Oligopoles

Elias Bouacida Antoine Terracol

Septembre 2021

Contents

1 Introduction

On a vu jusqu'à présent deux cas extrêmes :

- La concurrence pure et parfaite : il y a une infinité d'entreprise infinitésimales sur un marché donné.
- Le monopole : il y a une seule entreprise sur un marché donné.

Dans les deux cas, l'entreprise ou les entreprises n'ont pas à se préoccuper des autres entreprises. Dans le cas du monopole, parce qu'il n'y en a pas. Dans le cas de la CPP, l'entreprise observe le prix du marché et prend sa décision en fonction de ce prix, et uniquement de ce prix. Les actions des autres entreprises ne l'influence pas.

On considère maintenant la situation où il n'y a plus une seule ou une infinité d'entreprises, mais plusieurs, qui sont en situation d'*interactions stratégiques*. Les décisions de chaque acteur dépend des décisions des autres acteurs (ou des anticipations de ces décisions).
On parle de *duopole* dans le cas où le marché compte deux entreprises et d'*oligopole* dans le cas où il compte plus que deux entreprises.
Les entreprises peuvent se faire concurrence de différentes manières :

- En quantité, concurrence dite à la *Cournot* ;
- En prix, concurrence à la *Bertrand* ;
- En prenant une situation de leader ou de follower, à la *Stackelberg* ;
- En format une entente, dans un *cartel* ;
- Dans une concurrence spatiale, à la *Hotelling*.

Nous verrons dans ce cours les concurrences à la Cournot et à la Stackelberg, ainsi que les cartels.

2 Duopole à la Cournot

2.1 Introduction

On considère deux entreprises sur le même marché qui doivent choisir les quantités à produire, sans connaître la quantité choisie par l'autre (= décision simultanée).[1] Le prix est déterminé par la quantité *totale* produite par les deux entreprises et la fonction de demande sur le marché.

Chaque entreprise est caractérisée par :

- Entreprise 1 : quantité q_1 produite avec un coût $C_1(q_1)$;
- Entreprise 2 : quantité q_2 produite avec un coût $C_2(q_2)$.

Les fonctions de coût sont **différentes** entre les deux entreprises, contrairement au cas du monopole discriminant au troisème degré, où l'on considérait $C(q_1 + q_2)$.

La fonction de demande inverse sur le marché est $P(q_1 + q_2)$. C'est différent du monopole discriminant où il y avait une fonction de demande par segment.

On a donc les fonctions de profit:

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1)\\ \pi_2(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2)\end{aligned}$$

L'action d'une entreprise a des conséquences sur le profit réalisé par l'autre entreprise, même si celle-ci ne fait rien. En particulier, si q_1 augmente, alors le prix du marché diminue, au travers de la fonction de demande inverse P, et donc le profit de l'entreprise 2 π_2 diminue, et réciproquement si q_2 augmente. Il y a donc un conflit d'intérêt entre les producteurs. Chaque entreprise doit anticiper l'action de l'autre et réagir à cette anticipation le mieux possible.

Question : Peut-il y avoir un équilibre dans cette situation ?

2.2 Formalisation du problème

2.2.1 Expression des profits

On a des profits :

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1)\\ \pi_2(q_1, q_2) &= P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2)\end{aligned}$$

Supposons que l'entreprise 1 *croit* que l'entreprise 2 va produire q_2^a. Quelle est sa production optimale ? Son problème est :

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, q_2^a) = q_1 P(q_1 + q_2^a) - C_1(q_1)$$

On peut déduire de ce problème d'optimisation la *fonction de réaction* $q_1(q_2^a) = f_1(q_2^a)$ qui maximise $\pi_1(q_1)$ en fonction de la production anticipée q_2^a de l'entreprise 2.[2] La fonction de réaction $f_1(q_2^a)$ donne la valeur de q_1 qui maximise le profit quand l'entreprise 2 produit q_2^a.

De la même manière, l'entreprise 2 cherche à maximiser π_2 en fonction de la production anticipée q_1^a de l'entreprise 1. Son programme est :

$$\max_{q_2} \pi_2(q_1^a, q_2) = q_1 P(q_1^a + q_2) - C_2(q_2)$$

Elle aura également une fonction de réaction $q_2(q_1^a) = f_2(q_1^a)$.

[1] Même marché : bien unique et prix unique.

