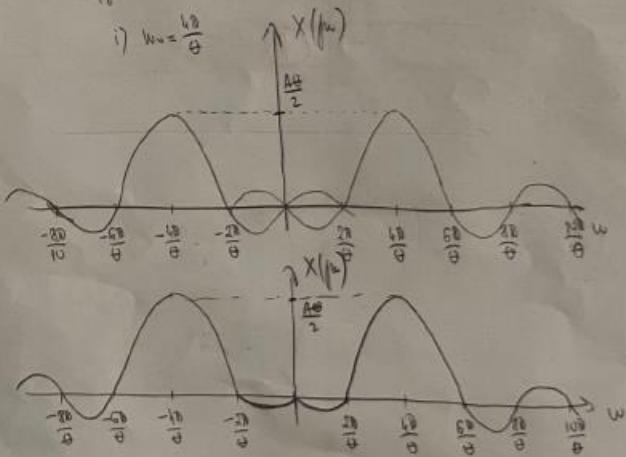


$$X_{in} = \frac{A\theta}{T} \cdot \frac{\sin(\pi w_0 \frac{\theta}{2})}{\pi w_0 \frac{\theta}{2}}$$
$$X_1(jw) = \lim_{T \rightarrow \infty} T \cdot X_{in} = A\theta \cdot \frac{\sin(w_0 \frac{\theta}{2})}{w_0 \frac{\theta}{2}} \rightarrow \text{sym: } \begin{cases} w_0 \frac{\theta}{2} = k\pi \\ |w_0| = \frac{2\pi}{\theta} k \end{cases}$$

$$x(t) = x_i(t) - \cos(w_0 t) = x_i(t) \cdot \frac{1}{2} (e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t})$$
$$= \frac{1}{2} x_i(t) e^{jw_0 t} + \frac{1}{2} x_i(t) e^{-jw_0 t} \quad (5)$$

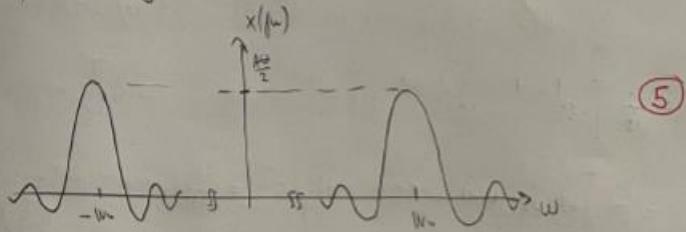
$$X(jw) = \frac{1}{2} X_1(w - jw_0) + \frac{1}{2} X_1(w + jw_0)$$

$$\text{i)} w_0 = \frac{\omega_0}{2}$$



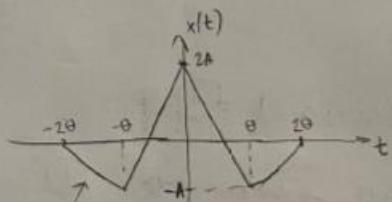
(5)

$$\text{ii) } \omega_0 > \frac{\pi}{\theta}$$



(5)

3)



$$1^o \begin{pmatrix} -2\theta, 0 \\ -\theta, -A \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{-A}{\theta} (t + 2\theta) = -\frac{A}{\theta} t - 2A$$

$$2^o \begin{pmatrix} -\theta, -A \\ 0, 2A \end{pmatrix}$$

$$x_1 + A = \frac{A}{\theta} (t + \theta) = \frac{A}{\theta} t + 2A$$

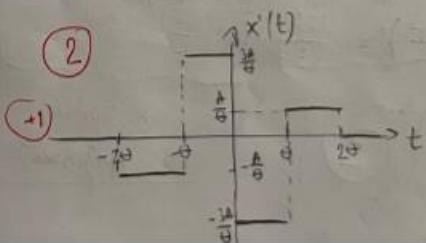
$$3^o \begin{pmatrix} 0, 2A \\ \theta, -A \end{pmatrix}$$

$$x_1 + A = \frac{-A}{\theta} (t - \theta) = -\frac{A}{\theta} t + 2A$$

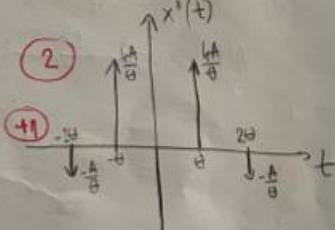
$$4^o \begin{pmatrix} 0, -A \\ 2\theta, 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = -\frac{A}{\theta} (t - 2\theta) = \frac{A}{\theta} t - 2A$$

②



②



④

$$x_1(t) = x_2(t) = -\frac{A}{\theta} \delta(t+2\theta) + \frac{4t}{\theta} \delta(t+\theta) - \frac{5t}{\theta} \delta(t) + \frac{4t}{\theta} \delta(t-\theta) - \frac{A}{\theta} \delta(t-2\theta)$$

$$= \frac{A}{\theta} [-\delta(t+2\theta) - \delta(t-2\theta) + 4\delta(t+\theta) + 4\delta(t-\theta) - 6\delta(t)]$$

$$X_2(j\omega) = \frac{A}{\theta} \left[-e^{j\omega 2\theta} - e^{-j\omega 2\theta} + 4e^{j\omega \theta} + 4e^{-j\omega \theta} - 6 \right] =$$

$$= \frac{A}{\theta} \left[-2\cos(2\omega\theta) + 8\cos(\omega\theta) - 6 \right] = \frac{2A}{\theta} (-\cos(2\omega\theta) + 4\cos(\omega\theta) - 3) \quad (3)$$

$$X_2(0) = 0 \quad (1)$$

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega} X_2(j\omega) \quad (1)$$

$$X(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \cdot X_1(j\omega) + 0 \cdot X_1(0) \cdot \delta(j\omega) \quad (1)$$

$$X_1(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) dt = 0 \rightarrow \text{keine phasenverschiebung!} \quad (1)$$

$$\Rightarrow X(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2} \cdot X_2(j\omega) = -\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{2A}{\theta} (-\cos(2\omega\theta) + 4\cos(\omega\theta) - 3) \quad (2)$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

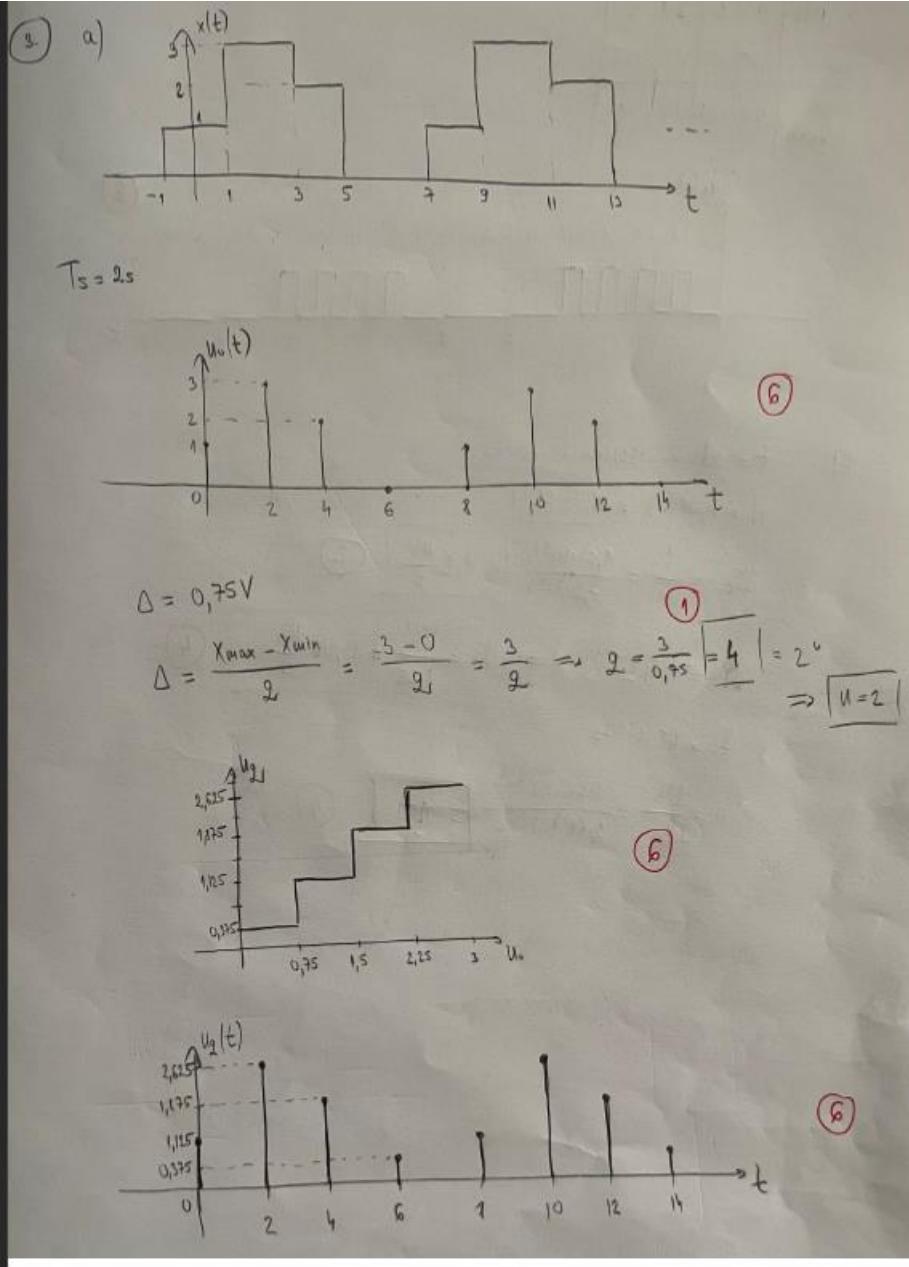
$$-\cos 2x + 4\cos x - 3 = 1 - 2\cos^2 x + 4\cos x - 3 = -2\cos^2 x + 4\cos x - 2 =$$

$$-2(\cos^2 x - 2\cos x + 1) = -2 \cdot (1 - \cos x)^2 = -2 \cdot \left(2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}\right)^2 =$$

