



H.F.R.I.
Hellenic Foundation for
Research & Innovation

HELLENIC REPUBLIC
MINISTRY OF DEVELOPMENT
GENERAL SECRETARIAT FOR RESEARCH AND
INNOVATION
**HELLENIC FOUNDATION FOR RESEARCH AND
INNOVATION**

Greece 2.0 NATIONAL RECOVERY AND RESILIENCE PLAN
“BASIC RESEARCH FINANCING” (Horizontal support for all Sciences)
ID 16618 – Subproject 1 (MIS: 5163923)

Extended Summary

**Algorithmic Learning Theory and Incentives: Synergies in Optimization and
Mechanism Design**

Project Acronym: ALGOLINC

Project ID: 15877

Greece 2.0
NATIONAL RECOVERY AND RESILIENCE PLAN



Funded by the
European Union
NextGenerationEU

Extended Summary

1. Description of the project

The main high level goal of the ALGOLINC project was to contribute to the ongoing interplay between machine learning, optimization and algorithmic game theory.

1.1 Objectives

Our project focused on two broad and to some extent complementary research areas. The first one concerns the interaction between learning, optimization, and equilibrium computation in games and is centered on optimization problems that form the backbone of building efficient learning (training) algorithms. The second one moves towards recent paradigms on learning-oriented approaches in the design of algorithms for resource allocation or related game-theoretic problems.

Optimization and learning in games

Over the years, there have been several fruitful connections between optimization questions in multi-agent learning and game-theoretic solution concepts. A representative example is the fundamental class of zero-sum games. Zero-sum games have played a central role in both game theory and in optimization, as it is easily seen that their Nash equilibrium solutions correspond to a min-max optimization problem. Despite the fact however that a single linear program suffices to find an equilibrium of the game, there has been a surge of interest for faster algorithms, motivated in part by applications in machine learning. One reason for this is that we may have very large games to solve, corresponding to LPs with thousands of variables and constraints. A second reason can be that e.g., in learning environments, the players may be using iterative algorithms that can only observe limited information.

The main goal of ALGOLINC within this component of the project therefore was to work on the theoretical foundations of these problems. Our focus was on the one hand to understand the power and the limitations of current techniques and on the other hand to develop and analyze new algorithms for solving zero-sum games. Although this is a basic research project and our main focus was on the mathematical analysis of algorithmic techniques, we were also interested in experimental comparisons and on the potential of actual future deployment.

Learning-oriented mechanism design

The second component of ALGOLINC involved mostly one of the main pillars of algorithmic game theory. Auction mechanisms and other resource allocation mechanisms constitute by far the

most common subject in mechanism design research and range from high-stake governmental license auctions to procurement auctions for hiring sub-contractors in online marketplaces. The main reason that learning-oriented approaches can naturally come into play is motivated by the availability of past data or statistics, which make it possible for the algorithm designer to have access to (possibly erroneous) predictions for various parameters of the problem. In auctions, the predictions could involve the preferences of the competing bidders. In other algorithmic problems where the input arrives in an online fashion, the prediction could involve parameters of the future input. Since the prediction may not always be correct, the goal would be to attain algorithms that have a good performance when the prediction is precise (known as *consistency*), but also achieve an approximately optimal worst-case guarantee when the prediction fails (known as *robustness*). During the last years, this is referred to as the “learning-augmented” paradigm and has attracted significant attention.

Designing learning-augmented mechanisms is still a rather young research direction. Especially in the context of strategic and/or fairness aspects, this has been a largely unexplored territory. Therefore, the main objective of ALGOLINC within this domain was to understand the potential of this paradigm towards obtaining improved guarantees. Our team was especially interested in designing algorithms for auctions and fair division problems, given our expertise.

1.2 Key Activities

Our project started by conducting first a literature review over the relevant methodologies. This was the main focus of WP3, which also identified the current research challenges and was completed by Month 5. Shortly before that, we also started the 2 main activities of the project, which are WP4 and WP5. In particular, our team split into two (overlapping) subteams and started working on the 2 main areas that we already identified in Section 1.1. The first subteam focused on WP4, which has to do with the design of algorithms for zero-sum games. This was an effort that led to the analysis of 2 main families of algorithms and was completed by Month 18. Almost in parallel to WP4, WP5 focused on the design of learning-augmented algorithms for problems related to procurement auctions, keyword auctions and fair division problems. Finally, the other main activity concerned the experimental evaluation of the algorithms we analyzed for zero-sum games. This was the focus of WP6 which was completed by the end of the project.

Throughout ALGOLINC, we also participated in dissemination activities and tried to foster international collaborations. Members of our team participated in well known international conferences (such as ICML 2025 and IJCAI 2025), where they had the opportunity to present our work to the broader research community. We also organized two workshops in the premises of AUEB, and attended other local workshops and events. Finally, our team collaborated with other experts in this field from abroad, including researchers from the University of Amsterdam and Sorbonne Université, which resulted in joint publications as listed in the next section.

1.3 Deliverables and Publications

The project had a total of 12 deliverables. Among these, we list below the ones we consider as the most important towards achieving the project's objectives.