[2] La fonction de réaction est parfois aussi connue sous le nom de *fonction de meilleure réponse*.

2.2.2 Forme des fonctions de réaction

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j ne va rien produire, alors elle se trouve dans une situation de monopole et se comporte comme tel. Elle produit de manière à égaliser coût marginal et recette marginale ($R_{im} = C_{im}$).

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire $q_j^a > 0$, alors elle est en monopole sur le **reste** de la demande. Cette dernière correspond à la demande totale décalée de $q_j^a > 0$ vers la gauche. Le croisement entre recette marginale et coût marginal se fait donc à un niveau plus faible qu'auparavant.

Plus l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire une grande quantité, plus elle aura intérêt à réduire son offre. q_i est décroissante en q_j^a

GRAPH avec la fonction de demande translatée.

2.2.3 Caractérisation de l'équilibre

Un équilibre (q_1^a, q_2^a) doit être tel qu'aucune des deux entreprises n'ait intérêt à dévier unilatéralement :

$$\begin{array}{rcll} \pi_1(q_1^a, q_2^a) & \geq & \pi_1(q_1, q_2^a) & \forall q_1 \\ \pi_2(q_1^a, q_2^a) & \geq & \pi_2(q_1^a, q_2) & \forall q_2 \end{array}$$

Aux points q_1^a et q_2^a, aucune entreprise n'a intérêt à dévier unilatéralement de l'équilibre. Les décisions prises sont alors mutuellement compatibles. Chaque entreprise donne sa meilleure réponse à la meilleure réponse de l'autre. C'est ce qu'on appelle un **équilibre de Nash** : un équilibre où personne n'a intérêt à dévier unilatéralement.

Dans le cas du duopole à la Cournot, chaque entreprise doit choisir la quantité qui maximise son profit étant donné le choix de l'autre entreprise. Chaque entreprise est donc sur sa fonction de réaction. L'équilibre est donc à l'intersection des fonctions de réactions des deux entreprises :

$$\begin{array}{rcl} q_1^a & = & f_1(q_2^a) \\ q_2^a & = & f_2(q_1^a) \end{array}$$

GRAPH avec une situation d'équilibre.

L'équilibre n'est pas nécessairement stable. La stabilité dépend de la pente des fonctions de réactions.

GRAPH avec équilibre instable

2.3 Exemple

2.3.1 Données du problème

Prenons les fonctions suivantes :

$$\begin{array}{l} P(q_1 + q_2) = a - b(q_1 + q_2) \\ C_1(q_1) = cq_1^2 \\ C_2(q_2) = cq_2^2 \end{array}$$

2.3.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_1(q_1, q_2) & = & (a - b(q_1 + q_2))\, q_1 - cq_1^2 \\ \pi_2(q_1, q_2) & = & (a - b(q_1 + q_2))\, q_2 - cq_2^2 \end{array}$$

2.3.3 Fonctions de réaction

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise 1. Son profit est :

$$\pi_1(q_1, q_2^a) = aq_1 - bq_1^2 - bq_2^a q_1 - cq_1^2 = (a - bq_2^a)q_1 - (b+c)q_1^2$$

La condition du premier ordre suivant q_1 s'écrit (ici q_2^a est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (a - bq_2^a) - 2(b+c)q_1^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_1^* & = & \frac{(a-bq_2^a)}{2(b+c)} \end{array}$$

On calcule de la même manière (i.e., en utilisant la condition du premier ordre sur les profits de l'entreprise 2) la fonction de réaction de l'entreprise 2 et on obtient par symétrie du problème une légère réécriture de l'équation (2.3.3):

$$q_2^* = \frac{(a - bq_1^a)}{2(b+c)}$$

La symétrie du problème provient du fait que les deux entreprises ont exactement la même fonction de coût. Ce *n'est pas le cas en général*. Si dans un problème les fonctions de coût sont identiques, alors vous pouvez faire les calculs pour une seule entreprise et déduire simplement les résultats pour la seconde.

2.3.4 Equilibre de Cournot

Quel est alors l'équilibre de Cournot ?