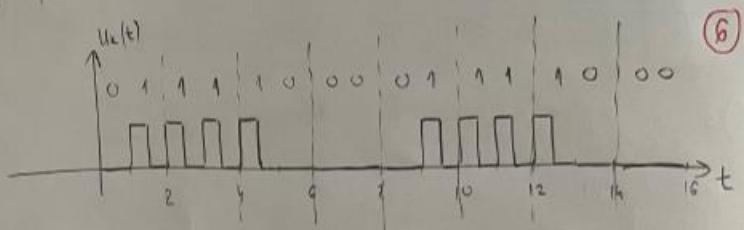
$$= -8 \cdot \sin^4 \frac{x}{2}$$

$$X(j\omega) = -\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{2A}{\theta} \cdot \left(-2 \cdot \sin^4 \frac{\omega\theta}{2} \right) = \frac{16A}{\omega^2 \theta} \cdot \underbrace{\sin^4 \left(\frac{\omega\theta}{2} \right)}_{\text{keine periodische}} \cdot \underbrace{\frac{\theta}{4} \cdot \frac{4}{\theta}}_{\text{periodische}} =$$

$$= 4A\theta \cdot \left(\frac{\sin^4 \left(\frac{\omega\theta}{2} \right)}{\frac{\omega\theta}{2}} \right)^2 \quad (2)$$



| Höhe | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---------------|------|-------|-------|-------|
| Amplitude | 0,35 | 1,125 | 1,875 | 2,625 |
| Zeitintervall | 0,0 | 0,1 | 1,0 | 1,1 |



b) $t = 2h = 120 \text{ min} \rightarrow 7200 \text{ s}$

$$J = 1,08 \text{ GB} = 8,64 \text{ Gb}$$

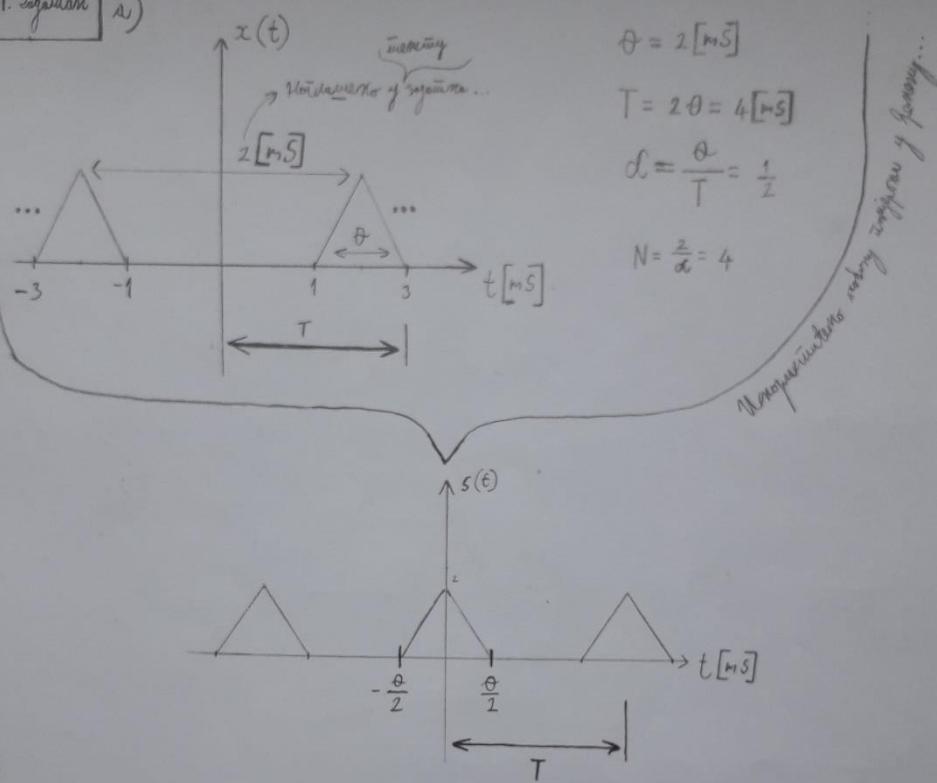
$$\dot{V}_b' = \frac{J}{t} = \frac{8,64 \cdot 10^9 \text{ b}}{7,2 \cdot 10^3 \text{ s}} = 1,2 \frac{\text{Mb}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_b' = 1,25 \dot{V}_b \Rightarrow \dot{V}_b = \frac{\dot{V}_b'}{1,25} = 0,96 \frac{\text{Mb}}{\text{s}}$$

$$f_o = 48 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$n = \frac{\dot{V}_b}{2f_o} = \frac{960 \cdot 10^6 \frac{\text{b}}{\text{s}}}{2 \cdot 48 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}}} = 10$$

1. Beispiele a)



$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t) \right)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos(n\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} s(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$y(x) = ux + n, \quad s(t) = nt + n$$

$$s(t=0) = 2 = nt + n \Rightarrow n = 2$$

$$s(t = \frac{\theta}{2}) = 0 \Rightarrow n \frac{\theta}{2} + 2 = 0$$

$$n = -\frac{4}{\theta}$$

$$s(t) = \frac{-4}{\theta} t + 2$$

$$\frac{-2A}{\theta} t + A$$

1

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\theta/2} \left(\frac{-4}{\theta} t + 2 \right) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{\theta/2} 2 \left(\frac{-2t}{\theta} + 1 \right) \cos(n\omega_0 t) dt =$$

$$\frac{8}{T} \int_0^{\theta/2} \left(\frac{-2t}{\theta} + 1 \right) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{8}{T} \left(\int_0^{\theta/2} \frac{-2}{\theta} t \cos(n\omega_0 t) dt + \int_0^{\theta/2} \cos(n\omega_0 t) dt \right) =$$

$$\frac{8}{T} \left(\int_0^{\theta/2} t \cos(n\omega_0 t) dt \right) = \boxed{\begin{array}{l} n\omega_0 t = y \\ dt = \frac{dy}{n\omega_0} \end{array}} + \int_0^{\theta/2} \cos(n\omega_0 t) dt = \boxed{\begin{array}{l} n\omega_0 t = y \\ dt = \frac{dy}{n\omega_0} \end{array}} =$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} \int_0^{\theta/2} y \cos(y) dy \right) = \boxed{\begin{array}{l} u = y, du = dy \\ dv = \cos(y) dy \\ v = \int \cos(y) dy \end{array}} + \frac{1}{n\omega_0} \int_0^{\theta/2} \cos(y) dy$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} \left(y \sin(y) - \int_0^y \sin(y) dy \right) + \frac{1}{n\omega_0} \left. \sin(y) \right|_0^{\theta/2} \right) =$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} \left(y \sin(y) + \cos(y) \right) \Big|_0^{\theta/2} + \frac{1}{n\omega_0} \left. \sin(n\omega_0 t) \right|_0^{\theta/2} \right) = \text{Pročinje se u nulu}$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} \left(n\omega_0 t \sin(n\omega_0 t) + \cos(n\omega_0 t) \right) + \frac{1}{n\omega_0} \left. \sin(n\omega_0 t) \right|_0^{\theta/2} \right) = \begin{array}{l} \sin(0) = 0 \\ \cos(0) = 1 \end{array}$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} \left(n\omega_0 \frac{\theta}{2} \sin(n\omega_0 \frac{\theta}{2}) + \cos(n\omega_0 \frac{\theta}{2}) - 1 \right) + \frac{1}{n\omega_0} \left. \sin(n\omega_0 \frac{\theta}{2}) \right|_0^{\theta/2} \right) =$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} n \omega_0 \frac{\theta}{2} \sin\left(n \omega_0 \frac{\theta}{2}\right) - \frac{2}{\theta n^2 \omega_0^2} \left(\cos\left(n \omega_0 \frac{\theta}{2}\right) - 1\right) + \frac{\sin\left(n \omega_0 \frac{\theta}{2}\right)}{n \omega_0} \right) =$$

$$\frac{8}{T} \left(\frac{-2}{\theta n^2 \omega_0^2} (-1) \left[1 - \cos\left(n \omega_0 \frac{\theta}{2}\right) \right] \right) = \checkmark$$

Приближенное значение (формула) для коэффициента сжатия $\frac{2}{2}$

$$\frac{4A}{T} \cdot \frac{2}{\theta n^2 \omega_0^2} \cdot \frac{2}{2} \left(1 - \cos\left(n \omega_0 \frac{\theta}{2}\right) \right) =$$

$$\frac{4}{T} \frac{2A}{\theta n^2 \omega_0^2} \cdot 2 \sin^2\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right) = \frac{16A}{\theta T} \frac{\sin^2\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)}{(n \omega_0)^2} \frac{\theta}{16} \frac{16}{\theta}$$

$$= \frac{16A}{T} \frac{\sin^2\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)}{(n \omega_0)^2 \theta^2} \frac{\theta}{16} = A \alpha \frac{\sin^2\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)}{(n \omega_0 \theta)^2}$$

$$= \alpha A \left(\frac{\sin\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)}{n \omega_0 \frac{\theta}{4}} \right)^2$$

$$\underline{S_n} = \frac{n - jb_n}{2} = \frac{W_n}{2} = \frac{\alpha A}{2} \left(\frac{\sin\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{4}\right)}{n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{4}} \right)^2$$

$$\frac{\alpha A}{2} \frac{\sin^2\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\alpha}{2}\right)}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{\alpha A}{2} \operatorname{sinc}^2\left(n \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin\left(n \frac{\pi}{4}\right)}{n \frac{\pi}{4}} \right)^2$$

Задача 1: Установка и фильтрация

$$X_n = \underline{S_n} e^{-jn\omega_0 t_0} = \frac{\alpha A}{2} \operatorname{sinc}^2\left(n \frac{\alpha}{2}\right) e^{-jn\omega_0 t_0}$$

$$(t_0 = 2 \text{ мс})$$

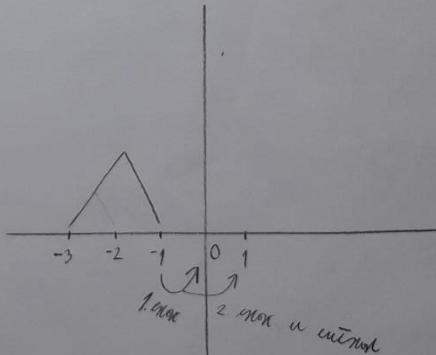
2. Построение и фильтрация:

$$\text{аналогично } x(t) \leftrightarrow X(j\omega)$$

аналогично

$$x(t-t_0) \leftrightarrow X(j\omega) e^{-j\omega_0 t_0}$$

Задача 2: Построение и фильтрация и
фильтрация... каким образом в $e^{-j\omega_0 t_0}$
и оправдано?



$$j\omega \leftrightarrow s(t) \text{ аналогично...}$$

$$t_0 = 2 \text{ мс}$$

b) 1° динамическим методом

$$X_n = \frac{\alpha A}{2} \sin^2\left(n - \frac{\theta}{2}\right) e^{-jn\omega_0 t_0} = \frac{\alpha A}{2} \frac{\sin^2\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{4}\right)}{\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{4}\right)^2} e^{-jn\omega_0 t_0}$$

$$= \boxed{\frac{\alpha A}{2} \frac{\sin^2\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)}{\left(n \omega_0 \frac{\theta}{4}\right)^2} e^{-jn\omega_0 t_0}} \quad \checkmark \quad \text{установлено пропорционально } \omega_0 \checkmark$$

$\underbrace{|X_n|}_{|X_n| = \text{function}(n\omega_0)}$

$$|X_n| = 0$$

$$n \omega_0 \frac{\theta}{4} = k\pi, \quad k=0, \pm n \in \mathbb{N}$$

$$n \omega_0 = \frac{4k\pi}{\theta}, \quad \cancel{n=1 \text{ для ненулевого}}$$

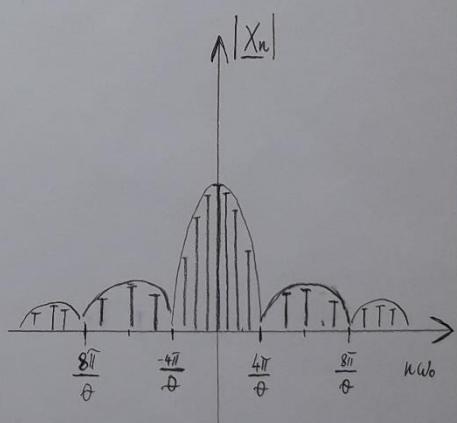
$\cancel{2\pi k \leftarrow \text{Failed}}$

$$\underbrace{\omega_0}_{= \omega} = \frac{4\pi}{T} \frac{1}{\theta} n$$

$$\omega = 2 \frac{2\pi}{T} \frac{1}{\theta} n$$

$$(\omega = 2 \omega_0 n) \checkmark$$

3.



