

به نام ایزد منان

تمرین اول درس مبانی هوش محاسباتی، «مبانی الگوریتم‌های تکاملی»



استاد درس: دکتر عبادزاده



پاییز ۹۹ - دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

پاسخ سوالات تشریحی

۱ - تنوع و انتخاب طبیعی چه ارتباطی با یکدیگر دارند؟ آیا این تضاد فرآیند تکامل را تسهیل میکند یا آن را مشکل‌تر می‌کند؟ ارتباط آن‌ها با جستجوی‌های عمومی و محلی را توضیح دهید.

تنوع و انتخاب طبیعی با یکدیگر رابطه عکس دارند. بدین شکل که تنوع به این معنا است که موجودات با ویژگی‌های متفاوت و شایستگی‌های مختلف ایجاد شوند (که طیفی از موجودات قوی و ضعیف را در پی دارد) و از سوی دیگر، انتخاب طبیعی موجودات بهتر را انتخاب می‌کند و در نتیجه به مرور زمان تنها موجودات بهتر باقی می‌مانند و در نتیجه تنوع کاهش می‌یابد. وجود تنوع و انتخاب در کنار یکدیگر و تضاد بین آن‌ها، لازمه‌ی تکامل است؛ زیرا که تنوع به تنهایی باعث نمی‌شود که موجودات تکامل پیدا کنند و از طرف دیگر، انتخاب طبیعی به نوبه‌ی خود منجر به گیر کردن در مینیمم محلی می‌شود. تنوع در ارتباط با جستجوی عمومی، و انتخاب طبیعی متناسب با جستجوی محلی می‌باشد. بدین شکل که تنوع که معادل با Variation در موجودات است، باعث می‌شود که انتخاب از Range گسترده‌تری از موجودات صورت گیرد (جستجوی عمومی) اما انتخاب طبیعی در طول زمان منجر به گزینش موجودات شایسته‌تر و دادن شانس بقا به آن‌ها می‌شود (جستجوی محلی).

۲- مزایا و معایب دو روش $(\mu + \lambda)$ و (μ, λ) را نسبت به یکدیگر توضیح دهید.

روش: $(\mu + \lambda)$

خوبی این روش این است که حافظه‌دار می‌باشد، یعنی اگر موجودی در نسل اولیه، شایستگی خوبی داشته باشد، همچنان شانس انتخاب دارد.

عیب این روش این است که تنوع کاهش پیدا می‌کند و ممکن است منجر به این شود که در مینیمم محلی گیر کنیم. (زیرا اگر والدین شایستگی بالایی داشته باشند، دیگر فرصتی به فرزندان نمی‌دهند تا تنوعی به وجود بیاورند.)

روش: (μ, λ)

خوبی این روش این است که برعکس روش قبل، تنوع بالا در پی دارد که منجر به این می‌شود که جستجوی عمومی صورت گرفته و از مینیمم محلی فرار کنیم. (زیرا که تنها فرزندان هستند که شانس بقا دارد.)

عیب روش این است که فراموش کار می‌باشد، یعنی اگر در نسل اولیه موجودی خوبی هم وجود داشته باشد، محکوم به نابودی است!

۳- یک بازنمایی مناسب از مسئله چه ویژگی‌هایی باید داشته باشد؟ انواع روش‌های بازنمایی را نام ببرید.

یک بازنمایی مناسب باید تمام حالت‌های مختلف در فضای حالات که پتانسیل جواب بودن دارند را کد کند و همچنین، هر چه فضای جستجو کوچکتر باشد، بازنمایی بهتر است. بعلاوه، نحوه بازنمایی باید به گونه‌ای باشد که بازترکیبی و جهش را بتوان بهتر تعریف کرد و شایستگی ساده‌تر از روی آن محاسبه شود.

روش‌های بازنمایی مسئله:

- باینری
- گری کد
- اعداد صحیح یا حقیقی
- بازنمایی به صورت یک درخت
- بازنمایی به صورت یک گراف

۴- در مورد شروط خاتمه به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) در تعیین شرط خاتمه، شرط تعداد ارزیابی انجام شده چه مزیتی نسبت به شرط تعداد نسل دارد.