On doit avoir :

$$\begin{array}{rcl} f_1(q_2^*) & = & q_1^* \\ f_2(q_1^*) & = & q_2^* \end{array}$$

Autrement dit :

$$\begin{array}{rcl} q_1^* & = & \frac{(a-bq_2^*)}{2(b+c)} \\ q_2^* & = & \frac{(a-bq_1^*)}{2(b+c)} \end{array}$$

On résout le système et on obtient :

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a}{3b+2c}$$

2.4 Indice de Lerner

Rappel : En monopole, l'indice de Lerner est :

$$\frac{P(q_m^*) - C_m(q_m^*)}{P(q_m^*)} = \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_m^*)\right|}$$

Definition 2.1 (Indice de Lerner)**.** En oligopole à la Cournot, on définit l'indice de Lerner par :

$$L = \sum_i S_i L_i$$

où $S_i = q_i/q$ est la *part de marché* de l'entreprise i et L_i est l'indice de Lerner propre à l'entreprise.

q est la production totale $q = \sum_i q_i$.

$$\begin{aligned}
L_i &= \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_1,q_2)\right|} \\
&= \frac{1}{\left|\frac{\partial q}{\partial p}(q_i)\frac{p}{q_i}\right|} \\
&= \frac{1}{\left|\frac{\partial q}{\partial p}(q_i)\frac{p}{q}\frac{q}{q_i}\right|} \\
&= \left[\frac{1}{\left|\frac{\partial q}{\partial p}(q_i)\frac{p}{q_i}\right|}\right]\frac{q_i}{q} \\
&= \frac{S_i}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_1,q_2)\right|}
\end{aligned}$$

On en déduit que :

$$L = \sum_i \frac{S_i^2}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_1^*, q_2^*)\right|}$$

2.5 Extension : oligopole à la Cournot

On étend l'analyse à N entreprises qui produisent un bien *homogène*. Comme ce bien est homogène, le prix est unique sur le marché. Chaque entreprise i choisit une quantité $q_i \geq 0$ et les produit à un coût de production $C_i(q_i)$. La production totale sur le marché est $q = \sum_i q_i$. La fonction de demande inverse sur le marché $P(q)$ dépend de la production *globable* q.

Le profit de chaque entreprise s'écrit :

$$\pi(q_i, q_{-i}) = q_i P(q) - C_i(q_i)$$

Où q_{-i} est la somme de la production de toute les entreprises autres que l'entreprise i. Autrement dit $q = q_i + q_{-i}$.

Le programme de maximisation d'une entreprise i s'écrit :

$$\max_{q_i} \pi(q_i, q_{-i}) = q_i P(q) - C_i(q_i)$$

La condition du premier ordre est telle que :

$$\begin{aligned}
& & \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} &= 0 \\
&\Leftrightarrow & \frac{\partial q_i P(q_i+q_{-i}) - C_i(q_i)}{\partial q_i} &= 0 \\
&\Leftrightarrow & P(q) + q_i\frac{\partial P(q)}{\partial q_i} - C_{im}(q_i) &= 0 \\
&\Leftrightarrow & P(q) - C_{im}(q_i) &= -q_i\frac{\partial P(q)}{\partial q_i} \\
&\Leftrightarrow & \frac{P(q)-C_{im}(q_i)}{P(q)} &= -\frac{q_i}{P(q)}\frac{\partial P(q)}{\partial q_i} \\
&\Leftrightarrow & \frac{P(q)-C_{im}(q_i)}{P(q)} &= -\frac{q}{P(q)}\frac{\partial P(q)}{\partial q_i}\frac{q_i}{q} \\
&\Leftrightarrow & \frac{P(q)-C_{im}(q_i)}{P(q)} &= S_i\frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}\right|}
\end{aligned}$$

(La dérivée de la fonction de demande suivant le prix est négative).

$$\frac{P(q) - C_{im}(q_i)}{P(q)} = \frac{S_i}{\left|\varepsilon_{q/p}\right|}$$

Ce résultat est la markup-pricing que peut appliquer chaque entreprise en situation d'oligopole à la Cournot. La possibilité de fixer un prix au-dessus du coût marginal dépend de la part de marché de l'entreprise.

Remarques :

- En monopole, $S_i = 1$ pour le monopole. On retrouve alors bien :

$$\frac{P(q) - C_{im}(q_i)}{P(q)} = \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}|}$$

- En concurrence pure et parfaite $S_i \to 0$, donc $\frac{P(q)-C_{im}(q_i)}{P(q)} \to 0$, ce qui implique bien que $C_{mi}(q_i) \to P(q)$. On retrouve qinsi le résultat $P(q) = C_m(q)$.

