Projet Mécanique

Phase 2 :
Etude du saut de ravin

Crée par

Groupe Projet N°02

Table des matières

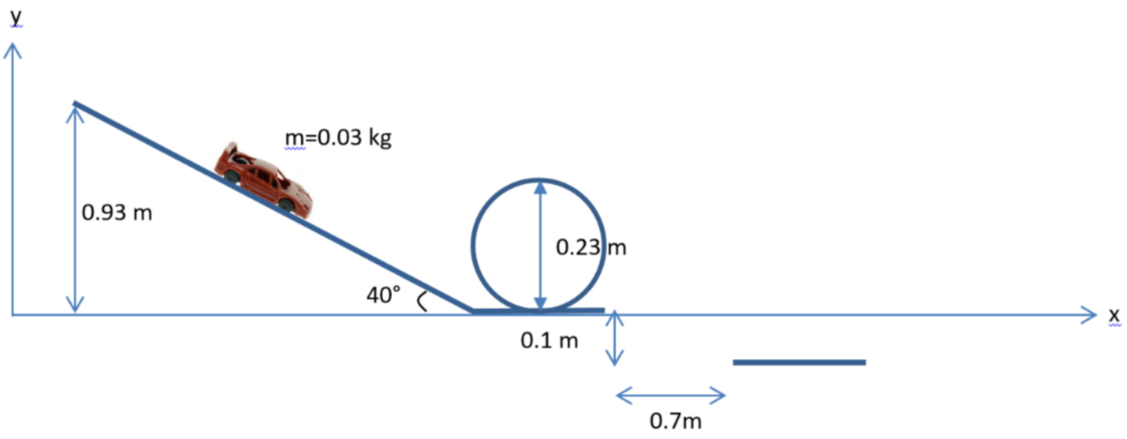
I. Membres du groupe

- ATOUGA II Emmanuel Désiré
- DJISSOU HAPPI Franck Sean
- KUITANG Audrey Michelle
- NKOULOU Joseph Emmanuel
- OLINGA Jean Donald
- TANESSOK Larelle Sandra

II. Objectifs de cette partie

Dans cette partie du projet, nous allons étudier la dernière partie du circuit : le saut de la voiture au-dessus de ravin.
L'objectif est de déterminer la vitesse minimale nécessaire au franchissement du ravin sans encombre. La voiture devra atteindre un point donné K de coordonnées (1m ; -0,18m) pour atterrir en toute sécurité.
Les calculs seront effectués sans frottements puis avec les frottements de l'air.

III. Schématisation de la maquette



IV. Résolution de la partie

Projet mécanique (partie 2)

I/ Equation de mouvement de la voiture.

* <u>Sans frottements.</u>

D'après la 2^e loi de Newton,

on a :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$
$$\Rightarrow \vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ P \end{pmatrix} = m\vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$$

sur (yy') on a : $P = ma$

$$\Rightarrow mg = ma$$
$$\Rightarrow g = a$$

on a donc $\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = g \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V} \left| \begin{array}{l} V_x = 0 \\ V_y = gt \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \vec{AB} \left| \begin{array}{ll} x = V_0 t & (1) \\ y = \frac{g}{2} t^2 & (2) \end{array} \right. \quad (t \in \mathbb{R})$$

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{V_0} \quad (3)$

(3) dans $(2) \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0}\right)^2$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{V_0^2}\right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2V_0^2} \times g x^2$$

l'equation de la trajectoire est donc $y = \frac{1}{2V_0^2} g x^2$

* avec frottements

D'après la 2e loi de Newton ;

on a $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{P}\begin{vmatrix} 0 \\ P \end{vmatrix} + \vec{f}\begin{vmatrix} -f_x \\ -f_y \end{vmatrix} = m\vec{a}\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$$

ainsi,
$$m\vec{a}\begin{cases} m \cdot a_x = -f_x \\ m \cdot a_y = P - f_y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m\vec{a}\begin{cases} m\, a_x = -f_x \\ m\, a_y = P - f_y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = -\frac{f}{m} \\ a_y = g - \frac{f_y}{m} \end{cases}$$

d'où
$$\vec{V}\begin{cases} V_x = -\frac{k}{m} V^2 x \\ V_y = -\frac{k}{m} V^2 y + g \end{cases}$$

on sait que $k = \frac{1}{2}\, \rho l \times b$

→ résolvons l'équation suivant la méthode d'Euler

Posons $X = -\frac{k}{m}$ et $Y = g$

$$\Rightarrow \frac{dV_x}{dt} = X V_x^2 \text{ et } \frac{dV_y}{dt} = X V_y^2 + Y$$

Déterminons X et Y

$$X = -\frac{0,5 \times 1,225 \times 3 \times 10^{-4} \times 0,04}{0,03} \simeq -2,44 \times 10^{-4}$$

et

$$Y = 9,81$$

Déterminons la vitesse limite.

