فصل سوم

عبارات منظم و گرامرهای منظم

عبارات منظم ← Regular Expressions

گرامرهای منظم ← Regular Grammars

عبارات منظم (Regular Expression)

- نماینده زبانهای نوع سوم هستند.
- دلالت بر زبانهای نوع سوم هستند.
- به زبانهای نوع سوم ارزیابی می‌شوند.

دو تعریف:

- Syntax عبارات منظم
- Semanic عبارات منظم

Syntax عبارات منظم

- فرض کنید عبارت منظم روی Σ تعریف شده باشد.

1. $\emptyset$ یک عبارت منظم است.
2. λ یک عبارت منظم است.
3. $a \in \Sigma$ یک عبارت منظم است.
4. اگر R_1 و R_2 عبارات منظم باشند در این صورت R_1+R_2، R_1R_2 و R_1^* و (R_1) عبارات منظم هستند.

تعریف Syntax عبارات منظم

۱. ϕ یک عبارت منظم است.

۲. λ یک عبارت منظم است.

۳. $a \in \Sigma$ یک عبارت منظم است.

۴. اگر R_1 و R_2 عبارات منظم هستند در این صورت

R_1+R_2 ، R_1R_2 ، R_1^* و (R_1)

عبارات منظم هستند

$$\boxed{R = (1+0)^*(00+1)(1+0)^*}$$

$0 \in \Sigma$:

$1 \in \Sigma$:

$0+1$:

$(0+1)$:

$(0+1)^*$:

00 :

$00+1$:

$(00+1)$:

$(0+1)^*(00+1)$:

$(0+1)^*(00+1)(0+1)^*$:

$$\boxed{R = \lambda + 0}$$

$$\boxed{R = (0+1)^*(0+\lambda)}$$

$$\boxed{R = \phi}$$

Semantic عبارات منظم :

1. $\emptyset$ دلالت بر $\{\}$ دارد.
2. λ دلالت بر $\{\lambda\}$ دارد.
3. $a\in\Sigma$ دلالت بر $\{a\}$ دارد.
4. فرض کنید R_1 و R_2 به ترتیب دلالت بر $L(R_1)$ و $L(R_2)$ داشته باشند. دراین صورت