2.5.1 Indice de concentration du marché

Definition 2.2 (Indice de Hirschman-Herfindahl (HHI))**.** L'indice de Hirschman-Herfindahl est la somme des carrés des part de marchés.

$$HHI = \sum_{i=1}^{N} S_i^2$$

C'est aussi la différence moyenne entre le coût marginal de production et le prix. Autrement dit, la moyenne des L_i pondéré par les parts de marché.

$$\begin{aligned} \textstyle\sum_{i=1}^{N} \frac{P(q)-C_{im}(q_i)}{P(q)} S_i &= \textstyle\sum_{i=1}^{N} \frac{S_i}{|\varepsilon_{q/p}|} S_i \\ &= \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}|} \textstyle\sum_{i=1}^{N} S_i^2 \\ &= \frac{HHI}{|\varepsilon_{q/p}|} \end{aligned}$$

Interprétation :
Imaginons que tout les N entreprises sont identiques (même fonction de coût). Elles produisent alors la même quantité optimale à l'équilibre. Leur part de marché est donc $S_i = 1/N$. Le HHI vaut :

$$\begin{aligned} HHI &= \textstyle\sum_{i=1}^{N} S_i^2 \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N^2} \\ &= \frac{N}{N^2} \\ &= \frac{1}{N} \end{aligned}$$

Le HHI correspond à l'inverse du nombre du nombre d'entreprise qui serait identique sur le marché et donnerait le même écart moyen entre coût marginal et prix. Plus le HHI est proche de 1, plus on se rapproche du monopole.

Le HHI est utilisé par les autorités de la concurrence pour évaluer les effets sur les prix de fusions d'entreprises. Elles peuvent interdire des fusions qui augmenteraient trop fortement le HHI.

3 Duopole à la Stackelberg

3.1 Introduction

Il n'y a plus de symétrie des entreprises dans un duopole à la Stackelberg. Une entreprise, dite *leader*, prend ses décisions avant l'entreprise dite *follower*. L'entreprise leader connaît les caractéristiques de l'entreprise follower et peut ainsi calculer sa fonction de réaction. Elle va donc en tenir compte dans ses décisions. On considère ici qu'il n'y a que deux périodes de décisions.

3.2 Exemple

3.2.1 Données du problèmes

Notons les variables et fonctions du leader avec un indice L et celles du follower avec un indice F.

Gardons une fonction de demande linéaire.

$$P(q_L + q_F) = a - b(q_L + q_F)$$

Supposons, afin de simplifier les calculs, que les coûts marginaux sont nuls.

3.2.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_L \\ \pi_F(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_F \end{array}$$

3.2.3 Fonction de réaction de l'entreprise follower

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise follower. La condition du premier ordre suivant q_F s'écrit (ici q_L est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (a - bq_L) - 2bq_F^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_F^* & = & \frac{a - bq_L}{2b} \end{array}$$

3.2.4 Maximisation de l'entreprise leader

Comme l'entreprise leader connaît la fonction de réaction de l'entreprise follower (donnée par l'équation (3.2.3)), elle peut l'intégrer à sa propre fonction de profit :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F^*) & = & (a - b(q_L + q_F^*(q_L)))\, q_L \\ & = & \left(a - b\left(q_L + \frac{a - bq_L}{2b}\right)\right) q_L \\ & = & \frac{a}{2} q_L - \frac{b}{2} q_L^2 \end{array}$$

La condition de premier ordre du leader est :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{a}{2} - bq_L^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_L^* & = & \frac{a}{2b} \end{array}$$

On en déduit qu'à l'équilibre de Stackelberg, le follower produit :

$$q_F^* = \frac{a}{4b}$$

L'entreprise leader produit plus que l'entreprise follower. Elle profite de son pouvoir sur la seconde entreprise pour cela. Si on calcule le profit, on verra que le profit de l'entreprise leader est plus important que celui de l'entreprise follower si elles sont exactement symétriques, en dehors de leur prises de décisions.

4 Cartels et collusions

4.1 Introduction

En duopoles / oligopoles de Cournot ou de Stackelberg, les entreprises ne coopèrent pas entre elles :

- Elles sont en concurrence ;
- Elles agissent indépendamment les unes des autres.

Question :
Que se passe-t-il si elles peuvent s'entendre ? Par exemple, que se passe-t-il si elle peuvent passer un accord sur la quantité à produire.

