Projet Mécanique

Phase 3 :
Etude du looping

Crée par

Groupe Projet N°02

Table des matières

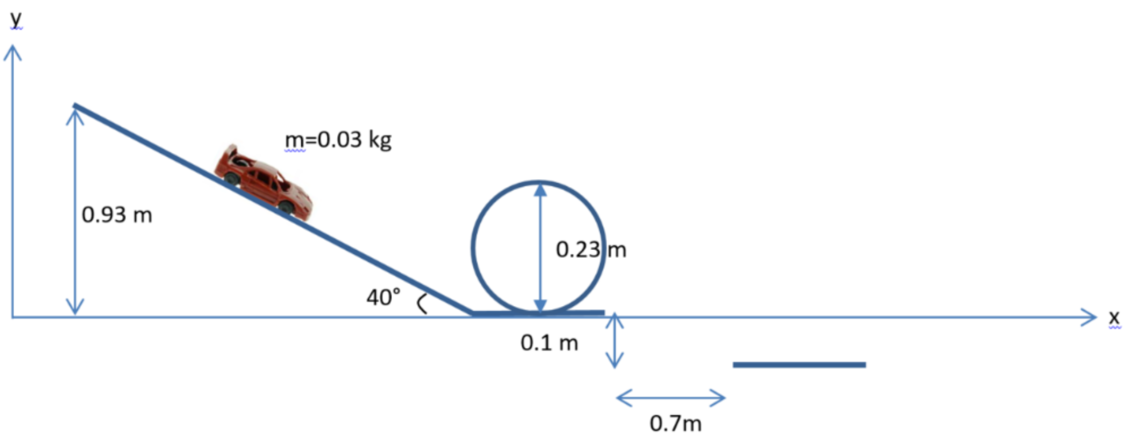
I. Membres du groupe

- ATOUGA II Emmanuel Désiré
- DJISSOU HAPPI Franck Sean
- KUITANG Audrey Michelle
- NKOULOU Joseph Emmanuel
- OLINGA Jean Donald
- TANESSOK Larelle Sandra

II. Objectifs de cette partie

Dans cette partie du projet, nous allons étudier la dernière partie du circuit : le saut de la voiture au-dessus de ravin.
L'objectif est de déterminer la vitesse minimale nécessaire au franchissement du ravin sans encombre. La voiture devra atteindre un point donné K de coordonnées (1m ; -0,18m) pour atterrir en toute sécurité.
Les calculs seront effectués sans frottements puis avec les frottements de l'air.

III. Schématisation de la maquette



IV. Résolution de la partie

1

Projet mécanique.

Phase 3. Etude du looping

Ici, il est question pour nous de :

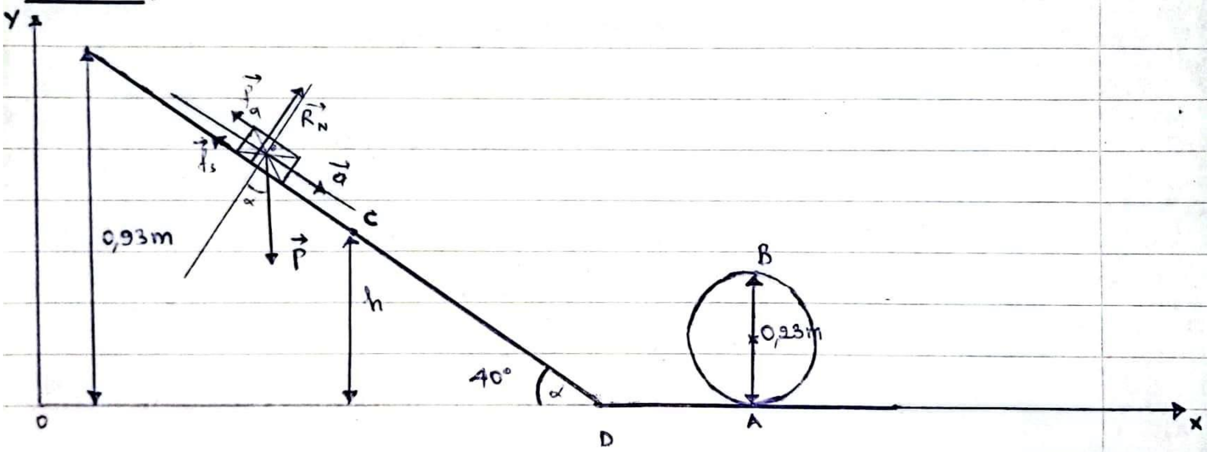
1) Déterminer la vitesse d'entrée nécessaire pour faire le tour du looping.