$$\text{I.}\quad L(R_1+R_2)=L(R_1)\cup L(R_2)$$

$$\text{II.}\quad L(R_1^*)=L(R_1)^*$$

$$\text{III.}\quad L(R_1R_2)=L(R_1)L(R_2)$$

$$\text{IV.}\quad L((R_1))=L(R_1)$$

$$R=(0+1)^*(00+11)(0+1)^*$$

$0 : \{0\}$

$1 : \{1\}$

$0+1 : \{0\}\cup\{1\}=\{0,1\}$

$(0+1) : \{0,1\}$

$(0+1)^* : \{0,1\}^*$

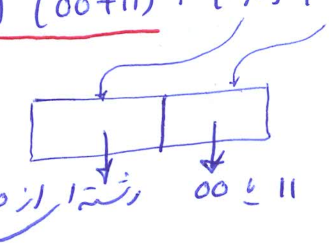
$00 : \{0\}\{0\}=\{00\}$

$11 : \{1\}\{1\}=\{11\}$

$00+11 : \{00\}\cup\{11\}=\{00,11\}$

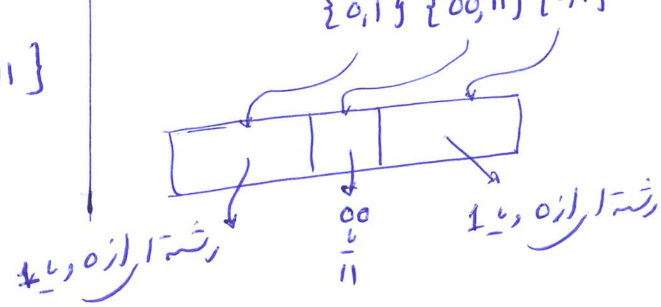
$(00+11) : \{00,11\}$

$\underline{(0+1)^*(00+11)} : \{0,1\}^*\{00,11\}$



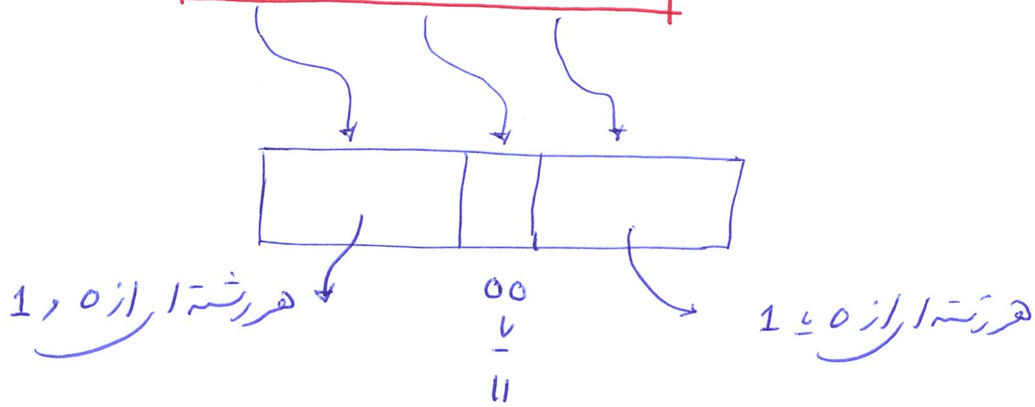
$\underline{(0+1)^*(00+11)(0+1)^*} :$

$\{0,1\}^*\{00,11\}\{0,1\}^*$



$R = (0+1)^*(00+11)(0+1)^*$:

$\boxed{\{0,1\}^*\{00,11\}\{0,1\}^*}$



مجموعه تمام رشته‌هایی که از 0 یا 1 تشکیل شده‌اند و دارای حداقل یک زیررشته 11 یا 00 باشند.

$R = a^*(a+b)$

a : $\{a\}$

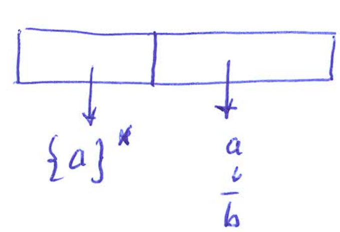
a^* : $\{a\}^*$

b : $\{b\}$

$a+b$: $\{a\} \cup \{b\} = \{a,b\}$

$(a+b)$: $\{a,b\}$

$a^*(a+b)$: $\boxed{\{a\}^*\{a,b\}}$



$L(R) = \{\lambda, a, aa, aaa, \ldots\}\{a,b\}$

$= \{a, aa, aaa, \ldots, b, ab, aab, \ldots\}$

$$\boxed{R = (a+b)^*(a+bb)}$$

$$\boxed{\{a,b\}^*\{a,bb\}}$$

هر رشته از a یا b	a یا bb

مجموعه تمام رشته هایی که از a و یا b تشکیل شده اند و به a یا bb ختم شده اند

$$\boxed{R = (aa)^*(bb)^*b}$$

$(aa)^* : \{aa\}^* = \{\lambda, aa, aaaa, aaaaaa, \ldots\}$

$(bb)^* : \{bb\}^* = \{\lambda, bb, bbbb, bbbbbb, \ldots\}$

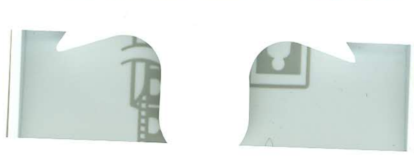
$\underline{(bb)^*b} : \{bb\}^*\{b\} = \{b, bbb, bbbbb, bbbbbbb, \ldots\}$

مجموعه تمام رشته هایی که b تشکیل شده باشند و دارا طول فرد باشند.

