حسین زارع دار - ۹۶۳۱۰۳۵ تمرین دوم هوش محاسباتی

سوال ۱-

الف)

a) $A^c = \{1.0,\ 0.7,\ 0.2,\ 0.0,\ 0.2,\ 0.7,\ 1.0\}$

b) $A \cup B = \{1.0,\ 0.9,\ 0.8,\ 1.0,\ 0.8,\ 0.3,\ 0.0\}$

c) $A \cap B = \{0.0,\ 0.3,\ 0.7,\ 0.5,\ 0.2,\ 0.0,\ 0.0\}$

$\Rightarrow (A \cap B) \cup A^c = \{1.0,\ 0.7,\ 0.7,\ 0.5,\ 0.2,\ 0.7,\ 1.0\}$

ب)

$$A\ op\ B\ =\ \{1.0,\ 1.0,\ 1.0,\ 1.0,\ 1.0,\ 0.3,\ 0.0\}$$

این عملگر به نوعی معادل عملگر اجتماع می‌باشد، از این جهت که مقدار توابع تعلق را دو مجموعه را با هم دیگر جمع می‌کند. و برای اینکه مقادیر تعلق از ۱ بیشتر نشود، حد بالای آن را محدود به ۱ می‌کند.

سوال ۲-

ابتدا روابط R_1 و R_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$R_1 = \{\frac{0.1}{a,1} + \frac{0.1}{a,2} + \frac{0.1}{a,3} + \frac{0.3}{b,1} + \frac{0.7}{b,2} + \frac{0.5}{b,3}\}$$

$$R_2 = \{\frac{0.2}{1,c} + \frac{0.3}{1,d} + \frac{0.3}{1,e} + \frac{0.2}{2,c} + \frac{0.4}{2,d} + \frac{0.7}{2,e} + \frac{0.2}{3,c} + \frac{0.4}{3,d} + \frac{0.5}{3,e}\}$$

سپس رابطه‌ی R_1 را روی مجموعه مرجع z و رابطه‌ی R_2 را روی مجموعه مرجع x توسعه استوانه ای می‌دهیم:

$$R_1 \times z = \{\frac{0.1}{a,1,c} + \frac{0.1}{a,1,d} + \frac{0.1}{a,1,e} + \frac{0.1}{a,2,c} + \frac{0.1}{a,2,d} + \frac{0.1}{a,2,e} + \frac{0.1}{a,3,c} + \frac{0.1}{a,3,d} + \frac{0.1}{a,3,e}$$
$$+ \frac{0.3}{b,1,c} + \frac{0.3}{b,1,d} + \frac{0.3}{b,1,e} + \frac{0.7}{b,2,c} + \frac{0.7}{b,2,d} + \frac{0.7}{b,2,e} + \frac{0.5}{b,3,c} + \frac{0.5}{b,3,d} + \frac{0.5}{b,3,e}\}$$

$$R_2 \times x = \{\frac{0.2}{a,1,c} + \frac{0.2}{b,1,c} + \frac{0.3}{a,1,d} + \frac{0.3}{b,1,d} + \frac{0.3}{a,1,e} + \frac{0.3}{b,1,e} + \frac{0.2}{a,2,c} + \frac{0.2}{b,2,c} + \frac{0.4}{a,2,d}$$
$$+ \frac{0.4}{b,2,d} + \frac{0.7}{a,2,e} + \frac{0.7}{b,2,e} + \frac{0.2}{a,3,c} + \frac{0.2}{b,3,c} + \frac{0.4}{a,3,d} + \frac{0.4}{b,3,d} + \frac{0.5}{a,3,e} + \frac{0.5}{b,3,e}\}$$

حال که مجموعه مرجع این دو یکسان هستند، می‌توانیم R_3 را حساب کنیم:

$$R_3 \times y = (R_1 \times z) \cap (R_2 \times x) =$$
$$\{\frac{0.1}{a,1,c} + \frac{0.2}{b,1,c} + \frac{0.1}{a,1,d} + \frac{0.1}{b,1,d} + \frac{0.1}{a,1,e} + \frac{0.3}{b,1,e} + \frac{0.1}{a,2,c} + \frac{0.2}{b,2,c} + \frac{0.1}{a,2,d}$$
$$+ \frac{0.3}{b,2,d} + \frac{0.1}{a,2,e} + \frac{0.7}{b,2,e} + \frac{0.1}{a,3,c} + \frac{0.2}{b,3,c} + \frac{0.1}{a,3,d} + \frac{0.4}{b,3,d} + \frac{0.1}{a,3,e} + \frac{0.5}{b,3,e}\}$$

