

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

# 华南理工大学期末考试

## 《线性代数与解析几何》(A)试卷(17-18年度第1学期)

- 注意事项: 1. 考前请将密封线内填写清楚;  
2. 所有答案请直接答在试卷上;  
3. 考试形式: 闭卷;  
4. 本试卷共 8 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

### 一、(15分) 填空题.

得分	
----	--

1. 若 $n$ 阶行列式 $D$ 的值等于 $d$ , 则将 $D$ 的每个第 $(i, j)$ 元素 $a_{ij}$ 换到第 $(n - i + 1, n - j + 1)$ 元素的位置上, 得到的新行列式的值为\_\_\_\_\_.

2. 设 $A, B$ 为可逆阵, 则 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1} =$ \_\_\_\_\_.

3. 设 $n$ 为正整数, 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ , 则 $A^n =$ \_\_\_\_\_.

4. 与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 乘法可交换的所有矩阵为\_\_\_\_\_.

5. 设 $\alpha_1 = (1, 4, 1), \alpha_2 = (2, 1, 0), \alpha_3 = (6, 2, -16), \beta = (2, t, 3)$ , 当 $t =$ \_\_\_\_\_时,  $\beta$ 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表出.

### 二、(18分) 选择题:

得分	
----	--

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 8 & 27 & 64 & 125 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = ( \quad ).$

(A) 12, (B) -12, (C) 16, (D) -16

2. 矩阵 $A$ 是 $n$ 阶方阵,  $A^*$ 是其伴随矩阵, 则下列结论错误的是(\_\_\_\_\_).

- (A) 若 $A$ 可逆, 则 $A^*$ 可逆 (B) 若 $A$ 不可逆, 则 $A^*$ 也不可逆  
(C) 若 $|A^*| \neq 0$ , 则 $A$ 是可逆的 (D)  $|AA^*| = |A|$ .

3. 要下列齐次线性方程组有非零解, 只需条件( ) 满足:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = 0. \end{cases}$$

- (A)  $m \leq n$ , (B)  $m = n$ , (C)  $m > n$ , (D) 系数矩阵的秩小于 $n$ .

4. 设3阶矩阵 $A$ 的特征值为1, 0,  $-1$ ,  $f(x) = x^2 - 2x - 1$ , 则 $f(A)$ 的特征值为( )

- (A)  $-2, -1, 2$ , (B)  $-2, -1, -2$ , (C)  $0, 1, -1$ , (D)  $2, 0, -2$ .

5. 若矩阵 $A$ 只和自己相似, 则( ).

- (A)  $A$ 必为单位矩阵; (B)  $A$ 必为零矩阵;  
(C)  $A$ 必为数量矩阵; (D)  $A$ 为任意对角矩阵.

6. 在下列二次型中, 属于正定二次型的是( ).

- (A)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2$ ;  
(B)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + x_3^2$ ;  
(C)  $f(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 6x_3^2 - x_1x_2 - x_1x_3$ ;  
(D)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ .

三、(7分)计算行列式:

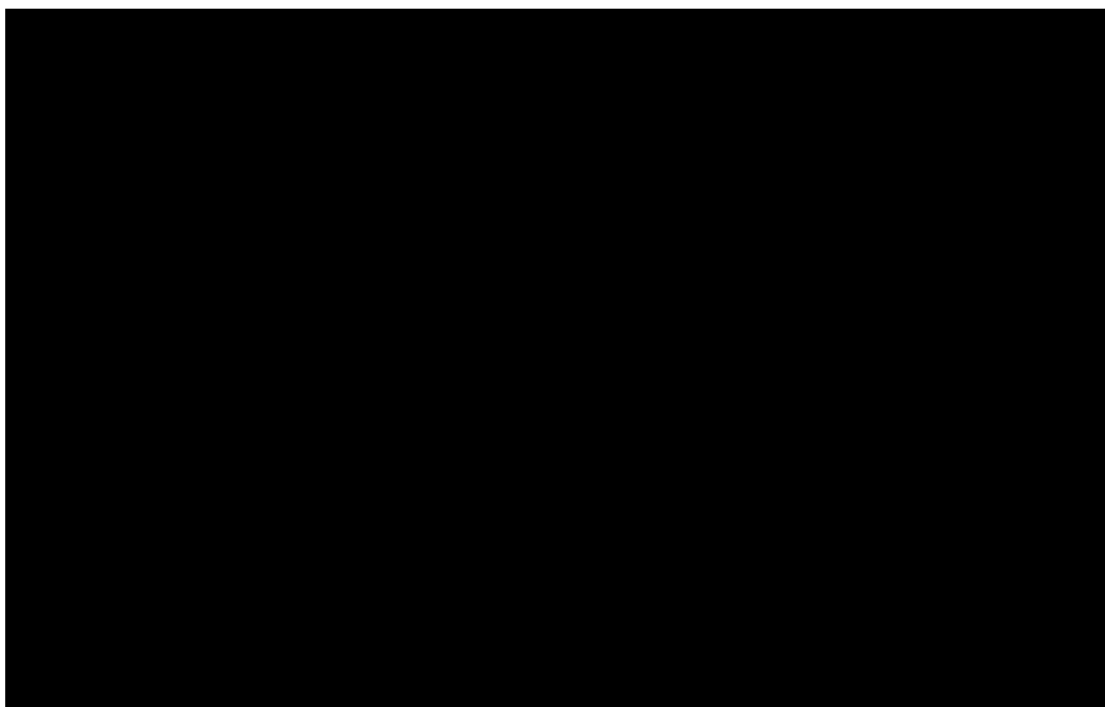
$$D = \begin{vmatrix} a & 2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & a+1 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2 & a+2 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & a+n-1 \end{vmatrix}.$$