$$V_x^2 \lim = -\frac{Y}{X} \quad ; \quad V_y \lim = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad V_x \lim = \sqrt{-\frac{Y}{X}} \quad ; \quad V_y \lim = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad V_x \lim = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad ; \quad V_y \lim = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad V \lim = \sqrt{V_x^2 \lim + V_y^2 \lim}$$

$$\Leftrightarrow \quad V \lim = \sqrt{\frac{mg}{k}} \quad \Rightarrow \quad V \lim \simeq 200,51 \text{ m/s}$$

résolvons l'equation.

$$\frac{dV_y}{dt} = X V_y^2 + Y$$

soit $dt = 1s$ le pas

on a $\quad V_{n+1} = V_n + (X V_n^2 + Y) + dt$

$$\Rightarrow \quad V_{y_1} = V_{y_0} + (X V_{y_0}^2 + Y) + 1 = 9,81 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \quad V_{y_2} = V_{y_1} + (X V_{y_1}^2 + Y) + 1 = 19,59 \text{ m/s}$$

résolvons l'équation

on a : $\frac{dV_x}{dt} = X V_x^2$; $V_{(t=0)} = V_0$

(avec V_0 la vitesse initiale)

soit $dt = 1s$ pour le pas ;

ainsi, $V_{x_1} = V_{x_0} + (X V_{x_0}^2) + 1$

$V_{x_2} = V + (XV$

Déterminons la vitesse minimale

* Sans frottements

on a $y = \frac{1}{2V_0^2} x^2 g \Rightarrow V_0^2 = \frac{1}{2V_0^2}(-gx^2)$

$$\Rightarrow V_0 = x\sqrt{\frac{-g}{2y}}$$

Sachant que le ravin est traversé pour $y = -0,18\,m$ et $x = 1\,m$;

on a A.N : $V_0 = 1 \times \sqrt{\frac{-9,81}{2 \times (-0,18)}}$

$$V_0 \simeq 5,22\ m/s$$

* Avec frottements

on a $\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = -\frac{1}{m} f_x \\ a_y = -\frac{1}{m} f_y + g \end{pmatrix}$

lorsque la voiture atteint le ravin ; on a $y = -0{,}18\,m$ et $x = 1\,m$.

$V = V\,lim$ avec $V_x\,lim = 0\,m/s$ et $V_y\,lim = 200\,m/s$

donc f est constant.

ainsi, on a : $\vec{V_0} \begin{pmatrix} V_x = -\frac{1}{m} f_x t + V_0 \\ V_y = \left(g - \frac{f_y}{m}\right) t \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \vec{AB} \left| \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2m} f_x t^2 + V_0 t \\ y = \left(g - \frac{1}{m} f_y\right) \frac{t^2}{2} \end{array} \right.$$

Posons $a = g - \frac{f_y}{m}$ on a $y = \frac{1}{2} a t^2$

$a = 9{,}52\ m/s^2$

l'equation de la trajectoire est : $y = \frac{1}{2V_0^2} a x^2$

$$\Rightarrow V_0^2 = \frac{1}{2y} a x^2$$

$$\Rightarrow V_0 = x \sqrt{\frac{1}{2y} a}$$

A N : $V_0 = 1 \times \sqrt{\frac{9{,}52}{2(-0{,}18)}} \Rightarrow V_0 = 5{,}14\ m/s$

Ainsi, on a

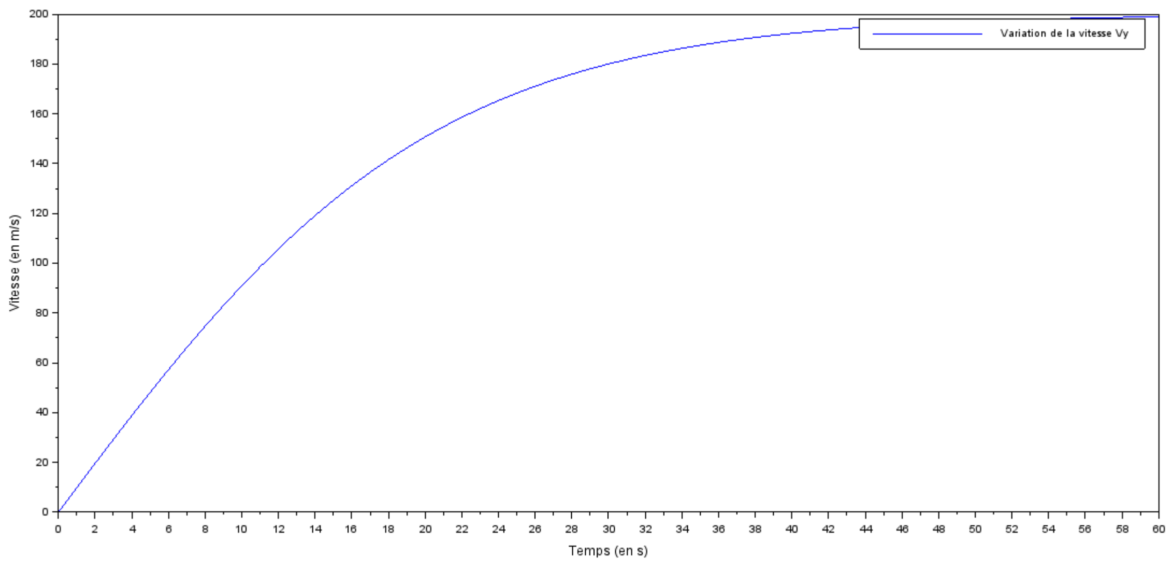
- V avec frottements est de 5,14 m/s
- V sans frottements est de 5,22 m/s.

