



ضرب کننده ها

طراحی واحد منطق و حساب
Arithmetic logic unit (ALU) design

© تمامی اطلاعات موجود در این سند متعلق به دانشگاه صنعتی امیرکبیر بوده و حقوق قانونی آن محفوظ است.



جهت اطلاع! فارسی را پاس بداریم

نتیجه	عدد دوم B	عدد اول A	
جمع sum	جمع وند، افزوده، مضاف addend	مضاف الیه augend	$A + B$
تفریق difference	مفروق، کاسته subtrahend	مفروق منه، کاهش یاب minuend	$A - B$
ضرب product	مضروب فیه، بس شمر multiplier	مضروب، بس شمرده multiplicand	$A * B$
خارج قسمت quotient	مقسوم علیه، بخش یاب divisor	مقسوم، بخشی dividend	A / B



عمل محاسباتی: ضرب

نوع نمایش: بی علامت

ضرب ۲ عدد n -بیتی،

- ضرب کننده شیف و جمع
- ضرب کننده جمع های متوالی
- ضرب کننده آرایه ای
- ضرب کننده بوث



نبود سرریز در محاسبات ضرب (?)

چنانچه دو عدد بی علامت در فضای n -بیتی باشند، محدوده آنها بصورت زیر است،

$$0 \leq A < 2^n$$

$$0 \leq B < 2^n$$

اگر طرفین نامساوی فوق را در هم ضرب کنیم، خواهیم داشت،

$$0 \leq A \times B < 2^{2n}$$

که بدین معنی است، نتیجه حاصلضرب در فضای $2n$ بیتی جای می گیرد و لذا در ظرف $2n$ -بیتی سرریز نخواهیم داشت.



ضرب کننده اعداد بی علامت



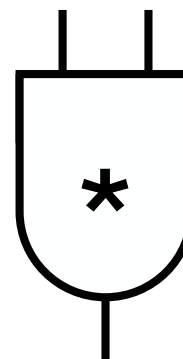
عمل محاسباتی: ضرب

نوع نمایش: بی علامت

◀ $n=1$ (ضرب دو عدد بی علامت تک بیتی)

○ جدول ضرب!