得	
分	

四、(15分) 求解下列非齐次线性方程组：

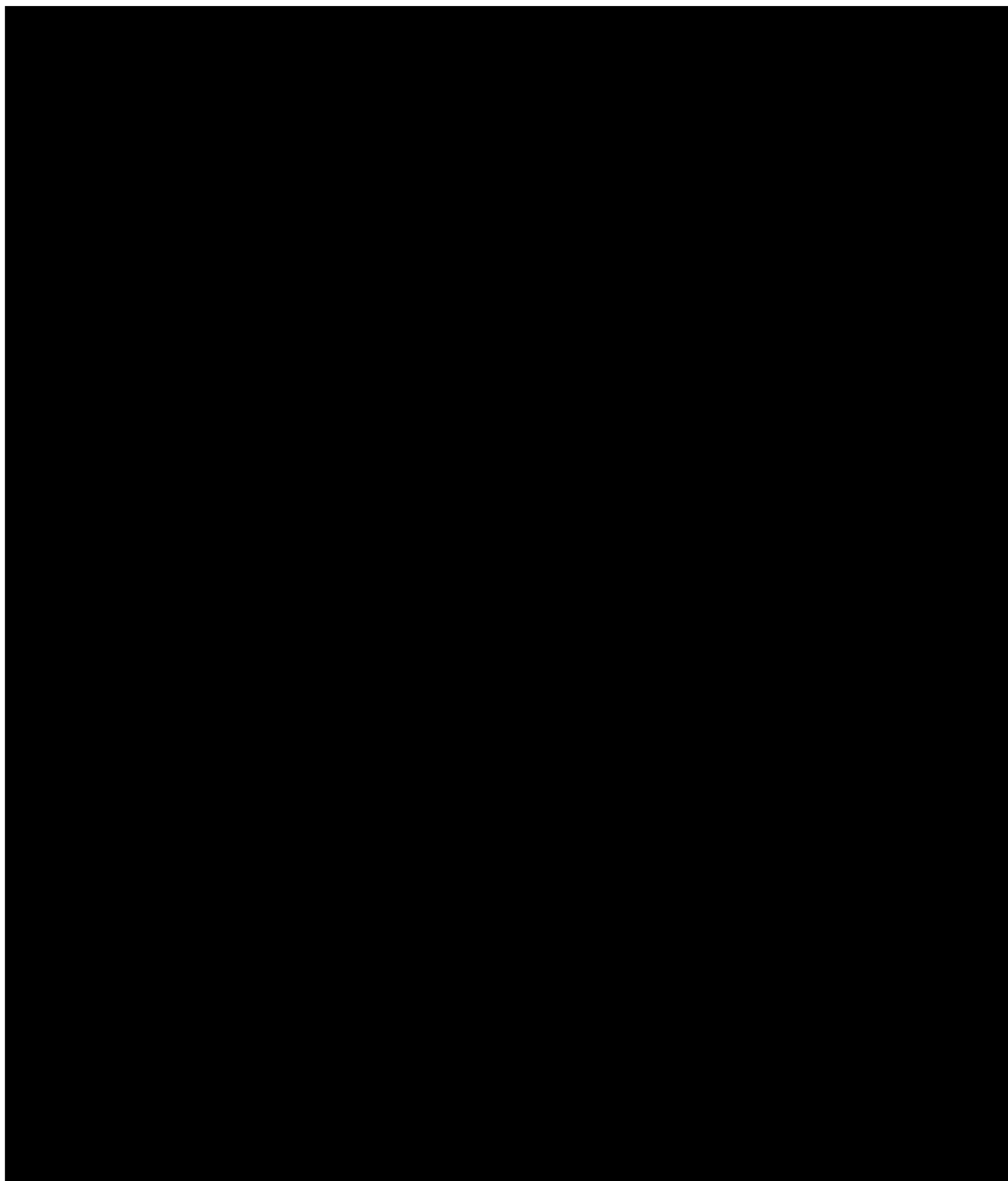
得分	
----	--

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12, \end{cases}$$



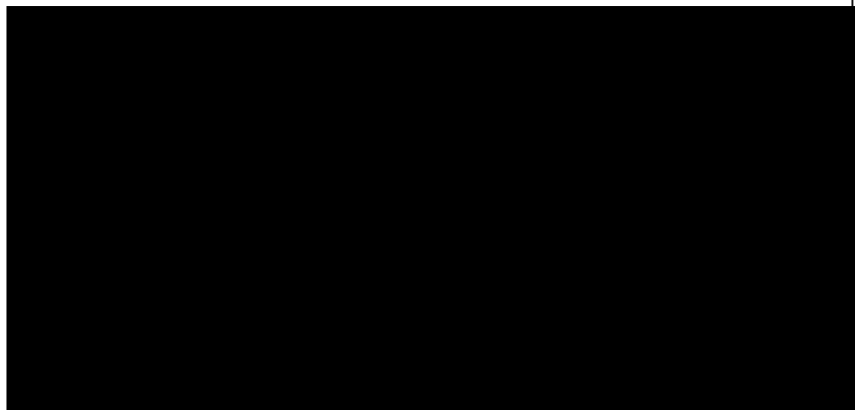
五、(15 分) 在 $\mathbb{R}^3$ 中, 求由基 $\varepsilon_1 = (1, 0, 0)$ ,  $\varepsilon_2 = (1, 1, 0)$ ,  $\varepsilon_3 = (1, 1, 1)$ 到基 $\eta_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\eta_2 = (2, 3, 1)$ ,  $\eta_3 = (3, 1, 2)$ 的过渡矩阵, 并求向量 $\xi = (1, 0, 1)$ 在这两组基下的坐标.

得 分	
--------	--



六、(10分) 求过点 $(1, 1, 1)$ , 且垂直于平面 $x - y + z = 7$ 和 $3x + 2y - 12z + 5 = 0$ 的平面方程.