سپس آن مجموعه را روی z x x تصویر می‌کنیم:

$$R_3 = \{\frac{0.1}{a,c} + \frac{0.1}{a,d} + \frac{0.1}{a,e} + \frac{0.2}{b,c} + \frac{0.4}{b,d} + \frac{0.7}{b,e}\}$$

سوال ۳-

حاصل‌ضرب کارتزین را محاسبه می‌کنیم:

	A	1	2	3	4
B	A×B	0.5	0.3	0.1	1.0
5	0.7	0.5	0.3	0.1	0.7
6	0.2	0.2	0.2	0.1	0.2
7	0.8	0.5	0.3	0.1	0.8
8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

سپس تصویر A×B را بر روی A و B محاسبه می‌کنیم:

	A	1	2	3	4
B	Proj	0.5	0.3	0.1	0.8
5	0.7	0.5	0.3	0.1	0.7
6	0.2	0.2	0.2	0.1	0.2
7	0.8	0.5	0.3	0.1	0.8
8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

(نارنجی‌ها، A×B اند)

حال اگر $\mathrm{Proj}(A) \times \mathrm{Proj}(B)$ را حساب کنیم، مشاهده خواهیم کرد که برابر با A×B است. در نتیجه این رابطه، جدایی‌پذیر می‌باشد.

سوال ۴-

ابتدا ضرب کارتزین دو مجموعه‌ی A_1 و A_2 را بدست می‌آوریم:

$$A_1 \times A_2 = \{\frac{0.2}{1,4} + \frac{0.2}{1,5} + \frac{0.2}{1,6} + \frac{0.4}{2,4} + \frac{0.4}{2,5} + \frac{0.4}{2,6} + \frac{0.3}{3,4} + \frac{0.3}{3,5} + \frac{0.3}{3,6}\}$$

حال مجموعه‌ی B را می‌توانیم بدست آوریم:

$$B = \{\frac{0.2}{11} + \frac{0.2}{12} + \frac{0.2}{13} + \frac{0.4}{17} + \frac{0.4}{18} + \frac{0.4}{19} + \frac{0.3}{27} + \frac{0.3}{28} + \frac{0.3}{29}\}$$

سوال ۵-

الف)

a) محدوده حمایتی: بازه‌ی $[A, B]$، مرزها: بازه‌ی (A, B)، هسته: A

b) محدوده حمایتی: (A, B)، مرزها: بازه‌ی (A, B) به جز $(A+B)/2$، هسته: $(A+B)/2$

c) محدوده حمایتی: (A, B)، مرزها: بازه‌ی (A, B) به جز دو پیک‌ای که برابر با ۱ هستند، هسته: دو پیک‌ای که برابر ۱ اند.

ب) هر سه تابع، نرمال می‌باشد زیرا نقطه‌ای وجود دارد که به ازای آن، تابع تعلق برابر با ۱ می‌شود. نقاط نرمال: a) نقطه‌ی A، b) نقطه‌ی $(A+B)/2$ و c) دو پیک‌ای که برابر با ۱ هستند.

ج)

a) نقطه‌ی $(A+B)/2$

b) دو نقطه‌ای در دو طرف ماکزیمم که ارتفاعشان برابر ۰.۵ است.

c) دو درّه‌ای که ارتفاع در آن‌ها برابر ۰.۵ است.