x	y	$p = x * y$ (ضرب ریاضی)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



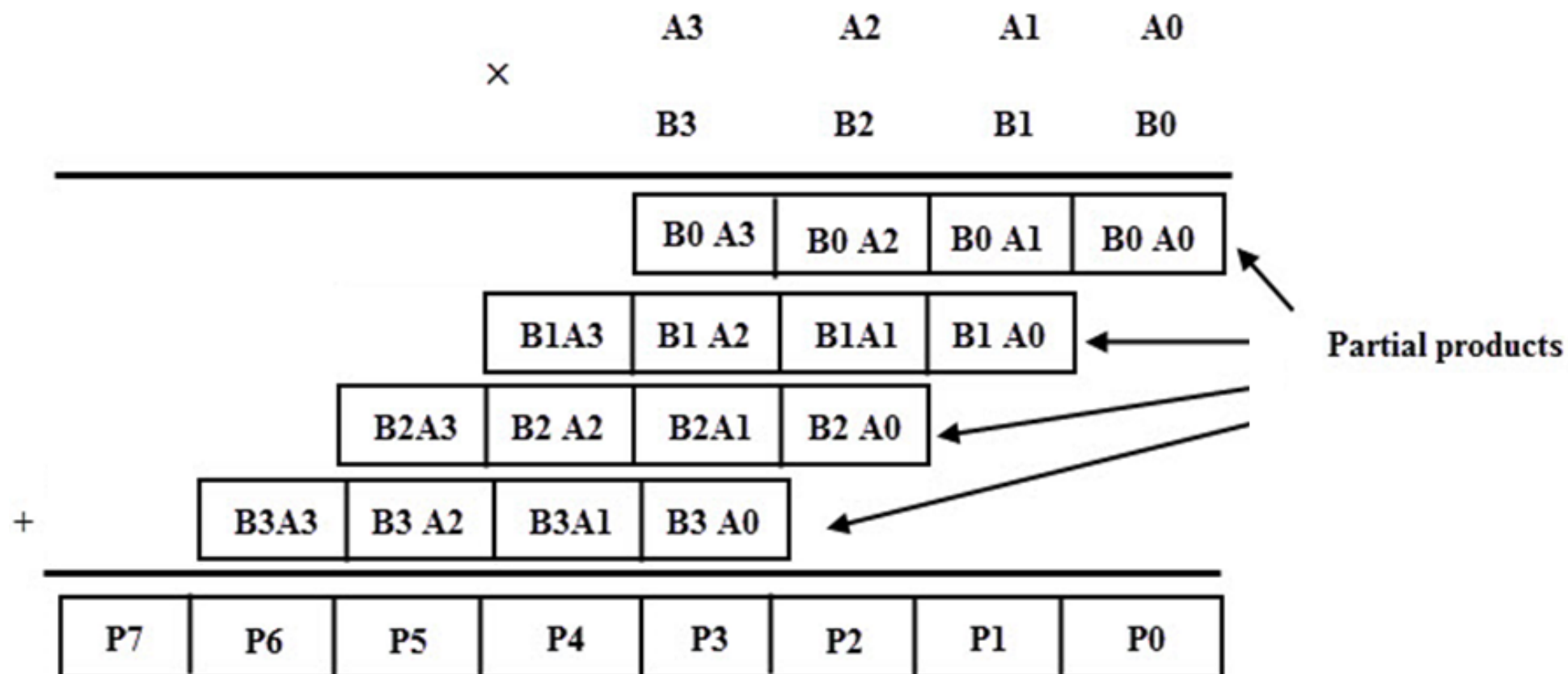
delay (product) = d
Cost = 1 g



ضرب کننده آرایه‌ای (Array multiplier)