مدت زمان اجرای هر iteration از الگوریتم تکاملی، نسبت مستقیم با تعداد ارزیابی‌ها دارد که خود به تعداد موجودات در جمعیت و تعداد فرزندان بستگی دارد. شرط اگر خاتمه را صرفاً تعداد iterationها در نظر بگیریم، به مدت زمان اجرای هر کدام از آن‌ها توجهی نکرده‌ایم، اما اگر تعداد ارزیابی‌ها، شرط خاتمه‌ی ما باشد، ما لیمیت درست‌تری از لحاظ زمانی برای الگوریتم خود تعیین کرده‌ایم.

ب) منظور از معیار عدم تنوع به عنوان شرط خاتمه چیست؟ چرا از این معیار استفاده می‌کنند؟

یعنی اگر تفاوت موجودات یک نسل، از حد خاصی کمتر شود، الگوریتم خاتمه پیدا کند. به طور دقیق‌تر، در k نسل آخر، متوسط واریانس موجودات از حد خاصی کمتر شده باشد.

اگر تنوع، تنوعی فنوتیپی در نظر گرفته شود، عدم تنوع به این معنی است که واریانس شایستگی‌ها کم است. اگر تنوع ژنوتیپی را در نظر بگیریم، عدم تنوع به معنای این است که کروموزوم موجودات مشابه یکدیگر شده‌اند. در هر صورت، تنوع پایین به این معنا می‌تواند باشد که موجودات در نسل‌های بعد چندان تفاوتی با موجودات نسل فعلی پیدا نخواهند کرد، در نتیجه ادامه‌ی الگوریتم منجر به تکامل نمی‌شود، در نتیجه می‌تواند الگوریتم را خاتمه داد.

۵- فرض کنید که می‌خواهیم از بین جمعیت زیر بازماندگان را انتخاب ۴ عضو را انتخاب کنیم (شایستگی آن‌ها داده شده است). ۴ روش انتخاب زیر را بر روی این جمعیت اعمال کنید، نتیجه را نشان داده و برای هر کدام فشار انتخاب را محاسبه کنید. (راه حل و نحوه انتخاب اعداد تصادفی نمره دارد).

۲ ۶ ۵ ۸ ۴ ۳ ۱ ۱

الف) k بهترین ($k = 4$)

ب) انتخاب متناسب با شایستگی

ج) انتخاب متناسب با رتبه

د) SUS^1

فشار انتخاب = امید ریاضی تعداد بهترین عضو در نسل بعدی:

$$SP = E[n_b] = n_s \cdot P_b$$

جمعیت: ۲ ۶ ۵ ۸ ۴ ۳ ۱ ۱

الف) k بهترین که $k = 4$: در این حالت ابتدا بایستی سورت کنیم:

۱ ۱ ۳ ۴ ۵ ۶ ۸ ۲ از آن انتخاب می‌شود. (روش برشی)

احتمال انتخاب بهترین ۱ خواهد بود به این دلیل که هر بار داریم در این روش آن را انتخاب می‌کنیم

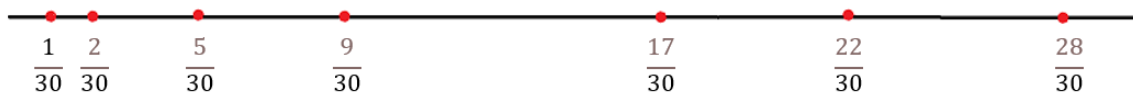
توجه کنید به این دلیل که جمع احتمال انتخاب موجودات برابر با ۱ نمی‌شود در نتیجه امید ریاضی نداریم پس این روش فاقد فشار انتخاب بر اساس تعریف است

ب) انتخاب متناسب با شایستگی: (در این راه حل از روش رولت ویل استفاده می‌کنیم) در این روش به همه این این موجودات احتمالی تخصیص می‌دهیم که جمع همه این احتمال‌ها یک می‌شود و فرمول تخصیص این احتمال‌ها به این صورت است:

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_j f_j}$$

بنابراین احتمال‌ها برای ۱ ۱ ۳ ۴ ۵ ۶ ۸ به ترتیب برابر است با: $\frac{1}{30}, \frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \frac{3}{30}, \frac{4}{30}, \frac{5}{30}, \frac{6}{30}, \frac{8}{30}$ حال این احتمال‌ها را روی یک خط کش کنار هم می‌گذاریم به این صورت:

¹ Stochastic Universal Sampling

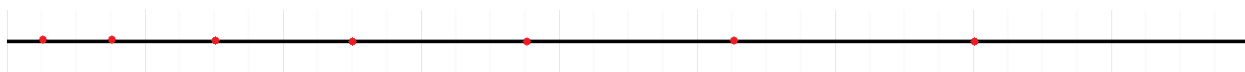


حال کفایست ۴ عدد رندوم بین ۰ و ۱ انتخاب کنیم که به ترتیب ۰.۸۲ و ۰.۳۵ و ۰.۴۱ و ۰.۰۳ است که به ترتیب موجودات : ۶، ۸، ۸، ۱ انتخاب خواهد شد.
فشار انتخاب:

$$P_s = P_b \times N_s = \frac{8}{30} \times 4 = \frac{32}{30}$$

ج) متناسب با رتبه: در این روش هم ابتدا بایستی مرتب کنیم که به شکل زیر میشود:

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۸ است که پس شایستگی آن ها به ترتیب ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ خواهد بود پس احتمال هر کدام به ترتیب: $\frac{1}{36}$ است. دقیقاً مشابه بالا عمل میکنیم. (روی خط کش مشخص میکنیم و با اعداد تصادفی یکنواخت، انتخاب میکنیم)



حال کفایست ۴ عدد رندوم بین ۰ و ۱ انتخاب کنیم که به ترتیب ۰.۶۲ و ۰.۳۱ و ۰.۸۹ و ۰.۰۳ است که به ترتیب موجودات : ۶، ۴، ۸، ۱ انتخاب خواهد شد.
فشار انتخاب:

$$P_s = P_b \times N_s = \frac{8}{36} \times 4 = \frac{32}{36}$$

د) SUS: در این روش خط کش را مشابه روش ب تشکیل میدهم و سپس خط کش دیگری ایجاد میکنیم و آن را از صفر تا $1 - \frac{1}{4}$ روی محوری دیگر را به اندازه $\frac{1}{4}$ فلش میگذاریم؛ سپس یک عدد تصادفی یک نواخت بین صفر تا $\frac{1}{4}$ انتخاب میکنیم که ابتدای خطکش دوم ما روی خط کش اول را مشخص میکند و فلش های روی خط کش دوم موجودات را مشخص میکند. مثلاً اگر این عدد ۰.۱ باشد به ترتیب: ۰.۱، ۰.۳۵، ۰.۶، ۰.۸۵ است که به ترتیب به موجودات ۳، ۵، ۶ و ۸ انتخاب میشوند.
فشار انتخاب:

احتمال انتخاب موجودات به این صورت است.

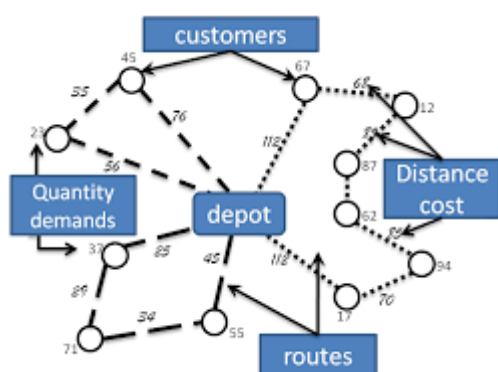
اگر اندازه قطاع روی خط کش از بازه ای که به هر موجود نسبت دادیم کمتر باشد آن گاه احتمال انتخاب آن موجود ۱ است غیر این صورت احتمال انتخاب برابر می شود با تقسیم اندازه بازه نسبت داده شده به هر موجود به اندازه قطاع جدا شده بر روی خط کش.

توجه کنید به این دلیل که جمع احتمال انتخاب موجودات می تواند برابر با ۱ نشود در نتیجه امید ریاضی نداریم پس این روش فاقد فشار انتخاب بر اساس تعریف است.

۶- تابع هدف به صورت عبارت ریاضی، بازنمایی و عملگرهای جهش و بازترکیبی را برای مسئله VRP^1 مشخص کنید. و بازنمایی خود را با یک مثال ساده بررسی کنید.

این مسئله به این صورت است که می خواهیم با استفاده از چند ماشین از یک مکان (مختصات) بسته هایی را بین مشتریان (که هر کدام دارای مختصاتی است) در یک مجموعه از مسیر ها توزیع کنیم به این صورت که بسته ها در کمترین زمان به مقاصد خود برسند و همه ماشین ها به محل اولیه خود بازگردند. به این نکته توجه داشته باشید که همه ماشین ها هم زمان از مبدا، شروع به حرکت می کنند. (برای توضیحات بیشتر به لینک زیر رجوع کنید^۲).