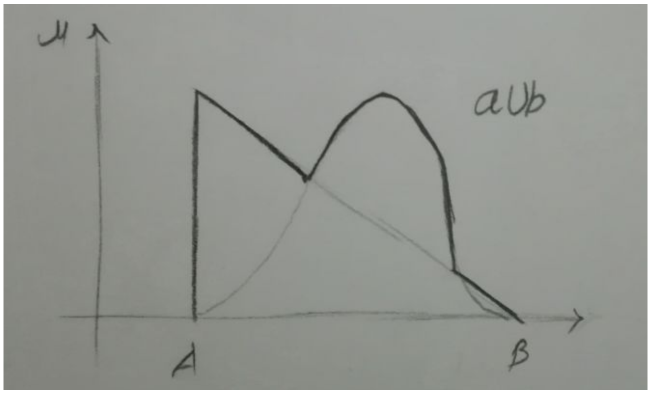
د) تابعی محدب است است که به ازای هر نقطه‌ی y ای که بین هر دو نقطه‌ی دلخواه x و z در نظر بگیریم، ارتفاع تابع در نقطه‌ی y، بزرگتر مساوی مینیمم ارتفاع در x و z باشد.

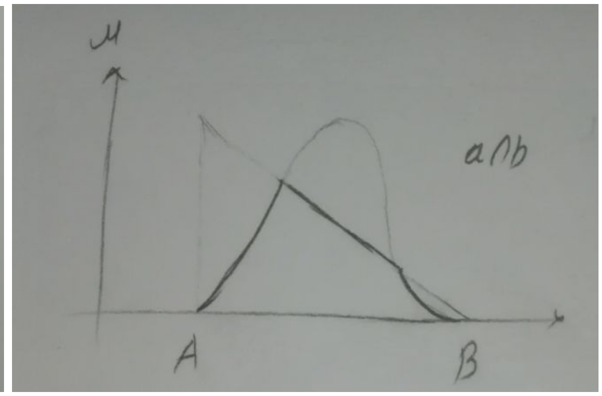
a) محدب است. زیرا شرط گفته‌شده به ازای تمام x و y و z ها برقرار است.

b) محدب است. زیرا شرط گفته‌شده به ازای تمام x و y و z ها برقرار است.

c) محدب نیست. اگر یکی از درّه‌ها را به عنوان y در نظر بگیریم و قله‌های سمت چپ و راستش را به x و z، در نتیجه آن شرطی که گفتیم برقرار نخواد شد.

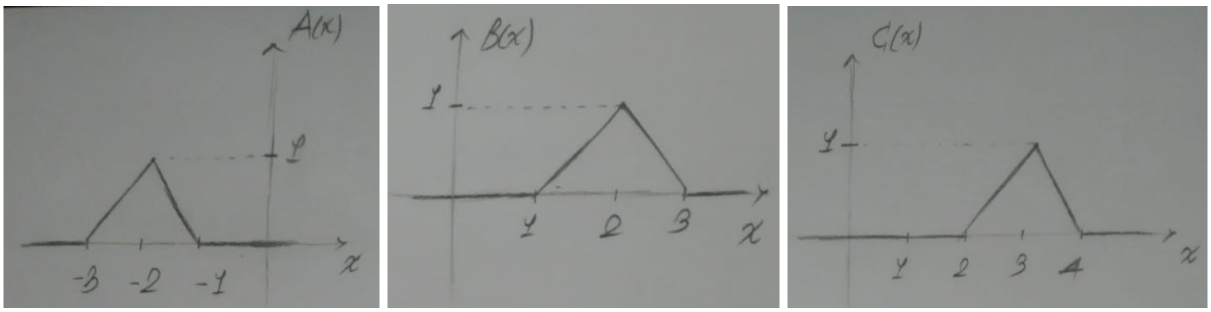
۵)





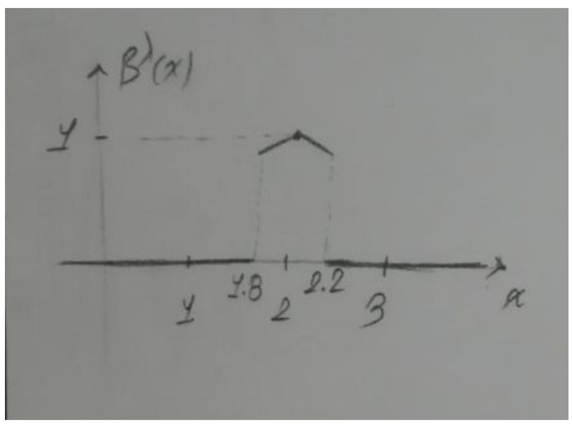
اجتماع، محدب نیست (به علت وجود درّه) ولی اشتراک محدب می‌باشد.