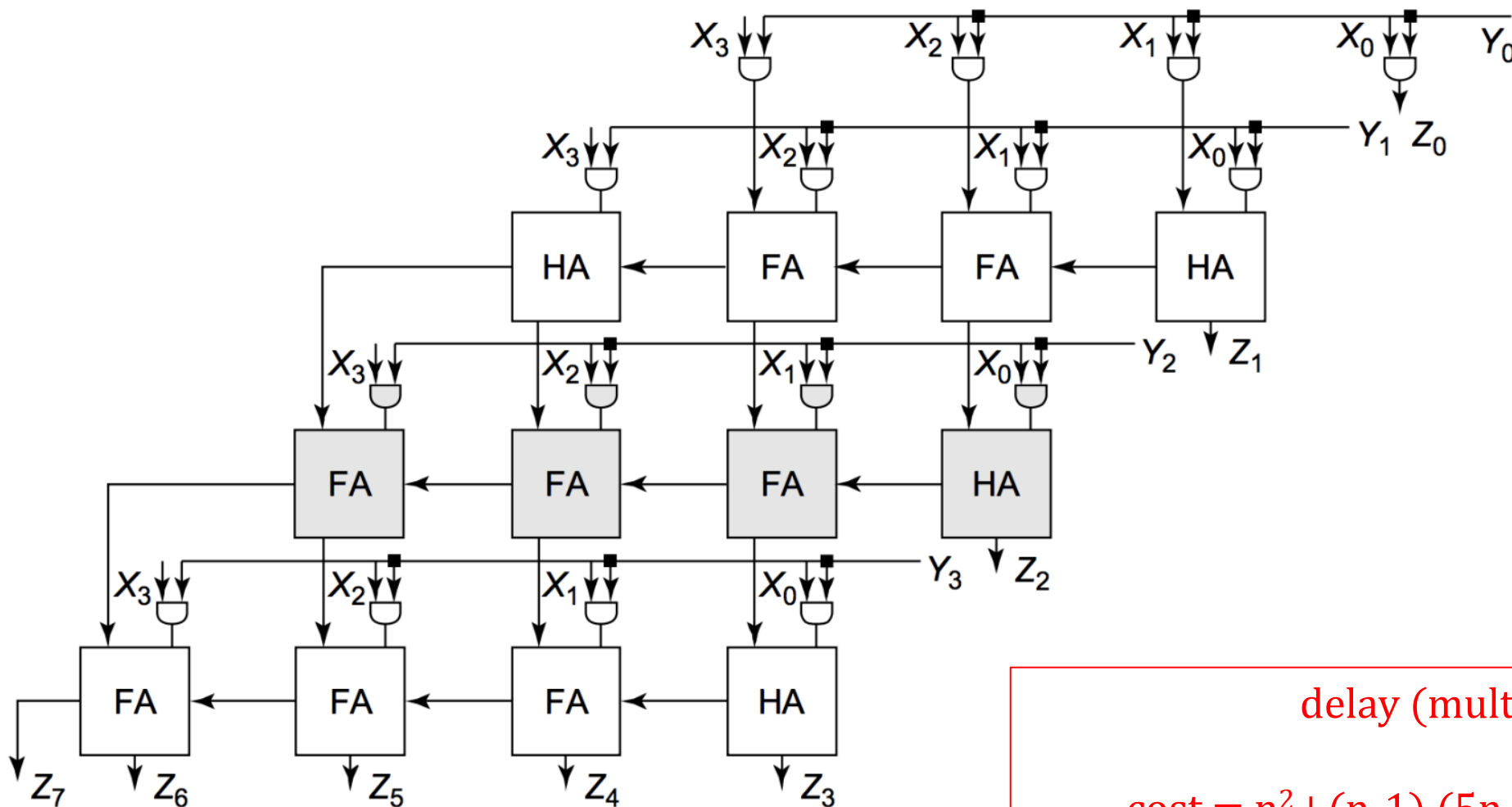


حاصل ضربهای میانی = Partial products





ضرب کننده آرایه‌ای (Array multiplier)



delay (multiplier) = ?

$$\text{cost} = n^2 + (n-1)(5n-3) - 3 = 6n^2 - 8n \quad \text{gate}$$



ضرب کننده شیفت و جمع (Shift-add multiplier)



ضرب کننده شیف و جمع

➤ در این روش، هنگام ضرب، به رقم B_i توجه میشود، دو حالت دارد:
○ اگر صفر باشد، حاصلضرب میانی، صفر است.
○ اگر یک باشد، حاصلضرب میانی، عدد A است.

الگوریتم،

➤ در هر مرحله، به رقم‌های B توجه می‌شود (به ترتیب از کم ارزش تا پر ارزش) و حاصلضرب میانی مربوطه بدست آمده، نتیجه نهایی (که مقدار اولیه صفر دارد) با این حاصلضرب میانی جمع میشود. نتیجه بدست آمده، یک رقم به سمت راست شیفت می‌یابد، تا حاصلضرب میانی بعدی در محلی مناسب با آن جمع شود.