در مورد بازنمایی به این نکته توجه کنید که یک سری مختصات مشتریان و مختصات مبدا ماشین ها داریم، می خواهیم بهترین مجموعه مسیر برای ماشین ها داشته باشیم به طوری که مبدا و مقصد همه مسیرها یکسان و همان depot است همانند شکل زیر.



بین هر دو مختصات مسیری با فاصله اقلیدسی وجود دارد و سرعت همه ماشین ها یکسان است.

در پاسخ این سوال تعداد ماشین ها را ثابت در نظر گرفته اید و یا آن ها را متغیر در هر دو حالت جواب قابل قبول است

یک نمونه از جواب سوال هنگامی که تعداد ماشین ها ثابت است:

نحوه بازنمایی به این صورت است اگر M ماشین و C مشتری داشته باشیم. C ژن اول مربوط به شماره مشتری و $M - 1$ ژن بعدی مربوط به شماره اندیسی است که مرز های (خط سبز) در شکل ۲ مشخص می کند. این کار مشخص می کند هر مشتری به کدام ماشین مربوط است و هم چنین ماشین ها از ۱ تا M به ترتیب از چپ به راست به افراز های مجموعه مشتریان متناظر می شوند. برای مثال در بازنمایی زیر مشتری ۳ و ۲ توسط ماشین یک به ترتیب سرویس داده میشوند؛ مشتری ۴، ۱ و ۶ توسط ماشین دو سرویس داده میشوند و مشتری ۵ توسط ماشین سه. شماره اندیس مرز اول ۲ و شماره اندیس مرز دوم ۵ است.

3	2	4	1	6	5	2	5
---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۱

۳	۲	۴	۱	۶	۵
---	---	---	---	---	---

شکل ۲

¹ Vehicle Routing Problem

² https://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem

در ادامه ما از نحوه نمایش با خطوط سبز (شکل ۲) در ادامه راه حل استفاده می کنیم و این نکته توجه داشته باشید که بازنمایی اصلی همان است که شرح داده شد و شما باید نمایش برای خطوط سبز (شکل ۲) را به بازنمایی اصلی (شکل ۱) تبدیل کنید.

برای تولید جمعیت اولیه به این صورت عمل میکنیم که جایگشتی از شماره مشتری ها (N) ایجاد میکنیم (به صورت رندوم) و سپس به تعداد یکی کمتر از ماشین ها ($C - 1$) اعدادی از ۰ تا $C + 1$ انتخاب میکنیم، که نشانگر خطوط سبز خواهد بود. برای بازترکیبی به این شکل عمل میکنیم، ابتدا عددی بین صفر و یک انتخاب میکنیم اگر این عدد بزرگتر از ۰.۲ بود بازترکیبی را انجام میدهیم. برای بازترکیبی، یک نقطه را انتخاب میکنیم، و از آن نقطه بیت ها را جا به جا میکنیم، بعد ژن های غائب را پیدا میکنیم، آن ها را جایگشت میدهیم و جایگزین بیت های تکراری میکنیم. (از کشیدن خط های مربوط به هر ماشین صرف نظر میکنیم)

والد ۱:

۳	۲	۴	۱	۶	۵
---	---	---	---	---	---

والد ۲:

۵	۴	۲	۶	۳	۱
---	---	---	---	---	---

فرزند ۱:

۳	۲	۱	۴	۳	۱
---	---	---	---	---	---

بیت های غائب ۵ و ۶ است آن ها را جایگشت میدهیم:

۶	۵
---	---

جایگزین بیت های تکراری میکنیم:

۶	۲	۴	۵	۳	۱
---	---	---	---	---	---

فرزند ۲:

۵	۴	۲	۶	۶	۵
---	---	---	---	---	---

بیت های غائب ۵ و ۶ است آن ها را جایگشت میدهیم:

۳	۱
---	---

جایگزین بیت های تکراری میکنیم:

۳	۲	۱	۴	۳	۱
---	---	---	---	---	---

برای جهش به این صورت عمل میکنیم که ابتدا عددی بین صفر و یک انتخاب میکنیم اگر بزرگتر از ۰.۸ بود، عمل جهش را انجام میدهیم؛ برای جهش عددی تصادفی بین صفر تا ۱-C انتخاب میکنیم؛ بعد که مشخص شد کدام خط سبز انتخاب شده است عددی از ۰ تا ۱+C انتخاب میکنیم که مشخص کننده محل جدید خط سبز است (ممکن است ترتیب ها به هم بخورد که اشکالی ندارد)

برای مثال در جهش برای حالت زیر سه ماشین داریم، برای جهش عددی در بازه ی ۱ و ۲ انتخاب میکنیم که فرض میکنیم ۱ انتخاب شده است:

۳	۲	۴	۱	۶	۵
---	---	---	---	---	---

حال کافیت که برای جای جدید خط سبز اول عددی تصادفی بین صفر تا ۱+C انتخاب کنیم که فرض میکنیم صفر انتخاب شده است، بنابراین بازنمایی به شکل زیر میشود:

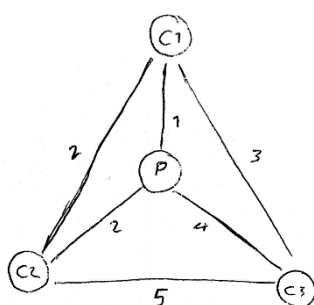
۳	۲	۴	۱	۶	۵
---	---	---	---	---	---

که به معنای این است که ماشین اول به مشتری ای رسیدگی نمیکند؛ ماشین دوم مشتری های ۳، ۲، ۴، ۱ و ۶ را رسیدگی میکند و ماشین سوم به مشتری ۵ سرویس میدهد.
تابع ارزیابی:

$$\frac{1}{\max_{x=1}^C \text{length}(x)}$$

که تابع $\text{length}(x)$ مجموع مسافت هایی که بایستی توسط ماشین ها طی شود را محاسبه میکند. (جمع مسیر های بین شهر ها که با توجه به مشخص بودن ترتیب شهرها به دست آوردن آن ساده است)
برای مثال:

فرض کنیم که سه مشتری داریم و دو ماشین و مسیر ها به شکل روبرو هستند



دو والد داریم به شکل های زیر:

۱	۳	۲
---	---	---

۲	۱	۳
---	---	---

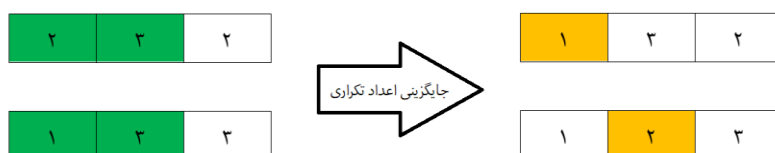
در این حالت شایستگی والد اول برابر است با: $\frac{1}{\max(4,8)}$ که برابر میشود با $\frac{1}{8}$
در این حالت شایستگی والد اول برابر است با: $\frac{1}{\max(11,0)}$ که برابر میشود با $\frac{1}{11}$

حال فرض میکنیم که هر دو والد انتخاب میشوند برای تولید مثل و تولید مثل آن به شکل زیر خواهد بود:

۱	۳	۲
---	---	---

۲	۱	۳
---	---	---

بعد از بازترکیبی:



بعد از جهش (فقط برای فرزند دوم جهش صورت گرفته است):

۱	۳	۲
---	---	---

۱	۲	۳
---	---	---

۷- روش SUS^1 و انتخاب متناسب با شایستگی با هم مقایسه کنید. اگر جمعیت زیاد نباشد کدام یک از روش‌ها را برای تکامل متناسب‌تر می‌دانید؟ چرا؟

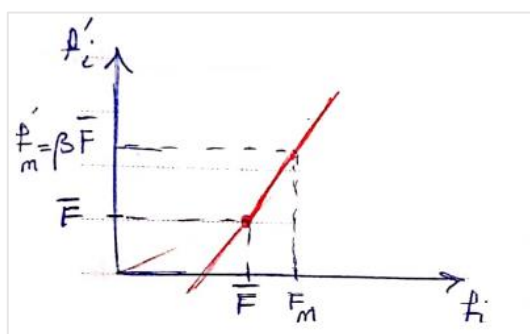
همانطور که در سوال قبل دیدیم، انتخاب متناسب با شایستگی با متد از چینش احتمالات موجودات در roulette wheel ۱ تا ۰ تعدادی نقطه بین evenly-spaced، به صورت SUS عدد تصادفی استفاده می‌کند. اما k و انتخاب ۱ تا ۰ بازه‌ی انتخاب می‌کند.