سوال ۶-

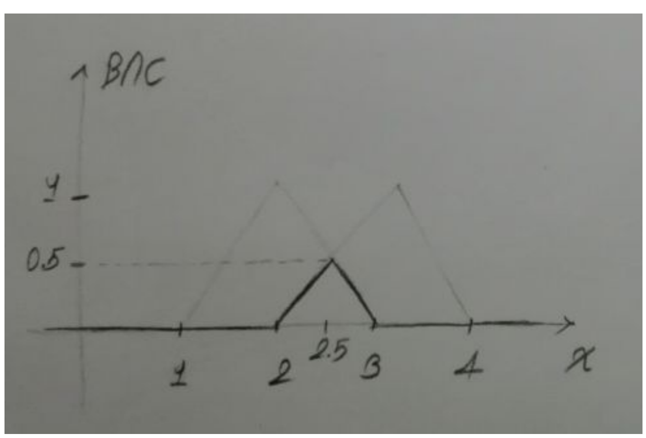


الف) حاصل برش لامبدا، بازه‌ی $[-2.3, -1.7]$ می‌باشد.

ب)



ج)



سوال ۷-

الف) تعریف Max-Product:

$$R_1 = A \rightarrow B : \ \mu_R(x, y) = Max(\ \mu_A(x).\mu_B(x), \ 1 - \mu_A(x)\ )$$

پس برای گزاره‌ی

$$high - income\ (A) \rightarrow low - demand\ (B)$$

خواهیم داشت:

	B	D_1	D_2	D_3
A	R	0.7	0.4	0.2
1	0.0	1	1	1
2	0.3	0.7	0.7	0.7
3	0.5	0.5	0.5	0.5
4	0.9	0.63	0.36	0.18
5	0.6	0.42	0.4	0.4

ب) تعریف Max-Min:

$$R_2 = A \rightarrow B : \ \mu_R(x, y) = Max(\ Min(\mu_A(x), \ \mu_B(x)), \ 1 - \mu_A(x)\ )$$

پس برای گزاره‌ی

$$(low - income\ (C) \wedge good - future\ (D))(A) \rightarrow high - demand\ (B)$$

خواهیم داشت:

	B	D_1	D_2	D_3
A=C□D	R	0.1	0.3	0.8
$1, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$2, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$3, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$4, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$5, F_1$	0.0	1	1	1
$2, F_2$	0.5	0.5	0.5	0.5
$2, F_2$	0.5	0.5	0.5	0.5
$3, F_2$	0.5	0.5	0.5	0.5
$4, F_2$	0.3	0.7	0.7	0.7
$5, F_2$	0.0	1	1	1
$1, F_3$	0.7	0.3	0.3	0.7
$2, F_3$	0.9	0.1	0.3	0.8
$3, F_3$	0.7	0.3	0.3	0.7
$4, F_3$	0.3	0.7	0.7	0.7
$5, F_3$	0.0	1	1	1

ج) برای ترکیب در قانون اول، از Max-Product استفاده می‌کنیم که به این صورت تعریف

می‌شود :

$$B_1 = A_1 \circ R : \ \mu_{B_1} = Max_{x \in X}(\ \mu_{A_1}(x).\mu_R(x,\ y)\ )$$

در اینصورت برای قانون اول خواهیم داشت:

	B_1	D_1	D_2	D_3
A_1	R=AحB	0.45	0.45	0.45
1	0.3	1	1	1
2	0.5	0.7	0.7	0.7
3	0.9	0.5	0.5	0.5
4	0.5	0.63	0.36	0.18
5	0.3	0.42	0.4	0.4

در نتیجه، مقادیر برای low-demand به این صورت شد:

$$low - demand = \{0.45,\ 0.45,\ 0.45\}$$

برای ترکیب در قانون دوم، از Min-Max استفاده می‌کنیم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B_1 = A_1 \circ R : \ \mu_{B_1} = Max_{x \in X}(\ Min(\mu_{A_1}(x),\ \mu_R(x,\ y))\ )$$