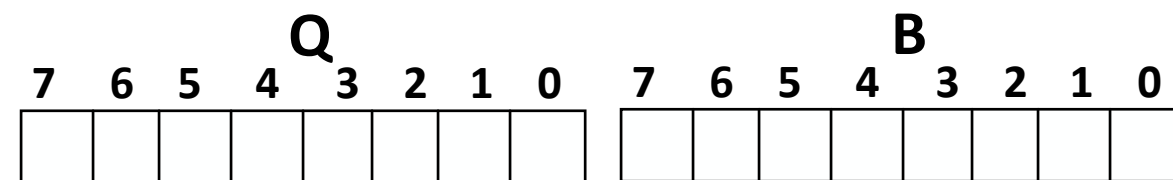
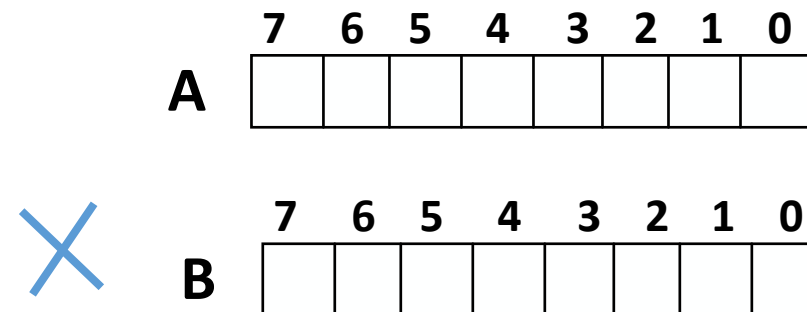
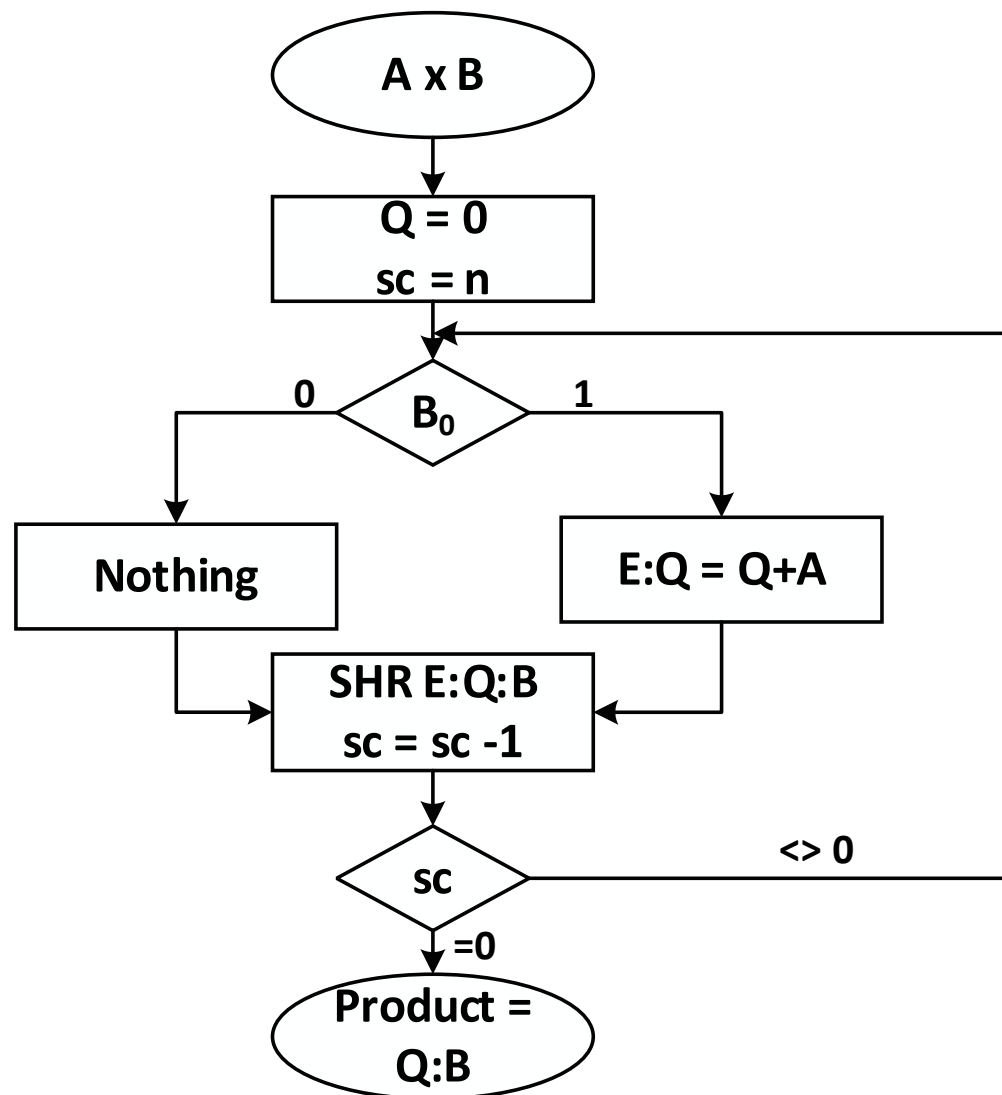
ضرب کننده شیف و جمع

