Oligopoles

Elias Bouacida Antoine Terracol

Septembre 2021

Contents

1 Introduction **1**

2 Duopole à la Cournot **1**
2.1 Introduction . . . 1
2.2 Formalisation du problème . . . 2
2.3 Exemple . . . 3

3 Duopole à la Stackelberg **4**
3.1 Introduction . . . 4
3.2 Exemple . . . 4

1 Introduction

On considère maintenant la situation où il n'y a plus une seule entreprise, mais plusieurs, qui sont en situation d'*interactions stratégiques*. Les décisions de chaque acteur dépend des décisions des autres acteurs (ou des anticipations de ces décisions).
On parle de *duopole* dans le cas où le marché compte deux entreprises et d'*oligopole* dans le cas où il compte plus que deux entreprises.
Les entreprises peuvent se faire concurrence de différentes manières :

- En quantité, concurrence dite à la *Cournot* ;
- En prix, concurrence à la *Bertrand* ;
- En prenant une situation de leader ou de follower, à la *Stackelberg* ;
- En format une entente, dans un *cartel* ;
- Dans une concurrence spatiale, à la *Hotelling*.

Nous verrons dans ce cours les concurrences à la Cournot et à la Stackelberg, ainsi que les cartels.

2 Duopole à la Cournot

2.1 Introduction

On considère deux entreprises sur le même marché qui doivent choisir les quantités à produire. Le prix est déterminé par la quantité *totale* produite par les deux entreprises et la fonction de demande sur le marché. On a donc (où C_1 et C_2 sont les fonctions de coût total de chaque entreprise et P est la fonction de demande inverse) :

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1)\\ \pi_2(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2)\end{aligned}$$

L'action d'une entreprise a des conséquences sur le profit réalisé par l'autre entreprise, même si celle-ci ne fait rien. En particulier, si q_1 augmente, alors le prix du marché diminue, au travers de la fonction de demande inverse P, et donc le profit de l'entreprise 2 π_2 diminue, et réciproquement si q_2 augmente. Il y a donc un conflit d'intérêt entre les producteurs. Chaque entreprise doit anticiper l'action de l'autre et réagir à cette anticipation le mieux possible.

Question : Peut-il y avoir un équilibre dans cette situation ?

2.2 Formalisation du problème

- 2 entreprises 1 et 2, avec chacune une fonction de coût $C_1(q_1)$ et $C_2(q_2)$.
- Une fonction de demande inverse $P(q_1 + q_2)$.

2.2.1 Expression des profits

On a des profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_1(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1) \\ \pi_2(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2) \end{array}$$

Supposons que l'entreprise 1 *croit* que l'entreprise 2 va produire q_2^e. Quelle est sa production optimale ? Son problème est :

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, q_2^e) = q_1 P(q_1 + q_2^e) - C_1(q_1)$$

On peut déduire de ce problème d'optimisation la *fonction de réaction* $q_1(q_2^e) = f_1(q_2^e)$ qui maximise $\pi_1(q_1)$ en fonction de la production anticipée q_2^e de l'entreprise 2.

De la même manière, l'entreprise 2 cherche à maximiser π_2 en fonction de la production anticipée q_1^e de l'entreprise 1. Son programme est :

$$\max_{q_2} \pi_2(q_1^e, q_2) = q_1 P(q_1^e + q_2) - C_2(q_2)$$

Elle aura également une fonction de réaction $q_2(q_1^e) = f_2(q_1^e)$.

2.2.2 Forme des fonctions de réaction

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j ne va rien produire, alors elle se trouve dans une situation de monopole et se comporte comme tel. Elle produit de manière à égaliser coût marginal et recette marginale ($R_{im} = C_{im}$).

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire $q_j^e > 0$, alors elle est en monopole sur le **reste** de la demande. Cette dernière correspond à la demande totale décalée de $q_j^e > 0$ vers la gauche. Le croisement entre recette marginale et coût marginal se fait donc à un niveau plus faible qu'auparavant.

Plus l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire une grande quantité, plus elle aura intérêt à réduire son offre. q_i est décroissante en q_j^e

GRAPH avec la fonction de demande translatée.

2.2.3 Caractérisation de l'équilibre

Un équilibre (q_1^e, q_2^e) doit être tel qu'aucune des deux entreprises n'ait intérêt à dévier unilatéralement :

$$\begin{array}{rcll} \pi_1(q_1^e, q_2^e) & \geq & \pi_1(q_1, q_2^e) & \forall q_1 \\ \pi_2(q_1^e, q_2^e) & \geq & \pi_2(q_1^e, q_2) & \forall q_2 \end{array}$$

Les décisions de productions des entreprises doivent être compatibles entre elles. Chacun doit prendre en compte les réactions de l'autre. C'est ce qu'on appelle un **équilibre de Nash** : un équilibre où personne n'a intérêt à dévier unilatéralement.