Поменута формула $|F_n| = f(n\omega_0 \text{ и } n\frac{\phi}{4})$ била (BACKTRACKING) ком

израс на X_n да је то неко што најчешћи је $n\omega_0$

једно

$$X_n = \frac{\alpha A}{2} \frac{\sin\left(n\omega_0 \frac{\phi}{4}\right)^2}{\left(n\omega_0 \frac{\phi}{4}\right)^2} e^{-jn\omega_0 t_0} \quad \text{и је описан}$$

када $|X_n|$ физичкије неће бити веће од његове физичкије висине

израз у дробнику ће бити $= 0$ и тада добијамо 2 решења:

$$1) \quad n\omega_0 = \frac{4n\pi}{\phi}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{који сим користимо да нађемо}$$

$|X_n|$ ка редом па $n\omega_0$ који користимо је $n=0 \rightarrow 1$ ред,

$n=\pm 1 \rightarrow$ друге 2 реда...

$$2) \quad n\omega_0 = \omega = 2\omega_0 K \quad \text{одакле сим користимо да је } n \text{ је цјели}$$

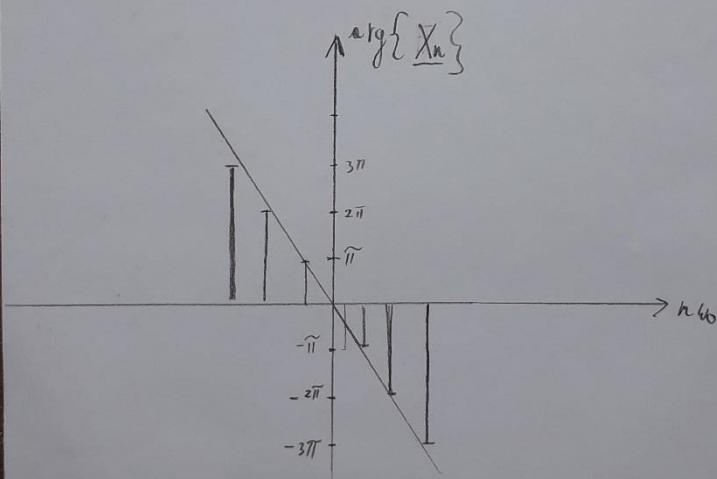
очигађа број.

$$\underline{X_n} = \frac{\alpha A}{2} e^{-jn\omega_0 t_0}$$

$\sin^2(n\omega_0 \frac{\theta}{4})$
 $(n\omega_0 \frac{\theta}{4})^2$

> 0 u m u g h u j e n... z d e r u h g o t u...
 z d e r u h g o t u...

$$\arg\{\underline{X_n}\} = -n\omega_0 t_0 = -2n \frac{2\pi}{T_0} \rightarrow = -n\pi$$



OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

DRUGI KOLOKVIJUM

6. 6. 2022.

1. (50%) Dat je diskretni izvor bez memorije sa listom simbola $S = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$. Poznate su vjerovatnoće $P(A) = 0.05$, $P(B) = 0.17$, $P(D) = 0.1$, $P(E) = 0.15$, $P(H) = 0.11$, te je poznato da je $P(C) : P(F) : P(G) = 2 : 4 : 1$.

- a) (2%) Koliko iznosi entropija izvora?
- b) (2%) Koliko iznosi maksimalna entropija izvora i za koje vjerovatnoće simbola A, B, C, D, E, F, G i H?
- c) (1%) Koliko iznosi entropija devetog proširenja ovog izvora?
- d) (1%) Koliko iznosi redundansa izvora?
- e) (9%) Šenonovim postupkom odrediti kodne riječi. Koliko iznosi prosječna dužina kodnih riječi? Kodovati sekvencu BBBB.
- f) (15%) Konstruisati kompaktни kod Hafmanovim postupkom pri čemu se kodovanje vrši ternarnim kodom sa kodnom listom {0, 1, 2}. Koliko iznosi prosječna dužina kodnih riječi, a koliko varijansa prosječne dužine kodnih riječi? Kodovati sekvencu BBBB.
- g) (20%) Sekvencu BBBB kodovati aritmetičkim kodovanjem. Koliko bita zauzima poruka?

2. (15%) Ispitati da li su sljedeći kodovi jednoznačno dekodivi i da li su trenutni. Obrazložiti odgovore.

- a) {1, 011, 01110, 1110, 10011},
- b) {0, 01, 110, 111},
- c) {0, 10, 110, 1110},
- d) {00, 10, 11, 0001, 11000, 101}.

3. (15%) Sekvencu 31110321111113201113 kodovati LZ77 algoritmom, ako je veličina prozora $W=8$. Koliko iznosi stepen uštede?

4. (20%) Kao zaštitni kod u telekomunikacionom sistemu koristi se Hemingov kod (12, 8).

- a) Kodovati sekvencu 10001000.
- b) U kanalu se greška dogodila na sedmom bitu. Odrediti bite sindroma.
- c) Odrediti vjerovatnoću greške koja se ne može detektovati, ako je vjerovatnoća greške jednog bita $p=0.0001$.
- d) Kolika je vjerovatnoća greške koja se ne može detektovati ako se na dobijenu kodnu riječ doda još jedan bit za opštu provjeru na parnost, tj. ako se koristi Hemingov kod (13, 8)? Dobijenu grešku uporediti sa greškom koja se ne može detektovati u slučaju Hemingovog koda (8, 4).

Vrijeme izrade: **150 minuta.**

1. Zeugnis

$$P_C + P_F + P_G = 0,42 \quad *$$

$$\frac{P_C}{P_F} = \frac{2}{4} \rightarrow 4P_C = 2P_F \rightarrow P_C = 0,5P_F$$

$$\frac{P_F}{P_G} = \frac{4}{1} \rightarrow P_F = 4P_G$$

$$0,5P_F + P_F + 0,25P_F = 0,42 \quad *$$

$$P_F(0,5 + 1 + 0,25) = 0,42$$

$$P_F = 0,24 \longrightarrow P_C = 0,12, P_G = 0,06 \quad \checkmark$$

a) $H(S)$?

$$H(S) = \sum_{i=1}^2 p(s_i) \alpha(s_i) = -\sum_{i=1}^2 p(s_i) \ell_d(p(s_i)) =$$

$$- \frac{p(A) \log(p(A)) + p(B) \log(p(B)) + \dots + p(H) \log(p(H))}{\log_{10}(2)}$$

$$= 2,8484 \left[\frac{s_h}{s_{imp}} \right]$$

b) H_{max} ? $\rightarrow H_{max}(S) = \ell_d(2) = \ell_d(2^3) = 3 \ell_d(2) = 3$

1

c) $H(s^9)$?

$$H(s^9) = 9 \cdot H(s) \approx 25,6360 \left[\frac{Sh}{Simp} \right]$$

d) $\eta = \frac{H(s)}{H_{max}(s)} = 0.9495$

$$R = 1 - \eta = 0.0505 , \quad R[\%] \approx 5[\%]$$

$$3a \quad 0.24 + 0.17 \rightarrow 0.41 / 0.59 \quad 10 \text{ poszne}$$

© Monopolium postępujemy...

$$3a \quad \underline{0.24 + 0.17 + 0.15} \rightarrow 0.56 / 0.44 \quad 12 \text{ pozne}$$

Dobba zagięto.

| S | P(s) | I | II | III | IV |
|---|------|---|----|-----|------|
| F | 0.24 | 0 | 00 | 00 | 00 |
| B | 0.17 | 0 | 01 | 010 | 010 |
| E | 0.15 | 0 | 01 | 011 | 011 |
| C | 0.12 | 1 | 10 | 100 | 100 |
| H | 0.11 | 1 | 10 | 101 | 101 |
| D | 0.1 | 1 | 11 | 110 | 110 |
| G | 0.06 | 1 | 11 | 111 | 1110 |
| A | 0.05 | 1 | 11 | 111 | 1111 |

$$\bar{L} = 2 \cdot 0.24 + 3(0.17 + 0.15 + 0.12 + 0.11 + 0.1) + 4(0.06 + 0.05)$$

$$= 2.87 \left[\frac{b}{S_{\text{sum}}} \right]$$

$$\begin{matrix} B & B & B & B \\ 010 & 010 & 010 & 010 \end{matrix}$$

f) Huffman's algorithm, үзүүлэгч нийгмийн түүхийн $\{0, 1, 2\}$.

| S_i | $P(s_i)$ | | U_1 | | U_2 | | U_3 | |
|-------|----------|----|-------|----|-------|----|-------|---|
| F | 0.24 | 1 | 0.24 | 1 | 0.24 | 1 | 0.44 | 0 |
| B | 0.17 | 00 | 0.17 | 00 | 0.22 | 2 | 0.24 | 1 |
| E | 0.15 | 01 | 0.15 | 01 | 0.17 | 00 | 0.22 | 2 |
| C | 0.12 | 02 | 0.12 | 02 | 0.15 | 01 | | |
| H | 0.11 | 20 | 0.11 | 20 | 0.12 | 02 | | |
| D | 0.1 | 22 | 0.11 | 21 | 0.11 | 22 | | |
| G | 0.06 | | 0.1 | | | | | |
| A | 0.05 | | 211 | | | | | |

$$\frac{2 - g_0}{n-1} \in \mathbb{Z}, \quad 2 \leq g_0 \leq n \Rightarrow g_0 = 2$$

$$\bar{l} = 1 \cdot 0,24 + 2(0,15 + 0,12 + 0,11 + 0,1) + 3(0,06 + 0,05) = 1,53 \left[\frac{b}{\text{simb}} \right]$$

логарифм (дискретный) узоры...

$$\overline{s_n}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2, \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^n p(s_i) (l_i - \bar{l})^2 \approx 0,45$$

адуу мөн OKITI үзүүлэгч дүүрэгтэй болжын...



1) определение шага по формуле $BBBB$

| s_i | $P(s_i)$ | Интервалы |
|-------|----------|----------------|
| A | 0.05 | $[0, 0.05)$ |
| B | 0.17 | $[0.05, 0.22)$ |
| C | 0.12 | $[0.22, 0.34)$ |
| D | 0.1 | $[0.34, 0.44)$ |
| E | 0.15 | $[0.44, 0.59)$ |
| F | 0.24 | $[0.59, 0.83)$ |
| G | 0.06 | $[0.83, 0.89)$ |
| H | 0.11 | $[0.89, 1)$ |

$$\ell_0 = 0, u_0 = 1, l_0 = u_0 - \ell_0 = 1;$$

2) $X(B) = 2, F(1) = 0.05, F(2) = 0.17$

$$\ell_1 = \ell_0 + r_0 F(1) = 0.05$$

$$u_1 = \ell_0 + r_0 F(2) = 0.17$$

$$r_1 = u_1 - \ell_1 = 0.12$$

3) $X(B) = 2, F(1) = 0.05, F(2) = 0.17$

$$\ell_2 = \ell_1 + r_1 F(1) = 0.056$$

$$u_2 = \ell_1 + r_1 F(2) = 0.0704$$

$$r_2 = u_2 - \ell_2 = 0.0144$$

3) $X(B) = 2, F(1) = 0.05, F(2) = 0.17$

$$\ell_3 = \ell_2 + r_2 F(1) = 0.05672$$

$$u_3 = \ell_2 + r_2 F(2) = 0.058448$$

$$r_3 = u_3 - \ell_3 = 1.728 \cdot 10^{-3}$$

4) $X(B) = 2, F(1) = 0.05, F(2) = 0.17$

$$\ell_4 = \ell_3 + r_3 F(1) = 0.0568064$$

$$u_4 = \ell_3 + r_3 F(2) = 0.5701376$$

находим итоговую цепочку

$$(\ell_4, u_4) =$$

$$[0.0568064, 0.5701376]$$

ищем шаги $BBBB\dots$

$[0.0568064, 0.5701376)$

1. 0, 0

2. 0, 00

3. 0, 000

4. 0, 0000

5. 1, 00001

6. 1, 000011

7. 1, 0000111

8. 0, 00001110

9. 1, 000011101

10. 0, 0000111010

11. 0, 00001110100

12. 1, 000011101001 \rightarrow Ногна приєднано 000011101001 місце місце

↑
Ногна приєднано...

