Brandon Swatek - zadanie numeryczne nr 6

Zadanie numeryczne

6. Znajdź, z dokładnością do czterech cyfr, **wartości współczynników** wielomianu interpolacyjnego opartego na danych z poniższej tabeli:

x	0.062500	0.187500	0.312500	0.437500	0.562500	0.687500	0.812500	0.937500
$f(x)$	0.687959	0.073443	-0.517558	-1.077264	-1.600455	-2.080815	-2.507266	-2.860307

Sporządzić wykres wielomianu w przedziale $-1 \leqslant x \leqslant 1$ i zaznaczyć na nim punkty które posłużyły do konstrukcji wielomianu.

Zadanie rozwiązuje budując macierz Vandermonde'a, następnie, dzięki rozwiązaniu tej macierzy otrzymuję wektor vector_a współczynników wielomianu interpolacyjnego, dzięki czemu dostaję wzór tego wielomianu.

In [1]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


x_s = [0.062500, 0.187500, 0.312500, 0.437500, 0.562500, 0.687500, 0.81
2500, 0.937500]
fx_s = [0.687959, 0.073443, -0.517558, -1.077264, -1.600455, -2.080815,
-2.507266, -2.860307]
n = len(x_s)

matrix_X = np.zeros((n, n))
for i in range(n):
    for j in range(n):
        k = n-1-j
        matrix_X[i][j] = x_s[i]**k
vector_f = np.array(fx_s)

vector_a = np.array(np.linalg.solve(matrix_X, vector_f))
results = np.round(vector_a[::-1], 4)
print(results)
```

```
[ 1.0000e+00 -5.0003e+00  2.4000e-03  1.9892e+00 -1.9743e+00  9.6640e-0
1
  2.2800e-02 -6.2000e-03]
```

Złożoność takiego rozwiązania, ze względu na strukturę macierzy wynosi $O(n^3)$.

Wykres wielomianu jak i węzły interpolacyjne służące jego wyznaczeniu znajdują się na wykresie stworzonym poniżej.

In [2]:
```
def fun(x, coefs):
    n = len(coefs)
    retval = 0
    for i in range(n):
        k = n - 1 - i
        retval += coefs[i] * (x**k)
    return retval


interval = np.linspace(-1, 1, 600)

plt.figure(figsize=(12, 8))

plt.plot(interval, fun(interval, vector_a), label="interpolation functi
on")
plt.scatter(x_s, fx_s, label="interpolation points", color="C3")
plt.legend()
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")

plt.show()
```