V. Modélisation Scilab de la variation de la vitesse Vy durant la chute

Code :

```
clear()
//Definition de la fonction qui represente f(t,y)
function dydt=f(t, y)
   A= -0.000245
   B = 9.81
   dydt(1) = A*y(1)^2 + B;
endfunction
// Definition des condition initiales
y0 = [0];
// Definition du vecteur des instants t où on veut évaluer la solution
ti=0;
tf=60;
t1 =ti:1:tf;
// Appel à la fonction ode pour approcher la solution numérique
y = ode(y0,ti,t1,f);
//Affichage des résultats
plot(t1,y);
xlabel('Temps (en s)');
ylabel('Vitesse (en m/s)');
legend('Variation de la vitesse Vy');
```

Courbe :

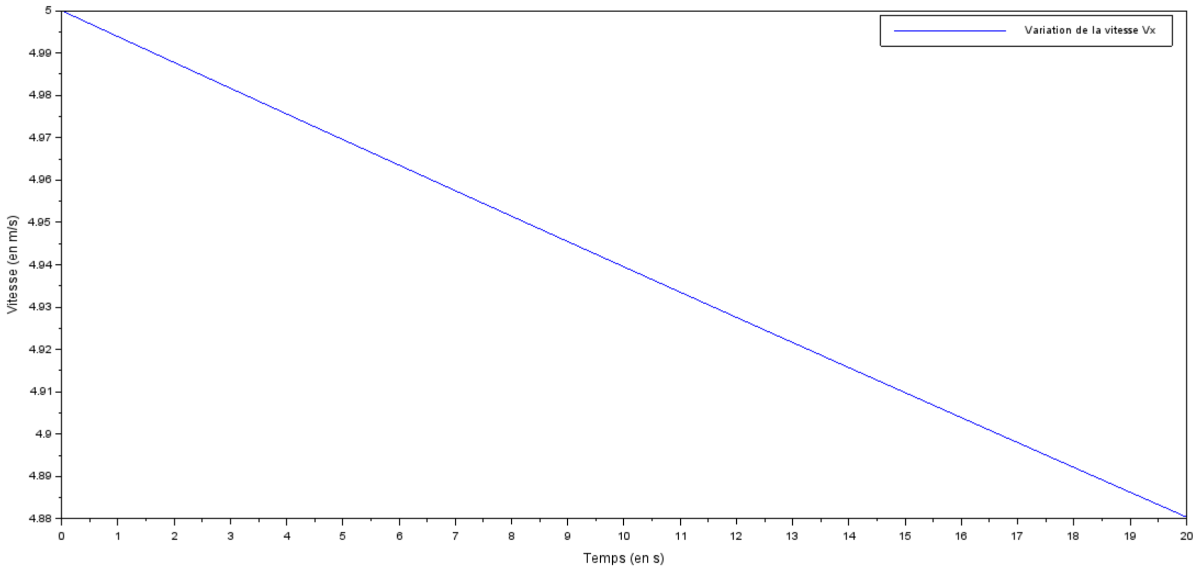


VI. Modélisation Scilab de la variation de la vitesse Vx durant la chute

Code :

```
clear()
//Definition de la fonction qui represente f(t,y)
function dydt=f(t, y)
   A= -0.000245
   B = 9.81
   dydt(1) = A*y(1)^2 ;
endfunction
// Definition des condition initiales
y0 = [5];
// Definition du vecteur des instants t où on veut évaluer la solution
ti=0;
tf=20;
t1 =ti:1:tf;
// Appel à la fonction ode pour approcher la solution numérique
y = ode(y0,ti,t1,f);
//Affichage des résultats
plot(t1,y);
xlabel('Temps (en s)');
ylabel('Vitesse (en m/s)');
legend('Variation de la vitesse Vx');
```