➤ در فلوچارت نمایشی، پس از حاصلضرب، نتیجه نهایی در ثبات موجود **B** ذخیره می شود، به عبارتی نتیجه **B** پس از ضرب، بخش کم ارزش حاصل ضرب نهایی خواهد بود. لذا اگر نیاز به مقدار **B** است، یا مقدار آن را یک کپی بگیرید یا فلوچارت را بگونه ای تغییر دهید که تاثیری روی آن نداشته باشد.

➤ به جای آنکه حاصلضرب نهایی ثابت باشد و حاصلضرب میانی در هر مرحله به سمت چپ شیف پیدا کند، حاصلضرب میانی ثابت خواهد بود و حاصلضرب نهایی به سمت راست شیف پیدا میکند.



ضرب کننده شیفت و جمع (فلوچارت)



delay (product) = ?

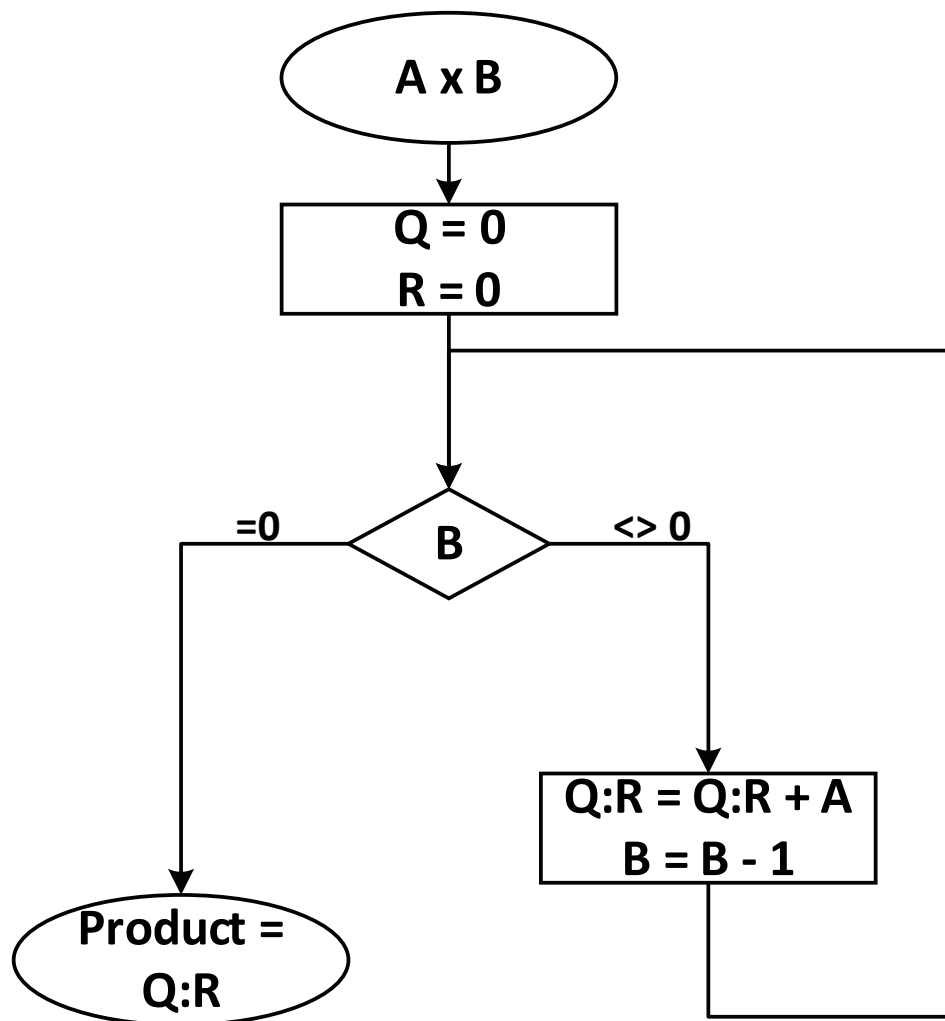
cost = ?