- **D.3.1:** This was the survey that our team prepared with the goal that all members of the team become aware of current methodologies and research challenges.
- **D.4.1:** This was our initial deliverable for WP4, where the goal was to report on progress made until halfway of WP4, by Month 12.
- **D.4.3:** This is the main deliverable of WP4, finalized at its completion time. It contains a summary of our research activities for WP4, along with two papers from our team that were completed on these topics.
- **D.5.1:** Similarly to D.4.1, this deliverable contains our initial findings for WP5, written roughly in the middle of its time window.
- **D.5.2:** This is the main deliverable of WP5. It contains a summary of our research activities on learning-augmented algorithms, which is followed by three papers that we completed on these topics.
- **D.6.2:** This is among the last deliverables of the project. It contains information on our experimental setup and the comparisons we performed for our algorithms.

The research we conducted for WP4 and WP5 resulted in the following completed papers, some of which are already published in proceedings of international conferences, whereas the more recent ones are under submission.

Publications in peer-reviewed conference proceedings

- [C1] Michail Fasoulakis, Evangelos Markakis, Georgios Roussakis, Christodoulos Santorinaios. A Descent-based Method on the Duality Gap for Solving Zero-sum Games. In *Proceedings of the 34th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, IJCAI 2025, Montreal, Canada, August 16-22, pages 3839-3847, 2025.
- [C2] Evripidis Bampis, Bruno Escoffier, Dimitris Fotakis, Panagiotis Patsilinakos, Michalis Xefteris. Polynomial Time Learning Augmented Algorithms for NP-hard Permutation Problems. In *Proceedings of the 42nd International Conference on Machine Learning*, ICML 2025, Vancouver, BC, Canada, July 13-19, 2025.
- [C3] Georgios Amanatidis, Evangelos Markakis, Christodoulos Santorinaios, Guido Schaefer, Panagiotis Tsamopoulos, Artem Tsikiridis. Online Budget-Feasible Mechanism Design with Predictions. In *Proceedings of the 18th International Symposium on Algorithmic Game Theory*, SAGT 2025, pages 402-421, Bath, UK, September 2-5, 2025
- [C4] Alviona Mantso, Evangelos Markakis, Nikos Protopapas. Fairness Under Equal-Sized Bundles: Impossibility Results and Approximation Guarantees. In *Proceedings of the 18th International Symposium on Algorithmic Game Theory*, SAGT 2025, pages 191-208, Bath, UK, September 2-5, 2025.

Articles under submission

- [S1] Michail Fasoulakis, Evangelos Markakis, Georgios Roussakis, Christodoulos Santorinaios. Improved Last Iterate Convergence Properties for the FLBR Dynamics. Under submission (version available in Deliverable D.4.3), 2025.

-
- [S2] Georgios Amanatidis, Alexandros Lолос, Evangelos Markakis, Victor Turmel. Online Fair Division for Personalized 2-Value Instances. Submitted to the *Journal of Artificial Intelligence Research*, JAIR, 2025. Available at <https://arxiv.org/abs/2505.22174>

Finally, our project also has a website at the url: <https://auebtheorygroup.github.io/algolinc/>

2. Conclusions:

We comment below on the results of the project and on its actual and expected impact.

2.1. Results

Our results are grouped into the two main research areas described in Section 1. Concerning the first component of learning in games, we completed two papers, namely [C1] and [S1], from the list of papers in Section 1.3. These papers are in line with the objectives we had set out for this area, on the theoretical foundations and algorithms for zero-sum games, with the following outcomes.

- In [C1], we proposed and analyzed an optimization approach for finding approximate Nash equilibria in zero-sum games. Our algorithm is a descent-based method but what differs from other gradient descent approaches is that we apply descent steps directly to the duality gap function, inspired by its convexity properties. In particular, we move in each step towards the direction that minimizes the directional derivative of the duality gap. Our main result is that we have established mathematically that this method achieves a geometric rate of decrease on the duality gap and thus we converge quite fast to an approximate equilibrium. We exhibit that the method can also be further customized and explore several variants attaining even improved theoretical guarantees. At the same time, we have provided an experimental evaluation that verifies the fast convergence of our algorithm and its competitive performance against state of the art methods, such as Optimistic Gradient Descent-Ascent (OGDA).
- In [S1], we analyzed a very different method, which is a learning algorithm with gradient feedback, referred to as FLBR dynamics, inspired by the classic extra gradient method. The convergence properties of FLBR so far were poorly understood, without any explicit rate. Our work answered an open question from the literature and established concrete rates of convergence. Namely, we showed a geometric rate of convergence for the duality gap. Furthermore, our proof highlights connections to a neighboring field, as it utilizes ideas from the analysis of the Arimoto-Blahut algorithm (for computing the Shannon's capacity of a discrete memoryless channel). We also performed an experimental comparison against OGDA and other known methods, revealing that FLBR is generally competitive against OGDA, and with improved performance in more structured games.

Moving on, we discuss below the papers we completed on the second research area of the project.

