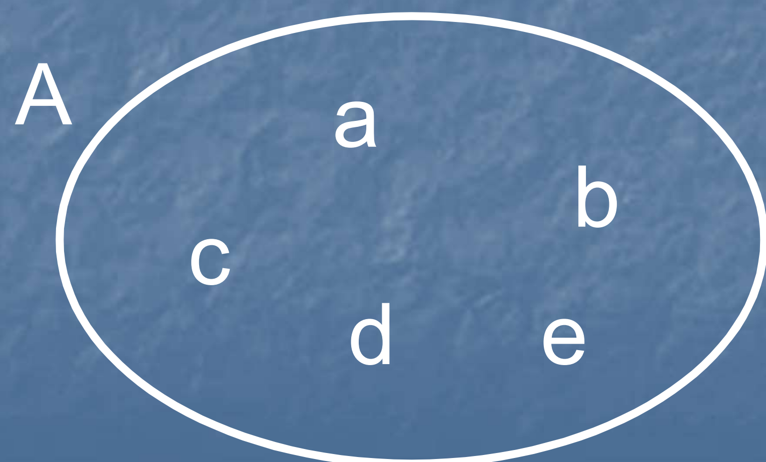
تئوری مجموعه ها

مجموعه

کنارهم قرارگرفتن تعدادی از اشیاء (اعضاء) که دارای ویژگیهای مشترکی هستند

مانند مجموعه شهرهای دنیا



تئوری مجموعه ها

مجموعه مرجع

مجموعه ای که شامل تمامی اشیاء ممکن درمسئله مورد نظرما باشد

X

a b c d e f g h I j

k l m n o p q r s t

u v w x y z

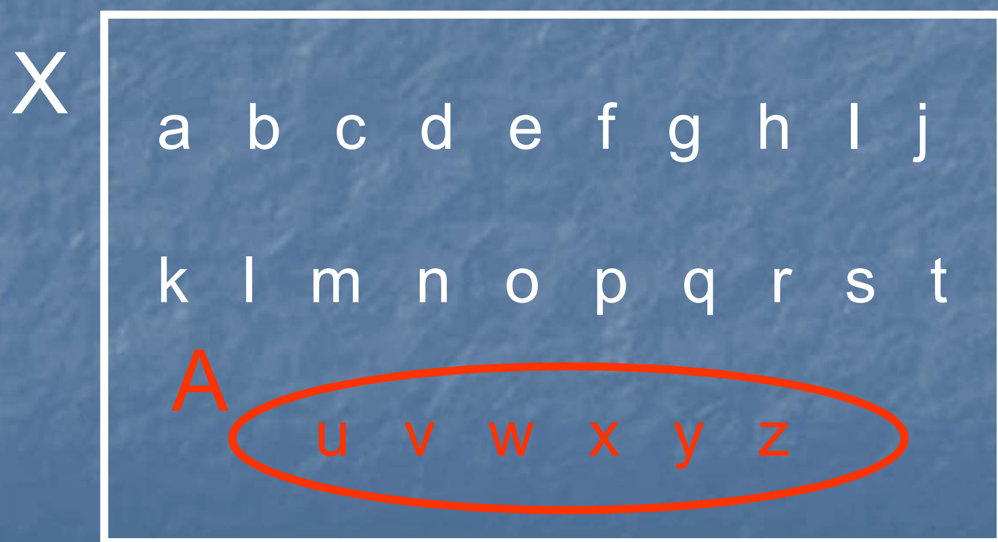
تئوری مجموعه ها

زیرمجموعه

مجموعه ای که شامل تعدادی از اشیاء یک مجموعه باشد

مانند مجموعه شهرهای ایران که زیر مجموعه شهرهای دنیا است

$$A \subset X \quad \text{if } x \in A \text{ then } x \in X$$



تئوری مجموعه ها

نمایش مجموعه

توسط اعضاء

$$A=\{a,b,c\}$$

توسط قائده

$$A=\{x \mid x\in N, x\leq 10\}$$

توسط تابع تعلق

$$\mu_A(x)=1 \qquad x\leq 10$$

$$\mu_A(x)=0 \qquad else$$

تئوری مجموعه ها

مجموعه مرجع $X=\{a,b,c\}$

تعداد اعضاء $= N$

$A=\{\Sigma\ \mu_A(x)/x\}$

تعداد زیرمجموعه ها $= 2^N = 8$

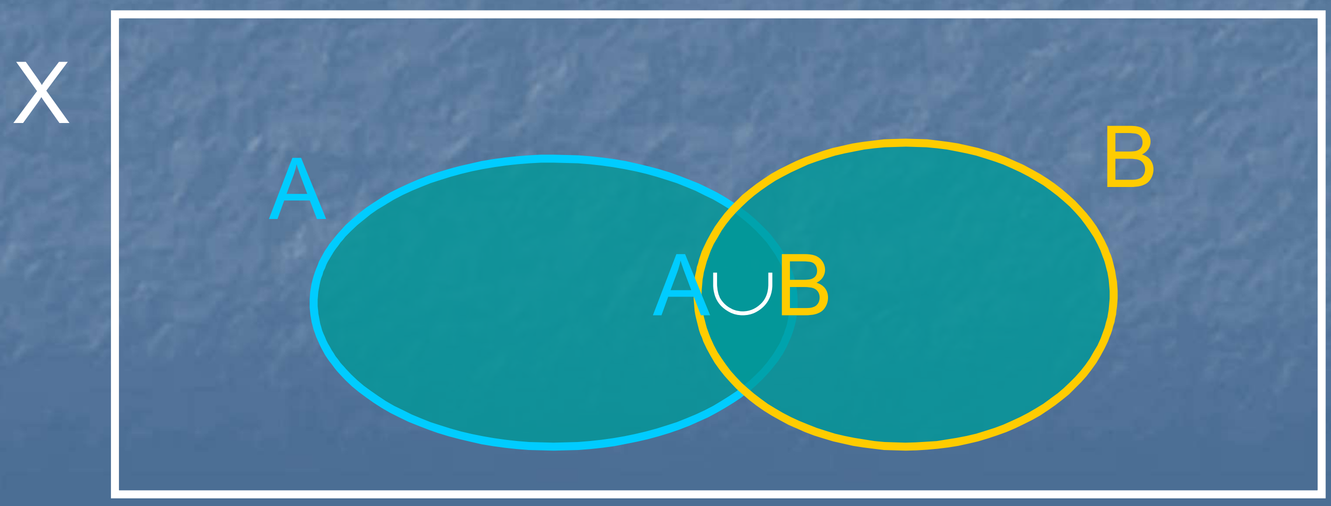
$\{\}$	$\{0,0,0\}$	$\{0/a+0/b+0/c\}=\{\}$
$\{a\}$	$\{1,0,0\}$	$\{1/a+0/b+0/c\}=\{1/a\}$
$\{b\}$	$\{0,1,0\}$	$\{0/a+1/b+0/c\}=\{1/b\}$
$\{c\}$	$\{0,0,1\}$	$\{0/a+0/b+1/c\}=\{1/c\}$
$\{a,b\}$	$\{1,1,0\}$	$\{1/a+1/b+0/c\}=\{1/a+1/b\}$
$\{a,c\}$	$\{1,0,1\}$	$\{1/a+0/b+1/c\}=\{1/a+1/c\}$
$\{b,c\}$	$\{0,1,1\}$	$\{0/a+1/b+1/c\}=\{1/b+1/c\}$
$\{a,b,c\}$	$\{1,1,1\}$	$\{1/a+1/b+1/c\}=\{1/a+1/b+1/c\}$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه ها – اجتماع

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = Max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

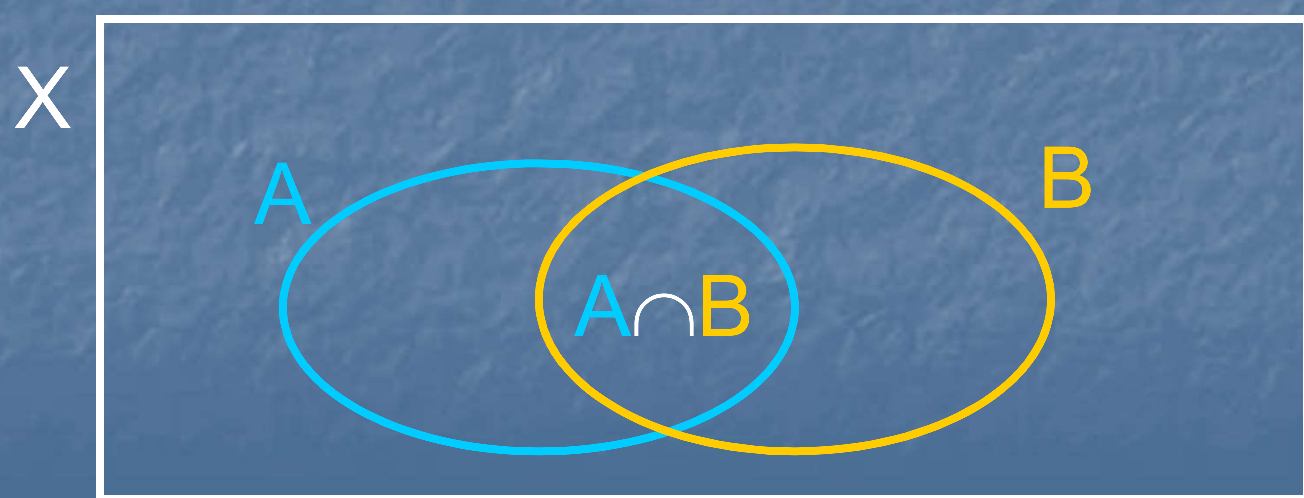


تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه ها – اشتراک

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \mathrm{Min}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

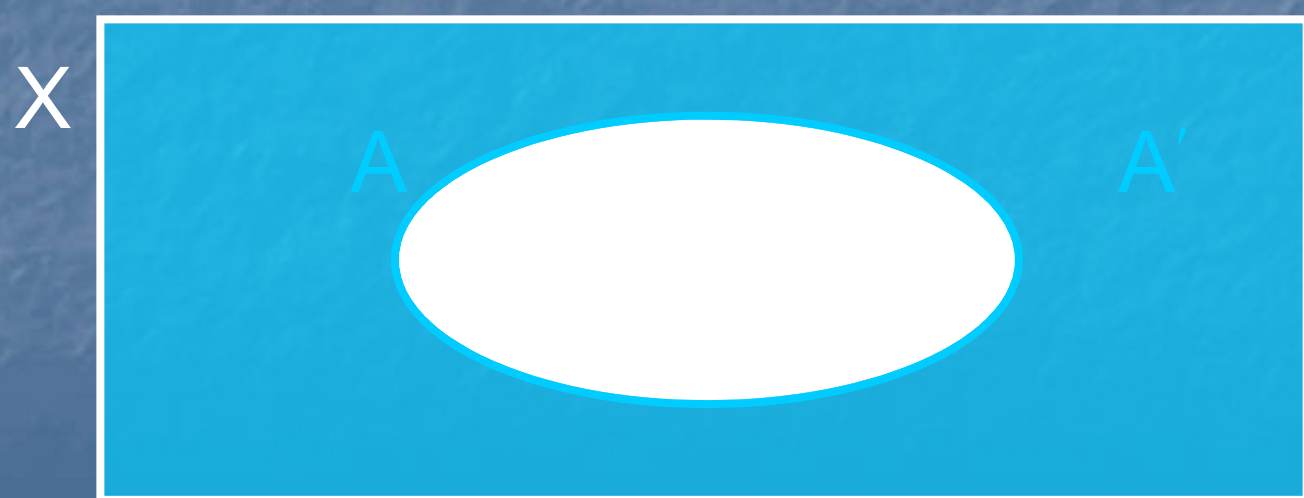


تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه ها – متمم

$$A' = \{x \mid x \notin A \wedge x \in X\}$$

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$



تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه ها – خواص

جابجایی

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

شرکت پذیری

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

توزیع پذیری

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

دمرگان

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه ها – خواص

$$A \cup A = A \cap A = A \cup \varnothing = A \cap X = A$$

$$A \cap \varnothing = \varnothing \qquad A \cup X = X \qquad (A')' = A$$

$$A \cup A' = X \qquad A \cap A' = \varnothing$$

If $A \subseteq B \subseteq C$ then $A \subseteq C$

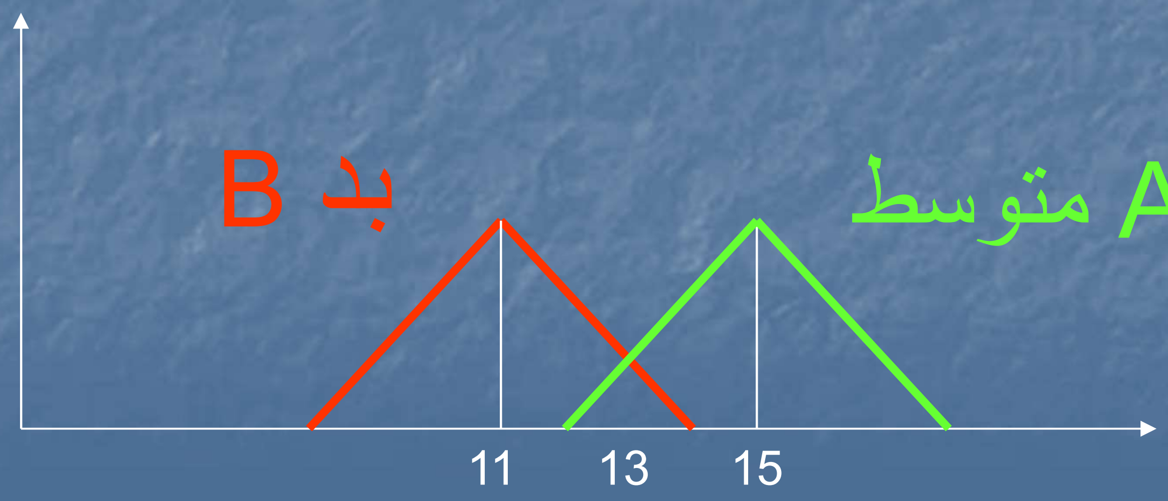
تئوری مجموعه ها

مجموعه های فازی – تابع تعلق

If $x \in A$ then $0 < \mu_A(x) \le 1$ else $\mu_A(x) = 0$

$A = \{0.33/13, 0.66/14, 1/15, 0.66/16, 0.33/17\}$

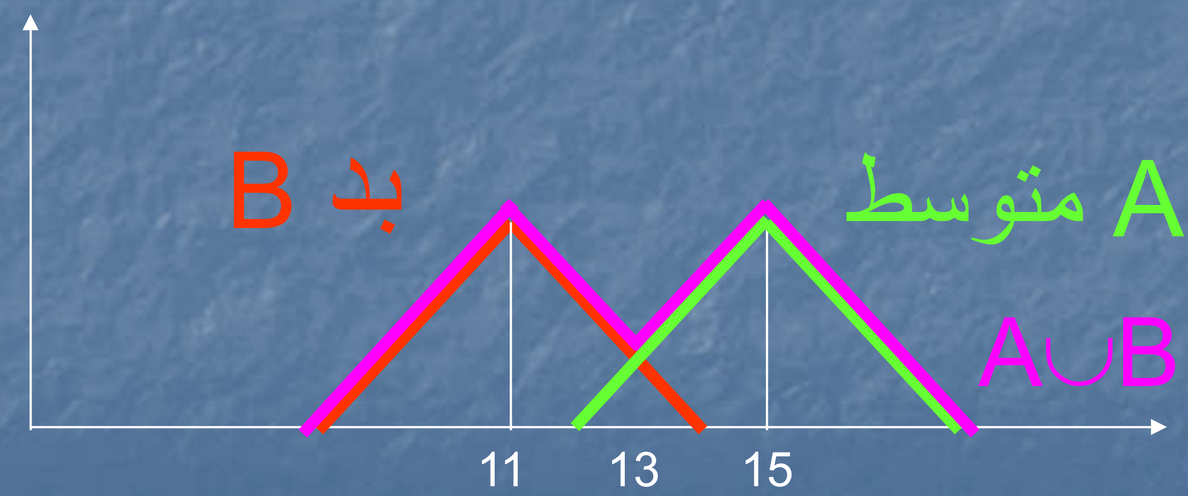
$B = \{0.33/9, 0.66/10, 1/11, 0.66/12, 0.33/13\}$



تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – اجتماع

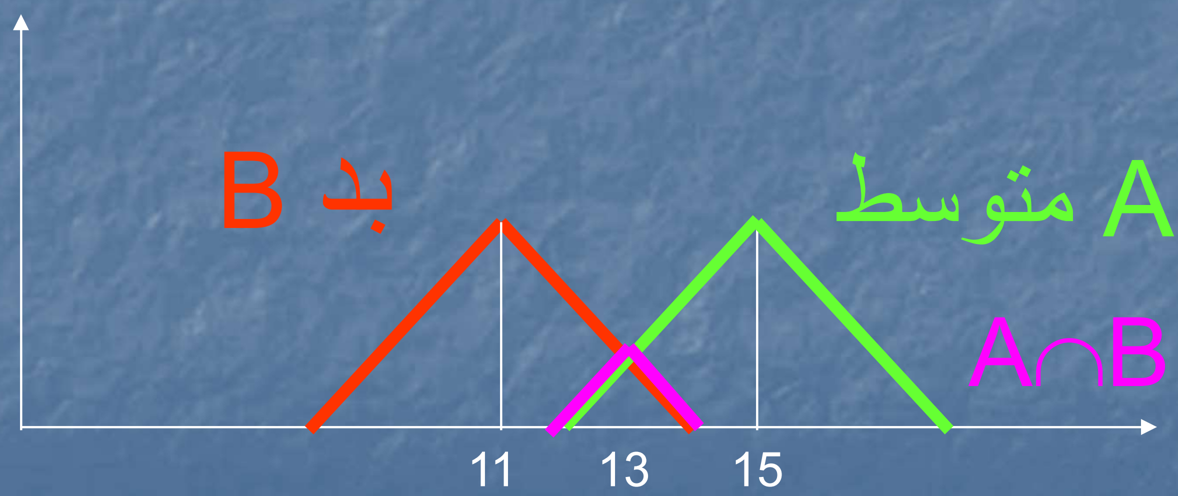
$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \mathrm{Max}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$



تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – اشتراک

$$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \mathrm{Min}\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$



تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – متمم

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – خواص

جابجایی
$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

شرکت پذیری
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

توزیع پذیری
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

دمرگان
$(A \cup B)' = B' \cap A'$

$(A \cap B)' = B' \cup A'$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – خواص

$$A \cup A = A \cap A = A \cup \varnothing = A \cap X = A$$

$A \cap \varnothing = \varnothing$ $\qquad A \cup X = X$ $\qquad (A')' = A$

If $A \subseteq B \subseteq C$ then $A \subseteq C$

$$A \subseteq C \quad \Rightarrow \quad \mu_A(x) \leq \mu_C(x)$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی مجموعه های فازی – خواص

$A \cup A' \neq X$ $\qquad$ $A \cap A' \neq \varnothing$

$\mu_X(x) = 1$ $\qquad$ $\mu_\varnothing(x) = 0$

تئوری مجموعه ها

اجتماع فازی – اس نرمها

شرایط مرزی

$s(0,a) = s(a,0) = a \qquad s(1,1) = 1$

شرط جابجایی

$s(a,b) = s(b,a)$

شرط صعودی

If $a_1 \le a_2$, $b_1 \le b_2$ then $s(a_1,b_1) \le s(b_2,a_2)$

شرط شرکت پذیری

$s(s(a,b),c) = s(a,s(b,c))$

تئوری مجموعه ها

اشتراک فازی – تی نرمها

شرایط مرزی

$t(1,a) = t(a,1) = a \qquad t(0,0) = 0$

شرط جابجایی

$t(a,b) = t(b,a)$

شرط صعودی

If $a_1 \le a_2$, $b_1 \le b_2$ then $t(a_1,b_1) \le t(b_2,a_2)$

شرط شرکت پذیری

$t(t(a,b),c) = t(a,t(b,c))$

تئوری مجموعه ها

متمم فازی

شرایط مرزی

$c(1) = 0 \qquad c(0) = 1$

شرط نزولی

If $a_1 \leq a_2$ then $c(a_2) \leq c(a_1)$

تئوری مجموعه ها

کلاس دومبی

$s_\lambda(a,b) = 1/(1+((1/a-1)^{-\lambda}+(1/b-1)^{-\lambda})^{-(1/\lambda)})$

$t_\lambda(a,b) = 1/(1+((1/a-1)^{+\lambda}+(1/b-1)^{+\lambda})^{+(1/\lambda)})$

$\lambda\in(0,\infty)$

کلاس دبیوس پرید

$s_\alpha(a,b) = (a+b-ab-\mathrm{Min}(a,b,1-\alpha))/\mathrm{Max}(1-a,1-b,\alpha)$

$t_\alpha(a,b) = ab/\mathrm{Max}(a,b,\alpha)$

$\alpha\in[0,1]$

تئوری مجموعه ها

کلاس یاگر

$s_w(a,b) = \mathrm{Min}(1,(a^w+b^w)^{1/w})$

$t_w(a,b) = 1-\mathrm{Min}(1,((1-a)^w+(1-b)^w)^{1/w})$

$c_w(a) = (1-a^w)^{1/w}$

$w \in (0,\infty)$

جمع وضرب دراستیک

$s_{ds}(a,b) = \{a \text{ if } b=0,\ b \text{ if } a=0,\ 1 \text{ else}\}$

$t_{dp}(a,b) = \{a \text{ if } b=1,\ b \text{ if } a=1,\ 0 \text{ else}\}$

تئوری مجموعه ها

جمع وضرب اینشتین

$s_{es}(a,b) = (a+b)/(1+ab)$

$t_{ep}(a,b) = ab/(2-(a+b-ab))$

جمع وضرب جبری

$s_{as}(a,b) = a+b-ab$

$t_{ap}(a,b) = ab$

کلاس سوگنو

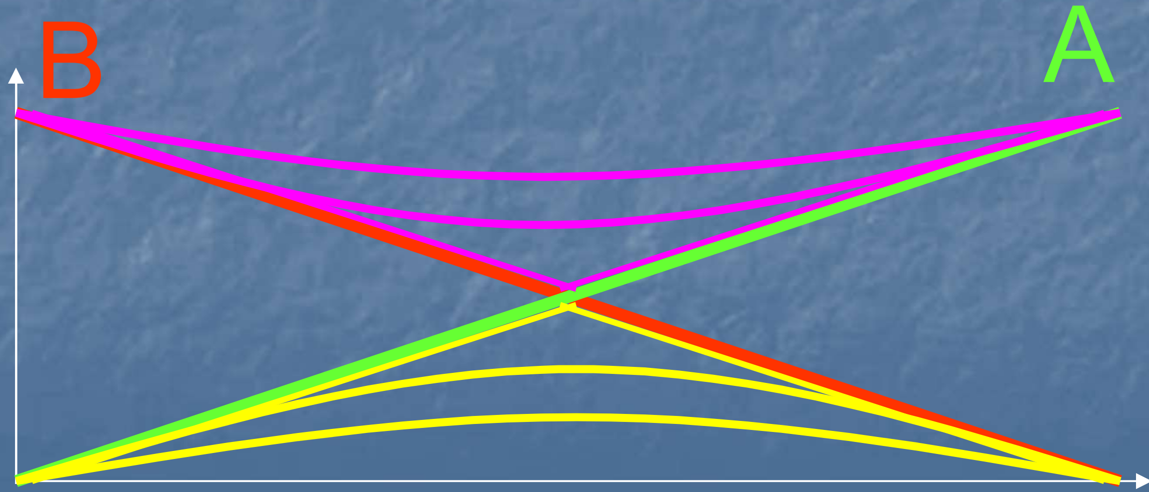
$c_{\lambda}(a) = (1-a)/(1+\lambda a)$

تئوری مجموعه ها

$$t_{dp} < t_{ep} < t_{ap} < \text{Min} < \text{Max} < s_{as} < s_{es} < s_{ds}$$

$$t_{dp} \leq t_{\lambda}\ ,\ t_{w} \leq \text{Min} < \text{Max} \leq s_{w}\ ,\ s_{\lambda} \leq s_{ds}$$

Min< Averaging operators <Max



تئوری مجموعه ها

ضرب کارتزین

$U=\{u_1,u_2\}$

$V=\{v_1,v_2,v_3\}$

$U\times V=\{(u,v) \mid u\in U, v\in V\}$

$U\times V=\{(u_1,v_1),(u_1,v_2),(u_1,v_3),(u_2,v_1),(u_2,v_2),(u_2,v_3)\}$

تعداد اعضاء $= N_U \,.\, N_V$

$U_1\times U_2\times\ldots\times U_n =\{(u_1,u_2,\ldots,u_n) \mid u_1\in U_1,\ldots,u_n\in U_n \}$

تئوری مجموعه ها

رابطه بین مجموعه ها

رابطه بین مجموعه ها ارتباط بین اعضای مجموعه ها را بیان میکند

رابطه بین مجموعه ها زیرمجموعه ای از ضرب کارتزین آن مجموعه ها است

$$R(u_1,u_2,\ldots,u_n) \subset U_1\times U_2\times\ldots\times U_n$$

$$U\times V=\{(u_1,v_1),(u_1,v_2),(u_1,v_3),(u_2,v_1),(u_2,v_2),(u_2,v_3)\}$$

$$R_1(u,v)=\{(u_1,v_1),(u_1,v_2)\} \subset U\times V$$

تئوری مجموعه ها

نمایش رابطه با تابع تعلق

$$\mu_R(u_1,u_2,\ldots,u_n) = 1 \text{ if } (u_1,u_2,\ldots,u_n) \in R(u_1,u_2,\ldots,u_n)$$
$$= 0 \text{ else}$$

نمایش ماتریسی رابطه

$R_1(u,v)=\{(u_1,v_1),(u_1,v_2)\}$

$$\begin{array}{ccccc} & & & V & \\ & & v_1 & v_2 & v_3 \\ & u_1 & 1 & 1 & 0 \\ U & u_2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

تئوری مجموعه ها

رابطه کامل و رابطه تهی

$$\begin{array}{cc|ccc} & & & V & \\ & & v_1 & v_2 & v_3 \\ & u_1 & 1 & 1 & 1 \\ U & u_2 & 1 & 1 & 1 \\ & u_3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc|ccc} & & & V & \\ & & v_1 & v_2 & v_3 \\ & u_1 & 0 & 0 & 0 \\ U & u_2 & 0 & 0 & 0 \\ & u_3 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

تئوری مجموعه ها

رابطه همسایگی

U={ایران,فرانسه}

V={پاکستان,آلمان}

$$R_1(u,v)=\{(u_1,v_1),(u_2,v_2)\}$$

$$\begin{array}{ccc} & & V \\ & v_1 & v_2 \\ & u_1 \quad 1 & 0 \\ U & u_2 \quad 0 & 1 \end{array}$$

$R_1(u,v)=\{$(ایران,پاکستان),(فرانسه,آلمان)$\}$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه ها – اجتماع

$$R \cup S = \{U \mid U \in R \vee U \in S\}$$

$$\mu_{R \cup S}(U) = \mu_R(U) \vee \mu_S(U) = \mathrm{Max}\{\mu_R(U), \mu_S(U)\}$$

عملیات روی رابطه ها – اشتراک

$$R \cap S = \{U \mid U \in R \wedge U \in S\}$$

$$\mu_{R \cap S}(U) = \mu_R(U) \wedge \mu_S(U) = \mathrm{Min}\{\mu_R(U), \mu_S(U)\}$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه ها – متمم

$$\mu_{R'}(U) = 1 - \mu_R(U)$$

عملیات روی رابطه ها – زیرمجموعه

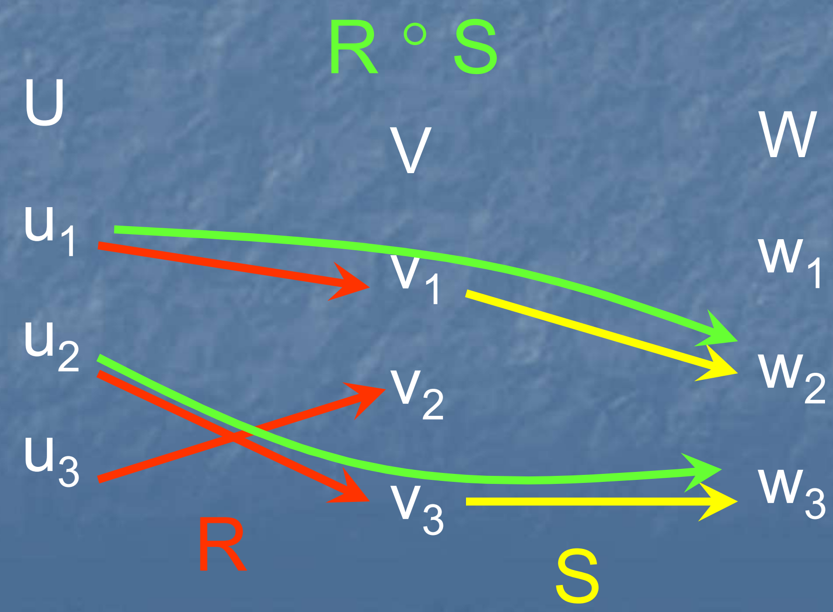
$$R \subseteq S \Rightarrow \mu_R(U) \leq \mu_S(U)$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه ها – ترکیب

$$R \circ S = \vee (\mu_R \wedge \mu_S)$$

$$R \circ S = \vee (\mu_R \wedge \mu_S) = \{(u_1, w_2), (u_2, w_3)\}$$



تئوری مجموعه ها

	F	v_1	v_2	v_3
D	R	C	T	E
u_1	.1	0	0	1
u_2	1	0	0	1
u_3	10	1	1	0

	P	w_1	w_2	w_3
F	S	.1	1	10
v_1	C	1	0	0
v_2	T	0	1	1
v_3	E	0	0	1

	P	w_1	w_2	w_3
D	$R \circ S$	.1	1	10
u_1	.1	0	0	1
u_2	1	0	0	1
u_3	10	1	1	1

تئوری مجموعه ها

عملیات روی روابط – خواص

جابجایی

$$R \cup S = S \cup R$$

$$R \cap S = S \cap R$$

شرکت پذیری

$$R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T$$

$$R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$$

توزیع پذیری

$$R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap (R \cup T)$$

$$R \cup (S \cap T) = (R \cap S) \cup (R \cap T)$$

دمرگان

$$(R \cup S)' = R' \cap S'$$

$$(R \cap S)' = R' \cup S'$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی روابط – خواص

$$R \cup R = R \cap R = R \cup O = R \cap E = R$$

$R \cap O = O$ $\quad$ $R \cup E = E$ $\quad$ $(R')' = R$

$R \cup R' = E$ $\quad$ $R \cap R' = O$ $\quad$ $R \circ S \neq S \circ R$

If $R \subseteq S \subseteq T$ then $R \subseteq T$

تئوری مجموعه ها

ضرب کارتزین فازی

$U=\{\mu_{u1}/u_1,\ \mu_{u2}/u_2\}$

$V=\{\mu_{v1}/v_1,\ \mu_{v2}/v_2\}$ $\mu_{U\times V} = \mu_U \wedge \mu_V$

$U\times V=\{\mu_{uv}/(u,v) \mid \mu_{uv}= \mathrm{Min}(\mu_u,\ \mu_v),\ u\in U, v\in V\}$

$U\times V=\{\mu_{11}/(u_1,v_1),\ \mu_{12}/(u_1,v_2),\ \mu_{21}/(u_2,v_1),\ \mu_{22}/(u_2,v_2)\}$

تعداد اعضاء $= N_U \cdot N_V$

$U_1\times U_2\times\ldots\times U_n =\{\mu_{u1,\ldots un}/(u_1,u_2,\ldots,u_n) \mid$

$\mu_{u1,\ldots un} = \mathrm{Min}(\mu_{u1},\ldots,\mu_{un}),\ u_1\in U_1,\ldots,u_n\in U_n \}$

تئوری مجموعه ها

رابطه بین مجموعه های فازی

رابطه بین مجموعه های فازی زیرمجموعه ای از ضرب کارتزین فازی آن مجموعه ها است

$R(u_1,u_2,\ldots,u_n) \subset U_1\times U_2\times\ldots\times U_n$

$\mu_R \leq \mu_{U1\times U2\times\ldots\times Un}$

$U\times V=\{\mu_{11}/(u_1,v_1), \mu_{12}/(u_1,v_2), \mu_{21}/(u_2,v_1), \mu_{22}/(u_2,v_2)\}$

$R=\{\mu_{R11}/(u_1,v_1),\mu_{R12}/(u_1,v_2),\mu_{R21}/(u_2,v_1),\mu_{R22}/(u_2,v_2)\}$

$\mu_{Rij} \leq \mu_{ij}$

تئوری مجموعه ها

رابطه فازی به عنوان یک تابع چند متغیره

اگر فرض کنیم مجموعه فازی U_i شامل تمام مقادیر ممکن متغیر u_i باشد آنگاه رابطه فازی را می توان مانند تابع زیر فرض کرد

$$f(\mu,u_1,u_2,\dots,u_n) = 0$$

$\mu_{11\dots1}$	u_{11}	u_{21}	…	u_{n1}
$\mu_{21\dots1}$	u_{12}	u_{21}	…	u_{n1}
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$\mu_{nn\dots n}$	u_{1n}	u_{2n}	…	u_{nn}

تئوری مجموعه ها

رابطه فازی دوری

U={ایران,فرانسه}

V={پاکستان,آلمان}

روابط فازی را می توان هم برای متغیرهای زبانی (دوری) وهم برای متغیرهای دقیق (فاصله) بکار برد

	U	u_1	u_2
V	دوری	فرانسه	ایران
v_1	آلمان	.1	.8
v_2	پاکستان	.9	.2

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه های فازی – اجتماع

$$R \cup S = \{U \mid U \in R \vee U \in S\}$$

$$\mu_{R \cup S}(U) = \mu_R(U) \vee \mu_S(U) = \mathrm{Max}\{\mu_R(U), \mu_S(U)\}$$

عملیات روی رابطه های فازی – اشتراک

$$R \cap S = \{U \mid U \in R \wedge U \in S\}$$

$$\mu_{R \cap S}(U) = \mu_R(U) \wedge \mu_S(U) = \mathrm{Min}\{\mu_R(U), \mu_S(U)\}$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه های فازی – متمم