$(aa)^*(bb)^*b : \boxed{\{aa\}^*\{bb\}^*\{b\}}$

		b

$$\boxed{L(R) = \{a^{2n}b^{2m+1} \mid n \geq 0,\ m \geq 0\}}$$



۷- یک نگاه دیگر به عبارات منظم

یک نگاه الگوریتمیک

+ : یا

* : تکرار

$\boxed{(0+1)^*}$: $\{0,1\}^*$

$\Downarrow$

```
while (needed) do
    select 0 or 1
```

$\boxed{(0+1)^*(00+11)}$: $\{0,1\}^*\{00,11\}$

```
while (needed) do
    select 0 or 1
select
    00
or
    11
```

0101100 00

01000 00

0111100 11

0101101 11

$$\boxed{R = (0+1)^*(00+1)(0+1)^*}$$

while (needed) do
    select 0 or 1

Slect
    select 0
    select 0
or
    slect 1

while (needed) do
    select 0 or 1

✓ 010100100 10100

✓ 0101001 0010 100

✓ 010100 1 0010100

$$\boxed{R = ((0+1)^* + 1)^*}$$:

while (needed) do
Select
    while (needed) do
        select 0 or 1
or
    Select 1

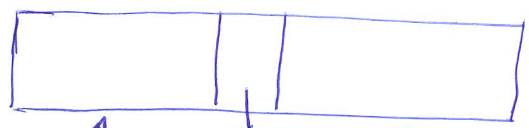
010100110 ✓

010100110 ✓

010100110 ✓

010100110 ✓

تعداد رشته‌ها با طول حداکثر ۳ در $L((a+b)^*(aa+b)(a+b)^*)$ چیست؟



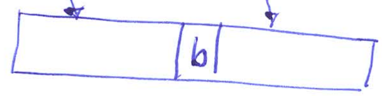
رشته‌ای از a یا b با طول صفر یا بیشتر — aa یا b — رشته‌ای از a یا b با طول صفر یا بیشتر

طول	تعداد	رشته‌ها
0	0	
1	1	b
2	4	aa, ba, bb, ab, ~~bb~~
3	8	aaa, baa, ~~aaa~~, aab, ~~baa~~, bab, bbb, bba, ~~aab~~, abb, ~~bbb~~, ~~bab~~, aba, ~~abb~~, ~~bba~~, ~~bbb~~

13

- عبارت منظم زیر چند رشته به طول کمتر از ۴ را نمایندگی می کند ؟

$$\boxed{R = (a+b)^* \, b \, (a+ab)^*}$$

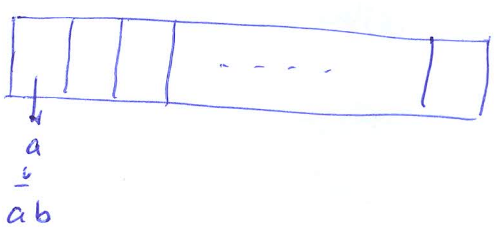


طول	تعداد	رشته ها
0	0	
1	1	b
2	3	ab , bb , ba
3	7	aba , bba , abb , bab , aab , bbb , baa , ~~bab~~
	11	

- عبارت منظم زیر چند رشته به طول کمتر از ۴ را نمایندگی می کند ؟

$$\boxed{R = (a+ab)^*}$$

```
while (needed) do
  select
     ab
  or
     a
```



طول	تعداد	رشته ها
0	1	λ
1	1	a
2	2	aa , ab
3	3	aaa , aab , aba
	7	

- یک عبارت منظم برای زبان زیر طراحی کنید.

$$\boxed{L = \{a^n b^m \mid n+m \text{ is even}\}}$$

$$L_1 = \{a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are even}\}$$

$$\emptyset$$

$$L_2 = \{a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are odd}\}$$

$$L = L_1 \cup L_2$$

$$R_1 = (aa)^*(bb)^* \qquad R_2 = a(aa)^* b(bb)^*$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$\boxed{R = (aa)^*(bb)^* + \underline{a(aa)^*}\, b(bb)^*}$$

$$a(aa)^* \equiv \underline{(aa)^* a}$$

$$R = (aa)^*(bb)^* + \underline{(aa)^* a}\, b(bb)^*$$

$$b(bb)^* \equiv \underline{(bb)^* b}$$

$$R = (aa)^*(bb)^* + (aa)^* a\, \underline{(bb)^* b}$$

تعریف

دو عبارت منظم R_1 و R_2 معادل هستند ($R_1 \equiv R_2$) اگر

$$L(R_1) = L(R_2)$$

$$L(R_1) \subset L(R_2)$$

$$x \in L(R_1) \Rightarrow x \in L(R_2)$$

هر رشته‌ای که توسط R_1 نمایش داده می‌شود توسط R_2 هم نمایش داده می‌شود.

