Modèle mathématique du projet d'optimisation métaheuristique

Fabien GRONDIN, Ambre MAURICE, Ugo STELLA
ING3 IAB

Février 2023

1 Modèle mathématique

Dans ce modèle, nous supposons que nous avons n tâches à répartir sur m machines virtuelles V_M. Nous ne prendrons pas en compte l'ordre d'exécution des tâches.

L'ensemble des tâches sera noté $T = \{T_1, T_2, ..., T_n\}$
Chaque tâche T_i aura un nombre d'instructions $I(T_i)$.

L'ensemble des machines virtuelles sera noté $V_M = \{V_{M_1}, V_{M_2}, ..., V_{M_m}\}$
Chaque machine virtuelle V_{M_j} aura :

— une vitesse de calcul (computing rate) $C_r(V_{M_j})$ en milliers d'instructions par seconde.
— un coût d'utilisation par seconde $C_u(V_{M_j})$ en euros.
— un taux d'échec de la machine virtuelle λ_j.
— un temps de transfert entre la VM et la machine qui envoie les tâches, $T_{net}(V_{M_j})$ en secondes.

Une solution sera représentée de la façon suivante : $S = \{T_1^{j_1}, T_2^{j_2}, ..., T_n^{j_n}\}$ avec les T_i^j indiquant que la tâche i est effectuée par le serveur j. (Ici, on note $j_1, j_2, ...j_n$ pour montrer que les serveurs sont différents)

variables de décision : Les variables de décision sont les T_i^j indiquant que la tâche i est effectuée par le serveur j.

$$X = \{T_1^{j_1}, T_2^{j_2}, ..., T_n^{j_n}\}$$

paramètres : Les paramètres sont les éléments décrits plus haut : $I(T_i)$, $C_r(V_{M_j})$, $C_u(V_{M_j})$, λ_j, $T_{net}(V_{M_j})$

On pourra à partir de ces paramètres calculer Tex, le temps d'éxecution d'une tâche sur une VM.
Tex nous permettra de calculer les 3 éléments à optimiser :

— le coût d'exécution $C_{ex}(X)$
— la fiabilité $F(X)$ qui correspond à la probabilité que les processus s'exécutent sans problème
— la latence $L(X)$ qui est la somme du temps d'exécution des instructions et du temps de transfert

Ci-dessous les calculs :

$$T_{ex}(T_i^j) = \frac{I(T_i)}{C_r(V_{M_j})}$$

$$C_{ex}(X) = \sum_{i=1}^{n} T_{ex}(T_i^j) \times C_u(V_{M_j})$$

$$F(X) = Exp^{-\sum_{i=1}^{n} T_{ex}(T_i^j) \times \lambda_j}$$

$$L(X) = \sum_{i=1}^{n} (T_{ex}(T_i^j) + T_{net}(V_{M_j}))$$

fonctions objectif : Pour les variables de décision $X = \{T_1^{j_1}, T_2^{j_2}, ..., T_n^{j_n}\}$ on souhaite :

$$Minimiser : C_{ex}(X)$$

$$Maximiser : F(X) \Leftrightarrow Minimiser : -F(X)$$

$$Minimiser : L(X)$$

contraintes :

$$\forall i \in [\![1, n]\!], \exists j \in [\![1, m]\!] \; tel \; que \; T_i^j \in X$$

$$I(T_i) > 0, \forall \, T_i$$

$$C_r(V_{M_j}) > 0, \forall \, V_{M_j}$$

$$C_u(V_{M_j}) > 0, \forall \, V_{M_j}$$

$$\lambda_j > 0, \forall \, V_{M_j}$$