



نظریه زبان‌ها و اتوماتا

مهلت اصلی: ۱۵ دی

## تمرین سری ۴

مدرّس: دکتر شهرام خزائی

مهلت نهایی: ۲۹ دی

- پاسخ‌های خود را در قالب StudentNumber.pdf روی سامانه‌ی درس افزار آپلود کنید.
- تنها فرمت PDF قابل قبول است. از ارسال فایل‌های تصویری و فشرده شده جدا خودداری کنید.
- تمرین‌های مشابه نمره‌دهی نخواهند شد.
- ارسال پاسخ‌ها از طریق ایمیل قابل قبول نیست.
- حداکثر حجم فایل پاسخ‌ها یک مگابایت است. بنابراین توصیه می‌شود پاسخ‌هایتان را تایپ کنید.
- مهلت تحویل پاسخ‌ها همواره تا ساعت ۲۳:۵۵ تاریخ ذکر شده در صورت تمرین‌هاست و تمدید نخواهد شد.
- سوالات خود پیرامون این تمرین‌ها را با mr75zare@gmail.com مطرح نمایید.
- از مجموع ۱۵۰ نمره سوالات زیر کافی است به ۱۰۰ نمره پاسخ دهید.
- با نوشتن تمرینات به کمک نرم افزار  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  می‌توانید تا ۱۰ نمره‌ی بیشتر دریافت کنید.

## سوال اول (هر قسمت ۱۰ نمره)

ماشین تورینگ طراحی کنید که:

**الف**

الفبای ورودی آن  $\{0, 1, +\}$  است و اگر روی نوار آن عبارت  $a + b$  باشد که  $a$  و  $b$  هرکدام یک عدد دودویی هستند. آنگاه ماشین در انتها تنها جمع این دو عدد را بر روی نوار نوشته باشد و به حالت نهایی برود.

**ب**

الفبای ورودی آن  $\{0, 1, >\}$  است و اگر روی نوار آن عبارت  $a > b$  باشد و عدد  $a$  از عدد  $b$  بزرگتر باشد در نهایت مقدار ۱ روی نوار و در غیر این صورت مقدار ۰ نوشته شود.

**پ**

زبانی که می‌پذیرد  $L$  باشد:

$$L = \{0^n 1^m \mid 0 \leq n < m\}$$

**ت**

الفبای ورودی آن  $\{a, b\}$  است و بررسی می‌کند که رشته‌ای که در ورودی روی آن نوشته شده است پالیندروم است یا نه. (رشته‌ای پالیندروم است که با برعکس خودش برابر باشد. مثلاً رشته‌های  $abba$  و  $aabaa$  پالیندروم هستند.)

**ث**

الفبای ورودی آن  $\{a, b, c\}$  است و در انتهای اجرا تنها برعکس رشته ورودی روی نوار نوشته شده است.

## سوال دو (۲۰ نمره)

کدامیک از مسائل زیر بازگشتی و کدامیک بازگشتی برشمردنی هستند. توضیح دهید.

**الف**

بدست آوردن تمام اعداد اول حداکثر ۱۰۰ رقمی و نوشتن آن‌ها روی نوار.

**ب**

ماشین تورینگ که تمام اعداد دوقلو را پیدا می‌کند.

پ

ماشین تورینگ که بررسی می‌کند رشته‌ای که روی نوار آن است اول است یا نه.

ت

زبان  $L_1 \cup L_2$  که  $L_1$  بازگشتی و  $L_2$  بازگشتی برشمردنی (و غیر بازگشتی) است.

### سوال سوم (۱۰ نمره)

ماشین تورینگ بنویسید که در انتهای اجرای خود تمام رمان‌های بشریت تا ابتدای سال ۲۰۱۸ را زمانی بر روی نوار خود نوشته باشد. (فرض کنید کاراکترهای هر رمان را به صورت کد آن‌ها در مبنای دو نوشتیم).

### سوال چهارم (۱۵ نمره)

فرض کنید می‌دانیم نمی‌توان ماشین تورینگ ساخت که با گرفتن کد یک ماشین تورینگ مثل  $T$  و ورودی  $w$  مشخص کند که اگر ورودی  $w$  را به ماشین تورینگ  $T$  بدهیم ماشین تورینگ  $T$  به حالت نهایی می‌رسد یا تا ابد در حال اجرا می‌ماند. با استفاده از تکنیک کاهش ثابت کنید ماشین تورینگ زیر بازگشتی نیست.

ماشین تورینگ که در ورودی یک ماشین تورینگ  $M$  و یک رشته  $y$  می‌گیرد و بررسی می‌کند اگر به  $M$  ورودی  $y$  را بدهیم آیا زمانی  $M$  روی نوارش کاراکتر  $\#$  را می‌نویسد یا خیر.

### سوال پنجم (۱۵ نمره)

درستی و نادرستی هرکدام از عبارات را تحلیل کنید

- ماشین تورینگ جهانی نمی‌تواند خودش را اجرا کند.
- تعداد ماشین تورینگ‌ها از تعداد DFA ها بیشتر است.
- اگر زبان  $L$  بازگشتی نباشد اما بازگشتی برشمردنی باشد آنگاه  $\bar{L}$  نیز حتماً بازگشتی برشمردنی است.

### سوال ششم (۱۰ نمره)

ثابت کنید برای هر ماشین تورینگ غیرقطعی  $M_N$  یک ماشین تورینگ قطعی  $M_D$  وجود دارد که:  $L(M_N) = L(M_D)$ .

### سوال هفتم (۱۵ نمره)

ثابت کنید ماشین تورینگ که نوار آن از یک طرف محدود شود و با اعداد طبیعی شماره‌دهی شود و ورودی به طول  $n$  در خانه‌های ۱ تا  $n$  قرار بگیرد با یک ماشین تورینگ معمولی هم‌قدرت است.

### سوال هشتم (۱۵ نمره)

ثابت کنید یک اتوماتای پشته‌ای با دو پشته، هم‌قدرت با یک ماشین تورینگ است.