- In [C3], we focused on the class of procurement auctions, where the goal is to hire a set of agents so as to maximize the valuation function of the auctioneer. We considered the online version of the problem where the agents (i.e., bidders) arrive in a uniformly random order. Further, the input of our mechanisms is augmented by a prediction for the value of the optimal solution to the offline problem. Under the common assumption of a submodular valuation function for the auctioneer, our main results concern the design and the analysis of a family of truthful, budget-feasible mechanisms, with provable approximation guarantees on their consistency and robustness. These results form a significant improvement against the best known approximation algorithms for these NP-hard problems. We also obtain analogous results for non-monotone submodular objectives.
- In [C2] we considered the design of learning-augmented algorithms for a class of so-called permutation problems. These are problems where the feasible solutions correspond to permutations of the input. I.e., if the input consists of n objects (like the cities in a TSP instance), the set of feasible solutions correspond to all the permutations of these objects (e.g., the possible tours in a TSP instance). In our work, we introduced a novel learning-augmented framework designed to solve NP-hard permutation problems by leveraging noisy, pairwise predictions about the optimal ordering of elements. One prominent application is again related to auctions, and in particular sponsored search auctions with the goal of maximizing the generated social welfare.
- In [S2], we considered predictions in the context of fair allocation problems. We studied an online setting, where the goods arrive one at a time; once a good arrives, its value for each agent is revealed and the algorithm has to allocate it to one of the agents irrevocably. This is motivated by various scenarios, among others, in job scheduling problems and food donation programs. The main outcome of our work is that it provided an exploration of the type of fairness guarantees that are possible for online fair division, when look-ahead predictions are possible on the future input.

2.2. Impacts and added value.

We discuss first the scientific impact of ALGOLINC. In the first component of our project, our results apply to a fundamental class of optimization problems that arise in solving zero-sum games. The two methods that we analyzed in our papers [C1] and [S1] already exhibit promising outcomes. Both of them have running times comparable to state of the art methodologies even with thousands of strategies per player. In fact our experimental comparisons revealed classes of games, where our algorithms perform better than current algorithms. We therefore conclude that these approaches deserve further exploration, as there are also potential ways of accelerating the running times. Furthermore, we expect that some ideas from the development of our methods can be

useful for other classes of games, indicatively, convex-concave games or even more general classes. Apart from the interest in learning applications, we also expect our scientific outcome to contribute more generally to the toolkit of optimization theory, given the fundamental nature of min-max optimization problems.

Coming to the second component of our project, our results covered a wide spectrum of algorithmic and game-theoretic problems, including procurement auctions, job scheduling, permutation problems and fair division, for which no such results were known before. For most of these problems, the past literature had focused on more classic approaches, without taking into account learning-related aspects. We therefore view our results as a scientific advancement, that can contribute both to mechanism design itself and to the theory of algorithms. Given also that the notion of learning-augmented mechanisms is a relatively new paradigm (especially for auctions, where our results for procurement auctions are the first of this type), we anticipate that our algorithms could have wider applicability to other problems as well.

Regarding the societal or economic impact, we think that a longer period of time is needed to be able to evaluate this type of impact, but we are confident that this can be realized in the long run. Firstly, we expect that some ideas from our research in our first component could have impact on the training of deep learning models (as some of these models correspond to zero-sum games). Such a scenario would be bound to generate improved quality for applications that rely on machine learning and consequently to improved services towards their users. Secondly, regarding our research on learning-augmented mechanisms, our results had a heavy focus on auctions. Auction mechanisms are being run nowadays on a regular basis by both governmental and private organizations. They form a particularly popular tool for outsourcing services to sub-contractors (ranging from large scale projects to simple tasks). Hence, it becomes apparent that designing mechanisms with good performance guarantees can lead to a better utilization of resources, in more cost-effective ways, and with positive economic consequences.

Εκτεταμένη Σύνοψη

1. Περιγραφή του έργου

Η γενική επιδίωξη του έργου ALGOLINC ήταν να συμβάλει στη συνεχιζόμενη ερευνητική αλληλεπίδραση μεταξύ της μηχανικής μάθησης, της βελτιστοποίησης και της αλγορίθμικής θεωρίας παιγνίων.

1.1 Κύριοι Στόχοι

Το έργο μας επικεντρώθηκε σε δύο ευρείς και, σε κάποιο βαθμό, συμπληρωματικούς τομείς έρευνας. Ο πρώτος αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ μάθησης, βελτιστοποίησης και υπολογισμού ισορροπιών σε παιγνία και επικεντρώνεται σε προβλήματα βελτιστοποίησης που αποτελούν τη βάση για την ανάπτυξη αποτελεσματικών αλγορίθμων μάθησης (εκπαίδευσης). Ο δεύτερος κινείται προς πρόσφατα υποδείγματα αλγορίθμικών τεχνικών (όπως το υπόδειγμα των learning-augmented αλγορίθμων) με έμφαση στο σχεδιασμό αλγορίθμων για την κατανομή πόρων ή συναφή προβλήματα θεωρίας παιγνίων.