Résultats :
Les quantités mises sur le marché vont diminuer, et le prix du marché va augmenter. C'est donc néfaste pour les consommateurs. La raison est que le cartel se comporte exactement comme un monopole, puis partage les bénéfices.

4.2 Raisonnement graphique

4.3 Résolution analytique

4.3.1 Idée

L'idée derrière la résolution analytique du problème du cartel est de considérer que le cartel se comporte comme un monopole avec 2 centres de productions. Le cartel choisit la quantité globale produite et la répartition entre les entreprises. C'est un raisonnement très similaire à un monopole discriminant au troisième degré.

4.3.2 Profits

Le profit global du cartel s'écrit :

$$\pi_c = qP(q) - C_A(q_A) - C_B(q_B) = (q_A + q_B)P(q_A + q_B) - C_A(q_A) - C_B(q_B)$$

Où $q = q_A + q_B$. Le profit est maximisé lorsque les dérivées partielles suivant chacune des quantités sont nulles (condition du premier ordre), c'est-à-dire lorsque $\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = 0$ et $\frac{\partial \pi_C}{\partial q_B} = 0$.

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = P(q) + q\frac{\partial P}{\partial q}(q_A) - \frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A)$$

On a $P(q) + q\frac{\partial P}{\partial q} = R_m(q)$ est la recette marginale totale du cartel. $\frac{\partial C_A}{\partial q_A} = C_{mA}$ est le coût marginal de l'entreprise A.
On peut réécrire la dérivée du profit total suivant la quantité produite par l'entreprise A :

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = R_m(q) - C_{mA}(q_A)$$

En utilisant le même raisonnement, on a pour l'entreprise B :

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_B} = R_m(q) - C_{mB}(q_B)$$

4.3.3 Optimalité pour le cartel

A l'optimum pour le cartel, on a donc :

$$R_m(q) = C_{mA}(q_A) = C_{mB}(q_B)$$

Le cartel égalise la recette marginale *totale* aux coûts marginaux de chacune des deux entreprises.

Remarque : Le cartel ne va pas forcément donner à produire la même quantité à chaque entreprise. La répartition dépend des coûts marginaux respectifs. Si les coûts marginaux sont identiques, les productions seront identiques.

Intuition : Supposons que la quantité totale produite est fixée. Supposons aussi que $C_{mA}(q_A) > C_{mB}(q_B)$. Alors, en transférant la production d'une unité de l'entreprise A vers l'entreprise B, le coût diminue de $C_{mA}(q_A)$ et augmente de $C_{mB}(q_B)$. Il diminue donc au total, tout en maintenant la même quantité totale produite.
Autrement dit, tant que $C_{mA}(q_A) \neq C_{mB}(q_B)$, il est possible de diminuer le coût total de production d'une quantité donnée en répartissant celle-ci différemment entre les entreprises.

4.3.4 Optimalité pour une entreprise

Question : Prenons l'entreprise A, a-t-elle intérêt à rester dans le cartel (et à respecter la répartition donnée par celui-ci) ?

Le profit de l'entreprise A s'écrit :

$$\pi_A = q_A P(q) - C_A(q_A) = q_A P(q_A + q_B) - C_A(q_A)$$

La dérivée du profit s'écrit donc :

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A) = P(q_A + q_B) + q_A \frac{\partial P}{\partial q}(q_A) - C_{mA}(q_A)$$

La condition d'optimalité du cartel suivant q_A donne :

$$\begin{array}{rrcl} & P(q_A^* + q_B^*) + (q_A^* + q_B^*)\frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) - \frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & P(q_A^* + q_B^*) + q_A^* \frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) - \frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & -q_B^* \frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) \\ \Leftrightarrow & \frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & -q_B^* \frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) \end{array}$$

Or on sait que la fonction de demande inverse $P(q)$ est décroissante avec les quantités produites, ou que la fonction de demande est décroissante avec le prix, ce qui revient au même. Donc $\frac{\partial P}{\partial q}(q_A) < 0$. On en déduit donc que $\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A^*) > 0$: l'entreprise A a intérêt à augmenter sa production si elle pense que l'entreprise B va respecter l'accord du cartel (et réciproquement).

En conclusion, les accords de cartel ne sont pas “naturellement” stable, ils ont besoin d'un mécanisme qui maintient l'accord, par exemple en punissant une entreprise déviant de l'accord.