$\mu_{R'}(U) = 1 - \mu_R(U)$

عملیات روی روابط فازی – زیرمجموعه

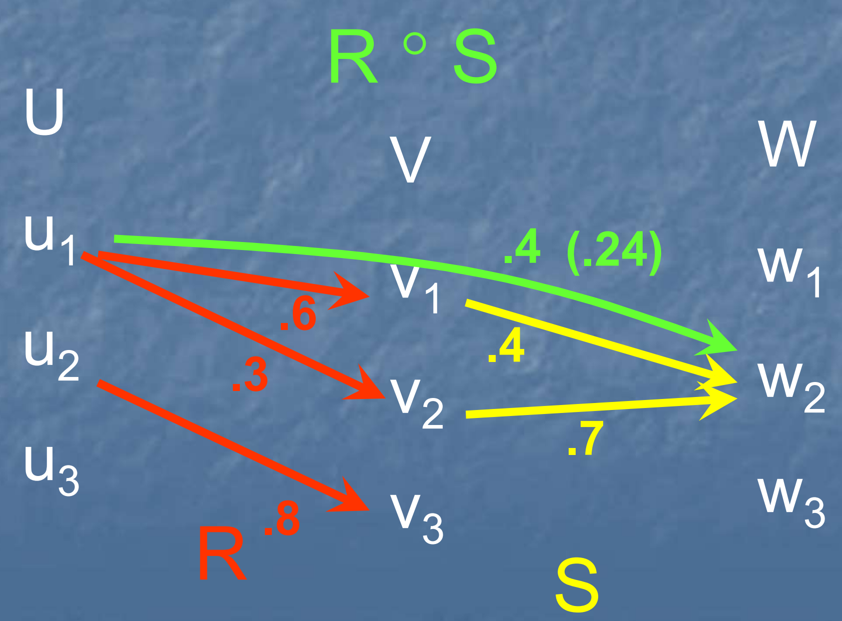
$R \subseteq S \Rightarrow \mu_R(U) \le \mu_S(U)$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی رابطه های فازی – ترکیب

$$R \circ S = \vee (\mu_R \wedge \mu_S) = Max(Min(\mu_R , \mu_S))$$

$$R \circ S = Max(\mu_R \bullet \mu_S)$$



تئوری مجموعه ها

	مدل	v_1	v_2	v_3
سرعت	R	1	2	3
u_1	100	1	1	1
u_2	150	.3	.8	1
u_3	200	0	.3	1

	قیمت	w_1	w_2	w_3
مدل	S	10	20	30
v_1	1	1	1	1
v_2	2	.5	1	1
v_3	3	0	.5	1

	قیمت	w_1	w_2	w_3
سرعت	$R \circ S$	10	20	30
u_1	100	1	1	1
u_2	150	.5	.8	1
u_3	200	.3	.5	1

	قیمت	w_1	w_2	w_3
سرعت	$R \circ S$	10	20	30
u_1	100	1	1	1
u_2	150	.4	.8	1
u_3	200	.15	.5	1

تئوری مجموعه ها

عملیات روی روابط فازی – خواص

جابجایی

$$R \cup S = S \cup R$$

$$R \cap S = S \cap R$$

شرکت پذیری

$$R \cup (S \cup T) = (R \cup S) \cup T$$

$$R \cap (S \cap T) = (R \cap S) \cap T$$

توزیع پذیری

$$R \cup (S \cap T) = (R \cup S) \cap (R \cup T)$$

$$R \cup (S \cap T) = (R \cap S) \cup (R \cap T)$$

دمرگان

$$(R \cup S)' = R' \cap S'$$

$$(R \cap S)' = R' \cup S'$$

تئوری مجموعه ها

عملیات روی روابط فازی – خواص

$$R \cup R = R \cap R = R \cup O = R \cap E = R$$

$R \cap O = O$ $\quad$ $R \cup E = E$ $\quad$ $(R')' = R$

$R \cup R' \neq E$ $\quad$ $R \cap R' \neq O$ $\quad$ $R \circ S \neq S \circ R$

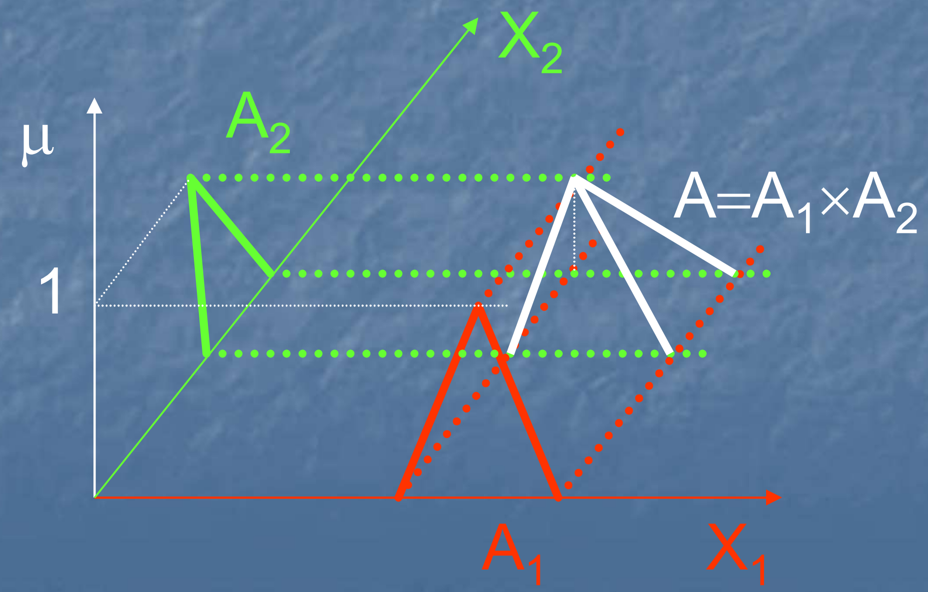
If $R \subseteq S \subseteq T$ then $R \subseteq T$

تئوری مجموعه ها

توسعه استوانه ای مجموعه فازی

$$\mu_{A1\times A2}(x_1,x_2) = \mu_{A1}(x_1,x_2)\wedge\mu_{A2}(x_1,x_2)$$

حاصلضرب کارتزین مجموعه های فازی برابر با اشتراک توسعه استوانه ای آنها است



تئوری مجموعه ها

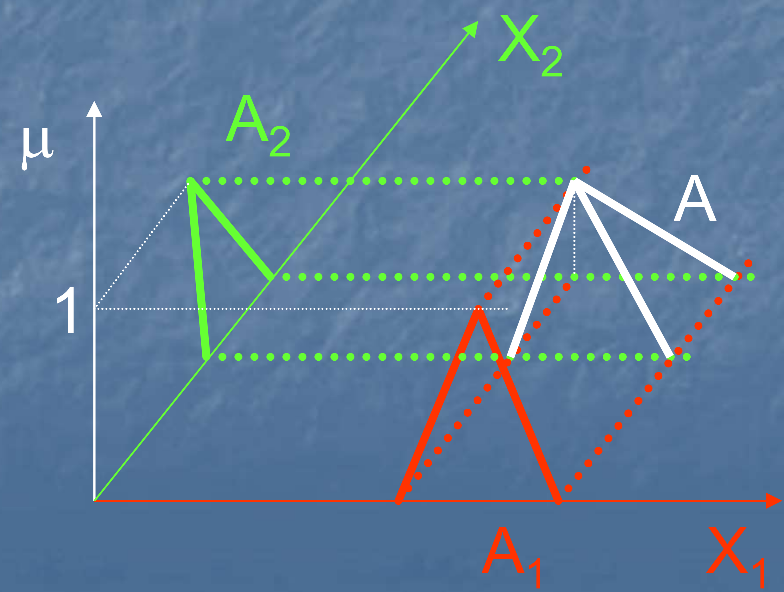
تصاویرمجموعه فازی

$$\mu_{A1}(x_1) = \underset{x_2 \in X_2}{Max}(\mu_A(x_1,x_2))$$

تصویر A روی X_1

$$\mu_{A2}(x_2) = \underset{x_1 \in X_1}{Max}(\mu_A(x_1,x_2))$$

تصویر A روی X_2

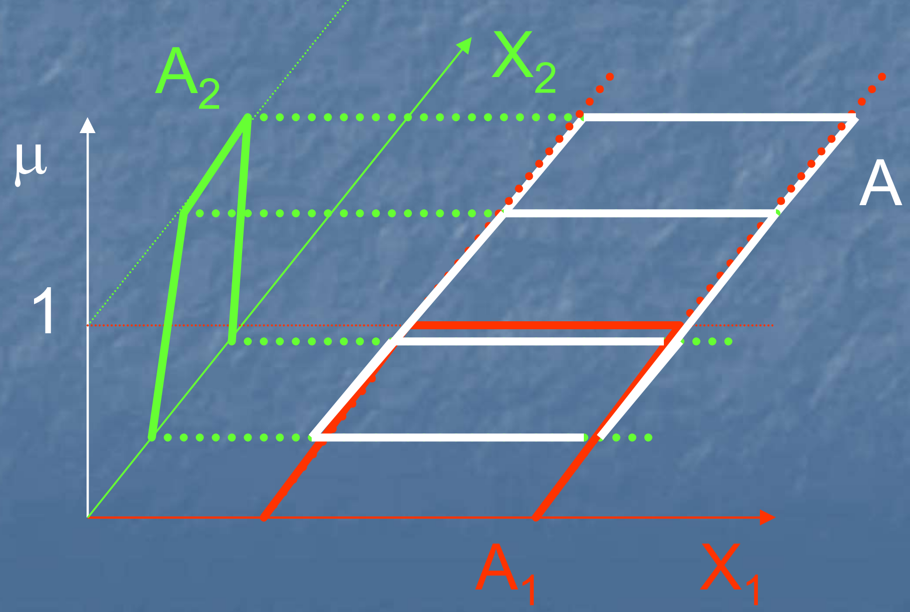


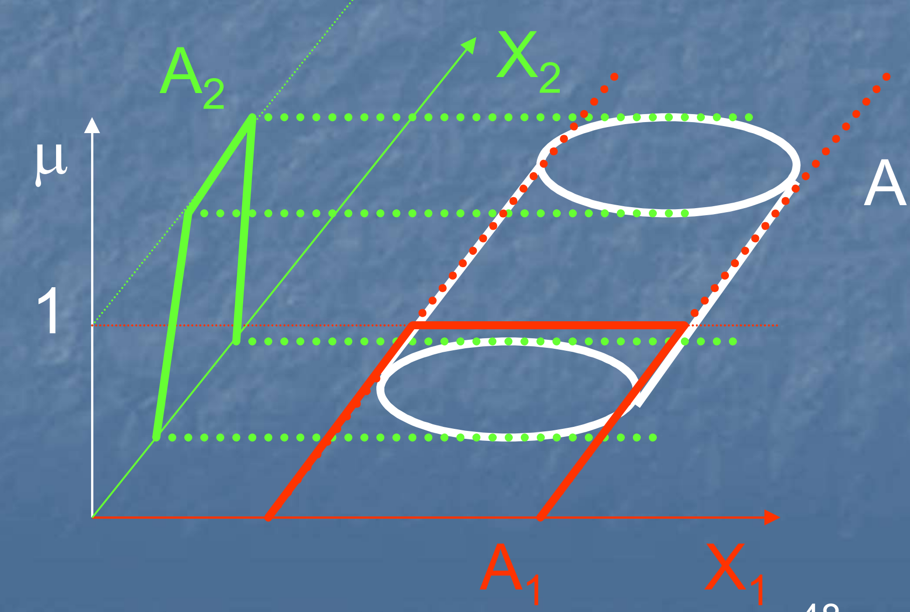
تئوری مجموعه ها

مجموعه فازی جدا پذیر یا نفوذ ناپذیر

$$A = Pr_{x1}(A) \times Pr_{x2}(A) = A_1 \times A_2$$

اگر مولفه ها (x_1,x_2) نسبت به هم وابستگی نداشته با شند A می تواند منحصراً توسط تصاویرش بازسازی شود





تئوری مجموعه ها

تصاویرمجموعه فازی

تصویر R روی U $\mu_U(u)=\vee_{v\in V}(\mu_R(u,v))=Max_{v\in V}(\mu_R(u,v))$

تصویر R روی V $\mu_V(v)=\vee_{u\in U}(\mu_R(u,v))=Max_{u\in U}(\mu_R(u,v))$

		v_1	v_2	v_3
	R	.4	.8	1
u_1	.7	.2	.7	.5
u_2	.9	.3	.8	.9
u_3	1	.4	.1	1

تئوری مجموعه ها

توسعه استوانه ای مجموعه فازی

حاصلضرب کارتزین برابر با اشتراک توسعه استوانه ای است

		v_1	v_2	v_3
		.4	.8	1
u_1	.7	.7 .4	.7 .8	.7 1
u_2	.9	.9 .4	.9 .8	.9 1
u_3	1	1 .4	1 .8	1 1

		v_1	v_2	v_3
	R	.4	.8	1
u_1	.7	.4	.7	.7
u_2	.9	.4	.8	.9
u_3	1	.4	.8	1

تئوری مجموعه ها

توسعه استوانه ای مجموعه فازی

اگر یک مجموعه فازی توسط توسعه استوانه ای تصاویرش قابل بازسازی باشد مجموعه جداپذیر می باشد

جدا پذیر

		v_1	v_2	v_3
	R	.4	.8	1
u_1	.7	.4	.7	.7
u_2	.9	.4	.8	.9
u_3	1	.4	.8	1

جدا ناپذیر

		v_1	v_2	v_3
	R	.4	.8	1
u_1	.7	.2	.7	.5
u_2	.9	.3	.8	.9
u_3	1	.4	.1	1

تئوری مجموعه ها

تصاویرمجموعه فازی

$R = A \times B \quad \mu_R = \mu_A \wedge \mu_B$

$A \circ R$

$\mu_{A\circ R} = \vee_{x\in A}(\mu_A \wedge \mu_R) = \vee_{x\in A}(\mu_A \wedge (\mu_A \wedge \mu_B))$

$\mu_{A\circ R} = \vee_{x\in A}(\mu_A \wedge \mu_B) = \vee_{x\in A}\mu_R = Max_{x\in A}(\mu_R)$

تصویرR روی B $A\circ R =$

اگرRجداپذیر باشد $A\circ R = B$

تصویرR روی A $R\circ B =$

اگرRجداپذیر باشد $R\circ B = A$

تئوری مجموعه ها

رابطه اعضای یک مجموعه با یکدیگر

$$R: X \to X$$

به عنوان مثال گراف ها

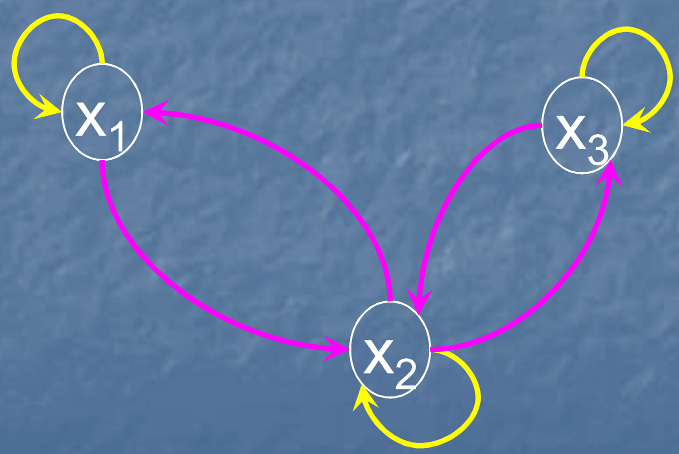
R	x_1	x_2	x_3
x_1	1	1	0
x_2	1	1	0
x_3	0	0	1

تئوری مجموعه ها

رابطه تولرانس یا رابطه تقریبی

انعکاس پذیر $(x_i,x_i)\in R \quad \mu_R(x_i,x_i)=1$

تقارن پذیر $(x_i,x_j)\in R \rightarrow (x_j,x_i)\in R \quad \mu_R(x_i,x_j)=\mu_R(x_j,x_i)$



R	x_1	x_2	x_3
x_1	1	1	0
x_2	1	1	1
x_3	0	1	1

تئوری مجموعه ها

رابطه اکیوالانس تساوی یک رابطه اکیوالانس است

انعکاس پذیر $(x_i,x_i)\in R \quad \mu_R(x_i,x_i)=1$

تقارن پذیر $(x_i,x_j)\in R \rightarrow (x_j,x_i)\in R \quad \mu_R(x_i,x_j)=\mu_R(x_j,x_i)$

انتقال پذیر $(x_i,x_j)\in R \, , \, (x_j,x_k)\in R \rightarrow (x_j,x_i)\in R$

$$\mu_R(x_i,x_j)=\mu_R(x_j,x_k)=1 \rightarrow \mu_R(x_i,x_k)=1$$

R	x_1	x_2	x_3
x_1	1	1	1
x_2	1	1	1
x_3	1	1	1

تئوری مجموعه ها

تبدیل رابطه تولرانس به اکیوالانس

یک رابطه تولرانس, حداکثر با 1- n ترکیب با خودش تبدیل به رابطه اکیوالانس می شود که n تعداد اعضای مجموعه است

می توان از یک رابطه اکیوالانس برای دسته بندی اطلاعات استفاده کرد

R_1	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	1	1	0	0
x_2	1	1	1	0
x_3	0	1	1	0
x_4	0	0	0	1