$$L(R_2) \subset L(R_1)$$

$$x \in L(R_2) \Rightarrow x \in L(R_1)$$

هر رشته‌ای که توسط R_2 نمایش داده می‌شود توسط R_1 هم نمایش داده می‌شود

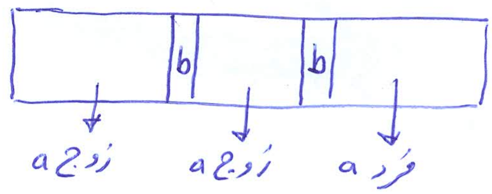
$$\boxed{(a+b)^*(a+b) \equiv (a+b)(a+b)^*}$$

$$\boxed{(aa)^*(bb)^* + (aa)^*a(bb)^*b \equiv (aa)^*(bb)^* + a(aa)^*b(bb)^*}$$

$$\boxed{(a+b)^* \not\equiv (a+b)^*(a+b)}$$

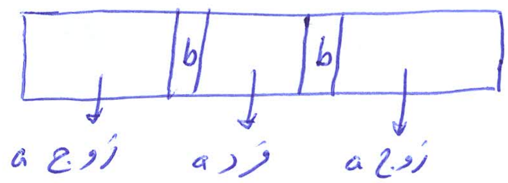
یک عبارت منظم برای مجموعه همه رشته‌های با طول فرد که دقیقاً دارای دو b می‌باشند بدست آورید.

I.



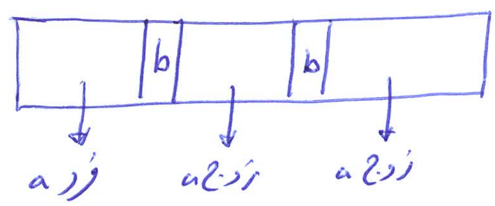
$$R_{I} = (aa)^* b (aa)^* b (aa)^* a$$

II.



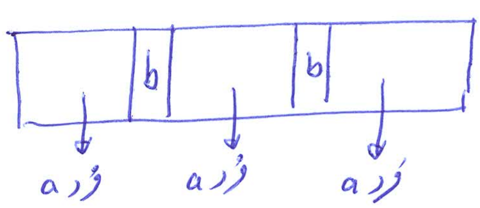
$$R_{II} = (aa)^* b (aa)^* a b (aa)^*$$

III



$$R_{III} = (aa)^* a b (aa)^* b (aa)^*$$

IV.



$$R_{IV} = (aa)^* a b (aa)^* a b (aa)^* a$$

$$R = R_{I} + R_{II} + R_{III} + R_{IV}$$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 4, m \leq 3\}$$

$$R = aaaa a^* (\lambda + b + bb + bbb)$$

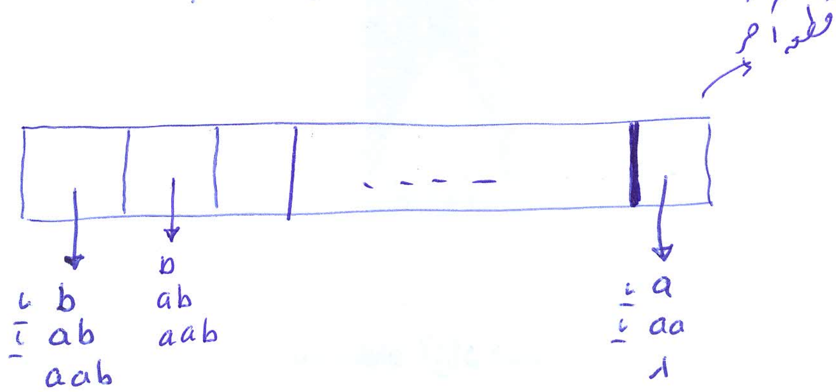
- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{a^n b^m \mid n < 4, m \leq 3\}$$

$$R = (\lambda + a + aa + aaa)(\lambda + b + bb + bbb)$$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$L = \{$همه رشته‌های از a و b که شامل aaa نباشند$\}$



$$R = (b+ab+aab)^*(a+aa+\lambda)$$

- کدام یک از عبارات منظم زبان L را می‌پذیرد؟

$L = \{$همه رشته‌های از a و b که شامل aaa نباشد$\}$

الف: $(a+aa+\lambda)(ab+b+aab)^*$

ب: $(b+ab+aab)^*(a+aa+\lambda)$.