Βελτιστοποίηση και μάθηση σε παιγνία

Με την πάροδο των ετών, έχουν προκύψει αρκετές γόνιμες συνδέσεις μεταξύ προβλημάτων βελτιστοποίησης στη μηχανική μάθηση με πολλαπλούς πράκτορες και των προτεινόμενων λύσεων της θεωρίας παιγνίων. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η θεμελιώδης οικογένεια των παιγνίων μηδενικού αθροίσματος. Τα παιγνία μηδενικού αθροίσματος έχουν διαδραματίσει κεντρικό ρόλο τόσο στη θεωρία παιγνίων όσο και στη βελτιστοποίηση, καθώς είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι οι λύσεις ισορροπίας Nash αντιστοιχούν σε ένα min-max πρόβλημα βελτιστοποίησης. Παρά το γεγονός ότι ένα μόνο γραμμικό πρόγραμμα αρκεί για να βρεθεί η ισορροπία του παιχνιδιού, τα τελευταία χρόνια έχει αυξηθεί το ενδιαφέρον για ταχύτερους αλγόριθμους, εν μέρει εξαιτίας των εφαρμογών τους στη μηχανική μάθηση. Ένας λόγος για αυτό είναι ότι μπορεί να έχουμε πολύ μεγάλα παιγνία προς επίλυση, που αντιστοιχούν σε γραμμικά προγράμματα με χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμούς. Ένας δεύτερος λόγος είναι ότι σε περιβάλλοντα μάθησης, οι παίκτες μπορεί να χρησιμοποιούν επαναληπτικούς αλγόριθμους που ενδεχομένως έχουν πρόσβαση μόνο σε περιορισμένο εύρος πληροφοριών για το παιγνίο.

Ο κύριος στόχος του ALGOLINC σε αυτή τη συνιστώσα του έργου ήταν να εργαστούμε πάνω στην θεωρητική θεμελίωση αυτών των προβλημάτων. Εστιάσαμε, αφενός, στην περαιτέρω κατανόηση της ισχύος και των περιορισμών των τρεχουσών τεχνικών και, αφετέρου, στην ανάπτυξη και ανάλυση νέων αλγορίθμων για την επίλυση παιγνίων μηδενικού αθροίσματος. Αν και πρόκειται για ένα έργο βασικής έρευνας και το κύριο ενδιαφέρον μας ήταν η μαθηματική

ανάλυση των αλγορίθμικών τεχνικών, μας ενδιέφεραν επίσης οι πειραματικές συγκρίσεις και οι δυνατότητες για μελλοντικές εφαρμογές.

Σχεδίαση μηχανισμών υποβοηθούμενη από προβλέψεις

Η δεύτερη συνιστώσα του ALGOLINC αφορούσε κυρίως έναν από τους βασικούς πυλώνες της αλγορίθμικής θεωρίας παιγνίων. Οι μηχανισμοί δημοπρασιών και άλλοι μηχανισμοί κατανομής πόρων αποτελούν μακράν το πιο κοινό θέμα στην έρευνα σχεδιασμού μηχανισμών και κυμαίνονται από δημοπρασίες κυβερνητικών αδειών έως δημοπρασίες προμηθειών για την πρόσληψη υπεργολάβων σε διαδικτυακές αγορές. Ο κύριος λόγος για τον οποίο η μάθηση μπορεί να αποβεί χρήσιμη είναι η διαθεσιμότητα δεδομένων ή στατιστικών στοιχείων από το παρελθόν, τα οποία επιτρέπουν στον σχεδιαστή αλγορίθμων να έχει πρόσβαση σε (ενδεχομένως εσφαλμένες) προβλέψεις για διάφορες παραμέτρους των προβλημάτων. Στις δημοπρασίες, οι προβλέψεις μπορεί να αφορούν τις προτιμήσεις των ανταγωνιζόμενων πλειοδοτών ή το κόστος μιας βέλτιστης λύσης. Σε άλλα αλγορίθμικά προβλήματα όπου η είσοδος έρχεται σταδιακά σε βήματα, η πρόβλεψη μπορεί να αφορά παραμέτρους της μελλοντικής εισόδου. Δεδομένου ότι η πρόβλεψη μπορεί να μην είναι πάντα σωστή, ο στόχος θα ήταν να επιτευχθούν αλγόριθμοι που έχουν καλή απόδοση όταν η πρόβλεψη είναι ακριβής, γνωστή ως συνέπεια (consistency), αλλά και να επιτευχθεί μια προσεγγιστικά βέλτιστη εγγύηση για τη χειρότερη περίπτωση όταν η πρόβλεψη αποτυγχάνει, γνωστή ως ανθεκτικότητα (robustness). Τα τελευταία χρόνια, αυτό αναφέρεται ως το υπόδειγμα αλγορίθμων ενισχυμένων από μάθηση ή από προβλέψεις (learning-augmented algorithms) και έχει προσελκύσει την προσοχή της ερευνητικής κοινότητας.

Ο σχεδιασμός μηχανισμών ενισχυμένων από μάθηση είναι ως τώρα ένας σχετικά νέος ερευνητικός τομέας. Ιδιαίτερα σε σχέση με ζητήματα στρατηγικής συμπεριφοράς των παικτών και/ή ζητήματα δικαιοσύνης, πρόκειται για ένα πεδίο που δεν έχει ακόμη διερευνηθεί σε μεγάλο βαθμό. Ως εκ τούτου, ο κύριος στόχος του ALGOLINC σε αυτόν τον τομέα ήταν να κατανοήσουμε τις δυνατότητες αυτού του υποδείγματος. Η ομάδα μας ενδιαφέρθηκε ιδιαίτερα για τον σχεδιασμό αλγορίθμων για δημοπρασίες και προβλήματα δίκαιης κατανομής αγαθών, δεδομένης και της πρότερης εμπειρίας μας.