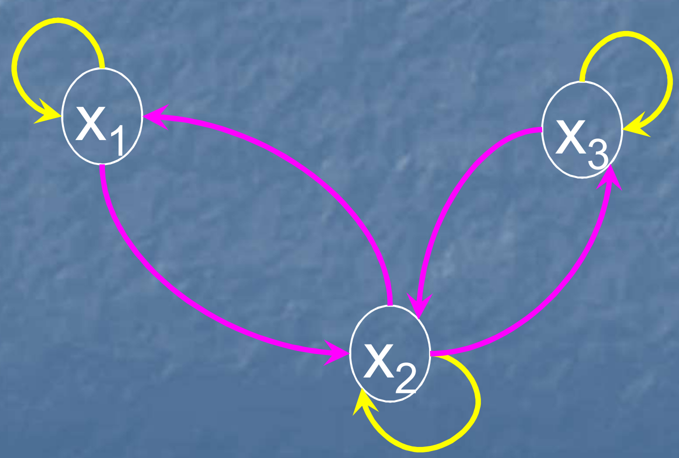
$R_1 \circ R_1$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	1	1	1	0
x_2	1	1	1	0
x_3	1	1	1	0
x_4	0	0	0	1

تئوری مجموعه ها

رابطه تولرانس فازی

انعکاس پذیر $\mu_R(x_i,x_i)=1$

تقارن پذیر $\mu_R(x_i,x_j)=\mu_R(x_j,x_i)$



R	x_1	x_2	x_3
x_1	1	.8	0
x_2	.8	1	.6
x_3	0	.6	1

تئوری مجموعه ها

رابطه اکیوالانس فازی

انعکاس پذیر $\mu_R(x_i,x_i)=1$

تقارن پذیر $\mu_R(x_i,x_j)=\mu_R(x_j,x_i)$

انتقال پذیر

$$\mu_R(x_i,x_j)=\lambda_1\ ,\ \mu_R(x_j,x_k)=\lambda_2\ \rightarrow\ \mu_R(x_i,x_k)\geq \mathrm{Min}(\lambda_1,\lambda_2)$$

R	x_1	x_2	x_3
x_1	1	.8	.7
x_2	.8	1	.6
x_3	.7	.6	1

تئوری مجموعه ها

تبدیل رابطه تولرانس فازی به اکیوالانس فازی

یک رابطه تولرانس, حداکثر با n -1 ترکیب با خودش تبدیل به رابطه اکیوالانس می شود که n تعداد اعضای مجموعه است

$R^{n-1}=R\circ R\circ\ldots\circ R=$ رابطه اکیوالانس

خواص رابطه اکیوالانس فازی

می توان از یک رابطه اکیوالانس فازی برای دسته بندی اطلاعات استفاده کرد

آب روی سطح یک رابطه فازی نمی تواند تجمع کند(باقی بماند) برعکس صادق نمی باشد

تئوری مجموعه ها

روشهای بدست آوردن میزان ارتباط دریک رابطه (تابع تعلق رابطه)

ضرب کارتزین

$$\mu_R=\mu_{A\times B}=\mu_A\wedge\mu_B=\mathrm{Min}(\mu_A,\mu_B)$$

		v_1	v_2	v_3
	$R=A\times B$	.9	.8	.3
u_1	.4	.4	.4	.3
u_2	.1	.1	.1	.1
u_3	.8	.8	.8	.3

تئوری مجموعه ها

روشهای بدست آوردن میزان ارتباط دریک رابطه (تابع تعلق رابطه)

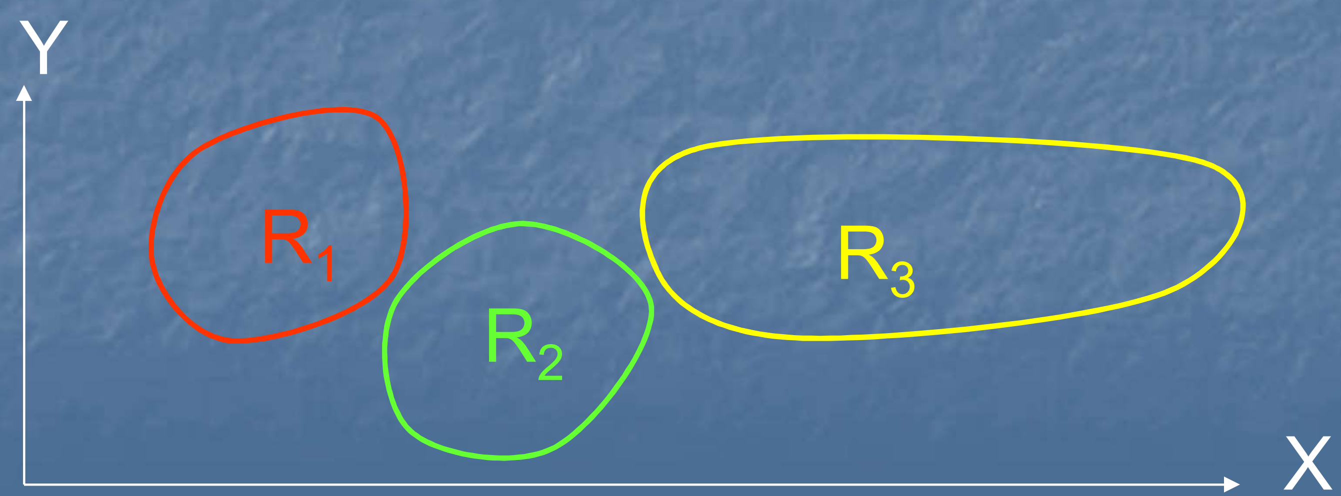
فرم بسته یاجدول

$Y=f(X)$

دانش زبانی

If X then Y

دسته بندی



تئوری مجموعه ها

روشهای بدست آوردن میزان ارتباط دریک رابطه (تابع تعلق رابطه)

بدست آوردن میزان تشابه داده ها

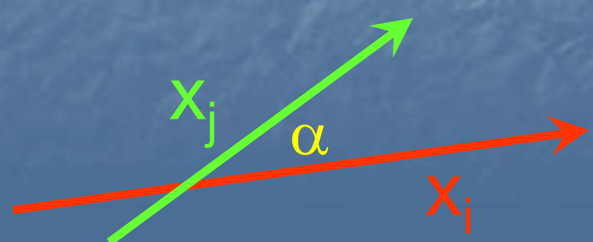
مقدار کسینوس ← یک رابطه تولرانس ایجاد می کند

$X=\{x_1,x_2,...x_n\}=$ بردار متغیرها

مجموعه مقادیرنمونه برداری شده از متغیر x_i = $x_i=\{x_{i1},x_{i2},...x_{im}\}$

$$x_i.x_j=|x_i||x_j|\cos\alpha$$

$$r_{ij}=\mu_R(x_i,x_j)=\cos\alpha=|\sum_k x_{ik}x_{jk}|/((\sum_k x^2_{ik})(\sum_k x^2_{jk}))^{0.5}$$



تئوری مجموعه ها

روشهای بدست آوردن میزان ارتباط دریک رابطه (تابع تعلق رابطه)

بدست آوردن میزان تشابه داده ها

مینیمم وماکزیمم

$r_{ij}=\mu_R(x_i,x_j)=\sum_k Min(x_{ik},x_{jk})/\sum_k Max(x_{ik},x_{jk})$

نمایی

$r_{ij}=\mu_R(x_i,x_j)=\exp(-\sum_k|x_{ik}-x_{jk}|)$

ضریب تشابه نمایی

$r_{ij}=\mu_R(x_i,x_j)=\sum_k \exp(-3(x_{ik}-x_{jk})^2/(4\sigma_k^2))/m$

تئوری مجموعه ها

روشهای بدست آوردن میزان ارتباط دریک رابطه (تابع تعلق رابطه)

بدست آوردن میزان تشابه داده ها

ضریب همبستگی

$$r_{ij}=(\sum|x_{ik}-\bar{x}_i||x_{jk}-\bar{x}_j|)/((\sum(x_{ik}-\bar{x}_i)^2)^{.5}(\sum(x_{jk}-\bar{x}_j)^2)^{.5})$$

$$\bar{x}_i=(\sum_k x_{ik})/m \qquad \bar{x}_j=(\sum_k x_{jk})/m$$

غیر پارامتریک

$$r_{ij}=\mu_R(x_i,x_j)=|n^+-n^-|/(n^++n^-)$$

$n^+ = (x_{ik}-\bar{x}_i)(x_{jk}-\bar{x}_j)$ تعداد المان های مثبت در

$n^+ = (x_{ik}-\bar{x}_i)(x_{jk}-\bar{x}_j)$ تعداد المان های منفی در

تئوری مجموعه ها

تابع تعلق

شامل مرزها (مقادیر کمتراز یک) وهسته (مقادیر یک) ومحدوده حمایتی (مقادیر غیر صفر) می باشد

مقدارماکزیمم تابع تعلق ارتفاع نامیده می شود

تابع تعلق نرمال دارای مقدار ارتفاع یک می باشد

تابع تعلق غیرنرمال ارتفاع کوچکتر از یک دارد

تئوری مجموعه ها

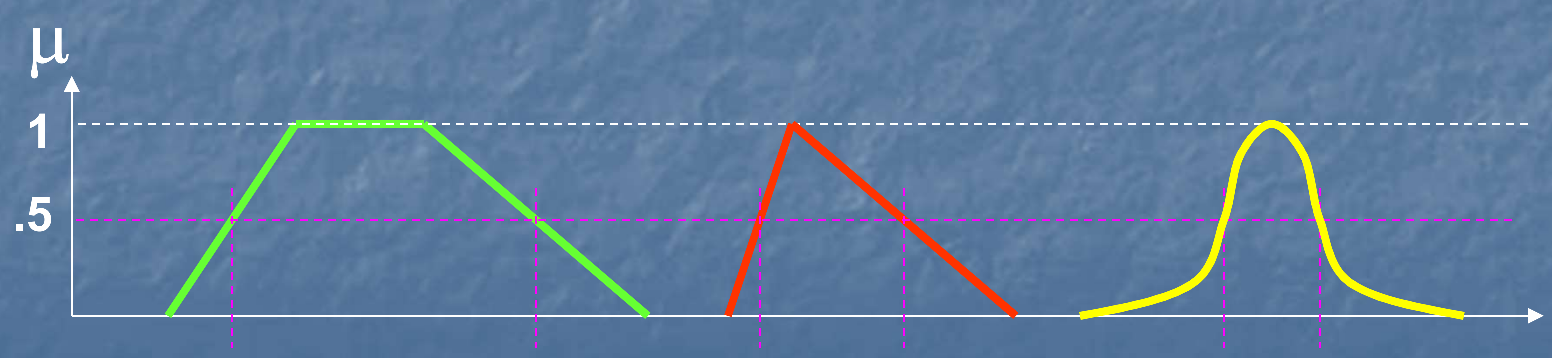
توابع تعلق متداول

مثلثی

ذوزنقه ای

گوسی

نقاط متقاطع نقاطی هستند که مقدار تابع تعلق آنها برابر با نیم است



تئوری مجموعه ها

تابع تعلق محد ب

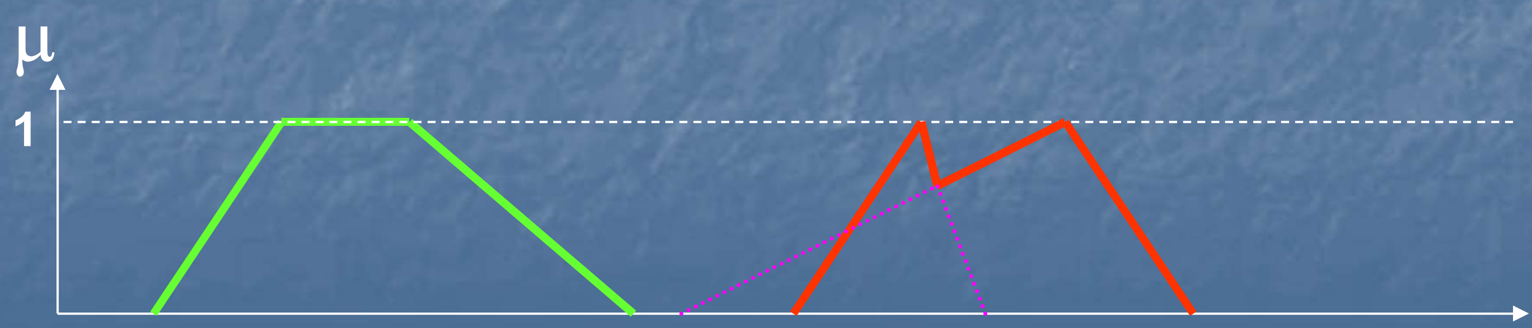
If $x<y<z$ then $\mu(y) \geq Min[\mu(x),\mu(z)]$

حداکثر یک قسمت صعودی ویک قسمت نزولی دارد

اشتراک دو تابع تعلق محد ب برابر با یک تابع تعلق محد ب است

اجتماع دو تابع تعلق محد ب می تواند یک تابع تعلق غیرمحد ب باشد

یک تابع تعلق محد ب با یک نقطه نرمال یک عدد فازی نامیده میشود



تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

تبدیل یک متغیر یا مقدار دقیق را به فازی عمل فازی سازی گویند

روش شهودی

استنتاج

مرتب کردن آماری

مجموعه فازی زاویه ای

استدلال استنتاجی (استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی)

شبکه های عصبی

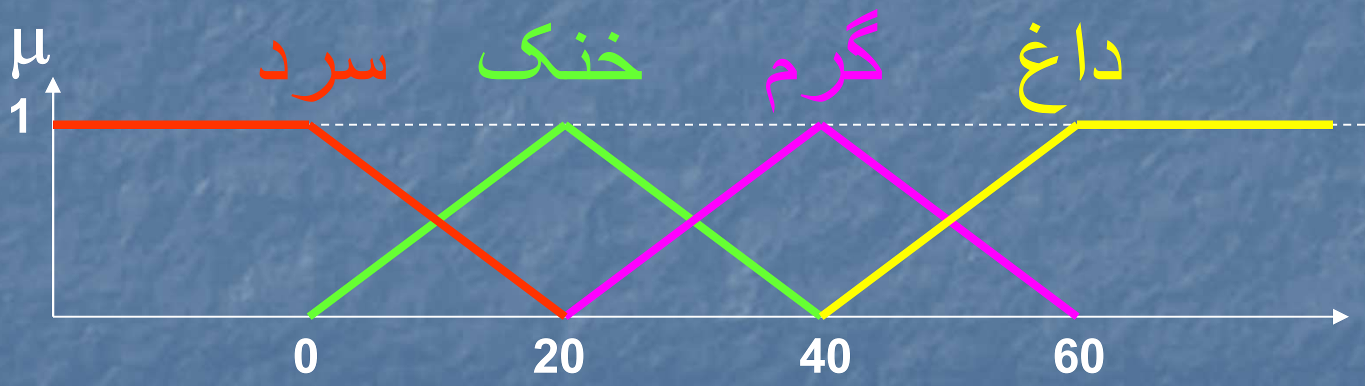
الگوریتم ژنتیک

تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

روش شهودی

متغیرهای زبانی   سرد   خنک   گرم   داغ



تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

استنتاج

مجموعه مثلث ها $U=\{(A,B,C)|A\geq B\geq C\geq 0, A+B+C=180°\}$

مثلث متساوی الاساقین تقریبی $\mu_I=1-Min(A-B,B-C)/60°$

مثلث قائم الا زاویه تقریبی $\mu_R=1-|A-90°|/90°$

مثلث متساوی الاضلاع تقریبی $\mu_E=1-|A-C|/180°$

مثلث متساوی الاساقین و قائم الا زاویه تقریبی $\mu_{IR} = \mu_I \wedge \mu_R$

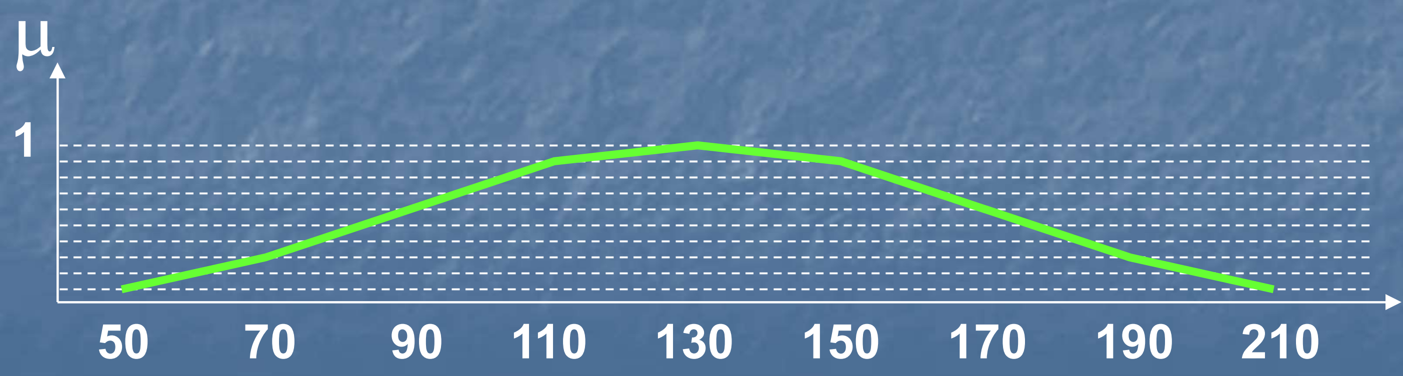
دیگر مثلث ها $\mu_T = (\mu_I \vee \mu_R \vee \mu_E)' = \mu_I' \wedge \mu_R' \wedge \mu_E'$

تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

مرتب کردن آماری

سطح	50	70	90	110	130	150	170	190	210
رای	80	330	580	890	1000	920	630	350	110
ترتیب	9	7	5	3	1	2	4	6	8
درصد	.08	.33	.58	.89	1	.92	.63	.35	.11