2) Déterminer la vitesse de sortie du looping.

3) Déterminer la hauteur de départ de la pente.

Les calculs seront effectué bien évidemment sans frottements de l'air et du sol puis avec frottements de l'air et du sol.

Schéma.



1er cas. On néglige les frottements

1) Déterminons la vitesse d'entrée nécessaire pour faire le tour du looping.

$\vec{F_c} = m.\vec{a_c}$ $\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\frac{V^2}{r}$ avec $a_c = \frac{V^2}{r}$

$\Rightarrow mg + R = \frac{mv^2}{r}$ par projection sur l'axe (oy)

$\Rightarrow R = \frac{mv^2}{r} - mg$

Scanné avec CamScanner

$R \geq 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{r} - mg \geq 0$

$\Rightarrow \frac{mv^2}{r} \geq mg$

$\Rightarrow v^2 \geq gr$

$\Rightarrow v \geq \sqrt{gr}$

Etant donné que nous sommes dans un cas où il n'y a pas de frottements on a un système conservatif

d'où $\Delta Em = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$

$\Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(h_i - h_f)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = -mg2r$

$\Rightarrow V_B^2 - V_A^2 = -gr \times 4$

$\Rightarrow V_B^2 - V_A^2 = -4gr$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + V_B^2$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + gr$ car $V = V_b \Rightarrow V_b^2 = V_b = gr$

$\Rightarrow V_A^2 = 5gr$

$\Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{5g\frac{D}{2}}}$

AN $V_A = \sqrt{5 \times 9{,}81 \times \frac{0{,}23}{2}}$

$V_A = 2{,}375\ 026\ 315\ 64\ m/s$

$V_A \approx 2{,}38\ m/s$

2) Déterminons la vitesse de sortie du looping.

En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, on a

Scanné avec CamScanner

2

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2}V_A^2 - \frac{m}{2}V_B^2 = -mg(h_f - h_i)$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2}V_A^2 - \frac{m}{2}V_B = mg2r$$

$$\Rightarrow V_A^2 - V_B^2 = 4gr$$

$$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + V_B^2$$

$$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + gr \quad \text{car } V_B = V \Rightarrow V_B^2 = V^2 = gr$$

$$\Rightarrow V_A^2 = 5gr$$

$$\Rightarrow V_A^2 = 5g\frac{D}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{5g\frac{D}{2}}}$$

<u>AN</u> $V_A = \sqrt{5 \times 9{,}81 \times \frac{0{,}23}{2}} = 2{,}375\ 026\ 315\ 64\ m/s$

$V_A = 2{,}38\ m/s$

3) <u>Déterminons la hauteur de départ de la pente.</u>

En appliquant le théorème de l'énergie mécanique en C et D, on a :

$$\Delta E_m = 0$$

$$\Rightarrow E_{m_i} = E_{m_f}$$

$$\Rightarrow E_{p_i} + E_{c_i} = E_{p_f} + E_{c_f}$$

pour $E_{c_i} = 0J$ et $E_{p_f} = 0J$, on a $mgh = \frac{m}{2}V_D^2$

$$\Rightarrow h = \frac{V_D^2}{2g} \quad \text{or } V_D^2 = V_A^2$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{V_A^2}{2g}}$$

AN $h = \frac{(2,38)^2}{2 \times 9,81} = 0,2875\ m$

$$\underline{\underline{h = 0,29\,m}}$$

<u>2^{eme} cas.</u> On considère les frottements de l'air et du sol

1) <u>Déterminons la vitesse d'entrée nécessaire pour faire le tour du looping.</u>