за топографічною нотацією 12 [b].

2. Задаци

a)

| X_0 | X_1 |
|-------|------------------------|
| 1 | Уаг је перекупник, |
| 011 | турфикасон пао шиме је |
| 01110 | и једнознатно |
| 11110 | шодовишик |
| 10011 | |

b)

| X_0 | X_1 | X_2 | X_3 |
|-------|-------|-------|---|
| 0 | 1 | 10 | 0 → Уаг јаг |
| 01 | 11 | | једнознатно |
| 110 | | | шодовишик, |
| 111 | | | није ни перекупник, а ни турфикас... |

c)

| X_0 | X_1 |
|-------|----------------------|
| 0 | 0 Уаг једнознатно |
| 10 | шодовишик па јаг ни |
| 110 | турфикас, перекупник |
| 1110 | |

d)

| X_0 | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 00 | 01 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 000 | 0 | 1 | 001 |
| 11 | | | 1000 | 0 |
| 0001 | | | 01 | 1 |
| 11000 | | | 0 | 1000 |
| 101 | | | | 01 |

Уаг јаг перекупник/турфикас,
јасне једнознатно шодовишик али
је поштљено беспомочно..

3. Segmentation LZ77, 31110321111113201113, $W=8$ $b \in A$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
3 1 1 1 0 3 2 1 1 1 1 1 3 2 0 1 1 1 3

[0,3][0,1][1,1,1][1,2,1][0,0][1,5,1][0,2][1,6,2][1,3,2][1,4,2][0,0][1,6,3][1,6,0]

* Доведен брой [b] за единиците ASCII нотации: $19 \cdot 8 = 152 [b]$

* Доведен брой [b] за аутентични LZ77: $5 \cdot 9 + 6 \cdot 7 = 87 [b]$

$$\eta = \frac{87}{152} \approx 0.5724$$

$$R = 1 - \eta \approx 0.4276 \longrightarrow R[\%] = 42.7[\%]$$

4. Задача
Хеммингов (12,8).

$$\text{a) } \begin{matrix} i_4 & i_5 & i_6 \\ 1000 & 1000 \end{matrix}$$

$$2^{n-m} \geq n+1$$

$$n=12$$

$$16 \geq 13 \text{ годів зображення.}$$

$$m=8$$

$n-m = 4$ позиційна дільниця, яка позначується $2^0, 2^1, 2^2$ та 2^3 .

$$X: [c_1 | c_2 | i_1 | c_3 | i_2 | i_3 | i_4 | c_8 | i_5 | i_6 | i_7 | i_8]$$

| Позиція | Двоичне значення | | |
|---------|------------------|----------|--|
| 1 | 0001 | c_1 | $c_1 = i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0$ |
| 2 | 0010 | c_2 | $c_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 = 1$ |
| 3 | 0011 | i_1 | $c_3 = i_5 \oplus \dots = 1$ |
| 4 | 0100 | c_3 | $c_8 = 1$ |
| 5 | 0101 | i_2 | |
| 6 | 0110 | i_3 | тоді відповідає на цілі умови |
| 7 | 0111 | i_4 | якщо $i_4 = 1$ та $i_5 = 0 \dots$ |
| 8 | 1000 | c_8 | |
| 9 | 1001 | i_5 | |
| 10 | 1010 | i_6 | |
| 11 | 1011 | i_7 | |
| 12 | 1100 | i_{12} | |

$$X: 011100011000$$

5.

b) $X: 011100011000$

e: 000000100000 пр е премка јатогод на 7. битиј...

$Y: 011100100000$

| Позиција | $S_4 S_3 S_2 S_1$ Битови на разни | |
|----------|---|----------|
| 1 | 0001 | y_1 |
| 2 | 0010 | y_2 |
| 3 | 0011 | y_3 |
| 4 | 0100 | y_4 |
| 5 | 0101 | y_5 |
| 6 | 0110 | y_6 |
| 7 | 0111 | y_7 |
| 8 | 1000 | y_8 |
| 9 | 1001 | y_9 |
| 10 | 1010 | y_{10} |
| 11 | 1011 | y_{11} |
| 12 | 1100 | y_{12} |

$$S_4 = \overset{0}{y_1} \oplus \overset{1}{y_3} \oplus \overset{0}{y_5} \oplus \overset{1}{y_7} \oplus \overset{0}{y_9} \oplus \overset{0}{y_{11}} = 0$$

$$S_2 = \overset{1}{y_2} \oplus \overset{1}{y_4} \oplus \overset{0}{y_6} \oplus \overset{1}{y_8} \oplus \overset{0}{y_{10}} \oplus \overset{0}{y_{12}} = 1$$

$$S_3 = \overset{1}{y_4} \oplus \overset{0}{y_5} \oplus \overset{0}{y_6} \oplus \overset{1}{y_7} \oplus \overset{0}{y_{12}} = 0$$

$$S_4 = \overset{1}{y_8} \oplus \overset{0}{y_9} \oplus \overset{0}{y_{10}} \oplus \overset{1}{y_{11}} + \overset{0}{y_{12}} = 0$$

$$S(0010)_2 = 2_{10}$$

② $P(X=2) = \binom{12}{2} p^2 (1-p)^{10} \approx \binom{12}{2} p^2$

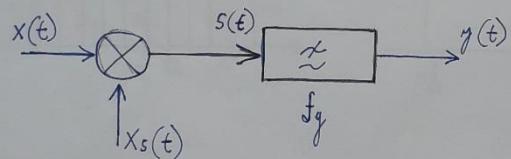
③ $P(X=3) = \binom{13}{3} p^3 = 286 \cdot 10^{-12}$

$P(X=3) = \binom{8}{3} p^3 = 56 \cdot 10^{-12}$

Дискретизација непрекидних сигналова по времену

Према о одабору (одјералану, узоркану) оточијала је хвостално прецизноје постизању експон. максималне честотности у спектру f_m , дискретним приједоствијем које се употребију даљих T секунди, при чему је период одабораша $T \leq 1/(2f_m)$. Процес употребе одабораша сигналова назива се одабораше (одјералаше), а $f_s = 1/T$ честотност одабораша.

Систем за одабораше може се представити свегда са таквом:

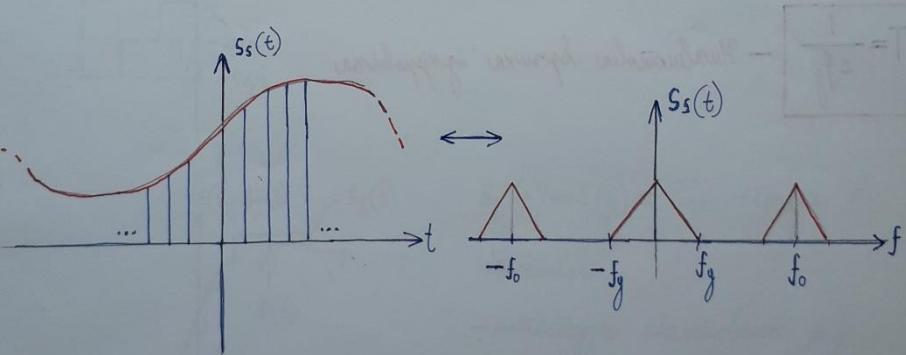
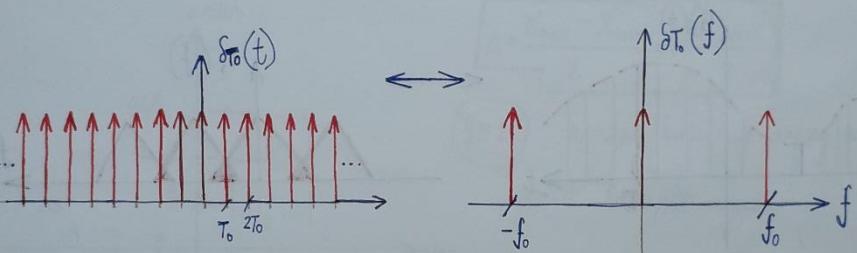
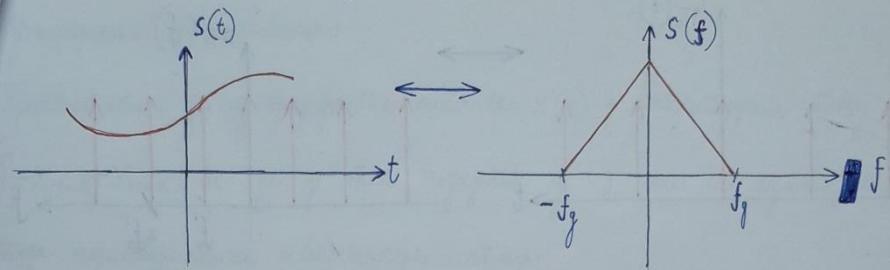


Периодични сигнал којим се брише одабораша, $x_s(t)$, где је изразом $x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(t-nT)$, где је $u(t)$ импулс одабораша, а дискретизовани сигнал који садржи одабораша $s(t) = x(t)x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t)u(t-nT)$.

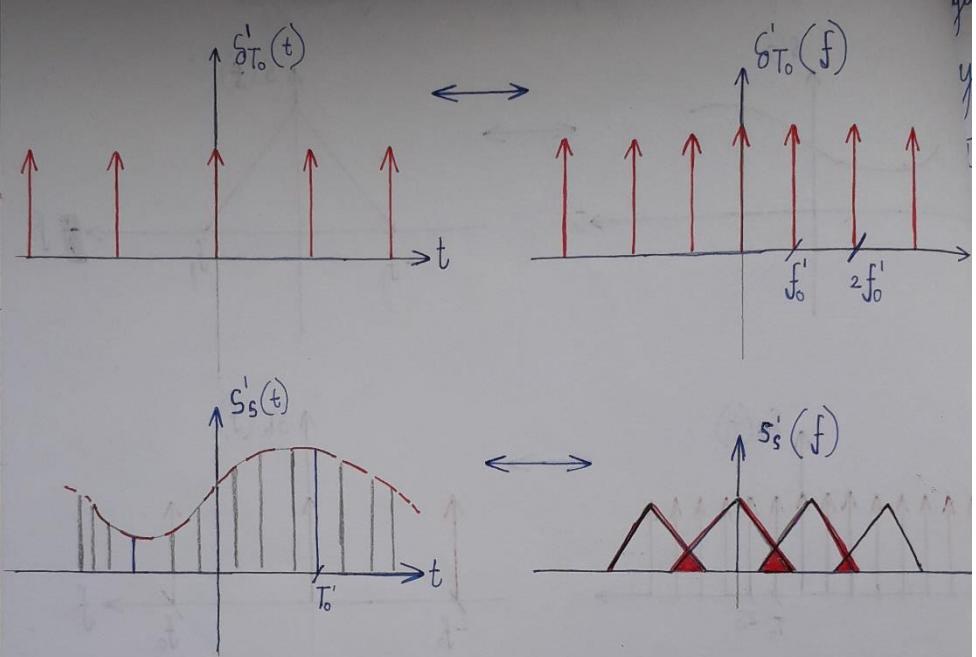
Сигнал на излазу, $y(t)$, добија се реконструкцијом некога редишта пропуштених чешћих честотности. то је заправо један теорема о одаборашу, а $f_m < f_g < 2f_s - f_m$, сигнал $y(t)$ је пропуштеног честотом

1. излазни, $x(t)$.

Дискретизација синуса у времену и по спектру



$f_0 \geq 2f_g$ је један из једних начинак да се избегне грешка
премешавања спектра.

