



جمع و تفریق اعداد مکمل ۲

طراحی واحد منطق و حساب

Arithmetic logic unit (ALU) design

© تمامی اطلاعات موجود در این سند متعلق به دانشگاه صنعتی امیرکبیر بوده و حقوق قانونی آن محفوظ است.



جمع و تفریق اعداد مکمل ۲



جمع و تفریق اعداد مکمل ۲

ثابت می شود که:

- همه جمع کننده های بی علامت، می توانند اعداد مکمل ۲ را نیز جمع بزنند. (اثبات کنید)
- شرط سرریز شدن فرق خواهد داشت.

- فقط تفریق کننده مکمل گیر بی علامت، می تواند اعداد مکمل ۲ را تفریق کنند. (اثبات کنید)
- شرط سرریز شدن فرق خواهد داشت.



شرایط سرریز شدن (پاسخ غلط) در محاسبات جمع دو عدد مکمل ۲

◀ هنگام جمع دو عدد مکمل ۲

$$A'_{n-1} \cdot B'_{n-1} \cdot S_{n-1} + A_{n-1} \cdot B_{n-1} \cdot S'_{n-1} = 1$$

○ (مثبت با مثبت بشود منفی) یا (منفی با منفی بشود مثبت)

○ (رقم نقلی به ستون آخر منتقل شود و مصرف شود) یا (رقم نقلی به ستون آخر منتقل نشود ولی تولید شود)

$$C_{n-1} \oplus C_{n-2} = 1$$

○ هر دو شرط بالا هم ارز هستند (قابل اثبات است)

◀ مثال: مشخص کنید در فضای ۴-بیتی، کدام سرریز می‌شود و کدام سرریز نمی‌شود؟

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 0011 \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1101 \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 0011 \\ \hline \end{array} +$$

$$\begin{array}{r} 1110 \\ 1101 \\ \hline \end{array} +$$



شرایط سرریز شدن (پاسخ غلط) در محاسبات **تفریق** دو عدد **مکمل ۲**

عمل تفریق با استفاده از جمع $A + B' + 1$ بدست می‌آید، لذا این محاسبات جمع نباید سرریز شود.

مثال: مشخص کنید در فضای ۴-بیتی، کدام سرریز می‌شود و کدام سرریز نمی‌شود؟

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 0011 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1101 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 0011 - \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1110 \\ 1101 - \\ \hline \end{array}$$



جمع بندی سرریز شدن جمع و تفریق در بی علامت و باعلامت

تفریق	جمع	سرریز شدن
Borrow = 1	Carry = 1	بی علامت
با تغییر کوچک شبه جمع	$C_{n-1} \otimes C_{n-2} = 1$ $\bar{A}_{n-1} \cdot \bar{B}_{n-1} \cdot F_{n-1} + A_{n-1} \cdot B_{n-1} \cdot \bar{F}_{n-1}$	باعلامت



نکته و سوال در پردازنده‌های امروزی x86

➤ در پردازنده‌های امروزی، به دلیل یکسان بودن سخت‌افزارهای جمع و تفریق، هر دو نوع بی‌علامت و مکمل ۲ پیاده‌سازی می‌شوند.

➤ با توجه به پرچم‌های **Z, S, P, O, C** در **ALU** به سوالات زیر پاسخ دهید:

(1) پرچم سرریز **O** بر اساس منطق بی‌علامت ساخته می‌شود یا باعلامت؟ چرا؟

(2) هر یک از پرچم‌ها چگونه ساخته می‌شود؟



چرا کاربران در زبان‌های برنامه‌نویسی به سرریز شدن توجه ندارند؟

```
int a, b, c;
...
main ()
{
    ...
    a = b + c;
    if (overflow) exit(0)
    ....
}
```

```
a DW ?
b DW ?
c DW ?

...
SEGMENT CODE ...
    ...
    ADD a, b, c ;a=b+c
    JO finish
    ....
finish:
END SEGMENT
```

```
uint a, b, c;
...
main ()
{
    ...
    a = b + c;
    if (overflow) exit(0)
    ....
}
```

```
a DW ?
b DW ?
c DW ?

...
SEGMENT CODE ...
    ...
    ADD a, b, c ;a=b+c
    JC finish
    ....
finish:
END SEGMENT
```




سوال؟