ج: $(baa+b+ab)^*(a+aa+\lambda)$

د: $(a+aa+\lambda)(aab+b+ba)^*$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید:

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1,\ m \geq 1,\ nm \geq 3\}$$

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 3\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 3, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 2\}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$R = aa^*bbbb^* + aaaa^*bb^* + aaa^*bbb^*$$

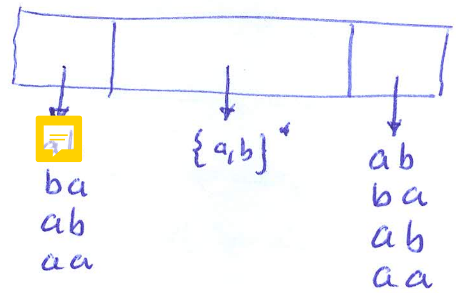
$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 3\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 3, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 2\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 3, m \geq 3\}$$

$$R = aa^*bbbb^* + aaaa^*bb^* + aaa^*bbb^* + aaa^*bbbb^*$$

- ۲ عبارت منظم دیگر برای زبان فوق بدست آورید.

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ uwv \mid u, w, v \in \{a,b\}^*, \ |u| = |v| = 2 \}$$

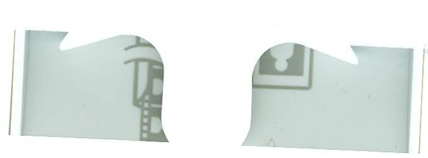


$$R = (ab + ba + bb + aa)(a+b)^*(ab + ba + bb + aa)$$

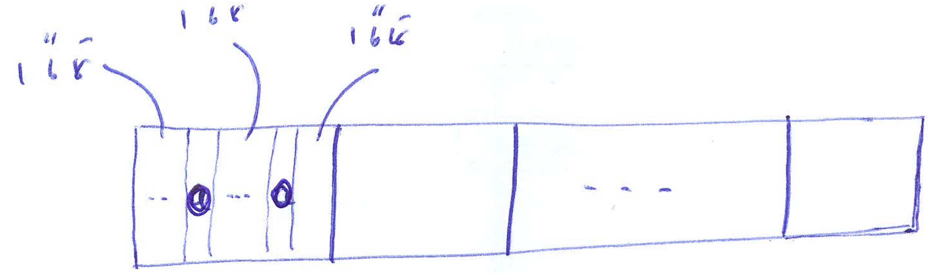
- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ uwu \mid u, w \in \{a,b\}^*, \ |u| = 2 \}$$

$$\begin{aligned} R = \ & ab(a+b)^*ab \ + \\ & ba(a+b)^*ba \ + \\ & bb(a+b)^*bb \ + \\ & aa(a+b)^*aa \end{aligned}$$



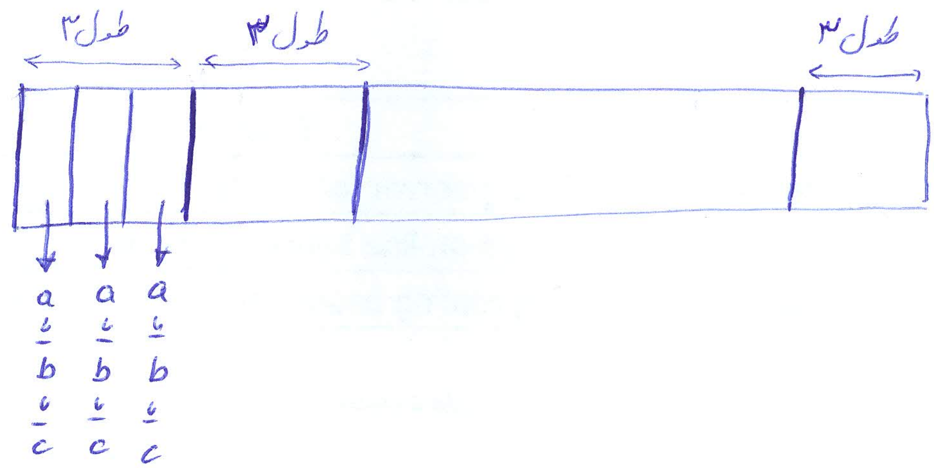
- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{0,1\}$ که دارای تعداد زوج 0 باشد.