Courbe :

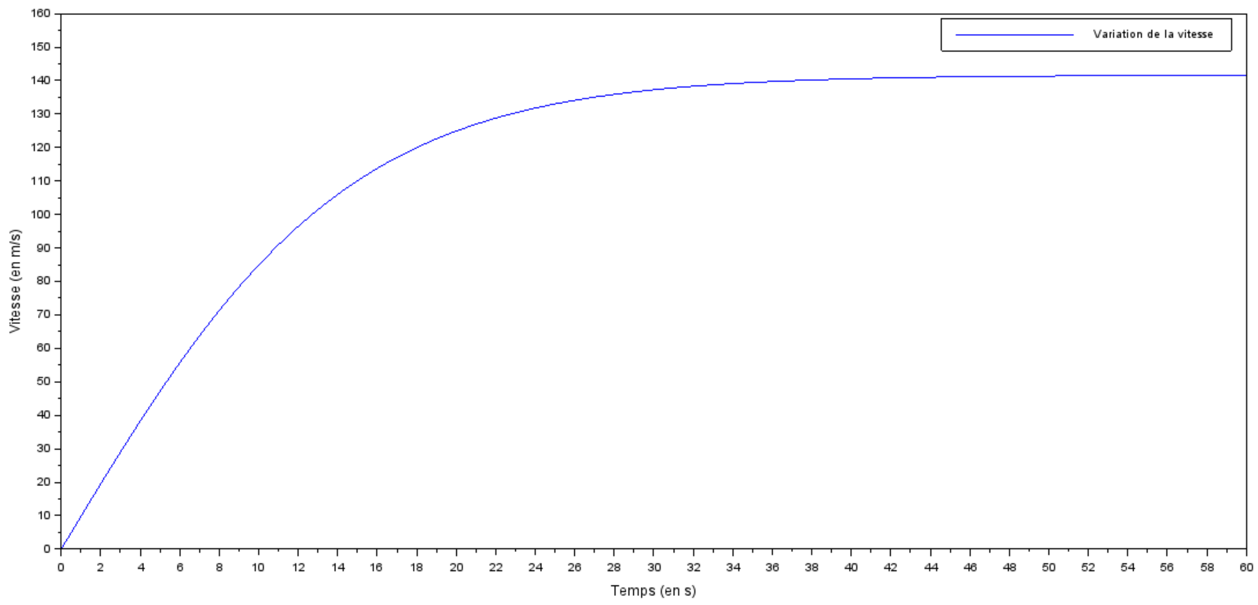


VII. Modélisation Scilab de la variation de la vitesse sans frottements

Code :

```
clear()
//Definition de la fonction qui represente f(t,y)
function dydt=f(t, y)
   A= -0.000489;
   B = 9.81;
   dydt(1) = A*y(1)^2 + B;
endfunction
// Definition des condition initiales
y0 = [0];
// Definition du vecteur des instants t où on veut évaluer la solution
ti=0;
tf=60;
t1 =ti:1:tf;
// Appel à la fonction ode pour approcher la solution numérique
y = ode(y0,ti,t1,f);
//Affichage des résultats
plot(t1,y);
xlabel('Temps (en s)');
ylabel('Vitesse (en m/s)');
legend('Variation de la vitesse');
```

Courbe :



VIII. Modélisation Scilab de la variation de la vitesse avec frottements

Code :

```
clear()
//mouvement de chute avec frottements
g = 9.81;
//valeur de k/m pour cx=0.04
h = 0.000245;
//conditions initiales
xo=0;yo=0;vox=5.14;voy=0;
//equation differentielle
function f=Xprime(t, X)
f(1)=X(3)
f(2)=X(4)
f(3)=-h*sqrt(X(3)^2+X(4)^2)*X(3)
f(4)=-h*sqrt(X(3)^2+X(4)^2)*X(4)-g
endfunction
//valeur initiales de X et de t
Xo=[xo;yo;vox;voy];
```

```
to=0;
//intervalle d'etude et nombre de points de calculs
t=linspace(0,0.200,200);
//Resolution du systeme d'equations differentielles
X=ode(Xo,to,t,Xprime);
//creation d'une fenetre graphique et effacement de son contenu eventuel
scf(1)
clf(1)
//equation de la trajectoire parabolique correspondant aux meme conditions
initiales en ebsence de frottement
y=linspace(0,-0.1,200)
x=sqrt((-2*y*vox^2)/g);
//Traces des deux courbes dans la fenetre
plot(X(1,:),X(2,:),x,y,'thickness',2)
xgrid()
xlabel('x en mètre','fontsize',3)
ylabel('y en mètre','fontsize',3)
title('Déplacement','fontsize',4)
legend('Avec frottements','Sans frottements')
```

Courbe :