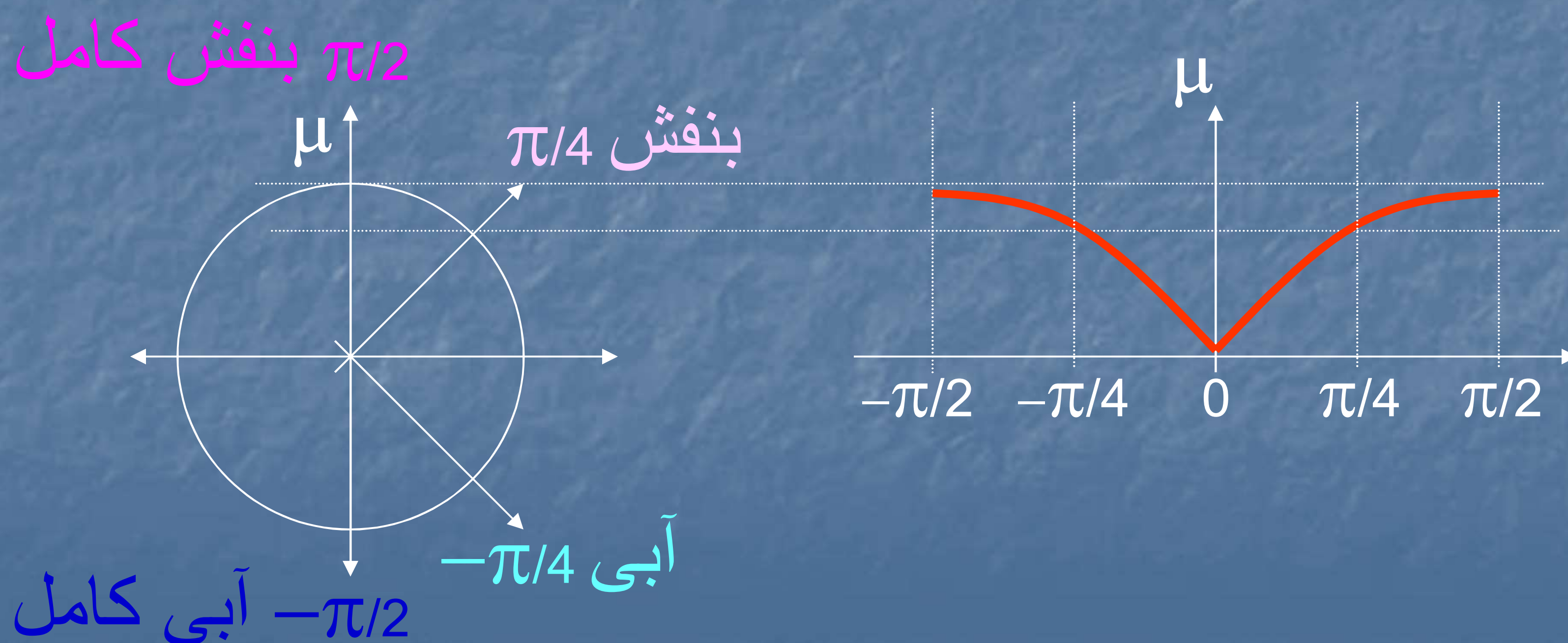
تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

مجموعه فازی زاویه ای

کاربردهای پریودیک   استفاده ازمتغیر زاویه در مختصات قطبی

تابع تعلق برای تمایز رنگ آبی و بنفش



تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

استدلال استنتاجی (استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی)

یکی از روش های تولید اتوماتیک تابع تعلق استفاده از خاصیت اساسی استدلال استنتاجی یعنی استنتاج کل از جزء است ودراینجا این استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی بدست می آید

روش مبتنی بر ارتباط بین داده های ورودی و خروجی است بنابراین در مواردی که داده ها زیاد واستاتیک باشند کاربرد دارد

تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

استدلال استنتاجی (استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی)

آنتروپی کمیت یا بهره اطلاعات را تعیین می کند

آنتروپی یک توزیع احتمال برابر با اندازه عدم اطمینان آن توزیع است

میزان عدم اطمینان اتفاق افتادن نمونه x_i $\quad I(x_i) = -k.\ln p(x_i)$

میزان عدم اطمینان اتفاق نیفتادن نمونه x_i $\quad I(x_i') = -k.\ln(1-p(x_i))$

آنتروپی $\quad S = -k.\sum_i[p_i.\ln p_i + (1-p_i)\ln(1-p_i)]$

هر چه احتمال اطلاعات بیشتر باشد آنتروپی کوچکتر می شود

تئوری مجموعه ها

روش های فازی سازی

استدلال استنتاجی (استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی)

$$S(x) = p.S_p(x) + q.S_q(x)$$

$S_p(x) = -[p_1.\ln p_1 + p_2.\ln p_2]$

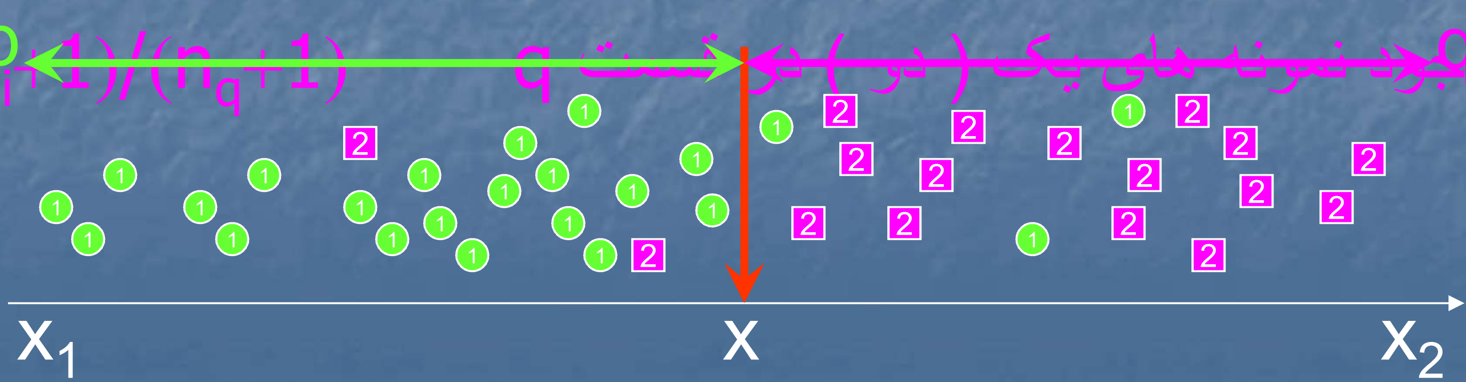
$S_q(x) = -[q_1.\ln q_1 + q_2.\ln q_2]$

$p = n_p/n$ احتمال وجود نمونه ها در قسمت p

$q = 1 - p$ احتمال وجود نمونه ها در قسمت q

$p_i = (n_{pi}+1)/(n_p+1)$ احتمال وجود نمونه های یک (دو) در قسمت p

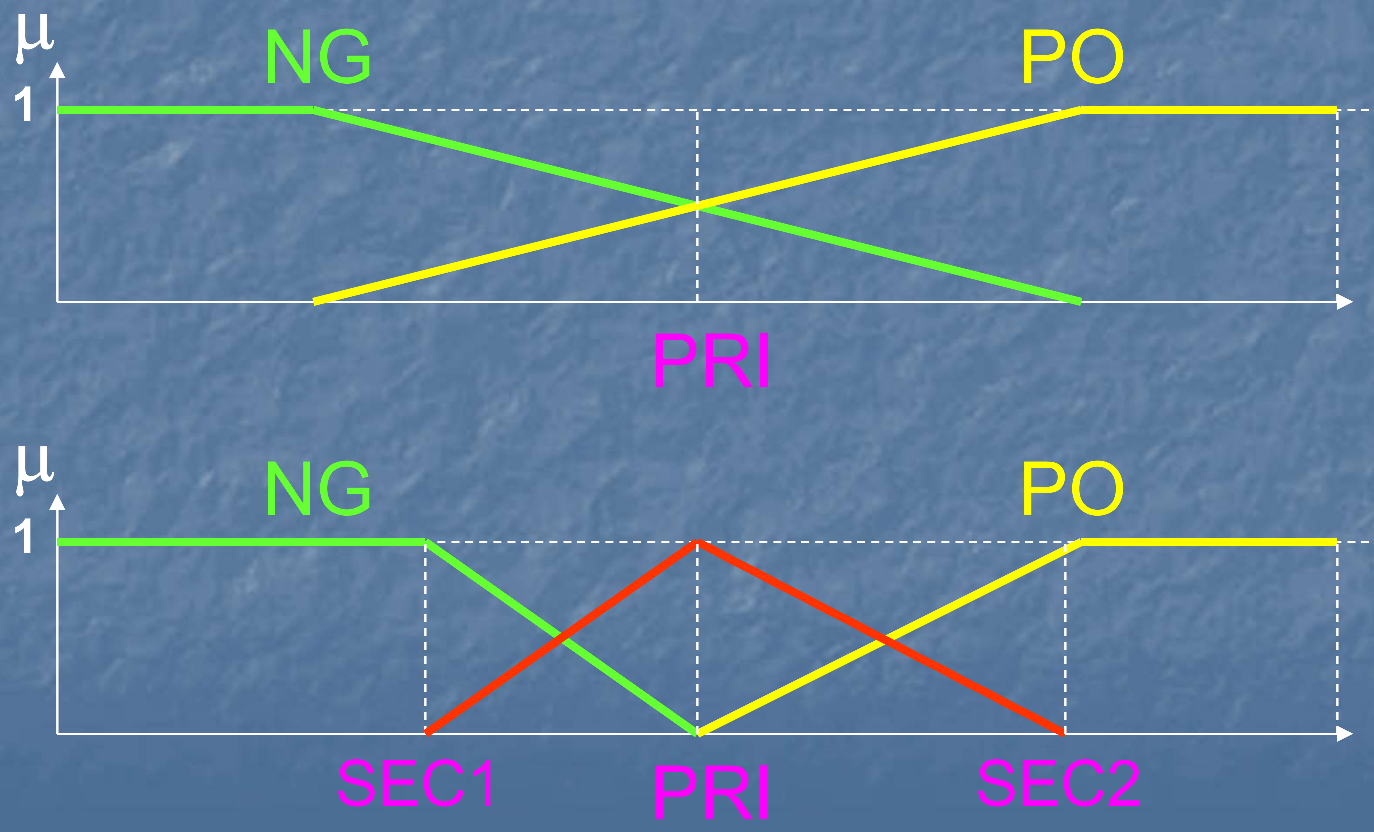
$q_i = (n_{qi}+1)/(n_q+1)$ احتمال وجود نمونه های یک (دو) در قسمت q



تئوری مجموعه ها

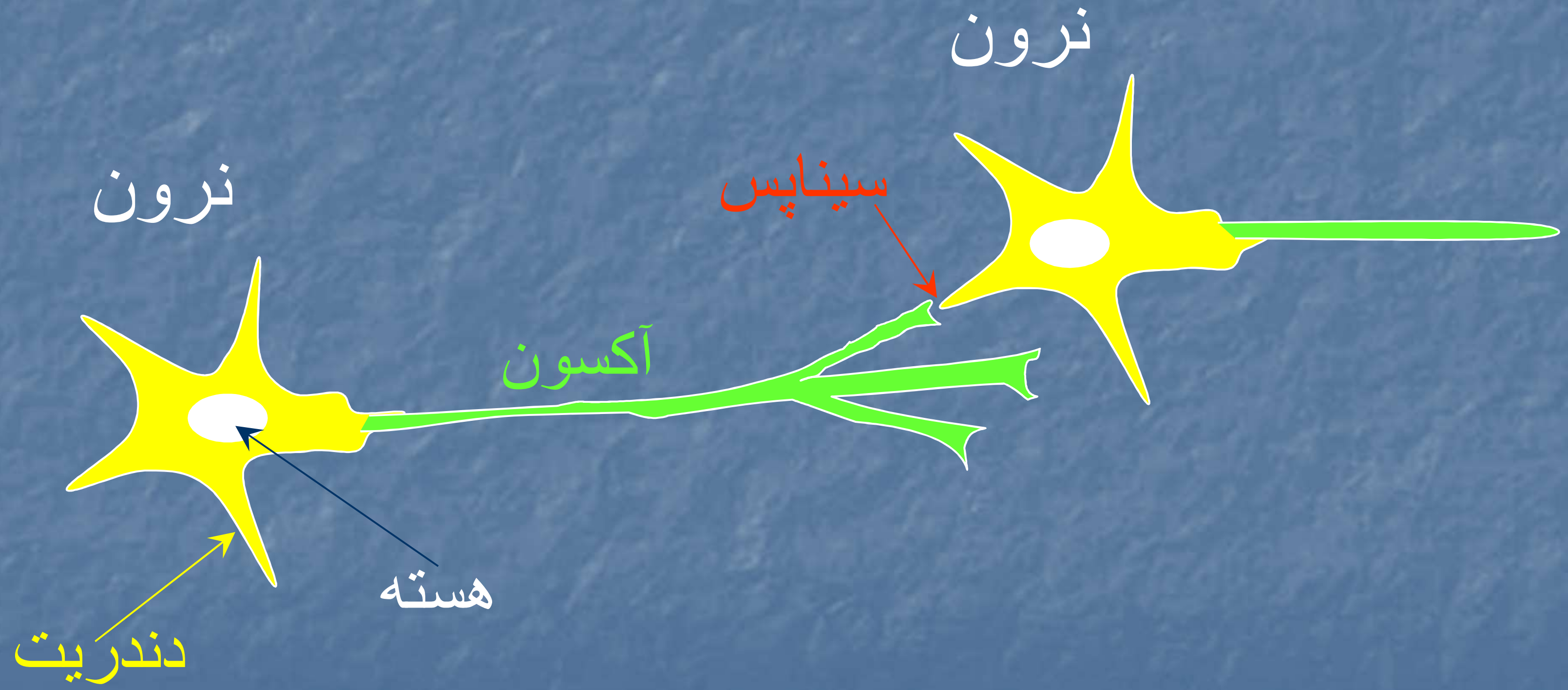
روش های فازی سازی

استدلال استنتاجی (استنتاج بوسیله مینیمم کردن آنتروپی)



تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

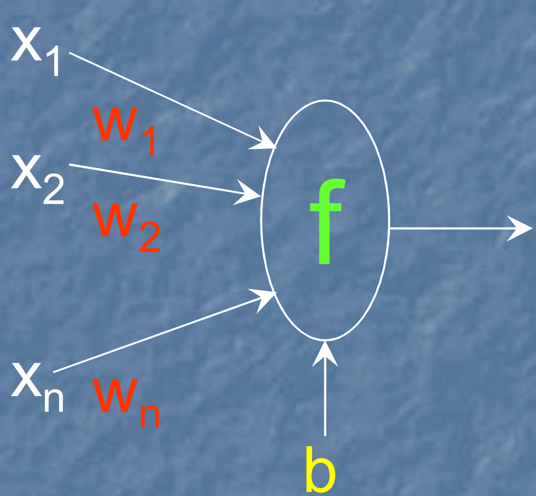
شبکه عصبی



تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

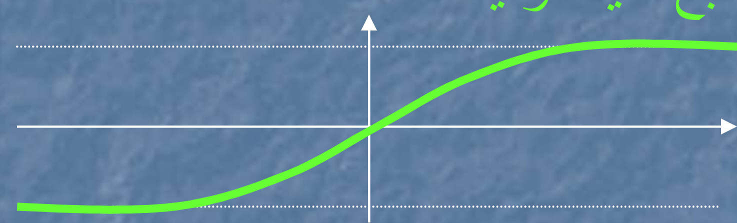
شبکه عصبی

نرون



$y=f(\sum_i w_i x_i - b)$

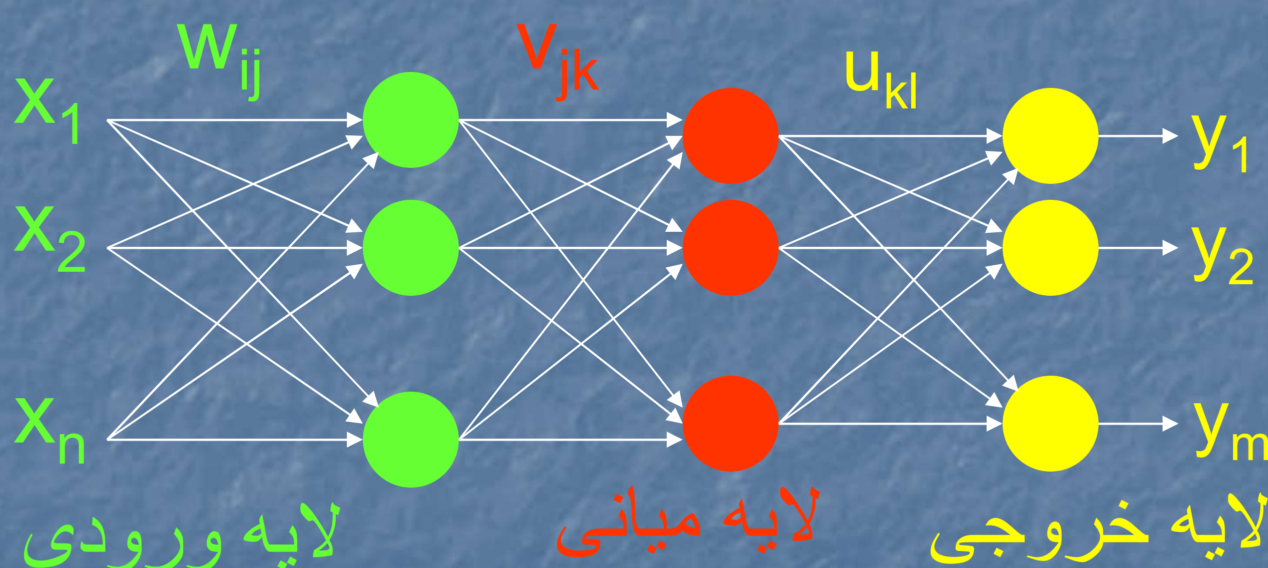
تابع سیگموئید



شبکه عصبی سه لایه

$y_{wj}=f_1(\sum_i w_{ij}.x_i-b_{wj})$

$y_{vk}=f_2(\sum_j v_{jk}.y_{wj}-b_{vk})$



$y_l=f_3(\sum_k u_{kl}.y_{vk}-b_{ul})$

شبکه عصبی

آموزش شبکه عصبی - قانون یادگیری - مینیمم کردن تابع معیار

حرکت در جهت عکس گرادیان

$$\Delta w = -\eta . \partial E / \partial w$$

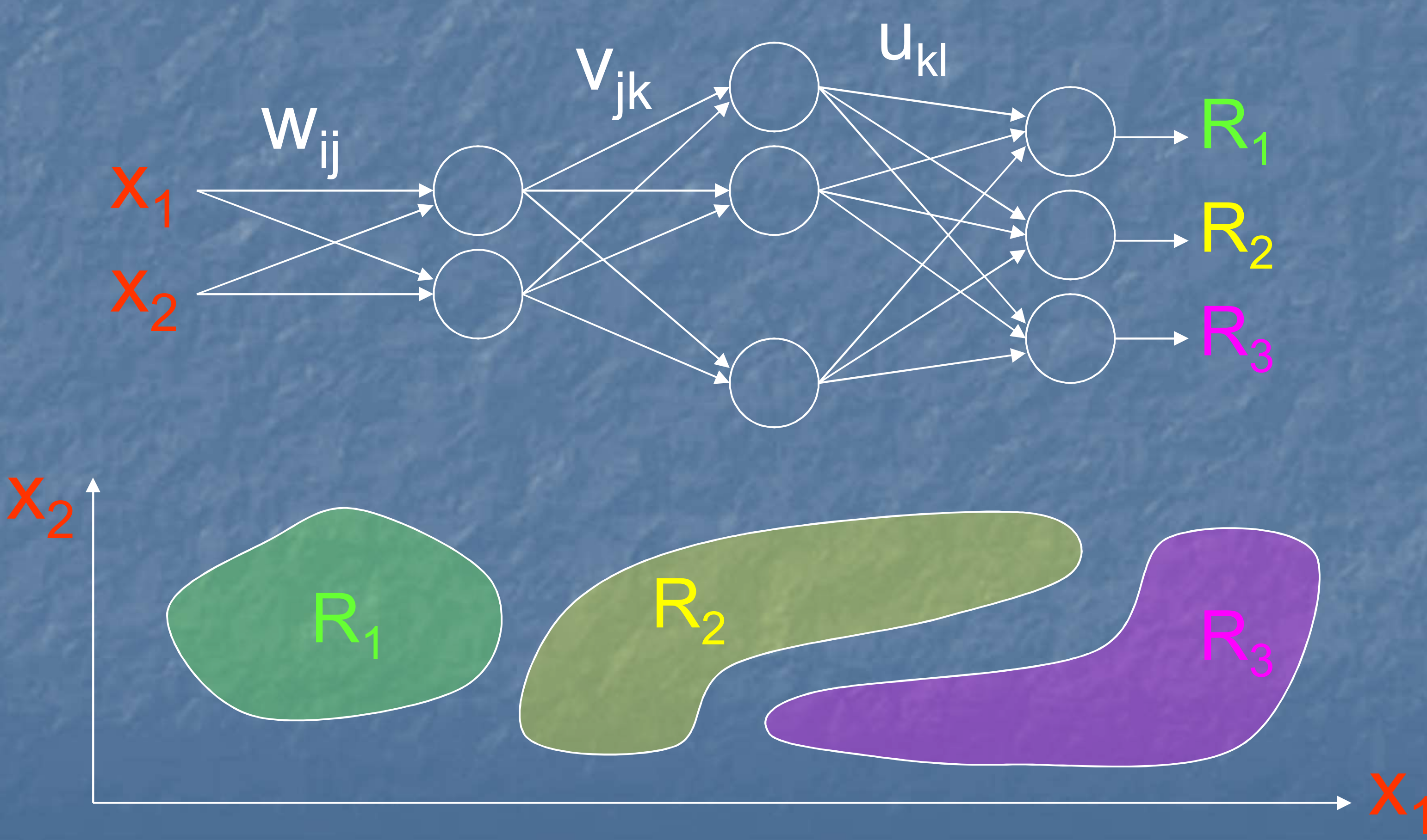
$E = \sum_l (y_l - y_l')^2$ y' برابر با خروجی مطلوب است

$y_l = f_3(\sum_k u_{kl} . y_{vk} - b_{ul})$ $y_{vk} = f_2(\sum_j v_{jk} . y_{wj} - b_{vk})$

$$y_{wj} = f_1(\sum_i w_{ij} . x_i - b_{wj})$$

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

شبکه عصبی



تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

شبکه عصبی

شبکه با داده هایی که از تعلق آنها به دسته خاصی مطمئن هستیم آموزش داده میشود

بعد از آموزش شبکه, تابع تعلق داده های مرزی توسط شبکه پوشش داده می شود

x_1	2	3	5	6	8	9	11	12
x_2	2	4	2	4	2	4	2	4
R_1,R_2,R_3	1,0,0	1,0,0	0,1,0	0,1,0	0,0,1	0,1,0	0,0,1	0,0,1

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

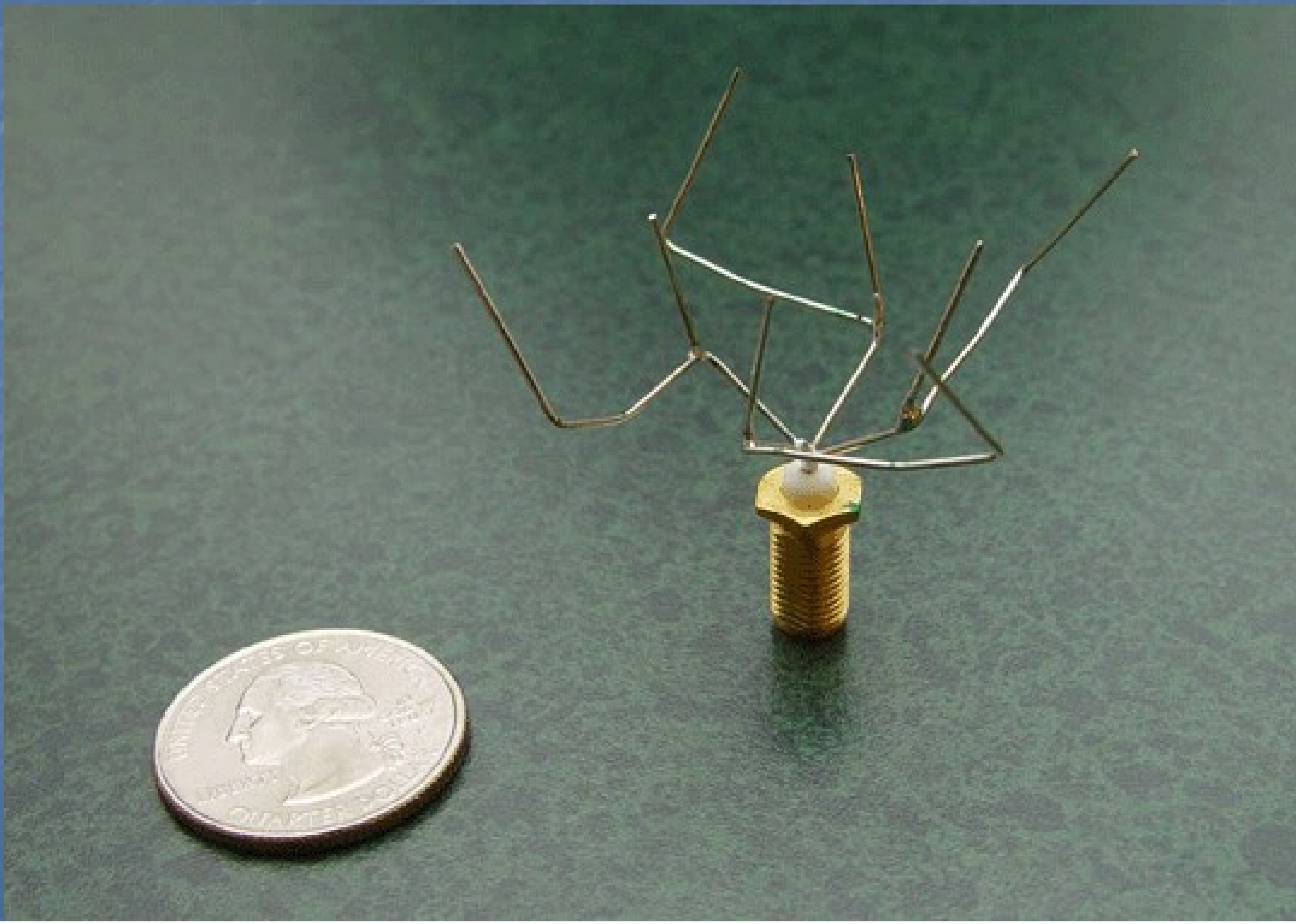
قانون بقای داروین بقای شایسته ترینها

قانون تکامل داروین

ایجاد نسل بهبود یافته جدید با اصلاح نسل قبلی

اصلاح با اعمال عملیات باز سازی, جابجایی و جهش بر روی ژنهای نسل قبلی ایجاد می شود

آنتن طراحی شده توسط ناسا با الگوریتم ژنتیک



تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

جواب های ممکن متفاوتی از مسئله بصورت تصادفی ایجاد می شوند

این جواب ها تست و ارزیابی می شوند

تعدادی از بهترین جواب ها انتخاب می شوند وبقیه حذف می شوند
(قانون بقای شایسته ترین ها)

نسل جدیدی از جواب ها با انجام عملیات باز سازی, جابجایی و جهش بر روی جواب های انتخاب شده ایجاد میشود (قانون تکامل)

عملیات ارزیابی و تولید نسل جدید آنقدر تکرار می شود تا همگرایی صورت بگیرد

تئوری مجموعه ها   روش های فازی سازی

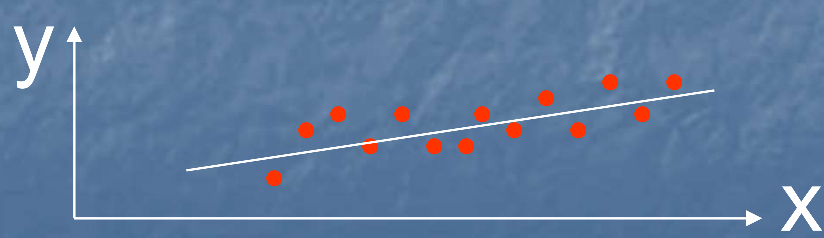
الگوریتم ژنتیک

1- بدست آوردن پارامترهایی از مسئله که با مقداردهی آنها یک راه حل مسئله بدست می آید

به عنوان مثال در مسئله پیداکردن خطی که دارای کمترین مجموع مربعات خطا نسبت به یکسری ازداده هاست پارامترها عبارتند از

c_1 , c_2 $y=c_1x+c_2$

پارامترهای



تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

2- کد کردن پارامترهای مسئله بصورت باینری ومقداردهی تصادفی کد باینری

$$c_i=c_{imin}+b_i(c_{imax}-c_{imin})/(2^L-1)$$

تعداد بیتهای کد باینری L

مقداردسیمال کد باینری b_i

مقدار ماکزیمم پارامتر c_{imax}

مقدار مینیمم پارامتر c_{imin}

$$c_1=c_2=[-2,2]$$

$b_1=2\ (0010)$ $b_2=10\ (1010)$

$c_1=-2+2(2-(-2))/(2^4-1)=-1.46$ $c_2=0.66$

تئوری مجموعه ها　　　روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

3- کنار هم قرار دادن کدهای باینری پارامترها بصورت یک رشته باینری (ژن) n رشته L بیتی برای n پارامتر

و تولید یک جمعیت اولیه بصورت تصادفی

00101010
10001100
11010011
10110001
10100010
11100011

تئوری مجموعه ها   روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

4- جمعیت فعلی با یک تابع معیار تست و ارزیابی می شود و تعدادی از شایسته ترین ژنها انتخاب و بقیه حذف می شوند

(قانون بقای داروین)

برای هر ژن با استفاده از فرمول کد کردن پارامترها فرمول خط را بدست آورده تا مجموع مربعات خطا برای هر خط و در نتیجه برای ژن متناظر بدست آید سپس می توان با تعریف یک حد آستانه ژنهایی که این حد را ارضاء نمیکنند را حذف کرد

$$f=\sum_i (y_i-y_i')^2$$

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

5- با اصلاح نسل قبلی (قانون تکامل داروین) یعنی انجام عملیات بازسازی, جابجایی و جهش بر روی نسل قبلی, جمعیت ونسل جدید تولید میشود و مراحل 4 و5 آنقدر تکرار می شود تا همگرایی درجوابها بوجود بیاید

بازسازی به معنی انتخاب تعدادی از بهترین ژنهای نسل قبل بدون هیچ تغییری برای نسل جدید

عملیات بازسازی قانون بقای شایسته ترین ژنها (قانون بقای داروین) را گارانتی میکند زیرا باعث می شود که بهترین ها در هر نسل باقی بمانند

الگوریتم ژنتیک

عملیات جابجایی به این صورت انجام میگیرد که ابتدا دو ژن بصورت راندوم از بهترینهای نسل قبلی انتخاب میشود سپس یک مکان در دو ژن بصورت راندوم انتخاب میشود وسرانجام قسمتهای انتخاب شده در دو ژن با یکدیگر جابجا میشوند

1010101$\boxed{10011}$

111001$\boxed{110100}$

101010110100

111001110011

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

عملیات جهش به این صورت انجام میگیرد که ابتدا یک ژن بصورت راندوم ازبهترینهای نسل قبلی انتخاب میشود سپس یک بیت در ژن بصورت راندوم انتخاب میشود و مقدار این بیت معکوس میشود

↓

111001110100

111001111100

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک در حقیقت یک الگوریتم جستجوی هوشمندانه درفضای جوابهای ممکن مسئله است بدین معنی که الگوریتم ژنتیک با استفاده از عملیات بازسازی و جابجایی جستجو را در مسیری که بهترین جوابها قرار دارند ادامه میدهد و بدین ترتیب فضای جستجو را خیلی کوچک میکند

بنابراین عملیات بازسازی و جابجایی اکثر قدرت لازم را برای عملیات جستجو در اختیار میگذارد ولی برای مواقع خاص نیاز به قدرت بیشتری است که توسط عملیات جهش این قدرت بدست میاید

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

چرا نیاز به عملیات جهش داریم

زیرا ممکن است برای بدست آوردن یک جواب بهینه نیاز به این باشد که یک بیت خاص یک باشد ولی این بیت خاص در جمعیت اولیه صفر باشد مشخص است که با عملیات بازسازی و جابجایی نمیتوان این بیت را یک کرد وتنها با عملیات جهش احتمال یک شدن این بیت وجود دارد

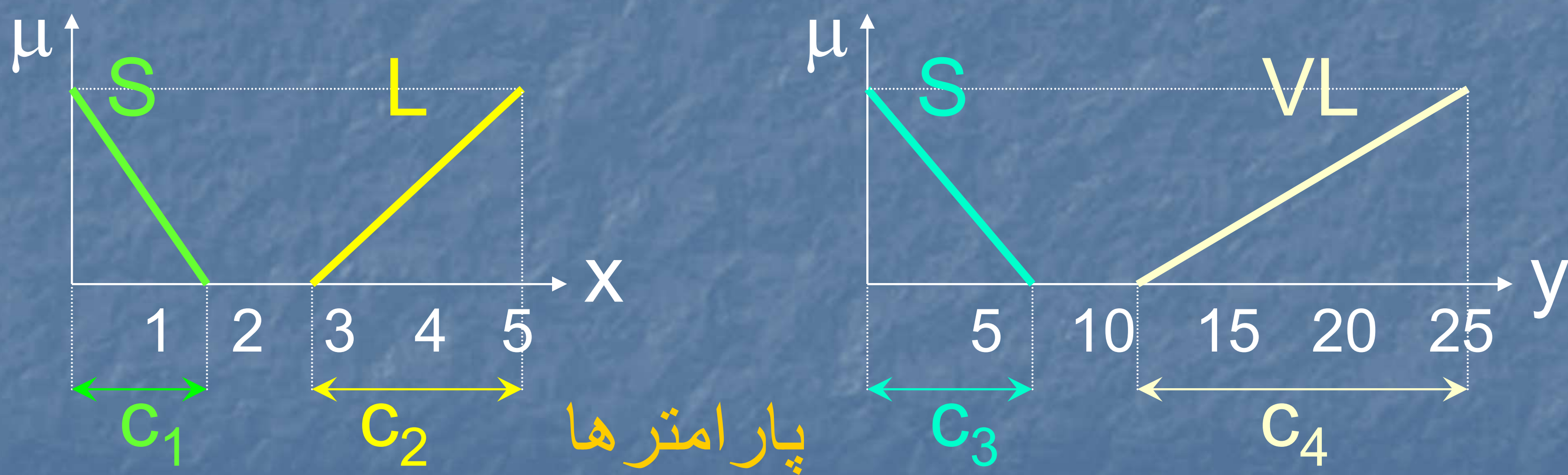
میزان عملیات جهش معمولا خیلی کمتر از عملیات بازسازی و جابجایی است (یک بار در هر هزار بیت)