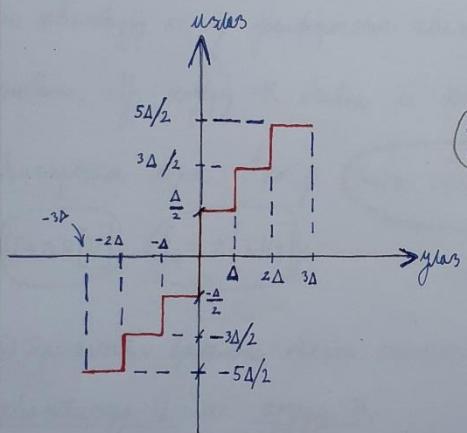


$$T = \frac{1}{2f_0} \quad - \text{Частотная дробь огибающей}$$

дискретизација синуса по омиташу - плавоточна

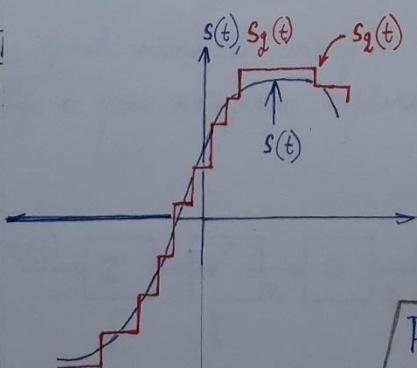
- Унформатно плавоточно:

Припосматримо да су брзине синуса $x(t)$ у омиташуом обелу $\{-X_{\max}, X_{\max}\}$ и да је онда подијелен у 2 зона са подаком Δ , тада карактеристика плавоточног изгледа:



$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} = \frac{2X_{\max}}{2}$$

2^n , n - број линија у подацији
бинарног податка



$s_2(t) - s(t) = \sum_2$ - једна
плавоточна.

- омиташуом плавоточна нисе
реверсивних процеса

$$P_{N,2} - \text{једна једна плавоточна}$$
$$P_{N,2} = \overline{\sum_2^2} = \frac{\Delta^2}{12}$$

3.

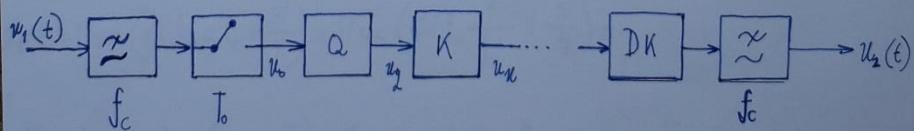
загадак

На слици је приказана блок схема система за пренос сигналова испитивачком методом мултимодалном. Оптеравајући синусидни $u_1(t)$ узима се у преносачима $t = nT_0$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, тада ће $T_0 = 12,5 \mu\text{s}$ период од оптеравања.

Амплитуда оптеравајућег синусида $u_1(t)$ се хвата у измеривачу $|u_1(t)| < 0,8 \text{ V}$ и хвастајући се у преносачима хвастајући са $2=8$ хвастајућих модела. У подруку K обавља се хвастаје хвастајућих оптеравајућих синусидних ногара. Ако је $u_1(t) = U \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{4})$, тада ће $U = 0,8 \text{ V}$, $f_m = 2 \text{ kHz}$:

a) припремати времсено облике синусида на излазу из оптеравајућег, хвастајућег A и хвастајућег K ,

b) пренести синусид на излазу из преносача и испитивачким тренутку која се узима испитивачком ногараша.



Заме: "Одјеждане синуси $u_1(t)$ брзи се у периоду $t = nT_0$, $n = 0, \pm 1, \dots$ "

$$\textcircled{2} \quad u_1(t) = U \sin\left(\omega_m t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$T_0 = \frac{1}{f_m} = \frac{1}{2 \cdot 10^3} = 500 [\mu s] = 5 T_0$$

(\hookrightarrow одјежда у периоду)

Чврк се постави што тако можем да изразим!

За $n=0$,

$$u_1(t) = U \sin\left(\omega_m 0 T_0 + \frac{\pi}{4}\right) = 0,8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,565 [V]$$

За $n=1$,

$$u_1(t) = U \sin\left(2\pi f_m \cdot 1 T_0 + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(2\pi f_m \frac{1}{f_0} + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$U \sin\left(2\pi (2000) \frac{1}{\frac{1}{125 \cdot 10^{-6}}} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(2\pi \frac{1}{\frac{1}{125 \cdot 10^{-6}}} (2000) + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$U \sin\left(2\pi \frac{1}{8000} (2000) + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,565 [V]$$

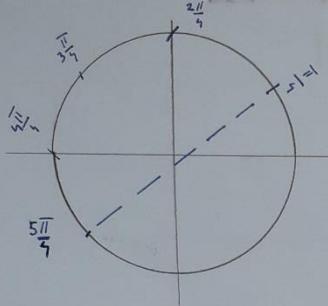
За $n=2$,

$$u_1(t) = U \sin\left(2\pi f_m 2 T_0 + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(4\pi f_m \frac{1}{f_0} + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$U \sin\left(4\pi (2000) \frac{1}{\frac{1}{125 \cdot 10^{-6}}} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(4\pi (2000) \frac{1}{\frac{1}{125 \cdot 10^{-6}}} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) =$$

[5.]

$$U \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = U \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -U \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -0,565 [V]$$

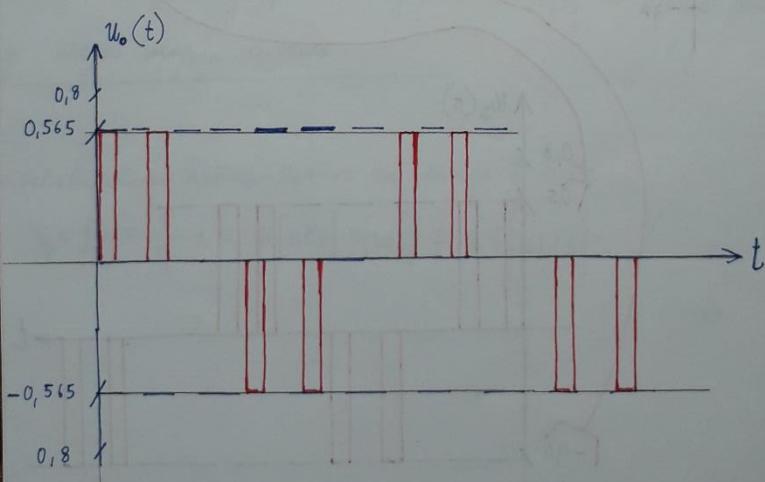
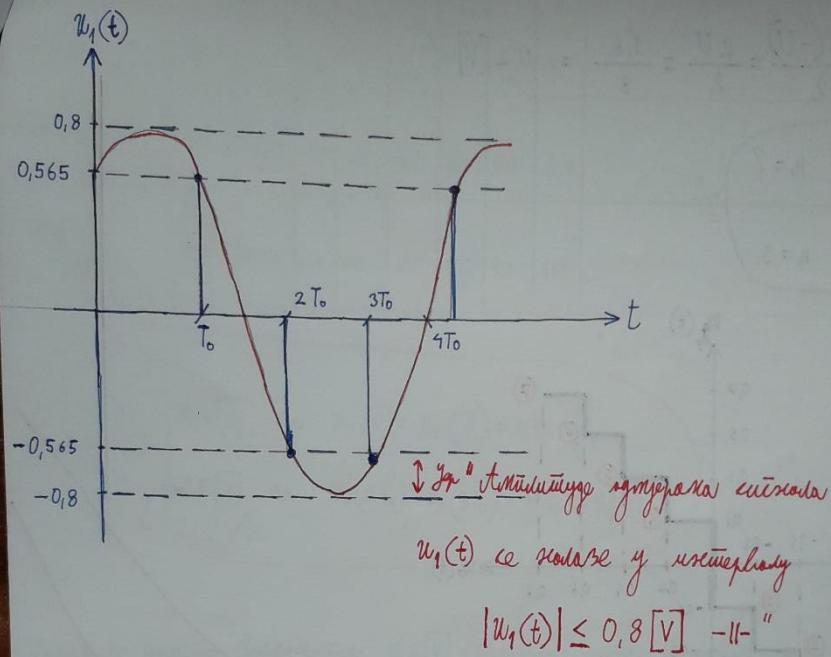


Bei $n=3$

$$U_1(t) = U \sin\left(2\pi f_m 3T_0 + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(6\pi f_m \frac{1}{f_0} + \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$U \sin\left(6\pi (2000) \frac{1}{\frac{1}{125 \cdot 10^6}} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(6\pi (2000) \frac{1}{8000} + \frac{\pi}{4}\right) =$$

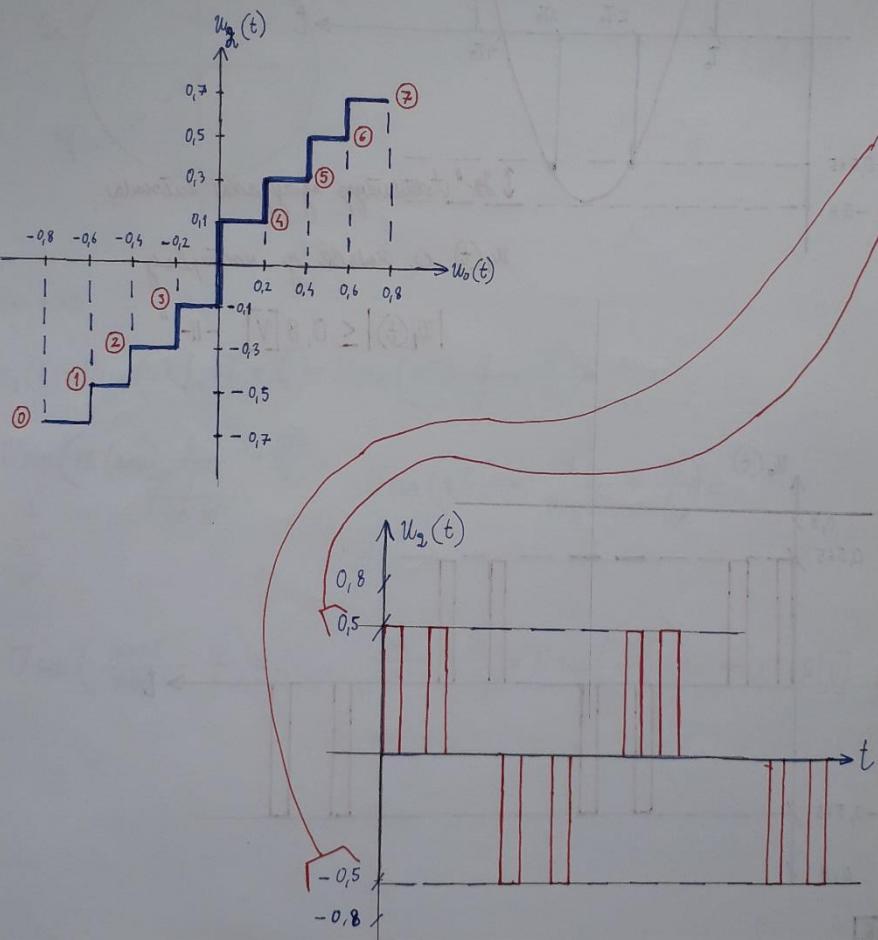
$$U \sin\left(\frac{12000\pi}{8000} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = U \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -0,565 [V]$$



6.

$$\Delta U = \frac{U - (-U)}{2} = \frac{2U}{2} = \frac{1,6}{8} = 0,2[V] \checkmark$$