ضرب کننده جمع های متوالی (Serial-add multiplier)



ضرب کننده به روش جمع های متوالی (فلوچارت)



A

7	6	5	4	3	2	1	0

B

7	6	5	4	3	2	1	0

Q

7	6	5	4	3	2	1	0

R

7	6	5	4	3	2	1	0

delay (product) = ?

cost = ?



ضرب کننده بوث (Booth multiplier)

برای ضرب دو عدد علامت دار مکمل ۲



ضرب بوث

➤ هنگام ضرب:

○ اگر عدد دوم (**B**)، شامل رشته ای صفر باشد، عملاً نیاز به حاصلضرب میانی نیست تنها شیفست کافی است

○ اگر عدد دوم، شامل رشته ای یک باشد، فقط انتها و ابتدای رشته یک مهم است.

➤ نیاز است با نمایش بوث برای عدد دوم (**B**) آشنا شد،

○ اگر قطاری از یک‌های پشت سر هم از مرتبه 2^m تا 2^k باشد، می‌توان این عدد را بصورت $2^{k+1} - 2^m +$ نوشت.

○ به مثال زیر توجه کنید:

$$+14 = 00001110 = 2^4 - 2^1$$

$$-8 = 11111000 = 0 - 2^3$$

$$\begin{aligned} +119 &= 01110111 = (2^7 - 2^4) + (2^3 - 2^0) \\ &= (128 - 16) + (8 - 1) \\ &= +119 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -31 &= 11100001 = (0 - 2^5) + (2^1 - 2^0) \\ &= -32 + 1 \\ &= -31 \end{aligned}$$