$$R = (1^*01^*01^*)^* + 1^*$$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*,\ |w| \bmod 3 = 0 \}$$



$$R = ((a+b+c)(a+b+c)(a+b+c))^*$$

- عبارت های منظم برای زبان های زیر بدست آورید.

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*,\ n_a(w) \bmod 3 = 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*,\ n_a(w) \bmod 3 = 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*,\ n_a(w) \bmod 5 > 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*,\ n_a(w) \bmod 5 > 0 \}$$

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma = \{a,b\}$ که بیشتر از ۳ تا a نداشته باشد را بدست آورید

$$\boxed{R = b^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*}$$

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma = \{a,b,c\}$ که دارای حداقل یک a، حداقل یک b و حداقل یک c داشته باشد.

$$R = (a+b+c)^*\underline{a}(a+b+c)^*\underline{b}(a+b+c)^*\underline{c}(a+b+c)^* +$$
$$(a+b+c)^*\underline{a}(a+b+c)^*\underline{c}(a+b+c)^*\underline{b}(a+b+c)^* +$$

b	a	c
b	c	a
c	a	b
c	b	a

⋮

- کدام یک از عبارت‌های منظم زیر تمام رشته‌های متشکل از صفر و یک که دقیقاً یک زیر رشتهٔ 000 را دارد توصیف می‌کند.

الف: $(1+01)^*000(10+1)^*$

ب: $(1+01+001)^*000(100+10+1)^*$

ج: $(0+1)^*000(0+1)^*$

د: $(\lambda+0+00)+(1+01)^*000(10+1)^*$

توضیحات: گزینه د رشتهٔ 0 را تولید می‌کند که شامل زیر رشتهٔ 000 نیست. گزینه ج حداقل یک زیر رشتهٔ 000 را تولید می‌کند. گزینه الف تمام چنین رشته‌هایی را توصیف نمی‌کند. گزینه ب تمام چنین رشته‌هایی را تولید می‌کند

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{0,1\}$ که به 01 ختم می‌شوند به دست آورید.

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{0,1\}$ که به 01 ختم نشود به دست آورید.

- یک عبارت منظم برای متمم زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 4,\ m \leq 3\}$$

رشته‌های به فرم $a^n b^m$ با $n<4$

$$R = (\lambda + a + aa + aaa)\, b^* +$$

$$a^* bbbb\, b^* +$$

$$(a+b)^*\, ba\, (a+b)^*$$

رشته‌های به فرم $a^n b^m$ با $m>3$

رشته‌هایی که در هر کدام از آنها یک b توسط یک a دنبال شده است.

یاد آوری

گرامرهای منظم (نوع سوم)

- یک گرامر، گرامر منظم است اگر شکل قواعد آن به یکی از دو شکل زیر باشد

خطی راست
$$\begin{cases} A \longrightarrow xB \\ A \longrightarrow x \end{cases} \qquad A, B \in V, \quad x \in T^*$$

یا

خطی چپ
$$\begin{cases} A \longrightarrow Bx \\ A \longrightarrow x \end{cases} \qquad A, B \in V, \quad x \in T^*$$

- گرامر زیر یک گرامر منظم است.

$$\boxed{S \longrightarrow aS \mid bS \mid a \mid b}$$

$$L = \{a, b\}^+$$

- قواعد به شکل خطی راست است.