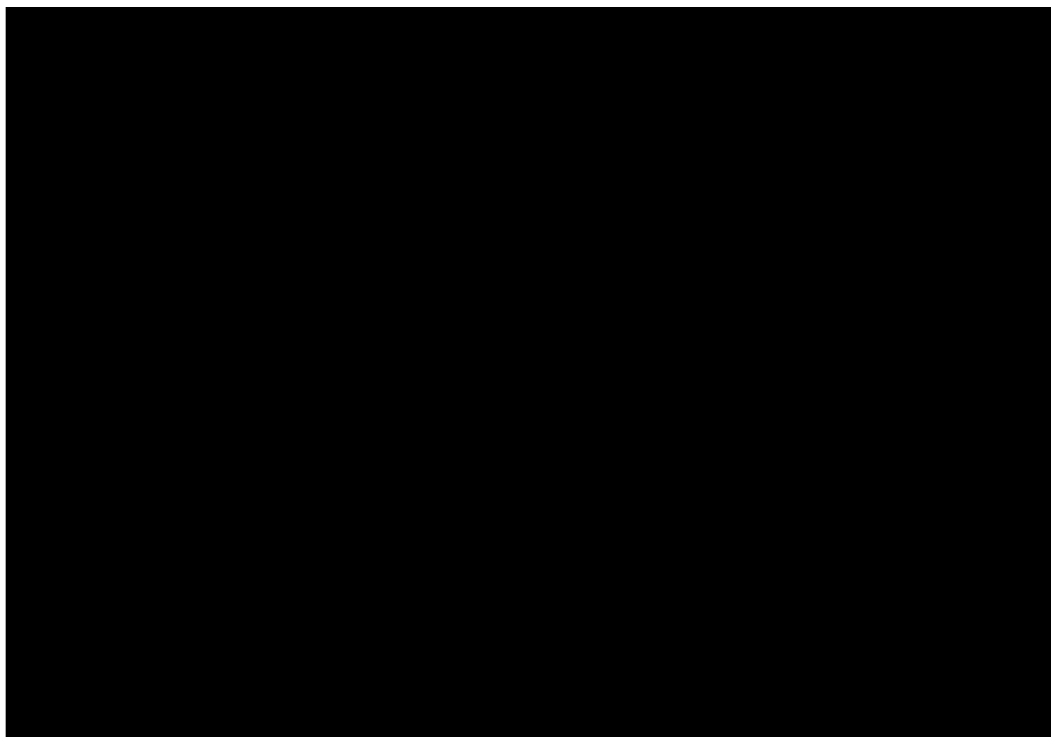
得分	
----	--

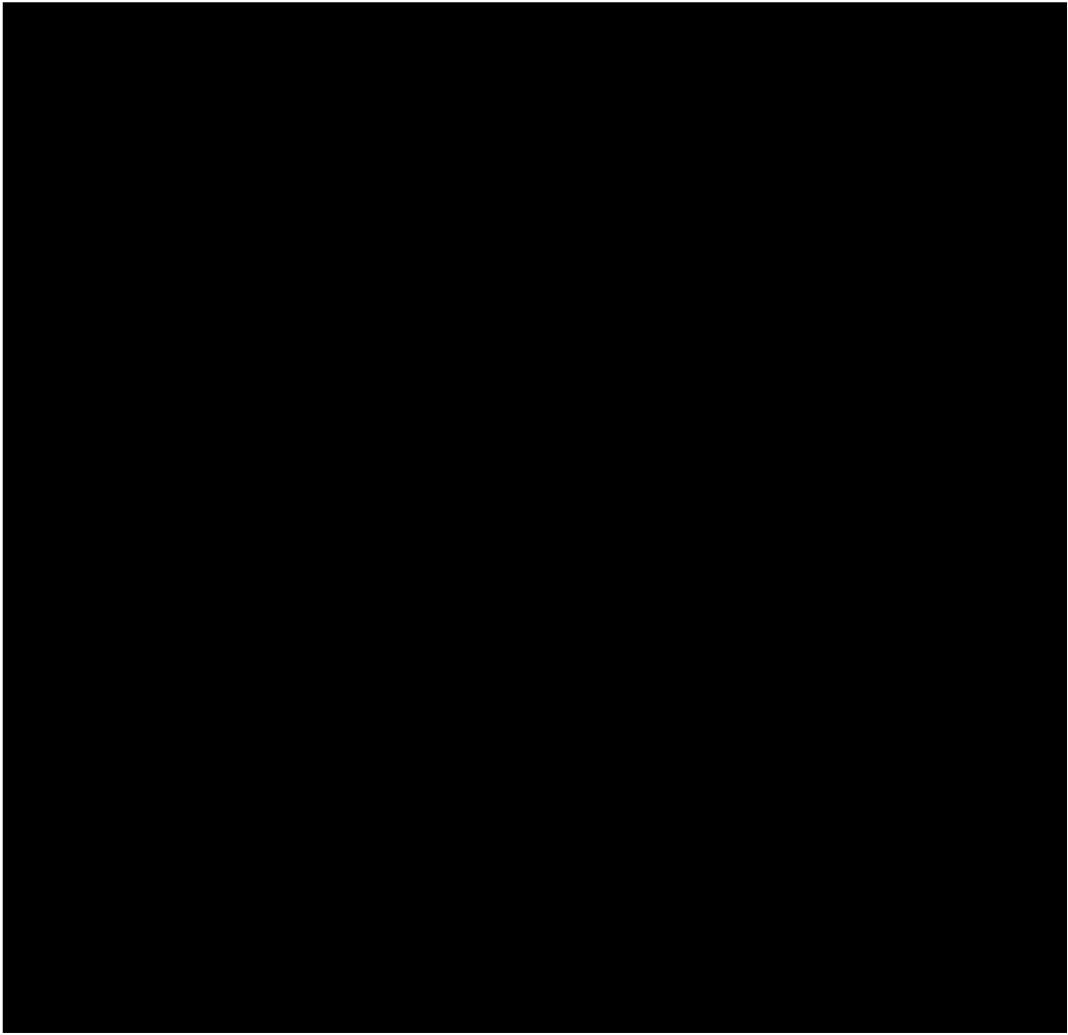


七、(15 分) 设3阶实对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ ,

得分	
----	--

(1) 求 $A$ 的特征值、特征向量; (2) 求正交矩阵 $T$ , 使得 $T^{-1}AT$ 为对角形.





八、(5分) 设 $A$ 是 $m \times n$ 矩阵,  $B$ 是 $m \times k$ 矩阵, 且 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ ,  $B = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ 是它们的列向量构成的分块矩阵. 假定对每个 $\beta_j$ , 分块矩阵 $(A, \beta_j)$ 的秩与 $A$ 的秩相等. 令 $C = (A, B)$ 为由 $A, B$ 构成的分块矩阵, 证明:  $r(C) = r(A)$ .

得 分	
--------	--