Dans le cas du duopole à la Cournot, cela correspond à l'intersection des fonctions de réactions des deux entreprises :

$$\begin{aligned} q_1^e &= f_1(q_2^e) \\ q_2^e &= f_2(q_1^e) \end{aligned}$$

GRAPH avec une situation d'équilibre.

L'équilibre n'est pas nécessairement stable. La stabilité dépend de la pente des fonctions de réactions.

GRAPH avec équilibre instable

2.3 Exemple

2.3.1 Données du problème

Prenons les fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} P(q_1 + q_2) = a - b(q_1 + q_2) \\ C_1(q_1) = cq_1^2 \\ C_2(q_2) = cq_2^2 \end{aligned}$$

2.3.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{aligned} \pi_1(q_1, q_2) &= (a - b(q_1 + q_2))\, q_1 - cq_1^2 \\ \pi_2(q_1, q_2) &= (a - b(q_1 + q_2))\, q_2 - cq_2^2 \end{aligned}$$

2.3.3 Fonctions de réaction

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise 1. Son profit est :

$$\pi_1(q_1, q_2^e) = aq_1 - bq_1^2 - bq_2^e q_1 - cq_1^2 = (a - bq_2^e)q_1 - (b + c)q_1^2$$

La condition du premier ordre suivant q_1 s'écrit (ici q_2^e est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad (a - bq_2^e) - 2(b + c)q_1^* &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad q_1^* &= \frac{(a - bq_2^e)}{2(b + c)} \end{aligned}$$

On calcule de la même manière (i.e., en utilisant la condition du premier ordre sur les profits de l'entreprise 2) la fonction de réaction de l'entreprise 2 et on obtient par symétrie du problème une légère réécriture de l'équation (2.3.3):

$$q_2^* = \frac{(a - bq_1^e)}{2(b + c)}$$

2.3.4 Equilibre de Cournot

Quel est alors l'équilibre de Cournot ?

On doit avoir :

$$\begin{aligned} f_1(q_2^*) &= q_1^* \\ f_2(q_1^*) &= q_2^* \end{aligned}$$

Autrement dit :

$$\begin{array}{rcl} q_1^* & = & \frac{(a-bq_2^*)}{2(b+c)} \\ q_2^* & = & \frac{(a-bq_1^*)}{2(b+c)} \end{array}$$

On résout le système et on obtient :

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a}{3b+2c}$$

3 Duopole à la Stackelberg

3.1 Introduction

Il n'y a plus de symétrie des entreprises dans un duopole à la Stackelberg. Une entreprise, dite *leader*, prend ses décisions avant l'entreprise dite *follower*. L'entreprise leader connaît les caractéristiques de l'entreprise follower et peut ainsi calculer sa fonction de réaction. Elle va donc en tenir compte dans ses décisions. On considère ici qu'il n'y a que deux périodes de décisions.

3.2 Exemple

3.2.1 Données du problèmes

Notons les variables et fonctions du leader avec un indice L et celles du follower avec un indice F.

Gardons une fonction de demande linéaire.

$$P(q_L + q_F) = a - b(q_L + q_F)$$

Supposons, afin de simplifier les calculs, que les coûts marginaux sont nuls.

3.2.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_L \\ \pi_F(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_F \end{array}$$

3.2.3 Fonction de réaction de l'entreprise follower

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise follower. La condition du premier ordre suivant q_F s'écrit (ici q_L est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (a - bq_L) - 2bq_F^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_F^* & = & \frac{a-bq_L}{2b} \end{array}$$

3.2.4 Maximisation de l'entreprise leader

Comme l'entreprise leader connaît la fonction de réaction de l'entreprise follower (donnée par l'équation (3.2.3)), elle peut l'intégrer à sa propre fonction de profit :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F^*) & = & (a - b(q_L + q_F^*(q_L)))\, q_L \\ & = & \left(a - b\left(q_L + \frac{a-bq_L}{2b}\right)\right) q_L \\ & = & \frac{a}{2} q_L - \frac{b}{2} q_L^2 \end{array}$$

La condition de premier ordre du leader est :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{a}{2} - bq_L^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_L^* & = & \frac{a}{2b} \end{array}$$

On en déduit qu'à l'équilibre de Stackelberg, le follower produit :

$$q_F^* = \frac{a}{4b}$$