



دانشکده‌ی علوم ریاضی

نظریه زبان‌ها و اتوماتا

مهلت اصلی: ۴ آبان ۱۳۹۷

تمرین سری ۱

مدیر: دکتر شهرام خزائی

مهلت نهایی: ۱۸ آبان ۱۳۹۷

- پاسخ‌های خود را در قالب StudentNumber.pdf روی سامانه‌ی درس افزار آپلود کنید.
- تنها فرمت PDF قابل قبول است. از ارسال فایل‌های تصویری و فشرده شده جدا خودداری کنید.
- تمرین‌های مشابه نمره‌دهی نخواهند شد.
- ارسال پاسخ‌ها از طریق ایمیل قابل قبول نیست.
- مهلت تحویل پاسخ‌ها همواره تا ساعت ۲۳:۵۵ تاریخ ذکر شده در صورت تمرین‌هاست و تمدید نخواهد شد.
- سوالات خود پیرامون این تمرین‌ها را با fatemeh.ghasemi1911@gmail.com مطرح نمایید.
- از مجموع ۱۶۰ نمره سوالات زیر کافی است به ۱۰۰ نمره پاسخ دهید.
- با نوشتن تمرینات به کمک نرم افزار \LaTeX می‌توانید تا ۱۰ نمره‌ی بیشتر دریافت کنید.

پرسش ۱ (۱۵ نمره)

برای هر قسمت زیر، یک DFA بکشید که زبان ذکر شده روی الفبای $\{a, b\}$ را بپذیرد.

الف (۵ نمره)

زبان همه‌ی رشته‌هایی که رشته aa بیشتر از دو بار در آن‌ها رخ نداده باشد. (برای مثال رشته aaa دارای دو رخداد aa است.)

ب (۵ نمره)

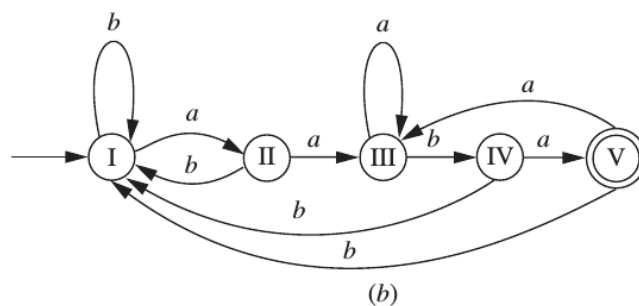
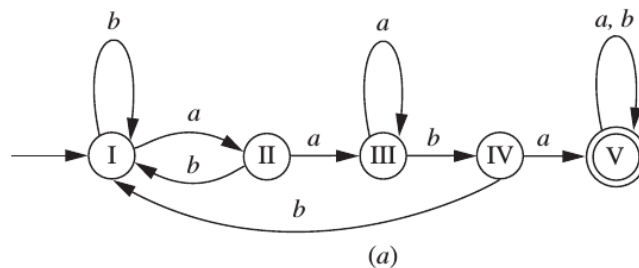
زبان همه‌ی رشته‌هایی که هر دو رشته‌ی aba و bab را به عنوان زیررشته خود دارا هستند.

ج (۵ نمره)

زبان همه رشته‌هایی که با ab تمام نمی‌شوند.

پرسش ۲ (۱۰ نمره)

برای هر DFA زیر زبانی که می‌پذیرد را بیابید.



پرسش ۳ (۲۰ نمره)

مجموعه S از اعداد صحیح نامنفی یک تصاعد حسابی است اگر برای دو عدد صحیح p و n ،

$$S = \{n + ip \mid i \geq 0\}$$

فرض کنید A زیرمجموعه‌ای از $\{a\}^*$ و $S = \{|x| \mid x \in A\}$ باشد.

الف (۱۰ نمره)

نشان دهید اگر S تصاعد حسابی باشد، آنگاه یک DFA وجود دارد که A را بپذیرد.

ب (۱۰ نمره)

نشان دهید اگر A بتواند با یک DFA پذیرفته شود، آنگاه S اجتماعی از متناهی تا دنباله حسابی است.

پرسش ۴ (۱۵ نمره)

برای دو زبان L_1 و L_2 روی الفبای Σ ، زبان L_1/L_2 رشته‌های x هستند که برای آن‌ها y وجود داشته باشد که $xy \in L_1$ و $y \in L_2$. نشان دهید اگر یک DFA وجود داشته باشد که L_1 را بپذیرد و L_2 زبانی دلخواه باشد، آنگاه یک DFA وجود خواهد داشت که L_1/L_2 را بپذیرد.

پرسش ۵ (۲۰ نمره)

زبان L روی الفبای $\{a, b\}$ را رشته‌هایی در نظر بگیرید که هم تعداد a و هم تعداد b در آن‌ها فرد باشد. ابتدا عبارت منظم برای این زبان را بیابید، سپس از روی آن ϵ -NFA بسازید، سپس ϵ -NFA ساخته شده را به DFA تبدیل کنید. (در هر مرحله روش ساخت خود را توضیح دهید.)

پرسش ۶ (۱۰ نمره)

برای هر عبارت منظم زیر یک NFA که آن را می‌پذیرد را بکشید.

الف (۵ نمره)

$$(b + bba)^*a$$

ب (۵ نمره)

$$(a + b)^*(abb + ababa)(a + b)^*$$

پرسش ۷ (۱۵ نمره)

اگر L زبان متناسب با عبارت منظم

$$(aab + bbaba) * baba$$

باشد، عبارت منظم مربوط به زبان

$$L^r = \{x^r \mid x \in L\}$$

که در آن r یک عدد صحیح نامنفی است را به دست آورید.

پرسش ۸ (۲۰ نمره)

فرض کنید Σ_1 و Σ_2 الفبا باشند و تابع

$$f : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$$

ویژگی زیر را برای هر $x, y \in \Sigma_1^*$ داشته باشد:

$$f(xy) = f(x)f(y)$$

الف (۵ نمره)

نشان دهید:

$$f(\lambda) = \lambda$$

ب (۱۵ نمره)

نشان دهید اگر $L \subseteq \Sigma_1^*$ منظم باشد، آنگاه $F(L)$ نیز منظم است.

پرسش ۹ (۱۵ نمره)

رتبه یک زبان منظم کوچک‌ترین عدد صحیح است که برای آن داریم:

$$L^k = L^{k+1}$$

اگر چنین عدد صحیحی وجود نداشته باشد رتبه را ∞ در نظر می‌گیریم.

الف (۵ نمره)

نشان دهید رتبه L متناهی است اگر و تنها اگر عدد صحیحی وجود داشته باشد به طوری که $L^k = L^*$ و در این حالت رتبه L کوچک‌ترین k است به‌طوری‌که $L^k = L^*$.

ب (۱۰ نمره)

رتبه $\{ \lambda \} \cup \{ aa \}^* \{ aaa \}^*$ که λ همان رشته‌ی تهی می‌باشد را محاسبه کنید.

پرسش ۱۰ (۲۰ نمره)

عبارت منظم متناسب با هر DFA زیر را پیدا کنید.