$2^n \geq 2, n=?$
 $2^3 = 8 \Rightarrow n=3$



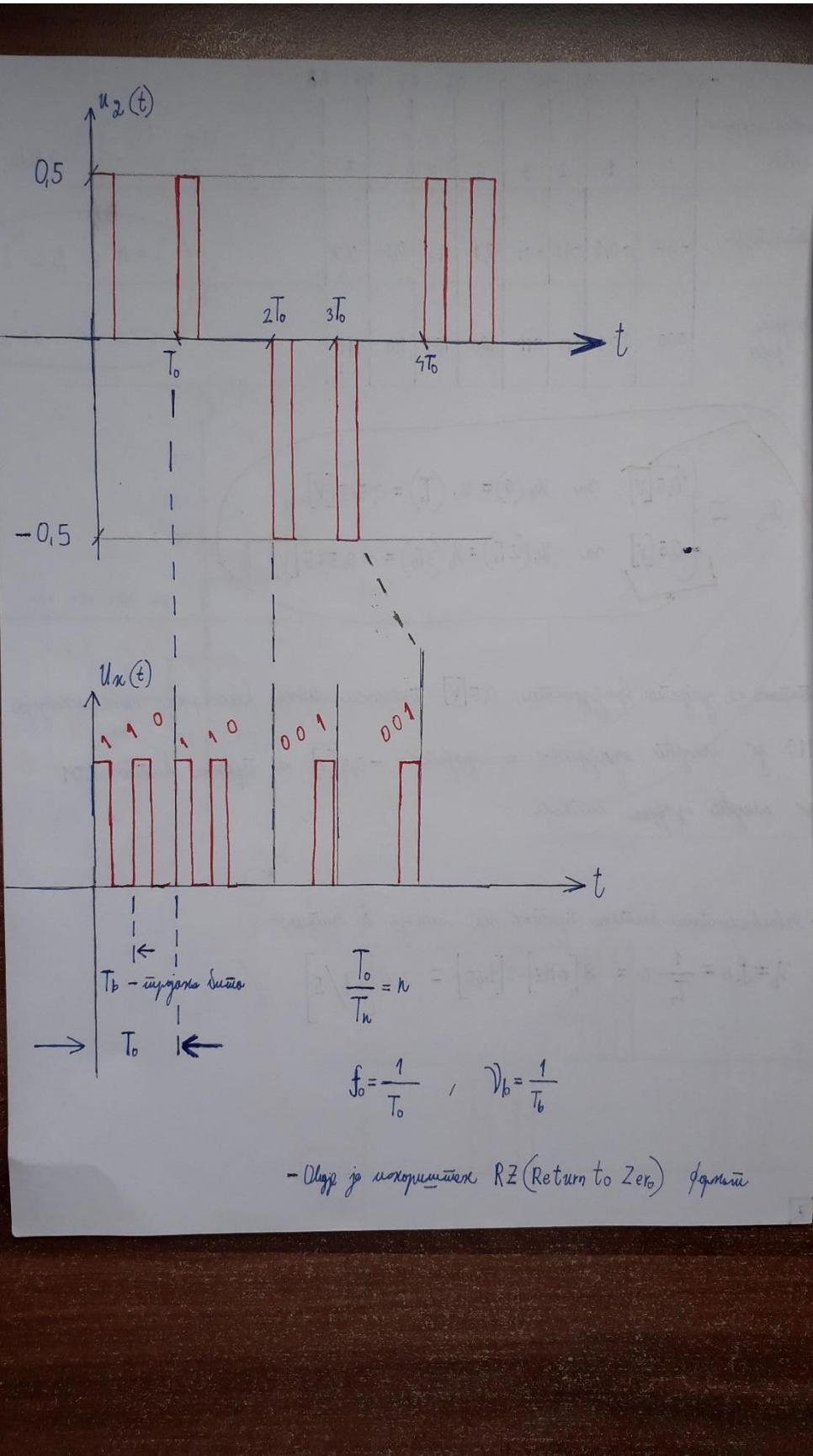
| | -0,8 | -0,6 | -0,4 | -0,2 | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 |
|---------------------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| базисные сигналы | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| кодовая пара | -0,7 | -0,5 | -0,3 | -0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,5 | 0,7 | |
| коды | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 | |

$$u_2 = \begin{cases} 0,5[V], & \text{за } u_o(0) = u_o(T_0) = 0,565[V] \\ -0,5[V], & \text{за } u_o(2T_0) = u_o(3T_0) = -0,565[V] \end{cases}$$

- постом се употреби амплитуда $0,5[V]$ токосни жена базисна комбинација 110 је свегате огнешта, а употреби $-0,5[V]$ се токоси жена 001 је свегате огнешта синоњама.

- еквивалентни брзини токоси на котирај ће бити:

$$v_b = f_o n = \frac{1}{T_0} n = 8[\mu\text{Hz}] \cdot 3[\text{bit}] = 24[\mu\text{b}/\text{s}] \quad \checkmark$$



b)

$$u_2(t) = U' \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$u_2(0) = U' \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,5 \quad \Rightarrow$$

$$U' = \frac{0,5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 \quad \leftarrow \text{Amplitude der Sinuskurve}$$

$$u_2(t) = U' \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right) = 0,707 \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

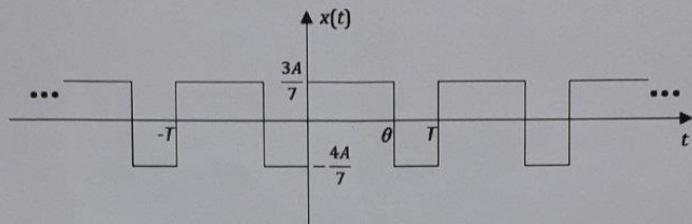
$$\text{Ferner: } \Delta u(t) = (U - U') \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right) = (0,8 - 0,707) \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 0,093 \sin\left(\omega_{nt} t + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{Kleinwelle ist periodischer Zusatzschwingung}$$

OSNOVI KOMUNIKACIJA I TEORIJA INFORMACIJA

PRVI KOLOKVIJUM
28. 4. 2023.

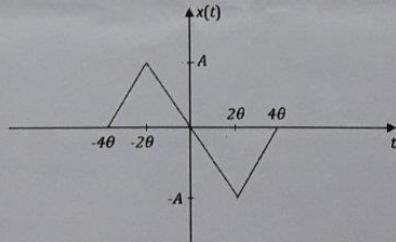
1. (30%) Odrediti (izvesti izraz) i nacrtati amplitudski i fazni spektar signala $x(t)$ prikazanog na slici 1. Prilikom crtanja amplitudskog i faznog spektra signala prikazati bar prvih 10 komponenti u spektru. Poznato je $\alpha=4/7$. Odrediti procenat snage sadržan u prve 3 komponente ($|n| \leq 3$) u spektru signala $x(t)$ (prilikom računanja na kalkulatoru treba koristiti [rad]).



Slika 1. Signal $x(t)$ u Zadatku 1

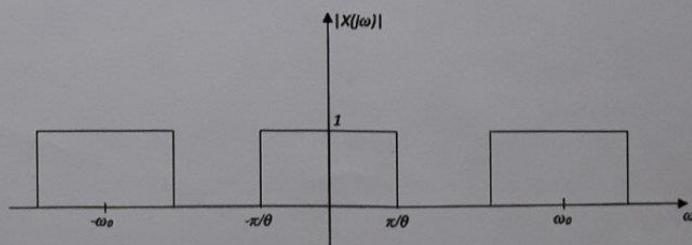
2. (35%)

- a) (10%) Odrediti Furijeovu transformaciju signala $x(t)$ prikazanog na slici 2.



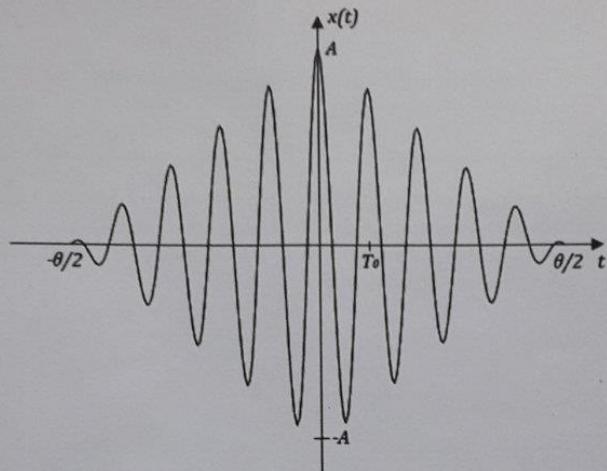
Slika 2. Signal $x(t)$ u Zadatku 2.a

- b) (10%) Odrediti signal $x(t)$ čija je spektralna gustina amplituda prikazana na slici 3.



Slika 3. Spektralna gustina amplituda signala $x(t)$ u Zadatku 2.b

- c) (15%) Odrediti Furijeovu transformaciju i nacrtati spektralnu gustinu amplituda signala $x(t)$ prikazanog na slici 4, ako je $\omega_0=8\pi/\theta$.



Slika 4. Signal $x(t)$ u Zadatku 2.c

3. (35%)

- a) (25%) Napredni signal $x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t - \pi/4) + 2$ dovodi se na analogno/digitalni konvertor koji se sastoje od odmjeraca, kvantizera i ICM (eng. PCM) kodera. Poznato je da je $A=4V$, $T=4s$, perioda odmjeravanja $T_s=0.5s$, te da se odmjeravanje vrši u trenucima nT_s , $n=0,1,2\dots$. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu odmjeraca. Kvantovanje se vrši uniformnim kvantizerom sa $q=5$ kvantizacionih nivoa. Nacrtati karakteristiku kvantizera, te vremenski oblik signala na izlazu kvantizera. Nacrtati vremenski oblik signala na izlazu kodera. Smatrati da se vrši kodovanje sa povratkom na nulu (RZ).
- b) (10%) Za prenos signala $x(t)$ koristi se ICM (eng. PCM). Granična frekvencija spektra signala $x(t)$ je 4.6kHz. Odrediti najmanju frekvenciju odmjeravanja signala $x(t)$. Odrediti odnos signal/šum kvantizacije ako vrijednosti amplituda odmjeraka na ulazu u uniformni kvantizer sa 8 nivoa kvantizacije podliježu raspodjeli čija je funkcija gustine vjerovatnoće uniformna, data sa:

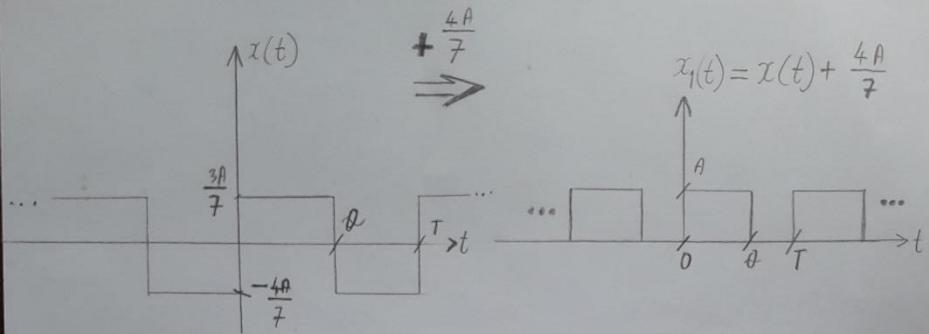
$$p_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{16} \cdot |x(t)| & \leq 8V \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

Koliko iznosi decibelski odnos signal/šum kvantizacije u slučaju uniformnog 6-bitnog kodovanja?

Vrijeme izrade: **180 minuta**.