En appliquant le TEC

On a $\sum W_D(\vec{F}ext) = \Delta E_c$

$\Rightarrow W_D(\vec{P}) + W_D(\vec{R}_N) + W_D(\vec{f}_s) + W_D(\vec{f}_a) = \frac{m}{2}V_f^2 - \frac{m}{2}V_i^2$

$\Rightarrow -mgh + 0 - f_s \times D - f_a \times D = \frac{m}{2}V_B^2 - \frac{m}{2}V_A^2$

$\Rightarrow -2mgr - f_s \times \pi r - f_a \times \pi r = \frac{m}{2}V_B^2 - \frac{m}{2}V_A^2$

$\Rightarrow \frac{mV_A^2}{2} - \frac{m}{2}V_B^2 = 2mgr + f_s\pi r + f_a\pi r$

$\Rightarrow \frac{m}{2}V_A^2 = 2mgr + f_s\pi r + f_a\pi r + \frac{m}{2}V_B^2$

$\Rightarrow mV_A^2 = 4mgr + 2f_s\pi r + 2f_a\pi r + mV_B^2$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + \frac{2}{m}f_s\pi r + \frac{2}{m}f_a\pi r + V_B^2$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr + \frac{2}{m}f_s\pi r + \frac{2}{m}f_a\pi r + gr$

or $f_a = \frac{1}{2}C_x \rho_{air} S V_A^2$ et $f_s = \mu R_N = \mu mg\cos\alpha$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr - \frac{2}{m} \times \left(\frac{1}{2}C_x \rho_{air} S V^2\right)\pi r + \frac{2}{m}\mu mg\cos\alpha \pi r + g\,r$

$\Rightarrow V_A^2 = 4gr - \frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}V_A^2 + \frac{2}{m}\mu mg\cos\alpha\pi r + g\,r$

3

$$\Rightarrow V_A^2\left(1+\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}\right) = 5gr + \frac{2}{m}\mu m g \cos\alpha \times \pi r$$

$$\Rightarrow V_A^2 = \frac{5gr + \frac{2}{m}\mu m g \cos\alpha}{1+\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{\frac{5gr + \frac{2}{m}\mu m g \pi r \cos\alpha}{1+\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}}}}$$

AN. $V_A = \sqrt{\dfrac{5\times 9{,}81\times\frac{0{,}23}{2} + \frac{2}{0{,}03}\times 0{,}002\times 0{,}03\times 9{,}81\times\pi\times\frac{0{,}23}{2}\cos 40}{1+\frac{0{,}04\times 1{,}225\times 0{,}01^2\, 0{,}03\times\pi\times\frac{0{,}23}{2}}{0{,}03}}}$

$V_A = 2{,}375\ 210\ 032\ 58\ m/s$

$\underline{\underline{V_A \simeq 2{,}38\ m/s}}$

2) Déterminons la vitesse de sortie du looping.

D'après le TEC, on a :

$$\sum W_D(\vec{F}_{ext}) = \Delta E_C \Rightarrow W_D(\vec{P}) + W_D(\vec{R}_N) + W_D(\vec{f}_s) + W_D(\vec{f}_a) = \frac{mV_A^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\Rightarrow mgh + 0 - f_s \pi r - f_a \pi r = \frac{mV_A^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\Rightarrow 2mgr - \mu R_N \pi r - \frac{1}{2} C_x \rho_{air} S V_B^2 = \frac{mV_A^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\Rightarrow 2mgr - \mu m g \cos\alpha\, \pi r - \frac{1}{2} C_x \rho_{air} S V_B^2 = \frac{mV_A^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = -2mgr + \mu m g \cos\alpha\, \pi r + \frac{1}{2} C_x \rho_{air} S V_B^2$$

$$\Rightarrow mV_B^2 - mV_A^2 = -4mgr + 2\mu m g \pi r \cos\alpha + C_x \rho_{air} S V_B^2 \pi r$$

$$\Rightarrow V_B^2 = -4gr + 2\mu g \pi r \cos\alpha + V_A^2 + \frac{C_x \rho_{air} S V_B^2 \pi r}{m}$$