در اینصورت خواهیم داشت:

	B_1	D_1	D_2	D_3
$A_1 = C_1D$	R	0.5	0.5	0.7
$1, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$2, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$3, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$4, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$5, F_1$	0.1	0.9	0.9	0.9
$2, F_2$	0.3	0.5	0.5	0.5
$2, F_2$	0.5	0.5	0.5	0.5
$3, F_2$	0.5	0.5	0.5	0.5
$4, F_2$	0.5	0.7	0.7	0.7
$5, F_2$	0.3	1	1	1
$1, F_3$	0.3	0.3	0.3	0.7
$2, F_3$	0.5	0.1	0.3	0.8
$3, F_3$	0.9	0.3	0.3	0.7
$4, F_3$	0.5	0.7	0.7	0.7
$5, F_3$	0.3	1	1	1

در نتیجه، مقادیر برای high-demand به این صورت شد:

$$high - demand = \{0.5,\ 0.5,\ 0.7\}$$

حال با اشتراک گرفتن بین تابع تعلق‌های low-demand و high-demand که برای مشتری با درآمد متوسط، به کمک دو قانون گفته شده بدست آمد، خواهیم داشت:

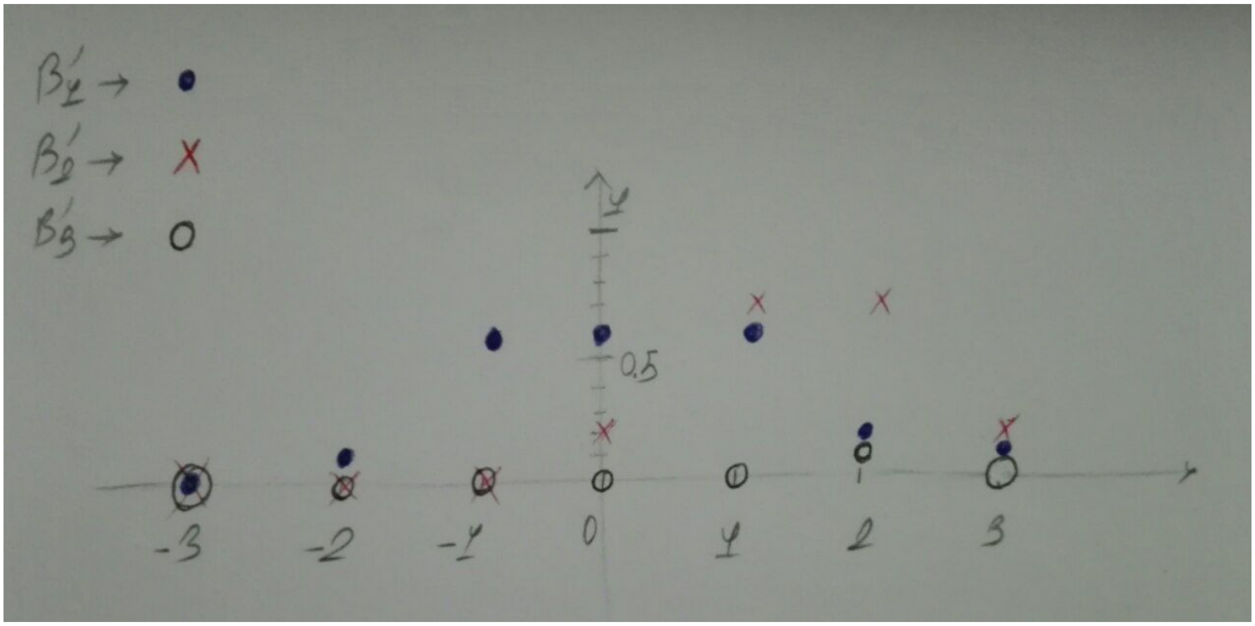
$$demand\ for\ mid - income = \{0.5,\ 0.5,\ 0.7\}$$