1.3. základ

$$\alpha = \frac{4}{7} = \frac{\theta}{T}$$



$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_0^T A e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{A}{T} \int_0^T e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$= e^{j\theta}$$

$$= \frac{A}{T} \frac{-1}{jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t} \Big|_0^\theta = \frac{-A}{T j n \omega_0} \left(e^{-jn\omega_0 \theta} - 1 \right) =$$

$$\frac{-A}{T j n \omega_0} e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} \left(e^{jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} - \frac{1}{e^{jn\omega_0 \frac{\theta}{2}}} \right) = \frac{-A}{T j n \omega_0} e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} \left(e^{jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} - e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} \right)$$

$$= \frac{T A}{T j n \omega_0} \left(-2 j \sin\left(n\omega_0 \frac{\theta}{2}\right) \right) e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}} = \quad \begin{cases} \text{Mužíkova výroba} \\ \text{Wronowska výroba} \\ \text{nebo...} \end{cases}$$

1.

$$\frac{2A}{Tn\omega_0} \sin\left(n\omega_0 \frac{\theta}{2}\right) e^{-j\omega_0 \frac{\theta}{2}} = \frac{2A}{Tn\frac{2\pi}{T}} \sin\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{2}\right) e^{-j\omega_0 \frac{\theta}{2}}$$

Jordan's poly.

$$= \frac{A}{n\pi} \sin(n\pi\alpha) \dots \left/ \frac{\alpha}{b, \frac{\alpha}{\alpha}}\right. \Rightarrow A\alpha \frac{\sin(n\pi\alpha)}{n\pi\alpha} e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}}$$

$$= \boxed{A\alpha \operatorname{sinc}(n\alpha) e^{-jn\omega_0 \frac{\theta}{2}}}$$

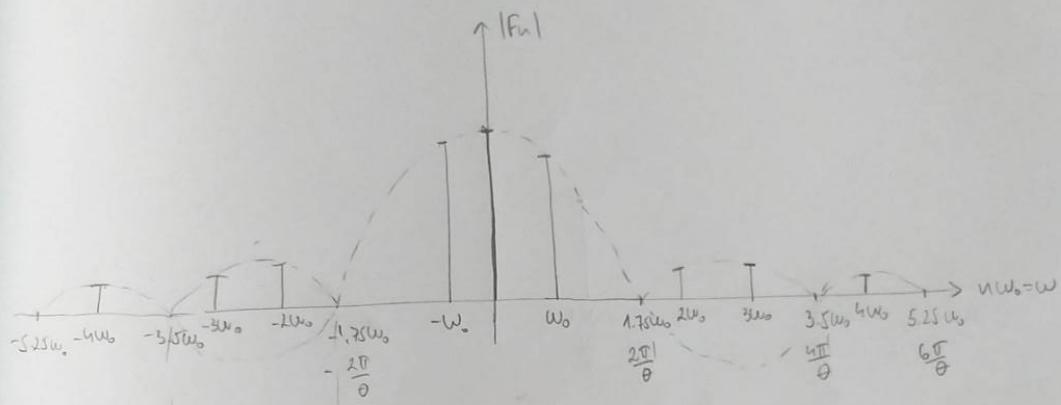
* Амплитуды синусов

$$|F_n| = A_d \cdot \left| \frac{\sin(nw_0 \frac{\pi}{2})}{nw_0 \frac{\pi}{2}} \right|$$

By Comla:

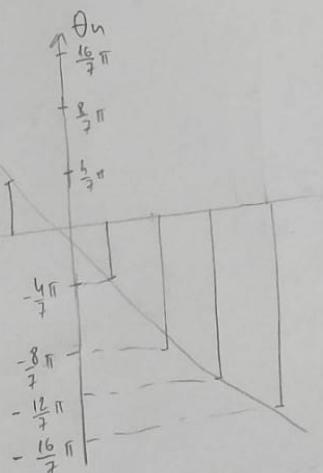
$$nw_0 \frac{\pi}{2} = \pm k\pi$$

$$nw_0 = \frac{2\pi}{\theta} k \cdot \frac{T}{T} = \frac{7}{4} w_0 k = 1,75 w_0 k$$



* фазы синусов

$$\theta_n = -nw_0 \frac{\pi}{2} = -n \frac{2\pi}{T} \frac{\theta}{2} = -n \frac{\pi \theta}{T} = -\frac{n}{7} n \pi$$



A/D u D/A konverzija

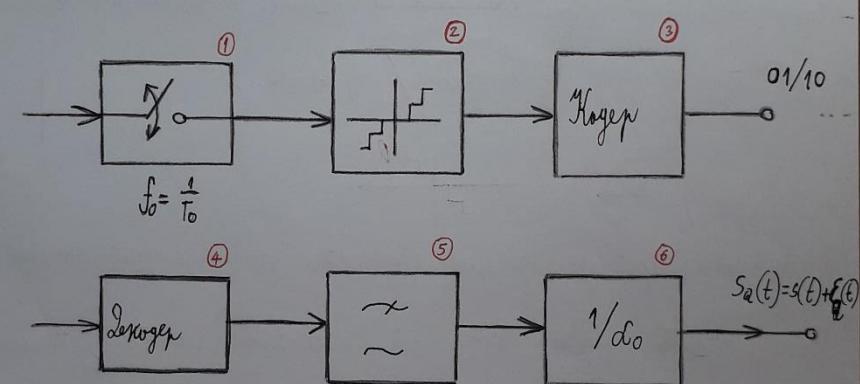
Na sljedui je upravo zada

slanj - merna

PCM (Pulse Code Modulation)

merni merni

IMM (Uzmjenjena merna mognutakcija)

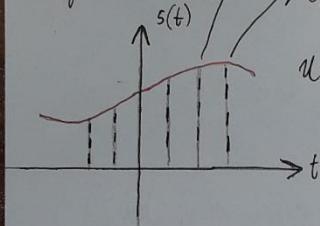


① Prvo ulazni merni merni $s(t)$ pohodimo na galas.

↳ Prekidat - koja mi uključujuje/ isključuje se u svom prekidaču s frekvencijom f_0 koji načinom prekidačem omogućava. (eng. interrupciona $f_0 = f_s$ - Sampling) ime galovnjeno uključujuće - isključujuće taj prekidač ovde je prije s uključenim označenom g

oključivanjem prekidačem uključujuće. 1.

За појасни:

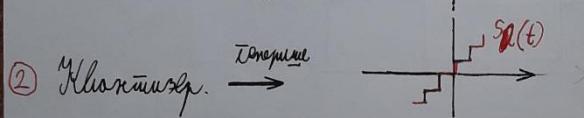


Укључујући тајнице и учење бријегости ојуђења...

Ова сцена је учење бријегости ојуђења...

А че то је за временом подномјерно расподељено
бременске трајектуре t тајнице појави и
тако...

- Задати појединачне стапове дају ако извршавамо десктопизацију
многа уво бројеви... (десктопизација/упознавање...)



Ове ојуђење, трајекторије ојуђења бријегости из временског посмена
(којих је уједно више) може бити десктопизовано...)

трећина
у којима сују описане бријегости.

③ Код кога почиње појава?

①, ② и ③ су  трајектура стапова која први

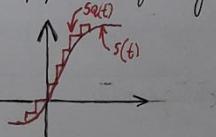
поступак стапоје/десктопизује (A/D) конверзује.

Најчешћу приједа имају се упоравне постапке у односу на
оне за преносне струје.

④ Демодер. Демодулативни волни...

⑤ Интерполациона функција. Свишеју ортogonalне ствари
помоћу интерполацијом са аналитичним NF функцијом

- Овај функцијом $\text{sinc}()$, филтрирајуће ње од 0 до првих
фурекенција $\omega_0 \Rightarrow$



⑥ Потрошач. Извле, употребљују ортogonalне ствари због употребљених
буџетова... На излазу добијамо $S_a(t)$ који увећава на
времену $E_a(t)$ - то времено је зато називано.
Нормално $S_a(t)$ је низовнији ансамбл.

④, ⑤ и ⑥ јесу основна Бил-Чена поступака D/A подизње.

Испитивачије рејонирају мјеримо иновоту огњаца Сијен/Мун
Хармоника, тј.

$$SNRQ [dB] = 10 \log \left(\frac{P_s}{P_a} \right) = 10 \log \frac{\overline{s^2}}{\overline{E_a^2}}$$

P_s - снага стикада,

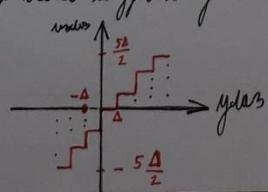
P_a - снага узора узец хармоника,

$\overline{s^2}$ - средња хармоника пружности стикада тј. снага стикада при једнакој спектралној појачаности.

Уз описану хармонику са величином бројем испитивајућих
помо се усноја

$$\overline{E_a^2} = \frac{\Delta \overline{s^2}}{12} \text{ или } \text{ максимум } s^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

Припостављамо да су пружности стикада $x(t)$ у ограниченој области $\{-X_{\max}, X_{\max}\}$
која је окоје изражен у 2 зона со ширином Δ , тада коришћена погрешка износи:



$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2} = \frac{2X_{\max}}{2}$$

$g=2^n$ - број зона у највећој релативној дисперзији погрешака.

Пример 1 - Аномализовано гауссово распределение пој Токолој процеса пултне средње vrijednosti.

$$f(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \tilde{\sigma}_s} e^{-\frac{s^2}{2\tilde{\sigma}_s^2}}$$

Симетрична функција...

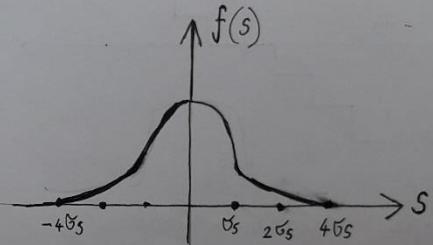
Решение: Применимо теорему Гаусијевог реда

$\tilde{\sigma}_s$ — симетрична функција,

$\tilde{\sigma}_s^2$ — бројјенса,

$$\tilde{\sigma}_s^2 = \overline{s^2} - \bar{s}^2, \text{ пошто } \bar{s}=0 \Rightarrow \tilde{\sigma}_s^2 = \overline{s^2}$$

$$\Rightarrow P_s = \overline{s^2} = \tilde{\sigma}_s^2$$



Којима је овеја класификација?