اشکالی که در متد roulette wheel وجود دارد، این است که اگر تعداد موجوداتی که می‌خواهیم انتخاب کنیم کم باشد wheel هیچ تضمینی وجود ندارد که تعدادی که از هر موجود انتخاب می‌شود، متناسب با احتمال آن باشد. این مشکل از آنجا ناشی می‌شود که کلاً در بحث تئوری احتمالات، احتمال زمانی به واقعیت می‌پیوندد که تعداد تکرارها به بینهایت میل کند (که در اینجا یعنی تعداد زیادی موجود بخواهیم انتخاب کنیم). اما اگر تکرارها کم باشد، تعداد موجودات لزوماً متناسب با این مشکل را برطرف می‌کند و تا میزان خوبی تضمین می‌کند که تعداد انتخاب هر SUS شایستگی‌شان نخواهد بود. روش

¹ Stochastic Universal Sampling

استفاده شود، ولی در جمعیت بالا، این SUS موجود، متناسب با شایستگی اش باشد. در نتیجه برای جمعیت کم، بهتر است از دو روش با یکدیگر معادل می‌شوند

۸- هنگامی که در یک نسل شایستگی‌های اعضا نزدیک به هم باشد (مثلا اندازه جمعیت خیلی زیاد باشد) بعد از چند نسل شایستگی تمام اعضا یکی شده و سکون رخ داده و دیگر تکاملی رخ نمی‌دهد. برای حل این مشکل یکی از راهکارها این است که شایستگی‌ها را مقیاس می‌کنند. دلیل موثر بودن این راهکار را با ذکر یک مثال توضیح دهید.



وقتی شایستگی اعضا نزدیک به هم باشد، ساکن شدن رخ میدهد، و این به این علت است که F_m به F میانگین نزدیک شده است. برای رفع این موضوع تابع شایستگی را بازتعریف میکنیم و فاصله F_m از F میانگین بیشتر میکنیم.

مثلا اگر شایستگی میانگین به ۱۰ باشد و بهترین شایستگی ۱۲ باشد، برای بازنمایی جدید بهترین شایستگی را ۲۰ در نظر میگیریم. بنابراین مقدار بتا برابر با ۲ میشود؛ و فرمول جدید محاسبه شایستگی به این شکل در می‌آید:

$$f'i = 10 + 5(fi - 10)$$

و چنانچه شایستگی‌ها را با فرمول جدید محاسبه کنیم، اختلاف شایستگی‌ها بیشتر شده، و از ساکن شدن فرار میکنیم

۹- چرا روش $(\mu + \lambda)$ وقتی از روش خود تطبیقی استفاده می‌شود، همیشه مناسب نیست و چه مشکلی می‌تواند ایجاد کند؟

مشکل از آنجا ناشی می‌شود که در روش خود تطبیقی، خود σ بخشی از کروموزوم است و اینکه آیا مقدار آن مناسب بوده است یا نه، پس از یک قدم پیش رفتن و با بررسی X معین می‌شود. حال چون روش $(\mu + \lambda)$ حافظه‌دار است، اگر اندازه‌ی قدم بد هم باشد، این احتمال وجود دارد که موجود به نسل بعد برود و و بررسی مناسب بودن مقدار σ و adjust کردن آن را می‌تواند دچار مشکل کند.

۱۰- در روش استراتژی تکاملی، چرا ابتدا σ و سپس X را جهش می‌دهیم؟

برای اینکه ببینیم آیا σ مقدار مناسبی داشته یا نه، باید یک قدم به جلو برویم و X را جهش دهیم و اثر σ را رویش مشاهده کنیم. در نتیجه اگر ابتدا σ را جهش بدهیم، می‌توانیم اثرش را در همین نسل مشاهده می‌کنیم. اما اگر بیاییم و ابتدا خود X را جهش بدهیم و سپس σ را، و بعد بخواهیم X را بررسی کنیم، آن‌گاه باید σ ای که قبل جهش داشتیم را در نظر بگیریم اما دیگر آن را نداریم! که این غیر منطقی است. در نتیجه اول σ و بعد X جهش باید پیدا کنند.

موفق باشید