



مهلت اصلی: ۲۵ آبان ۱۳۹۷

نظریه‌ی زبان‌ها و اتوماتا

تمرین سری ۲

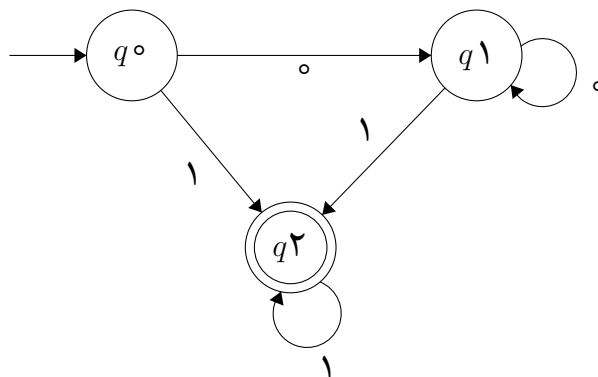
مهلت نهایی: ۹ آذر ۱۳۹۷

مدرس: دکتر شهرام خزائی

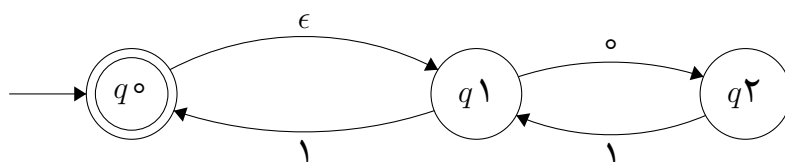
- پاسخ‌های خود را در قالب StudentNumber.pdf روی سامانه‌ی درس افزار آپلود کنید.
- تنها فرمت PDF قابل قبول است. از ارسال فایل‌های تصویری و فشرده شده جدا خودداری کنید.
- تمرین‌های مشابه نمره‌دهی نخواهند شد.
- ارسال پاسخ‌ها از طریق ایمیل قابل قبول نیست.
- حداکثر حجم فایل پاسخ‌ها یک مگابایت است. بنابراین توصیه می‌شود پاسخ‌هایتان را تایپ کنید.
- مهلت تحویل پاسخ‌ها همواره تا ساعت ۲۳:۵۵ تاریخ ذکر شده در صورت تمرین‌هاست و تمدید نخواهد شد.
- سوالات خود پیرامون این تمرین‌ها را با ایمیل arianari97@gmail.com مطرح نمایید.
- از مجموع ۲۵۰ نمره سوالات زیر کافی است به ۱۰۰ نمره پاسخ دهید.
- استفاده از \LaTeX برای پاسخ به سوالات ۱۰٪ نمره‌ی اضافه دارد.

مسأله‌ی ۱ (۳۰ نمره)

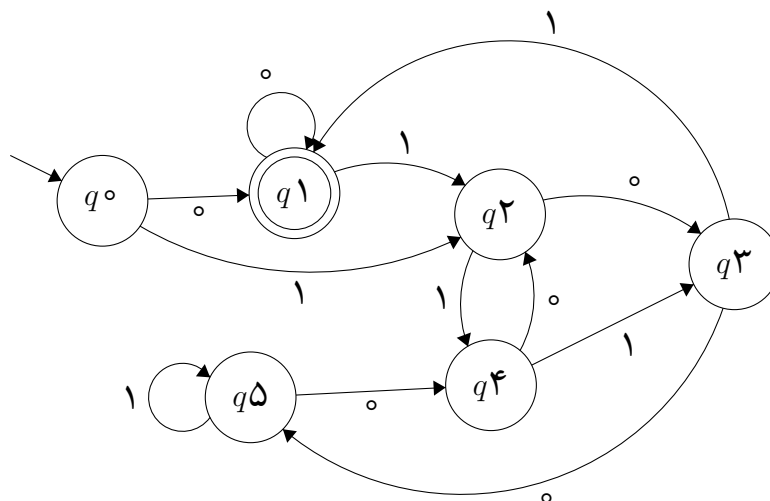
برای هریک از اتوماتاهای زیر یک زبان منظم روی الفبای $\{0, 1\}$ با استفاده از روش گفته شده به دست آورید.
(آ) (۵ نمره)