◀ اعداد علامت دار زیر را بصورت بوث نمایش دهید و درستی آنها را بررسی کنید،

○ 11110000

○ 00001111

○ 00110011

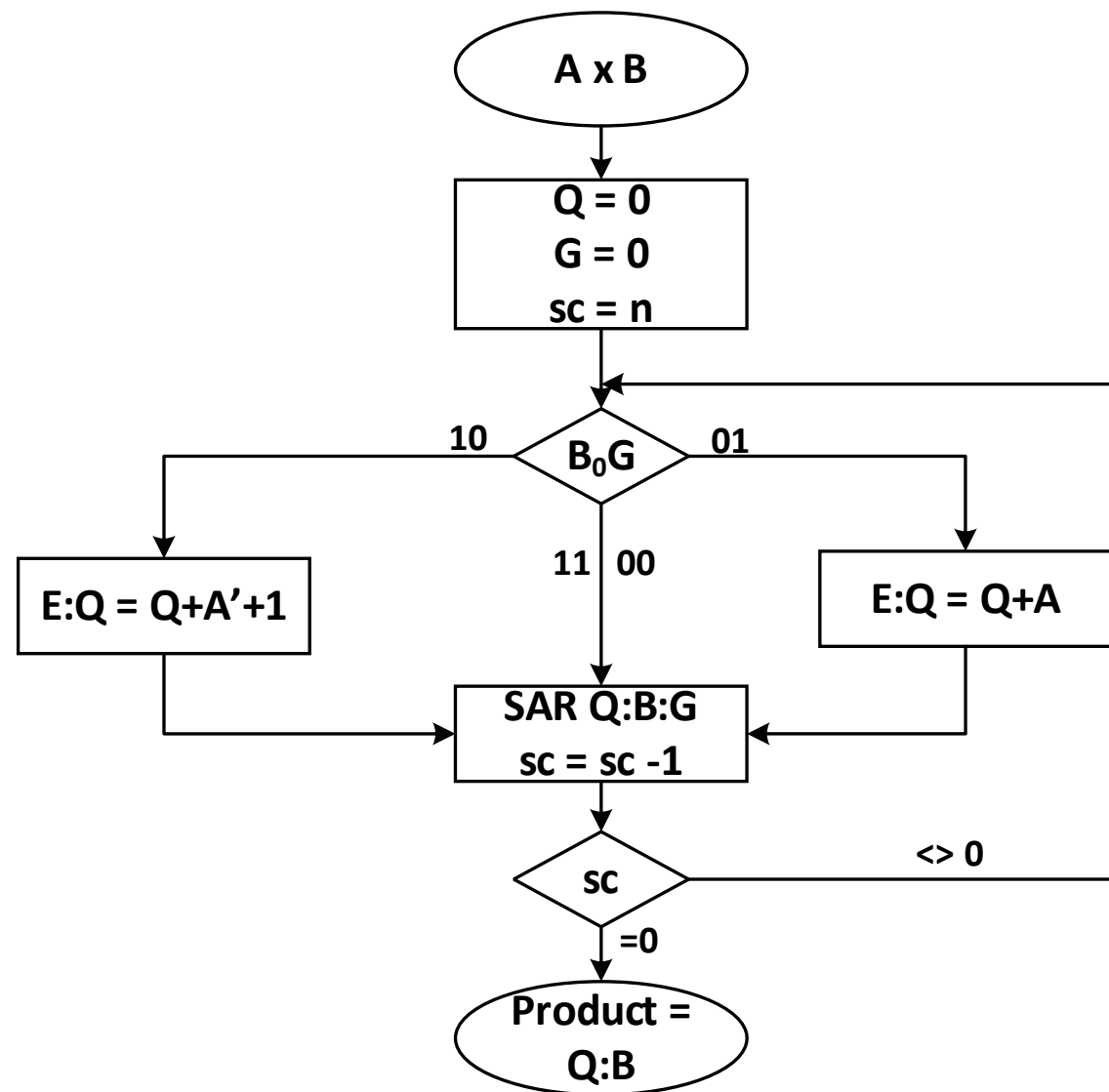
○ 11001100

○ 00111100

○ 11000011



ضرب کننده بوث (فلوچارت)





سرریز در ضرب؟

◀ جهت یادآوری:

○ در هنگام ضرب به هیچ وجه سرریز نخواهیم داشت، زیرا ظرف نتیجه از اندازه ۲ برابری ظرف ورودی تشکیل شده است.

○ یعنی ضرب دو عدد n بیتی، در ظرف $2n$ بیتی ذخیره می‌شود.



بررسی و کار در خانه

بررسی کنید: 

○ آیا ضرب کننده آرایه‌ای بی علامت برای اعداد با علامت مکمل ۲ کار می کند؟

■ اگر بله، اثبات کنید.

■ اگر خیر، یک مثال نقض بیاورید.

✓ در این حالت آیا امکان اصلاح مدار وجود دارد که به درستی برای مکمل ۲ کار کند؟

○ آیا ضرب کننده جمع‌های متوالی برای اعداد با علامت مکمل ۲ کار می کند؟

■ اگر بله، اثبات کنید.

■ اگر خیر، مثال نقض بیاورید.



سوال؟