1.2 Βασικές δραστηριότητες

Το έργο μας ξεκίνησε με την προετοιμασία μιας βιβλιογραφικής ανασκόπησης των σχετικών μεθοδολογιών. Αυτό ήταν το κύριο αντικείμενο του WP3, το οποίο επίσης προσδιόρισε τις τρέχουσες ερευνητικές προκλήσεις και ολοκληρώθηκε τον 5ο μήνα. Λίγο πριν από αυτό, ξεκινήσαμε επίσης τις 2 κύριες δραστηριότητες του έργου, που είναι το WP4 και το WP5. Συγκεκριμένα, η ομάδα μας χωρίστηκε σε 2 (επικαλυπτόμενες) υποομάδες και άρχισε να εργάζεται στους 2 κύριους τομείς που έχουμε ήδη προσδιορίσει στην ενότητα 1.1. Η πρώτη υποομάδα επικεντρώθηκε στο WP4, το οποίο αφορά τον σχεδιασμό αλγορίθμων για παίγνια μηδενικού αθροίσματος. Αυτή η προσπάθεια οδήγησε στην ανάλυση 2 κύριων οικογενειών αλγορίθμων και ολοκληρώθηκε τον 18ο μήνα. Σχεδόν παράλληλα με το WP4, το WP5

επικεντρώθηκε στον σχεδιασμό αλγορίθμων ενισχυμένων από μάθηση για προβλήματα που σχετίζονται με δημοπρασίες προμηθειών, δημοπρασίες επιδοτούμενης αναζήτησης και προβλήματα δίκαιης κατανομής πόρων. Τέλος, η άλλη κύρια δραστηριότητα αφορούσε την πειραματική αξιολόγηση των αλγορίθμων που αναλύσαμε για παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος. Αυτό ήταν το επίκεντρο του WP6, το οποίο ολοκληρώθηκε μέχρι το τέλος του έργου.

Κατά τη διάρκεια του ALGOLINC, συμμετείχαμε επίσης σε δραστηριότητες διάχυσης και προσπαθήσαμε να προωθήσουμε διεθνείς συνεργασίες. Μέλη της ομάδας μας συμμετείχαν σε γνωστά διεθνή συνέδρια (όπως το ICML 2025 και το IJCAI 2025), όπου είχαν την ευκαιρία να παρουσιάσουν το έργο μας στην ευρύτερη ερευνητική κοινότητα. Διοργανώσαμε επίσης δύο workshops στις εγκαταστάσεις του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών και συμμετείχαμε σε άλλα τοπικά workshops στην Αθήνα. Τέλος, η ομάδα μας συνεργάστηκε με άλλους ειδικούς στον τομέα αυτό από το εξωτερικό, συμπεριλαμβανομένων ερευνητών από το Πανεπιστήμιο του Άμστερνταμ και το Πανεπιστήμιο της Σορβόνης, με αποτέλεσμα την συγγραφή κοινών δημοσιεύσεων, όπως αναφέρονται στην επόμενη ενότητα.

1.3 Παραδοτέα και δημοσιεύσεις

Το έργο είχε συνολικά 12 παραδοτέα. Παρακάτω αναφέρουμε αυτά που θεωρούμε ως τα πιο σημαντικά για την επίτευξη των στόχων του έργου.

- **D.3.1:** Αυτή ήταν η επισκόπηση της βιβλιογραφίας που προετοίμασε η ομάδα μας με στόχο να ενημερωθούν όλα τα μέλη της ομάδας σχετικά με τις πιο σύγχρονες μεθοδολογίες και τις τρέχουσες ερευνητικές προκλήσεις στα θέματα που μας ενδιαφέρουν.
- **D.4.1:** Αυτό ήταν το αρχικό παραδοτέο για το WP4, όπου ο στόχος ήταν να αναφέρουμε την πρόσδοτο έως εκείνο το σημείο για τους στόχους του WP4, συγκεκριμένα έως το Μήνα 12.
- **D.4.3:** Αυτό είναι το κύριο παραδοτέο του WP4, το οποίο ολοκληρώθηκε κατά τη λήξη του. Περιέχει μια σύντομη περίληψη των ερευνητικών μας δραστηριοτήτων και περιέχει επίσης δύο εργασίες της ομάδας μας που ολοκληρώθηκαν κατά τη διάρκεια του έργου.
- **D.5.1:** Ομοίως με το D.4.1, αυτό το παραδοτέο περιγράφει την αρχική πρόσδοτο μας για το WP5, ως τη μέση της συνολικής διάρκειας του WP5.
- **D.5.2:** Αυτό είναι το κύριο παραδοτέο του WP5, το οποίο ολοκληρώθηκε κατά τη λήξη του. Περιέχει μια σύνοψη των ερευνητικών μας δραστηριοτήτων σχετικά με τους αλγόριθμους υποβοηθούμενους από μάθηση, μαζί με τρία άρθρα που ολοκληρώσαμε σχετικά με αυτά τα θέματα.
- **D.6.2:** Αυτό είναι ένα από τα τελευταία παραδοτέα του έργου. Περιέχει πληροφορίες σχετικά με την πειραματική μας αξιολόγηση και τις συγκρίσεις που πραγματοποιήσαμε για τους αλγόριθμους μας.