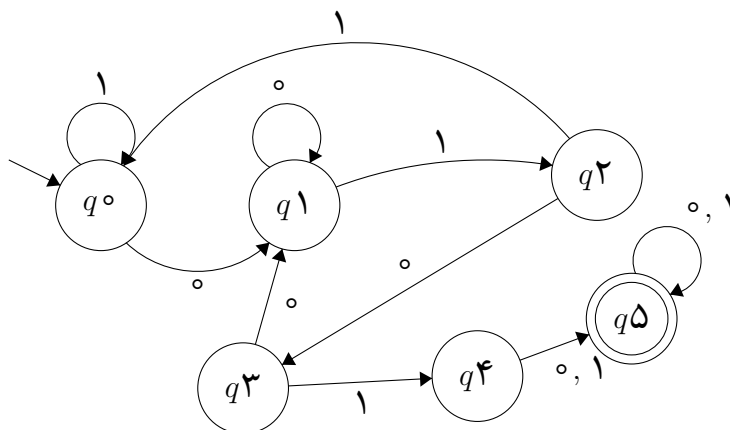
(ب) (۵ نمره)



برای دو قسمت بعدی مجازید از هر روش دلخواه عبارت منظم خواسته شده را به دست آورید.
(پ) (۱۰ نمره)



ت) (۱۰ نمره)



مسئله ۲ (۶۰ نمره)

برای هر یک از زبان‌های زیر اگر منظم است برای آن یک اتوماتای متناهی (قطعی یا غیرقطعی) ارائه دهید و در غیر این صورت با استفاده از لم تزریق اثبات کنید که منظم نیست.

آ) $\Sigma = \{0, 1, 2\}, L_1 = \{0^n 1^n 2^n | n \geq 0\}$

ب) $\Sigma = \{0, 1, 2\}, L_2 = \{0^i 1^{i+j} 2^j | i, j \geq 0\}$

پ) $\Sigma = \{0, 1\}, L = \{\omega | n_0(\omega) < 2n_1(\omega)\}$

ت) $\Sigma = \{0, 1\}, L_4 = \{\omega \omega^R | \omega \in \Sigma^*\}$

ث) $\Sigma = \{0, 1\}, L_5 = \{\omega \in \Sigma^* | \text{difference of 0's and 1's in no prefix of } \omega \text{ is greater than } 3\}$

ج) $\Sigma = \{0, 1\}, L_6 = \{0^i 1^j 0^k | i, j \geq 0, k = ij\}$

مسئله ۳ (۲۰ نمره)

در هر مورد اثبات یا رد کنید. در همه‌ی موارد الفبا $\{0, 1\}$ است.

آ) $(0 + 01)^* = 00^*1^*$

ب) $(0 + 1)^*(11 + 0 + \epsilon)^* = (0 + 1)^*11(0 + 1)^*$

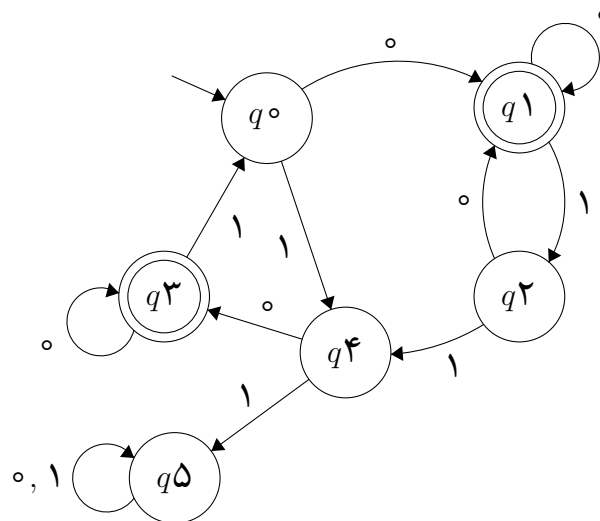
پ) $(0 + 11 + 10 + 1)^* = (111 + 110 + 101 + 011 + 010 + 0)^*$