سوال ۸-

فازی‌سازی، تبدیل متغیرها و مجموعه‌های کریسپ یا تصادفی، به متغیرها/مجموعه‌های فازی می‌باشد. هنگامی که در مسئله‌ی ما، بیان یک مفهوم به صورت دقیق و عددی ممکن نیست (مثلا بیان گرم بودن چای) یا درست یا غلط بودن یک گزاره‌ی منطقی (مثلا اینکه یک شخص قد بلند است یا نه) نمی‌تواند به صورت True/False بیان شود و می‌توان در جوابش گفت «تا حدی درست است، تا حدی هم غلط». در نتیجه، در این موارد به کمک فازی‌سازی، به حوزه‌ی فازی می‌رویم و از ابزارهای و مفاهیم این حوزه استفاده می‌کنیم.

مسیر برعکس، غیرفازی‌سازی می‌باشد. یعنی تولید متغیرهای دقیق یا تصادفی، از روی متغیرهای فازی. بعد از حل شدن مسئله نیز، اگر نیاز به خروجی قطعی داشته باشیم، از غیرفازی‌سازی، استفاده می‌کنیم.

سوال ۹-



مراکز وزنی متوسط:

باید نقطه‌ی تقارن مجموعه‌ها را در نظر بگیریم و میانگین وزن‌دار محاسبه کنیم:

(البته مجموعه‌ی اول، دقیقا متقارن نیست ولی با کمی چشم‌پوشی، می‌توان آن را متقارن فرض کرد.)

$$z^* = \frac{\sum \bar{z}.\mu_c(\bar{z})}{\sum \mu_c(\bar{z})} = \frac{0*0.6 +0.7*1.5+0.2*2}{0.6+0.7+0.2} = 0.96$$

متوسط مرکز ثقل:

ابتدا مرکز ثقل هر مجموعه را حساب می‌کنیم:

$$B_1^{CoM} = \frac{0.0\times(-3) + 0.1\times(-2) + 0.6\times(-1) + 0.6\times0 + 0.6\times1 + 0.2\times2 + 0.1 * 3}{0.0 + 0.1 + 0.6 + 0.6+ 0.6 + 0.2+ 0.1}$$
$$= 0.22$$

چون مجموعه‌های دوم و سوم، دقیقا متقارن هستند، مرکز ثقل‌شان همان مرکز تقارن می‌شود که به ترتیب ۱.۵ و ۲ می‌باشد.

$$z^* = \frac{0.22 + 1.5 + 2}{3} = 1.24$$

متوسط ماکزیمم‌ها:

در این حالت، ابتدا اجتماع را حساب می‌کنیم:

$$B_1 \cup B_2 \cup B_3 = \{0.0,\ 0.1,\ 0.6,\ 0.6,\ 0.7,\ 0.7,\ 0.2\}$$

سپس باید میانگین پیک‌ها را حساب کنیم که می‌شود میانگین دوتا 0.7 که مساوی با 0.7 می‌شود.

$$z^* = 0.7$$

سوال ۱۰-

الف) نادرست. اگر جدایی‌پذیر نباشد، نمی‌توان از روی تصاویر R بر روی X و Y، خود R را بازسازی کرد. در نتیجه، نمی‌توان از ترکیب U و R، به V رسید.

ب) درست. متغیرهای Type 1 فازی، صرفا مقدار تعلق را به صورت قطعی بیان می‌کنند و چیزی به عنوان احتمال رخداد در آن وجود ندارد. **اما** متغیر Type 2 فازی به عنوان Random-fuzzy variable نیز وجود دارد که در مورد احتمال رخداد نیز بحث می‌کند.

ج) درست. در فرآیند Defuzzification، ما متغیرهای فازی را به متغیرهای دقیق تبدیل می‌کنیم. (البته علاوه بر متغیرهای کریسپ، ممکن است که بخواهیم متغیر فازی را به متغیر تصادفی تبدیل کنیم.)

د) نادرست. اگر ورودی سیستم را A_1 قرار دهیم، خروجی B_1 الزامی ندارد که برابر با عبارت گفته شده شود؛ بلکه خروجی کاملا وابسته به روش ترکیبی دارد که برای $A_1 \circ R$ استفاده می‌کنیم.