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(s) ds = 1 \Rightarrow$ на основу података имамо нумерички података

— да податак испод прве реде узведен је

$$P(|s| < \tilde{\sigma}_s) \approx 0,68$$

Можете доказати овојеје...

$$P(|s| < 2\tilde{\sigma}_s) \approx 0,954$$

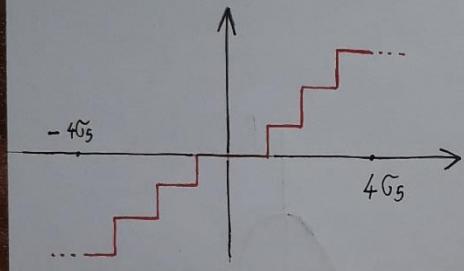
3]



$$P(|s| < 3\tilde{\sigma}_s) \approx 0,997 \quad (99,7[\%])$$

Дакле, прописано можемо усвојити овеље објекте као компоненте

$(-4G_S, 4G_S)$ јер је таја „снага“ јединична ако компоненте су у складу са
имјевностима овог Томсоновог процеса који је узимају овејета $|s| < 4G_S$



Нагоде, овај објект је

Припреми јо је N нормални
нулевостни/негативни

$$\Delta S = \frac{4G_S - (-4G_S)}{2} = \frac{8G_S}{2^n}$$

↑
и то са добијеним податком испитан у прилогу:

$$\Rightarrow SNR_Q = 10 \log \frac{P_S}{P_a} = 10 \log \frac{\overline{s^2}}{\overline{e_a^2}} = 10 \log \frac{\overline{G_S^2}}{\underline{(\Delta S)^2}} =$$

$$10 \log \frac{\overline{G_S^2}}{\frac{64 \overline{G_S^2}}{2^{2n}}} = 10 \log \frac{1}{\left(\frac{8}{2^n}\right)^2} = 10 \log \frac{12 \cdot 2^{2n}}{64} = 10 \log \left(2^{2n} \cdot \frac{12}{64}\right)$$

$$= 10 \log 2^{2n} + 10 \log \frac{12}{64} = 6n - 7,2 \text{ [dB]}$$

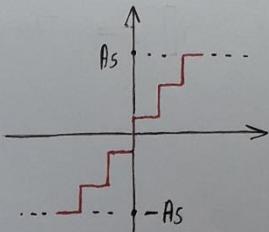
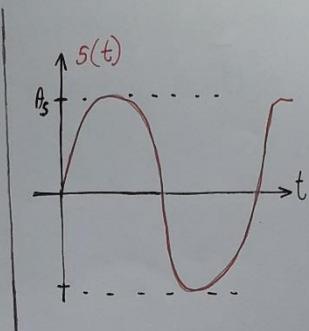
члане употребе bit
надоменова SNRQ за
6 [dB]

Түрмөр 2

Определение SNRQ для генератора синусоидальной волны

"тире скве".

$$s(t) = A_s \sin(\omega_s t)$$



"тире скве" \Rightarrow диапазон холостого хода $(-A_s, A_s)$

Сила сигнала на линейной нагрузке:

$$P_s = U I = \frac{U^2}{R} = I^2 R, \quad R = 1[\text{n}\Omega] \Rightarrow$$

$$P_s = U^2 = \left(\frac{A_s}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{A_s^2}{2} \quad \checkmark$$

Сила шума из-за холостого хода (перегревание у оптимального порога)

$$P_a = \overline{E_Q^2} = \frac{\Delta S^2}{12} = \frac{\left(\frac{A_s}{2} \right)^2}{12} = \frac{A_s^2}{32^2} \quad \text{ибо} \Rightarrow$$

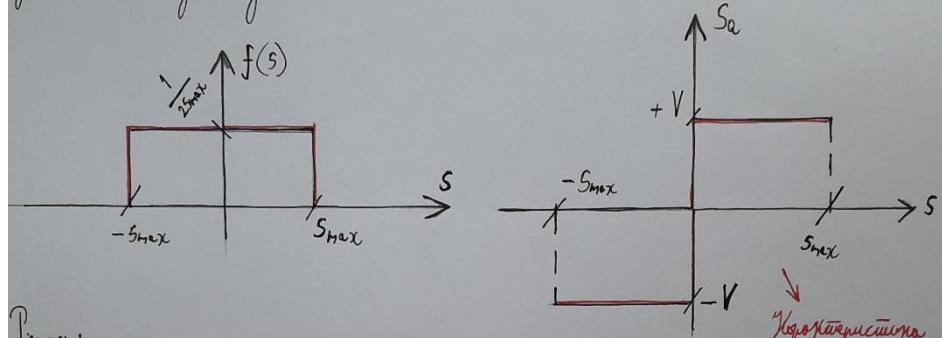
$$\begin{aligned} SNRQ &= 10 \log \left(\frac{P_s}{P_a} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{A_s^2}{2}}{\frac{A_s^2}{32^2}} \right) = 10 \log \frac{3}{2} + 20 \log(2) \\ &= 1,7 + 6 \text{n} \end{aligned}$$

Výpočet se mění s kognitivním OverSampling $\Rightarrow P_d = \frac{\Delta_s^2}{12} \cdot \frac{2f_g}{f_s}$

! $1[b] \Rightarrow$ měření $6[\text{dB}]$

Пример 3.

Определит начинот на квасета за процес со унiformното физичкојт
установе бидомашките расположение на поточните амплитуди што се подат со
установското когодашу.



Решение:

Одделаните физичките квасети се иди критеријот утешка
максималне средноквадратичне стапка алијега:

$$\overline{E_Q^2} = \int_{-S_{max}}^{S_{max}} (S_a - s)^2 f(s) ds = \frac{1}{2S_{max}} \int_{-S_{max}}^{S_{max}} (S_a - s)^2 ds = \frac{2}{2S_{max}} \int_0^{S_{max}} (V - s)^2 ds$$

Гдејќи квадратна бидејќи стапка

$$= \frac{1}{2S_{max}} \int_0^{S_{max}} \left(V^2 s - VS^2 + \frac{s^3}{3} \right) ds = V^2 - VS_{max} + \frac{S_{max}^2}{3}$$

Максимизација има максимална и минимална на квасета зачувана ниво (V)

$$\Rightarrow \frac{d(\overline{E_Q^2})}{dV} = 0 \iff 2V - S_{max} = 0 \Rightarrow V = \frac{S_{max}}{2}$$

5]

Пријед 4.

На додатку је приказана барометарска система за пренос митика поступком ИКМ, у којој је примењено дубоке стапање.

Систем који се преноси дужи се на два постојећа и то да:

0 је $2[\text{kHz}]$ и је $2[\text{kHz}]$ је $4[\text{kHz}]$. У обе трасе

примењена је унiformна власностима и то је у додатку за n_1 , а у додатку за n_2 било ће одбаци.

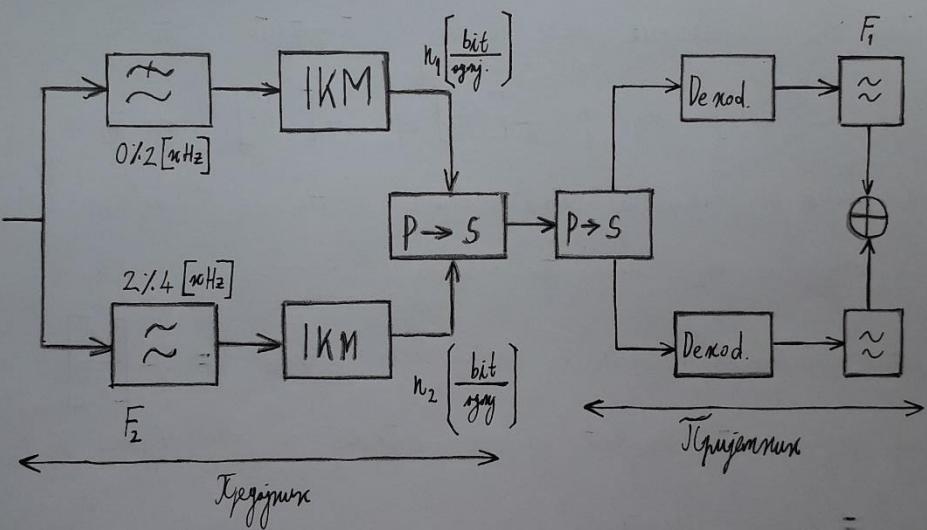
Промак дистанције митика да износи неколико метара $V = 64 \left[\frac{\text{mb}}{\text{s}} \right]$.

Одакле следи да је корисни митик у додатку и додатку промак је

$$P_1/P_2 = 2. \quad \text{Одредимо:}$$

- оптималне дужине митика n_1 и n_2 , тако да овај митик/мут
- влаштичашује на излазу из преносника дубоком поделом;
- максималну пружљивост огледа ~~изложи/изложи~~ митик/мут влаштичашује
- на излазу из преносника и
- пружију огледа митик/мут у власничкој систему за ИКМ, који да
- је додатак за неколико дубоких преносника као и подразумевани систем.

Übung:



Frage:

$$\textcircled{a) } n_1, n_2 = ?$$

$$f_o = 4 \left[\text{kHz} \right]$$

$$\frac{P_1}{P_2} = 2^8$$

$$V = 64 \left[\frac{\mu b}{s} \right]$$

Uzorkovanje je dvostrukog perioda $f_o \cdot n_1$, a u drugoj periodu $f_o \cdot n_2 \Rightarrow$

$$V = f_o(n_1 + n_2) \Rightarrow n_1 + n_2 = \frac{64 \cdot 10^3 \left[\frac{b}{s} \right]}{4 \cdot 10^3 \left[\text{Hz} \right]} = 16 \left[b \right] \text{ pri } \left[\text{Hz} = 5^1 \right]$$

Uzorkovanje uvećava SNRQ (čistosigurnost) je 2^{2n_1} a u drugoj 2^{2n_2} .

Ova veza čistosigurnosti (SNRQ) na uzorkovanje prijelaznika je

$$SNRQ = \frac{P_1 + P_2}{N_1 + N_1} = \frac{P_2 \left(1 + \frac{P_1}{P_2} \right)}{N_2 \left(1 + \frac{N_1}{N_2} \right)} = \frac{P_2}{N_2} \cdot \frac{1 + \frac{P_1}{P_2}}{1 + \frac{N_1}{N_2}} \xrightarrow{2^8}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\frac{N_1}{P_1} \frac{P_1}{P_2}}{\frac{N_2}{P_2} \frac{P_2}{P_2}} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{\frac{1}{SNRQ_1}}{\frac{1}{SNRQ_2}} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{SNRQ_2}{SNRQ_1} = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{2^{2n_2}}{2^{2n_1}} \Rightarrow$$

$$SNRQ = 2^{2n_2} \cdot \frac{1 + 2^8}{1 + 2^8 \cdot 2^{2(n_2 - n_1)}} = \begin{array}{l} n_1 + n_2 = 16 \quad \text{ugovorno da uvezeno} \\ n_1 = 16 - n_2 \quad n_2 \dots \end{array}$$

$$(1+2^8) \frac{2^{2n_2}}{1+2^{8+2n_2} - 2(16-n_2)} = (1+2^8) \frac{2^{2n_2}}{1+2^{4n_2-24}}$$

Наше значение (или некоторое приближение) получаем $n_2 = 6 \text{ [б]}, n_1 = 10 \text{ [б]}$

$$\text{b) } SNRQ = 526 \cdot 336 = 10 \log(526 \cdot 336) = [57,2 \text{ dB}]$$

$$\Rightarrow f_0 = 8 \text{ [н Гц]} \Rightarrow n = \frac{64 \text{ [нс/с]}}{8 \text{ [н Гц]}} = 8 \text{ [б]} \Rightarrow SNRQ \approx 6 \overset{6,02}{n} = [48,2 \text{ dB}]$$

Наше значение получено в единицах SNRQ, т.к.

$$57,2 \text{ [dB]} - 48,2 \text{ [dB]} = 9 \text{ [dB]} \text{ и это нормально (если правильно)}$$

погрешность измерения

8. Типичен у бинарном PCM синхрон је захтеви да излазни сигнал/шум односно (SNRQ) изведен појединачно 40 [dB].

Одредити број застапљених нивоа и одговарајући SNRQ за коришћену тире мод.

Премисе: пасиван захтевни ниво је $2A$

$$\left. \begin{array}{c} A \\ \vdots \\ -A \end{array} \right\} L = \frac{2A}{\Delta}$$
$$\Delta = \frac{A - (-A)}{L} = \frac{2A}{L}$$
$$P_a = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{\frac{4A^2}{L^2}}{12} = \frac{A^2}{3L^2}$$

За коришћену тире мод

$$P_s = \frac{A^2}{2},$$

$$SNRQ = 10 \log \frac{P_s}{P_a} = 10 \log \frac{\frac{A^2}{2}}{\frac{A^2}{3L^2}} = 10 \log \frac{3L^2}{2} = 10 \log \frac{3}{2} + 10 \log (L^2)$$

$$= 6n + 1,76 [dB]$$