Η έρευνα που διεξήγαμε για τα WP4 και WP5 οδήγησε στην ολοκλήρωση των ακόλουθων εργασιών, ορισμένες από τις οποίες έχουν ήδη δημοσιευτεί σε πρακτικά διεθνών συνεδρίων, ενώ οι πιο πρόσφατες βρίσκονται σε διαδικασία υποβολής.

Αρθρα σε πρακτικά συνεδρίων με διαδικασία κρίσης (peer-reviewed)

- [C1] Michail Fasoulakis, Evangelos Markakis, Georgios Roussakis, Christodoulos Santorinaios. A Descent-based Method on the Duality Gap for Solving Zero-sum Games. In *Proceedings of the 34th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, IJCAI 2025, Montreal, Canada, August 16-22, pages 3839-3847, 2025.
- [C2] Evripidis Bampis, Bruno Escoffier, Dimitris Fotakis, Panagiotis Patsilinakos, Michalis Xefteris. Polynomial Time Learning Augmented Algorithms for NP-hard Permutation Problems. In *Proceedings of the 42nd International Conference on Machine Learning*, ICML 2025, Vancouver, BC, Canada, July 13-19, 2025.
- [C3] Georgios Amanatidis, Evangelos Markakis, Christodoulos Santorinaios, Guido Schaefer, Panagiotis Tsamopoulos, Artem Tsikiridis. Online Budget-Feasible Mechanism Design with Predictions. In *Proceedings of the 18th International Symposium on Algorithmic Game Theory*, SAGT 2025, pages 402-421, Bath, UK, September 2-5, 2025
- [C4] Alviona Mantso, Evangelos Markakis, Nikos Protopapas. Fairness Under Equal-Sized Bundles: Impossibility Results and Approximation Guarantees. In *Proceedings of the 18th International Symposium on Algorithmic Game Theory*, SAGT 2025, pages 191-208, Bath, UK, September 2-5, 2025.

Αρθρα σε υποβολή

- [S1] Michail Fasoulakis, Evangelos Markakis, Georgios Roussakis, Christodoulos Santorinaios. Improved Last Iterate Convergence Properties for the FLBR Dynamics. Under submission (version available in Deliverable D.4.3), 2025.
- [S2] Georgios Amanatidis, Alexandros Lolos, Evangelos Markakis, Victor Turmel. Online Fair Division for Personalized 2-Value Instances. Submitted to the *Journal of Artificial Intelligence Research*, JAIR, 2025. Available at <https://arxiv.org/abs/2505.22174>

Τέλος, το έργο μας έχει επίσης και μια ιστοσελίδα στον σύνδεσμο:

<https://auebtheorygroup.github.io/algolinc/>

2. Συμπεράσματα

Παρακάτω σχολιάζουμε τα αποτελέσματα του έργου και τον πραγματικό και αναμενόμενο αντίκτυπό του.

2.1. Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματά μας ομαδοποιούνται με βάση τις δύο συνιστώσες έρευνας που περιγράφονται στην Ενότητα 1. Όσον αφορά την πρώτη συνιστώσα της μάθησης στα παίγνια, ολοκληρώσαμε δύο εργασίες, συγκεκριμένα τις [C1] και [S1], από τον κατάλογο εργασιών της Ενότητας 1.3. Οι εργασίες αυτές είναι σύμφωνες με τους στόχους που είχαμε θέσει για αυτόν τον τομέα, σχετικά με τα θεωρητικά θεμέλια και τους αλγόριθμους για τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος, με τα ακόλουθα αποτελέσματα.

- Στην [C1], προτείναμε και αναλύσαμε μια μέθοδο βελτιστοποίησης για την εύρεση προσεγγιστικών σημείων ισορροπίας Nash σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος. Ο αλγόριθμός μας είναι μια μέθοδος βασισμένη στην κατάβαση, αλλά αυτό που τον διαφοροποιεί από άλλες προσεγγίσεις κατάβασης κλίσης είναι ότι εφαρμόζουμε βήματα κατάβασης απευθείας στη συνάρτηση χάσματος (duality gap), εμπνευσμένοι από τις ιδιότητες κυρτότητάς της. Το κύριο αποτέλεσμα μας είναι ότι έχουμε αποδείξει μαθηματικά ότι αυτή η μέθοδος επιτυγχάνει γεωμετρικό ρυθμό μείωσης του χάσματος δυικότητας και έτσι συγκλίνουμε αρκετά γρήγορα σε μια προσεγγιστική ισορροπία. Δείχνουμε ότι η μέθοδος μπορεί επίσης να προσαρμοστεί περαιτέρω και διερευνούμε διάφορες παραλλαγές που επιτυγχάνουν ακόμη καλύτερες θεωρητικές εγγυήσεις. Ταυτόχρονα, έχουμε παράσχει μια πειραματική αξιολόγηση που επαληθεύει τη γρήγορη σύγκλιση του αλγορίθμου μας και την ανταγωνιστική του απόδοση σε σχέση με σύγχρονες μεθόδους, όπως η Optimistic Gradient Descent-Ascent (OGDA).
- Στην [S1], αναλύσαμε μια πολύ διαφορετική μέθοδο, που είναι ένας αλγόριθμος μάθησης με ανατροφοδότηση κλίσης, γνωστός ως δυναμική FLBR. Οι ιδιότητες σύγκλισης του FLBR μέχρι τώρα ήταν ελάχιστα κατανοητές, χωρίς κανένα σαφή ρυθμό. Η εργασία μας απάντησε σε ένα ανοιχτό ερώτημα από τη βιβλιογραφία και πιο συγκεκριμένα, δείξαμε ότι η FLBR είναι γεωμετρικό ρυθμό σύγκλισης σε προσεγγιστικά σημεία ισορροπίας. Επιπλέον, η απόδειξή μας υπογραμμίζει τις συνδέσεις με ένα γειτονικό πεδίο, καθώς χρησιμοποιεί ιδέες από την ανάλυση του αλγορίθμου Arimoto-Blahut (για τον υπολογισμό της χωρητικότητας Shannon ενός διακριτού καναλιού χωρίς μνήμη). Πραγματοποιήσαμε επίσης μια πειραματική σύγκριση με την μέθοδο OGDA και άλλες γνωστές μεθόδους, αποκαλύπτοντας ότι η FLBR είναι γενικά ανταγωνιστική όταν της OGDA και με βελτιωμένη απόδοση σε πιο δομημένα παιχνίδια.