تئوری مجموعه ها روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

x	1	2	3	4	5
y	1	4	9	16	25

x	S	L
y	S	VL

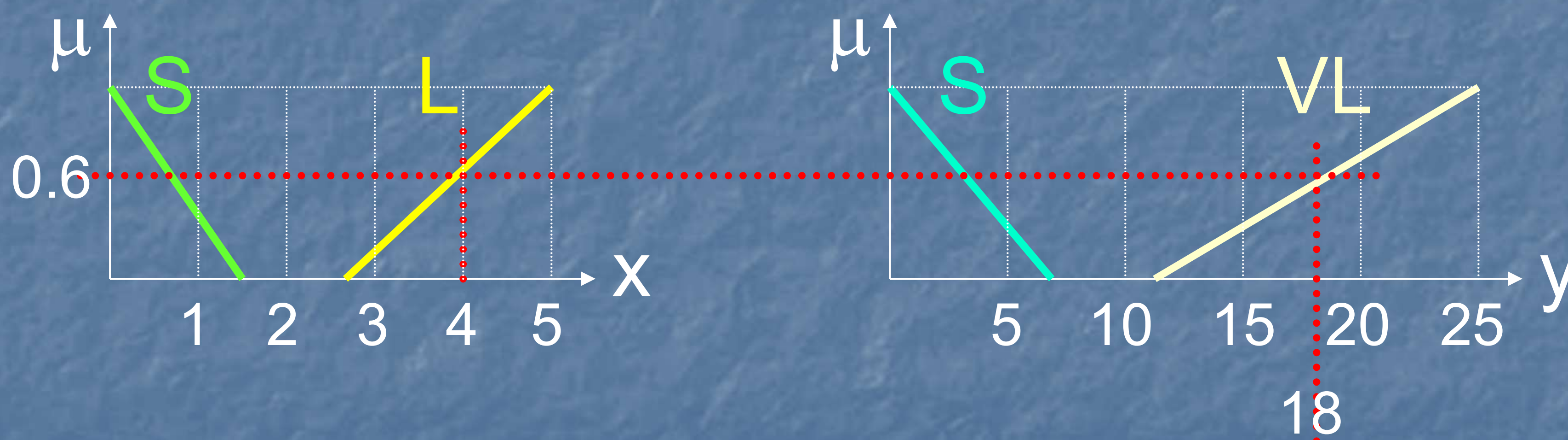


تئوری مجموعه ها   روش های فازی سازی

الگوریتم ژنتیک

x	1	2	3	4	5
y	1	4	9	16	25

x	S	L
y	S	VL

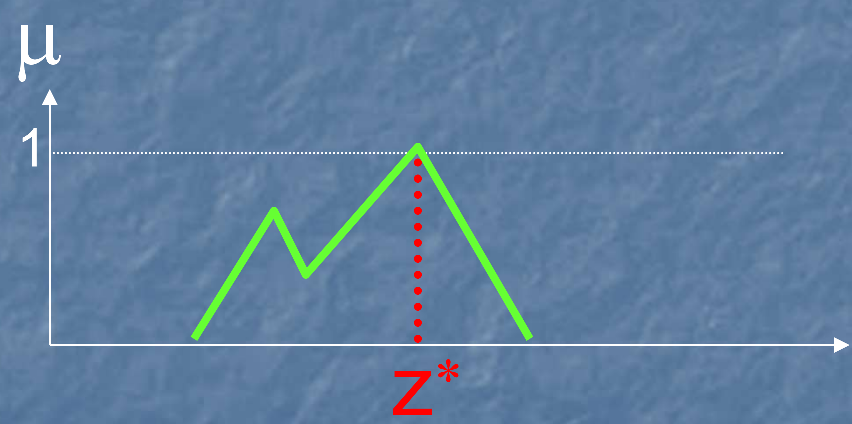


تابع ارزیابی $F = \sum_i (y_i - y_i')^2 = \dots + (16-18)^2 + \dots$

ماکزیمم

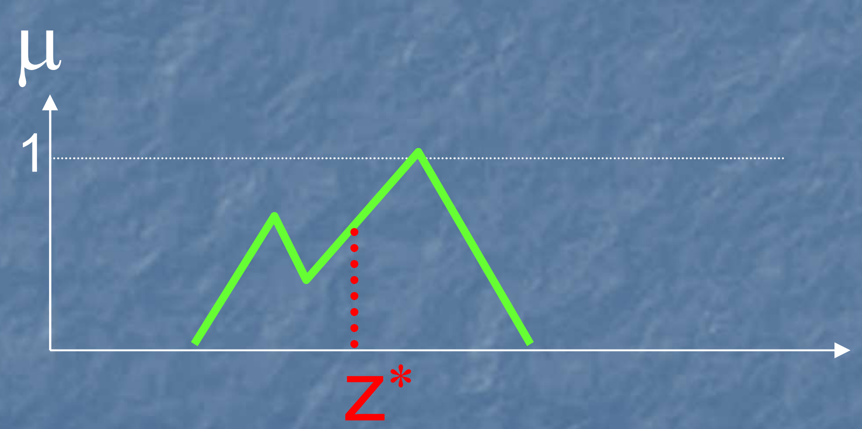
جایی که تابع تعلق بیشترین مقدار را دارد

$$\mu_C(z^*) \geq \mu_C(z) \quad z \in Z$$



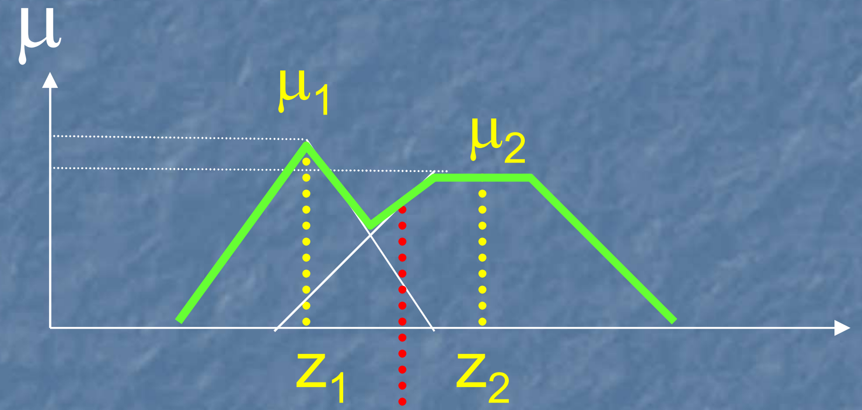
مرکز ثقل

$$z^* = (\int z.\mu_C(z).dz)/(\int \mu_C(z).dz)$$



متوسط وزنی مراکز

$$z^* = \left(\sum \bar{z}.\mu_C(\bar{z})\right)/\left(\sum \mu_C(\bar{z})\right)$$

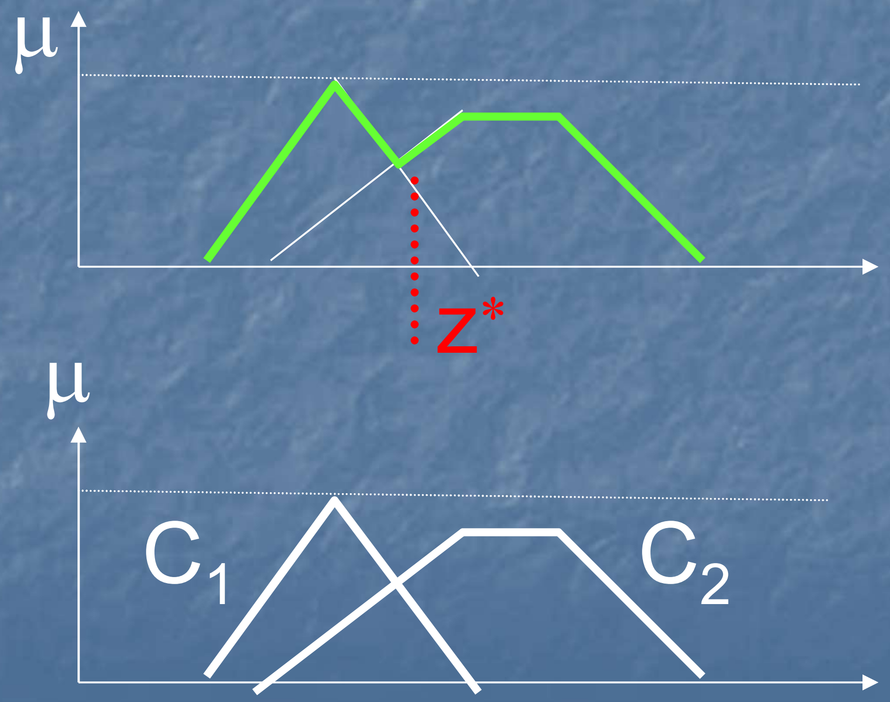


$$z^*=(\mu_1.z_1+\mu_2.z_2)/(\mu_1+\mu_2)$$

روشهای غیر فازی سازی

متوسط مرکز ثقل توابع تعلق

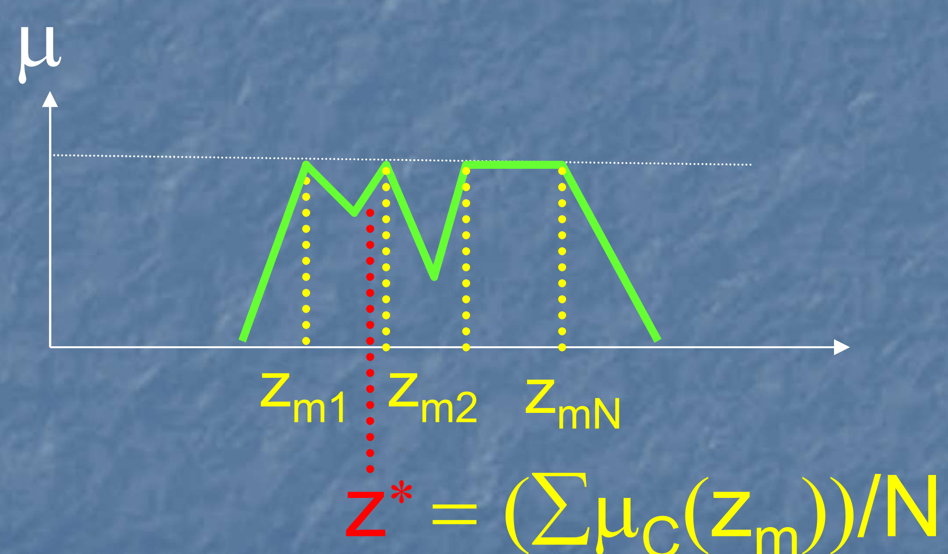
$$z^* = \left(\int z \sum \mu_{Ck}(z)\,dz\right) / \left(\int \sum \mu_{Ck}(z)\,dz\right)$$



تئوری مجموعه ها روشهای غیر فازی سازی

متوسط ماکزیمم ها

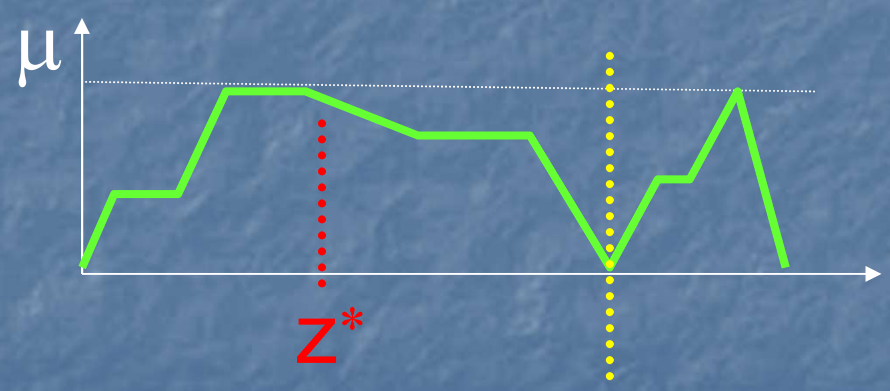
$$z^* = (\sum \mu_C(z_m))/N$$



مرکز ثقل بزرگترین قسمت

اگر مجموعه فازی حداقل به دو قسمت محدب تقسیم شود

$$z^* = (\int z\mu_{Cm}(z)dz)/(\int \mu_{Cm}(z)dz)$$



اولین یا آخرین ماکزیمم

$$z^* = \inf \{z \in Z \mid \mu_{C_k}(z) = hgt(C_k)\}$$

$$z^* = \sup \{z \in Z \mid \mu_{C_k}(z) = hgt(C_k)\}$$

توابع و روابط

یک تابع را می توان بصورت یک رابطه بیان کرد

$$\mu_R(x,y)=1 \text{ if } y=f(x)$$

$$\mu_R(x,y)=0 \text{ if } y\neq f(x)$$

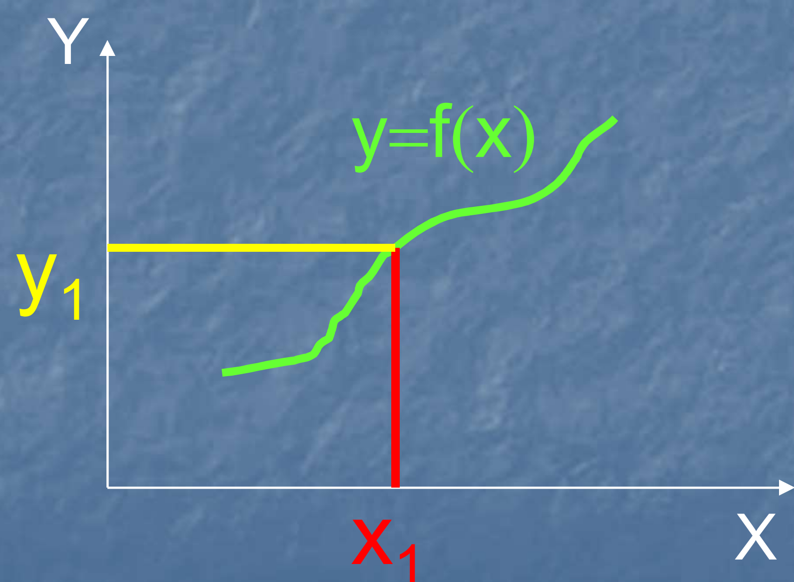
$$\mu_R(x_1,\dots,x_n,y)=1 \text{ if } y=f(x_1,\dots,x_n)$$

$$\mu_R(x_1,\dots,x_n,y)=0 \text{ if } y\neq f(x_1,\dots,x_n)$$

$R : y = x^2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1

توابع و روابط

اگر رابطه یا تابع بین ورودی ها و خروجی مشخص باشد چگونه میتوان با داشتن مجموعه های ورودی مجموعه خروجی را بدست آورد



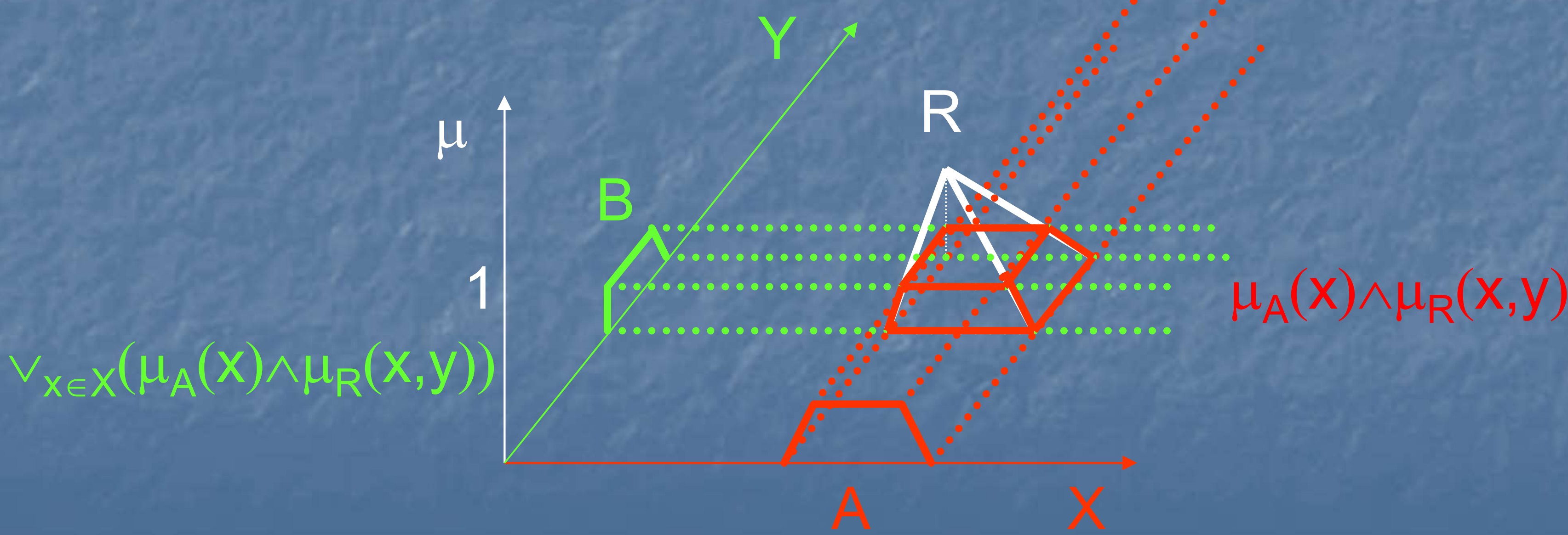
اصل گسترش

توابع و روابط

$$\mu_B(y) = \vee_{x \in X} (\mu_A(x) \wedge \mu_R(x,y)) \leftrightarrow B = A \circ R$$

$$\equiv$$

$$\mu_B(y) = \vee_{y=f(x)} \mu_A(x) \leftrightarrow B = f(A)$$



اصل گسترش

تعمیم برای توابع چند متغیره

$$\mu_B(y) = \vee(\mu_{A1\times\ldots\times An}(x)\wedge\mu_R(x_1,\ldots x_n,y)) \leftrightarrow B = (A_1\times\ldots\times A_n)\circ R$$

$$\mu_B(y) = \vee_{y=f(x1,\ldots,xn)}\,\mu_{A1\times\ldots\times An}(x) \leftrightarrow B = f(A_1\times\ldots\times A_n)$$