$$\Rightarrow V_B^2 - \frac{C_x \rho_{air} S V_B^2 \pi r}{m} = -4gr + 2\mu g \pi r \cos\alpha + V_A^2$$

$$\Rightarrow V_B^2\left(1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}\right) = -4gr + 2\mu g \cos\alpha \, \pi r + V_A^2$$

$$\Rightarrow V_B^2 = \frac{-4gr + 2\mu g \pi r \cos\alpha + V_A^2}{1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}}$$

$$\Rightarrow V_B = \sqrt{\frac{-4gr + 2\mu g \pi r \cos\alpha + V_A^2}{1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}}}$$

or ici on cherche à déterminer V_A'

on a donc

$$\Rightarrow V_A^2 = V_B^2\left(1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}\right) + 4gr - 2\mu g \cos\alpha \, \pi r$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{V_B^2\left(1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}\right) + 4gr - 2\mu g \cos\alpha \, \pi r}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = \sqrt{gr\left(1-\frac{C_x \rho_{air} S \pi r}{m}\right) + 4gr - 2\mu g \pi r \cos\alpha}}$$

AN. $V_A = \sqrt{9{,}81 \times \frac{0{,}23}{2}\left(1-\frac{0{,}04 \times 1{,}225 \times 0{,}03 \times \pi \cdot \frac{0{,}23}{2}}{0{,}03}\right) + 4 \times 9{,}81 \times \frac{0{,}23}{2} - 2 \times \left(0{,}002 \times 9{,}81 \times \pi \times 0{,}115 \cos 45\right.}$

$V_A = 2{,}368\ 526\ 644\ 66$ m/s

$\underline{\underline{V_A = 2{,}37 \text{ m/s}}}$

3) <u>Déterminons la hauteur de départ de la pente.</u>

on a $\Delta Em = \Sigma W_D(\vec{f})$

$$\Rightarrow W_D(\vec{f_a}) + W_D(\vec{f_s}) = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\Rightarrow \Delta E_p = W_D(\vec{f_a}) + W_D(\vec{f_s}) - \Delta E_c$$

$$\Rightarrow mgh = -f_a \times D - f_s \times D - \left(\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow mgh = -f_a \times D - f_s \times D + \frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}$$

4

Pour $V_i = 0\ m/s$

on a donc $mgh = -f_a \times D - f_s \times D - \dfrac{mV_f{}^2}{2}$

pour $V_f = V_A$

on a $mgh = -f_a \times D - f_s \times D - \dfrac{mV_A{}^2}{2}$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{1}{mg}\left(-f_a \times D - f_s \times D - \frac{mV_A{}^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{1}{m \cdot g}\left(-\mu mg\cos\alpha \times \frac{h}{\sin\alpha} - \frac{1}{2} C_x \rho_{air} S V_A{}^2 \times \frac{h}{\sin\alpha} - \frac{mV_A{}^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad h + \mu\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha} + \frac{1}{2mg} C_x \rho_{air} S V_A{}^2 \times \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{mV_A{}^2}{2mg}$$

$$\Rightarrow \quad h\left(1 + \frac{\mu\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{C_x \rho_{air} S V_A{}^2}{2mg\sin\alpha}\right) = \frac{mV_A{}^2}{2mg}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{\dfrac{mV_A{}^2}{2mg}}{1 + \dfrac{\mu\cos\alpha}{\sin\alpha} + \dfrac{C_x \rho_{air} S V_A{}^2}{2mg\sin\alpha}}}$$

AN. $$h = \frac{\dfrac{0{,}03 \times (2{,}375\ 210\ 038\ 58)^2}{2 \times 0{,}03 \times 9{,}81}}{1 + \dfrac{0{,}02\cos 40}{\sin 40} + \dfrac{0{,}07 \times 1{,}225 \times 0{,}03 \times (2{,}375\ 210\ 038\ 58)^2}{2 \times 0{,}03 \times 9{,}81 \times \sin 40}}$$

$h = 0{,}287\ 544\ 481\ 52\ m$

$\underline{\underline{h = 0{,}29\ m}}$