ت) $(01 + 10 + 00 + 11)^* = ((00)^* + (01)^* + (10)^* + (11)^*)^*$

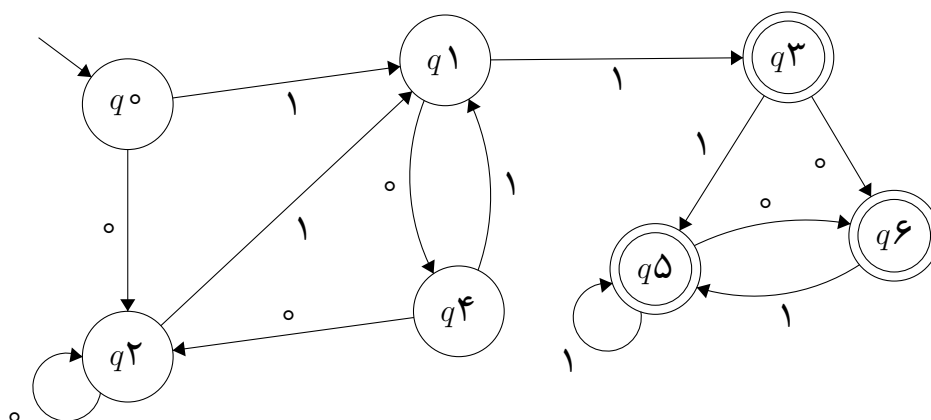
مسئله ۴ (۲۰ نمره)

برای هر یک از اتوماتاهای زیر با استفاده از روش پر کردن جدول یک اتوماتای کمینه ارائه دهید.

آ)



(ب)



مسأله ۵ (۳۰ نمره)

برای زبان L روی الفبای Σ دو رشته‌ی $x, y \in \Sigma^*$ را نسبت به L "تمایزپذیر" گوئیم، هرگاه رشته‌ای مثل $w \in \Sigma^*$ موجود باشد به طوری که دقیقاً یکی از رشته‌های xw, yw در L باشند. به بیان دیگر یا $xw \in L, yw \notin L$ یا $xw \notin L, yw \in L$. حال برای زبان L روی الفبای Σ مجموعه‌ی تمایزگر (می‌تواند نامتناهی باشد) F برای L مجموعه‌ای است که اگر هر دو رشته‌ی غیر یکسان $x, y \in F$ را در نظر بگیرید آن‌گاه x, y "تمایزپذیر" باشند.

(آ) برای زبان $L = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$ مجموعه‌ی تمایزگر را بیابید. (۱۰ نمره)

(ب) فرض کنید F یک مجموعه‌ی تمایزگر برای L باشد. اثبات کنید اگر F متناهی باشد آن‌گاه هیچ DFA مثل M وجود ندارد که L را بپذیرد و تعداد حالت‌ها کمتر از $|F|$ باشد. (۲۰ نمره)

مسأله‌ی ۶ (۲۰ نمره)

یک الگوریتم با زمان اجرای مربعی برای الگوریتم پر کردن جدول ارائه دهید.

مسأله‌ی ۷ (۳۰ نمره)

فرض کنید L یک زبان منظم باشد.

- (آ) نشان دهید یک $\epsilon - NFA$ با فقط یک حالت نهایی وجود دارد که L را می‌پذیرد. (۵ نمره)
- (ب) با فرض این که L زبانی است که شامل رشته‌ی خالی نیست و همچنین تحت الحاق بسته‌است، نشان دهید یک NFA با فقط یک حالت نهایی وجود دارد که L را می‌پذیرد. (۱۰ نمره)
- (پ) نشان دهید اگر L شامل رشته‌ی خالی باشد یا تحت الحاق بسته نباشد آن‌گاه هیچ NFA با فقط یک حالت نهایی وجود ندارد که L را بپذیرد. (۱۵ نمره)

مسأله‌ی ۸ (۲۰ نمره)

ثابت یا رد کنید: برای هر عدد طبیعی k زبان منظمی وجود دارد که هیچ DFA با کمتر از k حالت نهایی نمی‌تواند آن را بپذیرد.

مسأله‌ی ۹ (۲۰ نمره)

- زبان‌های قسمت‌های الف و ب سوال ۱ را در نظر بگیرید و آن‌ها را به ترتیب L و M بنامید. با استفاده از ایده‌ی اتوماتای حاصل ضرب،
- (آ) ماشین‌هایی برای پذیرش زبان‌های $M \setminus L$ و $L \cup M^c$ طراحی کنید. (۱۰ نمره)
- (ب) ماشینی برای تعیین برابری زبان‌های L و M به شیوه‌ای که در کلاس مطرح شد، طراحی کنید. (۱۰ نمره)