Παρακάτω συζητάμε τις εργασίες που προέκυψαν από την δεύτερη συνιστώσα του έργου.

- Στην [C3], εστιάσαμε στην κατηγορία των δημοπρασιών προμήθειας, όπου ο στόχος είναι η πρόσληψη ενός συνόλου παικτών, ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνάρτηση αποτίμησης του δημοπράτη. Εξετάσαμε την εκδοχή του προβλήματος, όπου οι παίκτες (δηλαδή οι πλειοδότες) φτάνουν με ομοιόμορφη τυχαία σειρά. Επιπλέον, η είσοδος των αλγορίθμων μας συμπληρώνεται από μια πρόβλεψη για την αξία της βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα. Υπό την κοινή υπόθεση μιας υποτροπικής (submodular) συνάρτησης αποτίμησης για τον δημοπράτη, τα κύρια αποτελέσματά μας αφορούν τον σχεδιασμό και την ανάλυση μιας οικογένειας φιλαληθών μηχανισμών, με αποδεδειγμένες εγγυήσεις προσέγγισης ως προς τη συνέπεια και την ανθεκτικότητά τους. Αυτά τα αποτελέσματα αποτελούν σημαντική βελτίωση σε σχέση με τους καλύτερους γνωστούς αλγόριθμους προσέγγισης για τέτοια NP-πλήρη προβλήματα. Επιπλέον, καταφέραμα να δείξουμε ανάλογα αποτελέσματα ακόμα και για μη μονοτονες υποτροπικές συναρτήσεις αποτίμησης.

- Στην [C2], εξετάσαμε το σχεδιασμό αλγορίθμων ενισχυμένων με προβλέψεις, για μια κατηγορία προβλημάτων που ονομάζονται προβλήματα αντιμετάθεσης. Πρόκειται για προβλήματα όπου οι εφικτές λύσεις αντιστοιχούν σε αντιμεταθέσεις της εισόδου. Δηλαδή, εάν η είσοδος αποτελείται από η αντικείμενα (όπως οι πόλεις σε ένα πρόβλημα TSP), το σύνολο των εφικτών λύσεων αντιστοιχεί σε όλες τις αντιμεταθέσεις αυτών των αντικειμένων (π.χ. οι πιθανές κυκλικές διαδρομές στο TSP). Στη δουλειά μας, εισηγάγαμε ένα καινοτόμο αλγορίθμικό πλαίσιο, σχεδιασμένο για την επίλυση προβλημάτων αντιμετάθεσης, αξιοποιώντας θορυβώδεις, προβλέψεις σχετικά με τη βέλτιστη σειρά των στοιχείων. Μια σημαντική εφαρμογή σχετίζεται και πάλι με τις δημοπρασίες, και συγκεκριμένα με τις δημοπρασίες επιδοτούμενης αναζήτησης με στόχο τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους.
- Στην [S2], εξετάσαμε την χρήση προβλέψεων στο πλαίσιο προβλημάτων δίκαιης κατανομής πόρων ή αγαθών. Μελετήσαμε ένα σενάριο όπου τα αγαθά φτάνουν σειριακά. Κατά την άφιξη ενός αγαθού, αποκαλύπτεται η αξία του για κάθε πράκτορα και ο αλγόριθμος πρέπει να το κατανείμει αμετάκλητα σε έναν από τους πράκτορες. Αυτή η μοντελοποίηση προκύπτει από εφαρμογές, μεταξύ άλλων, σε προβλήματα προγραμματισμού εργασιών και προγράμματα δωρεάς τροφίμων (food donation). Το κύριο αποτέλεσμα της εργασίας μας είναι ότι παρείχε μια διερεύνηση των εγγυήσεων για κριτήρια δικαιοσύνης που είναι εφικτά, όταν είναι δυνατές οι προβλέψεις για μέρος της μελλοντικής εισόδου του προβλήματος.