$A_1=\{.2/1,1/2,.1/3\}$ $A_2=\{.1/4,1/5,.2/6\}$

$y=x^2$ $B = ?$ سه روش

$A_1\times A_2 =\{.1/(1,4),.2/(1,5),.2/(1,6),.1/(2,4),1/(2,5),.2/(2,6),$
$.1/(3,4),.1/(3,5),.1/(3,6)\}$

$y=x_1+x_2$ $B = ?$ سه روش

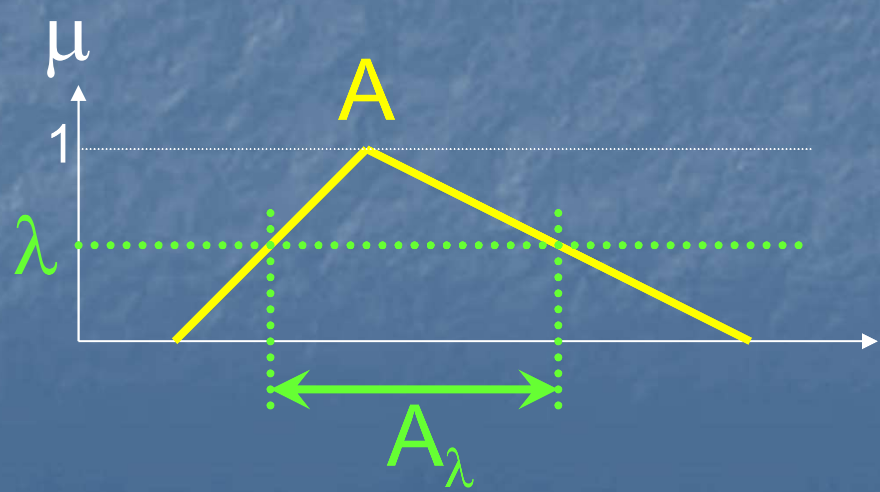
برشهای لامدای مجموعه فازی

برشهای لامدای یک مجموعه فازی مجموعه های کلاسیکی هستند که اعضای آنها تابع تعلق بزرگتر یا مساوی لامدا دارند

$$A_\lambda=\{x \mid \mu_A(x)\geq\lambda\}$$

$$A=\{0/f,.2/a,.3/b,.5/c,.8/d,1/e\}$$

$A_1=\{e\}$ $A_{.5}=\{c,d,e\}$ $A_{0+}=\{a,b,c,d,e\}$



برشهای لامدای رابطه فازی

برشهای لامدای یک رابطه فازی رابطه های کلاسیکی هستند که اعضای آنها تابع تعلق بزرگتر یا مساوی لامدا دارند

$$R_\lambda=\{(x,y) \mid \mu_R(x,y)\geq\lambda\}$$

R

.8	.2	.5
1	0	1
.3	.6	.7

$R_{.8}$

1	0	0
1	0	1
0	0	0

$R_{.3}$

1	0	1
1	0	1
1	1	1

عملیات وخواص برشهای لامدا

$(A \cup B)_\lambda = A_\lambda \cup B_\lambda$ $\qquad (R \cup S)_\lambda = R_\lambda \cup S_\lambda$

$(A \cap B)_\lambda = A_\lambda \cap B_\lambda$ $\qquad (R \cap S)_\lambda = R_\lambda \cap S_\lambda$

$(A')_\lambda \neq (A_\lambda)'$, $(R')_\lambda \neq (R_\lambda)'$ except $\lambda = 0.5$

$\alpha \geq \lambda \rightarrow A_\alpha \subseteq A_\lambda$, $R_\alpha \subseteq R_\lambda$ $\qquad A_0 = X \quad R_0 = E$

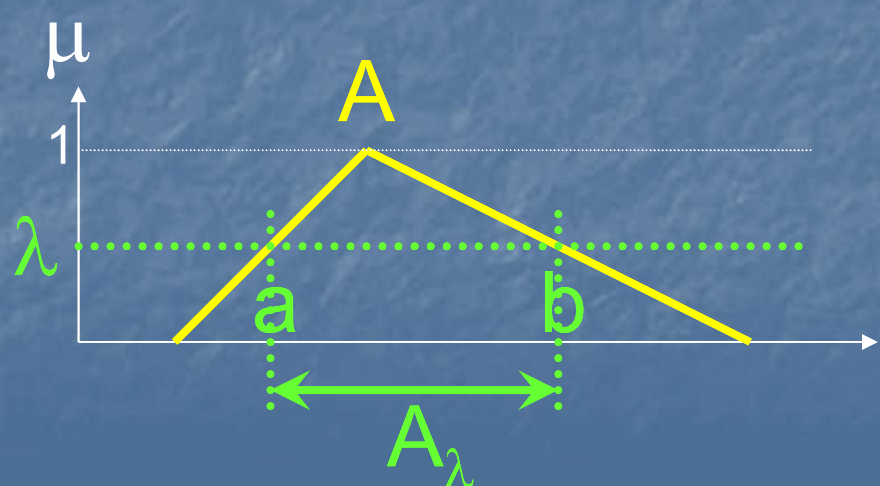
$$A^\lambda = \{\lambda/x \mid x \in A_\lambda\} \rightarrow \bigcup_{\lambda \in [0,1]} A^\lambda = A$$

برشهای لامدای اعداد فازی

اعداد فازی مجموعه های فازی محدب با یک نقطه نرمال هستند

برش لامدای یک عدد فازی در حقیقت بازه ای را تعریف میکند که در آن بازه مقدار تابع تعلق بزرگتر از لامدا است

$$A_\lambda = [a,b]$$



اعداد فازی

جبر فازی

عملیات حسابی با اعداد فازی

دو روش برای انجام عملیات حسابی اعداد فازی وجود دارد

1- استفاده از اصل گسترش

ابتدا حاصلضرب کارتزین دو عدد فازی را بدست آورده سپس تابع مورد نظر یعنی جمع یا ضرب یا تفریق یا تقسیم را روی آن اعمال میکنیم

$A_1=\{.2/1,1/2,.1/3\}$ $A_2=\{.1/4,1/5,.2/6\}$

$A_1\times A_2=\{.1/(1,4),.2/(1,5),.2/(1,6),.1/(2,4),1/(2,5),.2/(2,6),$
$.1/(3,4),.1/(3,5),.1/(3,6)\}$

$y=x_1+x_2 \quad B=\{.1/5,.2/6,1/7,.2/8,.1/9\}$

$y=x_1-x_2 \quad B=\{.1/-1,.1/-2,1/-3,.2/-4,.2/-5,.2/8,.1/9\}$

عملیات حسابی با اعداد فازی

2- استفاده از برشهای لامدا یا به عبارتی بازه ها

ابتدا برشهای مختلفی از دو عدد فازی بدست آورده

سپس عملیات حسابی را روی برشها یا به عبارتی روی بازه های ایجاد شده از برشها انجام میدهیم و با توجه به اینکه نتیجه عملیات حسابی روی برشها برابر با برش نتیجه عملیات میباشد رابطه زیر

$$(I*J)_\lambda = I_\lambda * J_\lambda$$

بدین ترتیب برشهای مختلفی از نتیجه عملیات حسابی بدست میاید و با توجه به فرمول زیر میتوان از روی برشها نتیجه را بصورت تقریبی یا کامل بسته به تعداد برشها بازسازی کرد

$$I^\lambda = \{\lambda/x \mid x \in I_\lambda\} \rightarrow \cup_{\lambda \in [0,1]} I^\lambda = I$$

عملیات روی بازه ها

$$(I*J)_\lambda = I_\lambda * J_\lambda \qquad B_\lambda = f(I_\lambda)$$

$$\mathrm{supp}(I) = I_{0+} \qquad \mathrm{supp}(I*J) = \mathrm{supp}(I) * \mathrm{supp}(J)$$

$$[a,b]+[c,d]=[a+c,b+d]$$

$$[a,b]-[c,d]=[a-d,b-c]$$

$$[a,b].[c,d]=[\mathrm{Min}(ad,ac,bc,bd),\mathrm{Max}(ad,ac,bc,bd)]$$

$$[a,b]/[c,d]=[\mathrm{Min}(a/d,a/c,b/c,b/d),\mathrm{Max}(a/d,a/c,b/c,b/d)]$$

$$0 \notin [c,d]$$

$$\alpha[a,b]=[\alpha a,\alpha b] \quad \alpha \geq 0 \qquad \alpha[a,b]=[\alpha b,\alpha a] \quad \alpha < 0$$

$$I_\lambda.(J_\lambda+K_\lambda) \subset I_\lambda.J_\lambda+I_\lambda.K_\lambda$$

عملیات روی بازه ها

[a,b] , [c,d]	اشتراک	اجتماع
$a>d$	$\varnothing$	$[c,d]\cup[a,b]$
$c>b$	$\varnothing$	$[a,b]\cup[c,d]$
$a>c$, $d>b$	$[a,b]$	$[c,d]$
$c>a$, $b>d$	$[c,d]$	$[a,b]$
$d>b>c>a$	$[c,b]$	$[a,d]$
$b>d>a>c$	$[a,d]$	$[c,b]$

روشهای تقریبی اصل گسترش

روش رأس ها

$$I_\lambda=[a,b]$$

اگر تابع صعودی یا نزولی باشد

$$B_\lambda=f(I_\lambda)=[\min(f(a),f(b)),\max(f(a),f(b))]$$

$$B_\lambda=f(I_{1\lambda}\times\ldots\times I_{n\lambda})=[\min_i f(c_i),\max_i f(c_i)]$$

c_i حاصلضرب کارتزین رأسها

اگر تابع دارای ماکزیمم یا مینیمم باشد

$$B_\lambda=f(I_{1\lambda}\times\ldots\times I_{n\lambda})=[\min_i (f(c_i),f(E_i)),\max_i (f(c_i),f(E_i))]$$

E_i حاصلضرب کارتزین اکسترمم ها و رأسها

روشهای تقریبی اصل گسترش

روش رأس ها

$y=x(2-x)$ $\quad$ $y'=2-2x \rightarrow x=1$

$I_{0+}=[.5,2]$

$c_1=.5 \quad c_2=2 \quad E_1=1$

$B_{0+}=[0,1]$

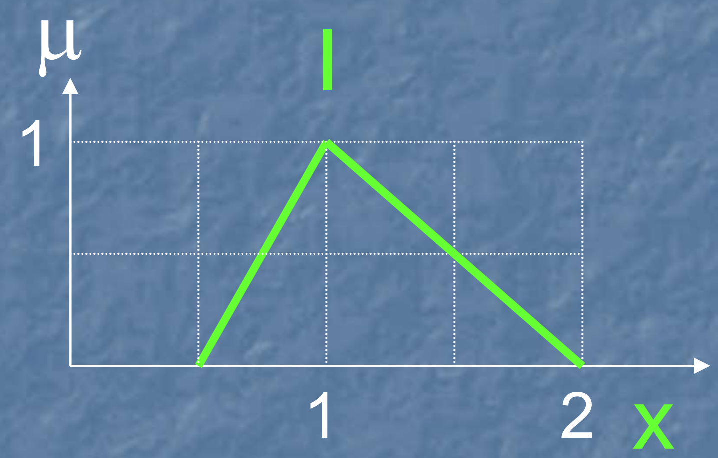
$I_{.5}=[.75,1.5]$

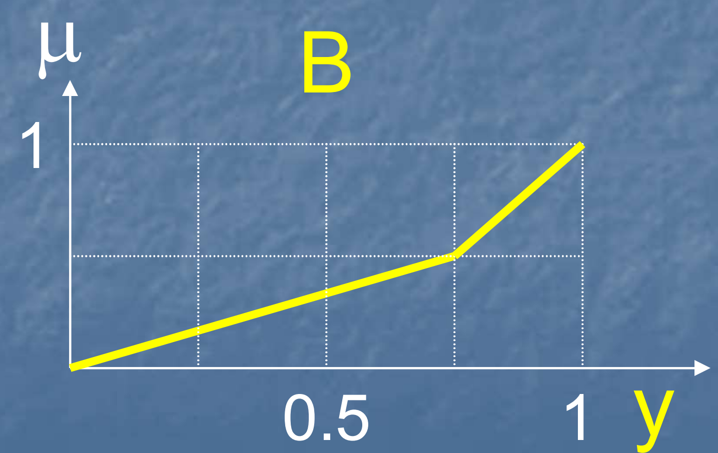
$c_1=.75 \quad c_2=1.5 \quad E_1=1$

$B_{.5}=[.75,1]$

$I_1=[1,1]$

$c_1=c_2=E_1=1 \quad B_1=[1,1]$





جبر فازی روشهای تقریبی اصل گسترش

روش بازه ها DSW

$$y=x(2-x)$$

$$I_{0+}=[.5,2]$$

$$B_{0+}=[.5,2](2-[.5,2])=[0,3]$$

$$I_{.5}=[.75,1.5]$$

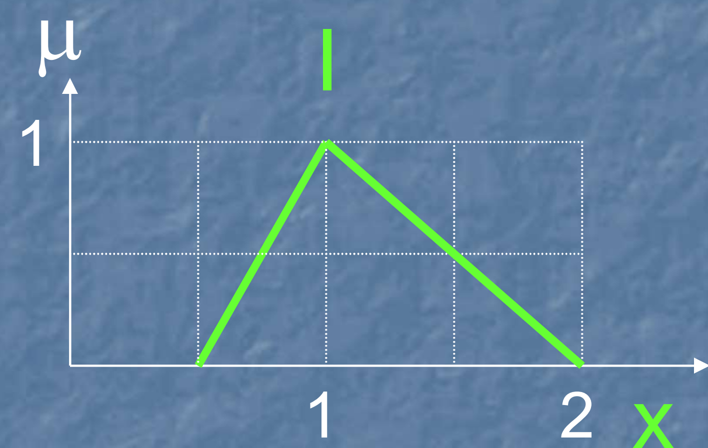
$$B_{.5}=[.75,1.5](2-[.75,1.5])$$

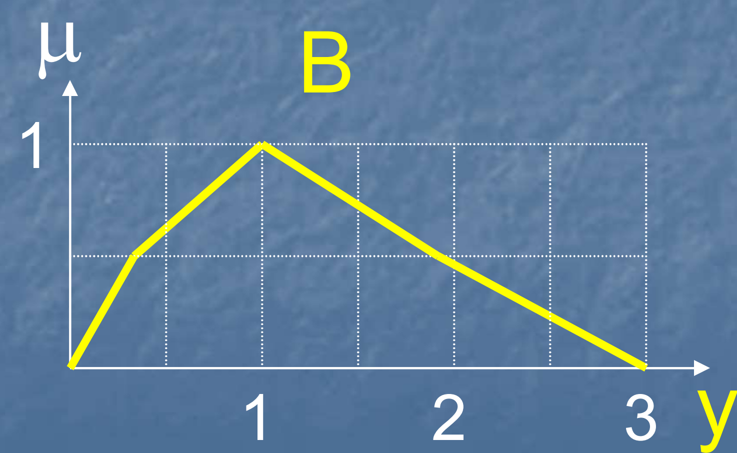
$$B_{.5}=[.375,1.875]$$

$$I_{1}=[1,1]$$

$$B_{1}=[1,1]$$

تذکر $[-.5,1]^2=?$





ضرب داخلی وخارجی

$a=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ $\quad 0\le a_i \le 1$

حاصلضرب داخلی

$$a\bullet b^T = \vee_i (a_i \wedge b_i)$$

حاصلضرب خارجی

$$a\oplus b^T = \wedge_i (a_i \vee b_i)$$

متمم

$$a' = (1-a_1,1-a_2,\ldots,1-a_n) = (a'_1,a'_2,\ldots,a'_n)$$

$a=(.1,.3,.7,.4)$ $\quad b=(.5,.9,.3,.2)$

$a\bullet b^T = ?$ $\quad a\oplus b^T = ?$

خواص ضرب داخلی وخارجی

$(a \bullet b^T)' = a' \oplus b'^T$ $\quad (a \oplus b^T)' = a' \bullet b'^T$

$a^{\wedge} = \max_i(a_i)$ $\quad a_{\wedge} = \min_i(a_i)$

$a \bullet b^T \leq a^{\wedge} \wedge b^{\wedge}$ $\quad a \oplus b^T \geq a_{\wedge} \vee b_{\wedge}$

$a \bullet a^T = a^{\wedge}$ $\quad a \oplus a^T = a_{\wedge}$

$a \subseteq b \rightarrow a \bullet b^T = a^{\wedge}$ $\quad b \subseteq a \rightarrow a \oplus b^T = a_{\wedge}$

$a \bullet a' \leq ½$ $\quad a \oplus a' \geq ½$