座位号______ 专业______ 学院______ 学号______ 姓名______

（密封线内不答题）

密 封 线

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《线性代数与解析几何 》(A)试卷(16-17年度第1学期)

注意事项：1. 考前请将密封线内填写清楚;

2. 所有答案请直接答在试卷上;

3. 考试形式：闭卷;

4. 本试卷共 8 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
评卷人									

一、 (15分) 填空题.

1. 设$\alpha_1 = (2,-1,0,5)$, $\alpha_2 = (-4,-2,3,0)$, $\alpha_3 = (-1,0,1,k)$, $\alpha_4 = (-1,0,2,1)$, 则当$k =$ [redacted] 时, 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性相关.

2. 设A为m阶方阵, B为n阶方阵, $|A| = a, |B| = b$, ,分块矩阵$C = \begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$, 则$|C| =$ [redacted].

3. 设矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \geq 2$, 则$A^n - 2A^{n-1} =$ [redacted]

4.设4阶方阵$A = (\alpha,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$, $B = (\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$,其中$\alpha,\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4$均为4维列向量,且$|A| = 4, |B| = 1$, 则$|A+B| =$ [redacted].

5. 设二次型$f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + (1-k)x_3^2 + 2kx_1x_2 + 2x_1x_3$, 则二次型$f$为 正定时$k$的取值范围是 [redacted].只算出-1<k 或 k<0 酌情给分

二、 (15分) 选择题:

1. 设A是2阶可逆方阵, 若$|\lambda A| = 4|A|$, 则必有([redacted]).

$(A)\lambda = \pm 1$, $(B)\lambda = 4$, $(C)\lambda = \pm\sqrt{2}$, $(D)\lambda = \pm 2$

2. 矩阵A一个r级子式不为零, 且有一个$r+1$级子式等于零, 则$r(A)$一定([redacted]).

$(A)\ \geq r$, $(B)\ < r$, $(C)\ = r$, $(D)\ = r+1$.

3. 设A为n可逆方阵, λ为A的一个特征值, 则A^*的特征值之一是([redacted]).

$$(A)\,\lambda^{-1}|A|^n, \qquad (B)\,\lambda^{-1}|A|,, \qquad (C)\,\lambda|A|,, \qquad (D)\,\lambda|A|^n,.$$

4. 已知β_1, β_2是非齐次方程组$AX = b$的两个不同的解, α_1, α_2是齐次方程组$AX = 0$的基础解系, 设k_1, k_2为数域P中的任意数, 则$AX = b$的通解为([redacted]).

(A) $k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$,　　(B) $k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$,

(C) $k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 + \beta_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$,　　(D) $k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 - \beta_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$.

5. m阶可逆方阵P和n阶可逆方阵Q, 使得$A = PBQ$是A与B ([redacted])的充分必要条件.

(A) 相似　(B) 合同　(C) 等价　(D) 正交相似

三、(8分)计算行列式:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 + 1 & x_2 + 1 & x_3 + 1 & \cdots & x_n + 1 \\ x_1^2 + x_1 & x_2^2 + x_2 & x_3^2 + x_3 & \cdots & x_n^2 + x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ x_1^{n-1} + x_1^{n-2} & x_2^{n-1} + x_2^{n-2} & x_3^{n-1} + x_3^{n-2} & \cdots & x_n^{n-1} + x_n^{n-2} \end{vmatrix}.$$

[redacted]

四、 (15分)实数λ 取何值时，线性方程组：

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = -2. \end{cases}$$

无解? 有唯一解? 有无穷多个解? 若有唯一解求出解; 有无穷多个解时求出通解.

[redacted]

五、 (15 分) 在$\mathbb{R}^3$中, 求由基$\varepsilon_1 = (1,1,1)$, $\varepsilon_2 = (1,1,-1)$, $\varepsilon_3 = (1,-1,1)$到基$\eta_1 = (1,1,0)$, $\eta_2 = (2,1,3)$, $\eta_3 = (0,1,-1)$的过渡矩阵, 并求向量$\xi = (3,5,0)$在基η_1, η_2, η_3下的坐标.

[redacted]

六、 (10分) 求过点$(1,0,-1)$, 且平行于向量$\alpha=2i+j+k$和$\beta=i-j$的平面方程.

[redacted]

七、 (15 分) 设3阶实对称矩阵$A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -2 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$,

(1) 求矩阵A的特征值、特征向量; (2) 求正交矩阵T, 使得$T^{-1}AT$为对角形.

[redacted]

[redacted]

八、 (7 分) 证明: 与齐次线性方程组$AX = 0$的基础解系等价的线性无关的向量组仍然是该齐次线性方程组的基础解系.

[redacted]