2.2. Αντίκτυπος και προστιθέμενη αξία

Αρχικά, συζητάμε τον επιστημονικό αντίκτυπο του ALGOLINC. Στο πρώτο μέρος του έργου μας, τα αποτελέσματα μας εφαρμόζονται σε μια θεμελιώδη κατηγορία προβλημάτων βελτιστοποίησης που προκύπτουν κατά την επίλυση παιγνίων μηδενικού αθροίσματος. Οι δύο μέθοδοι που αναλύσαμε στις εργασίες μας [C1] και [S1] παρουσιάζουν ήδη πολλά υποσχόμενα αποτελέσματα. Και οι δύο έχουν χρόνους εκτέλεσης συγκρίσιμους με τις σύγχρονες μεθοδολογίες, ακόμη και με χιλιάδες στρατηγικές ανά παίκτη. Επιπλέον, οι πειραματικές συγκρίσεις μας αποκάλυψαν κατηγορίες παιγνίων, στις οποίες οι αλγόριθμοί μας έχουν καλύτερη απόδοση από τους τρέχουσες μεθόδους. Συμπεραίνουμε επομένως, ότι οι αλγόριθμοι που αναλύσαμε αξίζουν και μελλοντική διερεύνηση, καθώς ενδέχεται να είναι εφικτή η περαιτέρω επιτάχυνση των χρόνων εκτέλεσης. Επιπλέον, αναμένουμε ότι ορισμένες ιδέες από την ανάπτυξη των μεθόδων μας μπορούν να είναι χρήσιμες για άλλες κατηγορίες παιγνίων, ενδεικτικά, παίγνια με κυρτή-κούλη συνάρτηση ωφέλειας ή ακόμη και πιο γενικές κατηγορίες. Εκτός από το ενδιαφέρον για τις εφαρμογές μάθησης, αναμένουμε επίσης ότι τα επιστημονικά μας αποτελέσματα θα συμβάλουν γενικότερα στην φαρέτρα της θεωρίας βελτιστοποίησης, δεδομένης της θεμελιώδους φύσης των min-max προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Όσον αφορά την δεύτερη συνιστώσα του έργου μας, τα αποτελέσματά μας κάλυψαν ένα ευρύ φάσμα αλγορίθμικών και παιγνιο-θεωρητικών προβλημάτων, όπως δημοπρασίες προμηθειών, χρονο-προγραμματισμό εργασιών, προβλήματα αντιμεταθέσεων και

προβλήματα δίκαιης κατανομής πόρων, για τα οποία δεν ήταν γνωστά παρόμοια αποτελέσματα στο παρελθόν. Για τα περισσότερα από αυτά τα προβλήματα, η προηγούμενη βιβλιογραφία είχε επικεντρωθεί σε πιο κλασικές προσεγγίσεις, χωρίς να λαμβάνει υπόψη πτυχές που σχετίζονται με προβλέψεις. Ως εκ τούτου, θεωρούμε τα αποτελέσματά μας ως επιστημονική πρόοδο, που μπορεί να συμβάλει τόσο στον ίδιο τον σχεδιασμό παιγνιοθεωρητικών μηχανισμών όσο και στη θεωρία των αλγορίθμων. Δεδομένου επίσης ότι η έννοια των μηχανισμών που ενισχύονται από προβλέψεις είναι ένα σχετικά νέο υπόδειγμα (ειδικά για τις δημοπρασίες, όπου τα αποτελέσματά μας για τις δημοπρασίες προμηθειών είναι τα πρώτα αυτού του είδους), προβλέπουμε ότι οι αλγορίθμικές ιδέες μας θα μπορούσαν να επεκταθούν και να έχουν ευρύτερη εφαρμογή και σε άλλα προβλήματα.

Όσον αφορά τον κοινωνικό ή οικονομικό αντίκτυπο, πιστεύουμε ότι απαιτείται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε αυτόν τον τύπο αντίκτυπου, αλλά είμαστε βέβαιοι ότι αυτό μπορεί να επιτευχθεί μακροπρόθεσμα. Πρώτον, αναμένουμε ότι ορισμένες ιδέες από την έρευνα μας στην πρώτη συνιστώσα του έργου θα μπορούσαν να έχουν αντίκτυπο στην εκπαίδευση μοντέλων βαθιάς μάθησης (καθώς ορισμένα από αυτά τα μοντέλα αντιστοιχούν σε παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος). Ένα τέτοιο σενάριο θα οδηγούσε αναπόφευκτα σε βελτίωση της ποιότητας των εφαρμογών που βασίζονται στη μηχανική μάθηση και, κατά συνέπεια, σε βελτίωση των υπηρεσιών προς τους χρήστες τους. Δεύτερον, όσον αφορά την έρευνά μας σχετικά με τους μηχανισμούς με ενίσχυση από προβλέψεις, τα αποτελέσματά μας εστίασαν σε μεγάλο βαθμό στις δημοπρασίες. Οι μηχανισμοί δημοπρασιών λειτουργούν σήμερα σε τακτική βάση τόσο από κυβερνητικούς όσο και από ιδιωτικούς φορείς. Αποτελούν ένα ιδιαίτερα δημοφιλές εργαλείο για την ανάθεση υπηρεσιών σε υπεργολάβους (από μεγάλα έργα έως απλές εργασίες). Ως εκ τούτου, γίνεται προφανές ότι ο σχεδιασμός μηχανισμών δημοπρασιών με καλές εγγυήσεις απόδοσης μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη αξιοποίηση των πόρων, με πιο οικονομικά αποδοτικούς τρόπους και με θετικές οικονομικές συνέπειες.