اشتقاق رشته abbb

$$S \Rightarrow aS \Rightarrow abS \Rightarrow abbS \Rightarrow abbb$$

گرامر منظم (خطی از سمت چپ) زیر را در نظر بگیرید:

$$G_1: \boxed{\begin{aligned} &S \rightarrow abA \\ &A \rightarrow baB \\ &B \rightarrow aA \mid bb \end{aligned}}$$

چند گرامر منظم (خطی از سمت چپ) دیگر برای زبان گرامر فوق را بدست آورید.

$$S \Rightarrow abA \Rightarrow abbaB \Rightarrow abbaaA \Rightarrow$$
$$abbaabaB \Rightarrow$$
$$abbaabaaA \Rightarrow$$
$$\vdots$$
$$\Rightarrow \underline{ab}\ \underline{baa}\ \underline{baa}\ \underline{baa}\ \underline{baa}\ \underline{baa}\ \underline{baa}\ \underline{babb}$$

$$G_2: \boxed{\begin{aligned} &S \rightarrow abbA \\ &A \rightarrow aaB \mid abb \\ &B \rightarrow bA \end{aligned}} \qquad G_3: \boxed{\begin{aligned} &S \rightarrow abbaA \\ &A \rightarrow abB \\ &B \rightarrow aA \mid bb \end{aligned}}$$

$$R_1 = ab(baa)^* babb$$

$$R_2 = abb(aab)^* abb$$

$$R_3 = abba(aba)^* bb$$

- چند گرامر منظم (خطی از سمت راست) معادل گرامر منظم (خطی از سمت چپ) زیر را بدست آورید:

G_1 :

$S \rightarrow abA$
$A \rightarrow baB$
$B \rightarrow aA \mid bb$

خطی از سمت راست

$A \rightarrow Bx$
$A \rightarrow x$
$A, B \in V$
$x \in T^+$

$S \Rightarrow abA \Rightarrow abbaB \Rightarrow abbaaA \Rightarrow \cdots$

$\Rightarrow abbaabaabaabaabaabaababb$

$S \rightarrow Abb$
$A \rightarrow Bba \mid abba$
$B \rightarrow Aa$

$S \rightarrow Ababb$
$A \rightarrow Baa \mid ab$
$B \rightarrow Ab$

$S \rightarrow Aabb$
$A \rightarrow Bab \mid abb$
$B \rightarrow Aa$

معادلات برای عبارات منظم

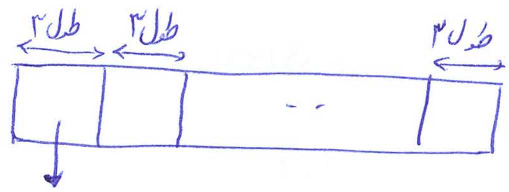
- فرض کنید α و β و γ عبارات منظم باشند. در این صورت:

۱. $\boxed{\alpha+\beta=\beta+\alpha}$

۲. $\boxed{\begin{array}{l}\alpha(\beta+\gamma)=\alpha\beta+\alpha\gamma \\ (\beta+\gamma)\alpha=\beta\alpha+\gamma\alpha\end{array}}$

برای زبان زیر یک عبارت منظم به دست آورید:

$$L=\{w \mid w\in\{a,b\}^*,\ |w| \bmod 2=0\}$$

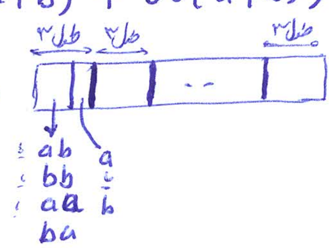


baa aaa
bab aab
bba aba
bbb abb

$$R=(aaa+aab+aba+abb+baa+bab+bba+bbb)^*$$

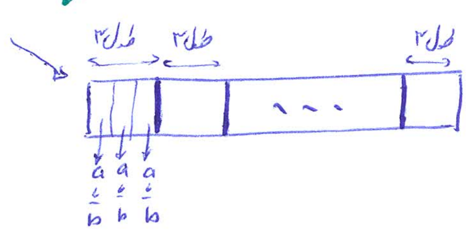
$$=(aa(a+b)+ab(a+b)+ba(a+b)+bb(a+b))^*$$

$$=((aa+ab+ba+bb)(a+b))^*$$ ✓



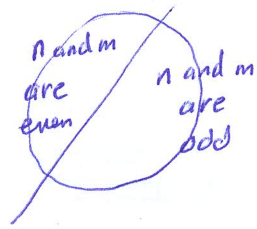
$$=((a(a+b)+b(a+b))(a+b))^*$$

$$=((a+b)(a+b)(a+b))^*$$ ✓

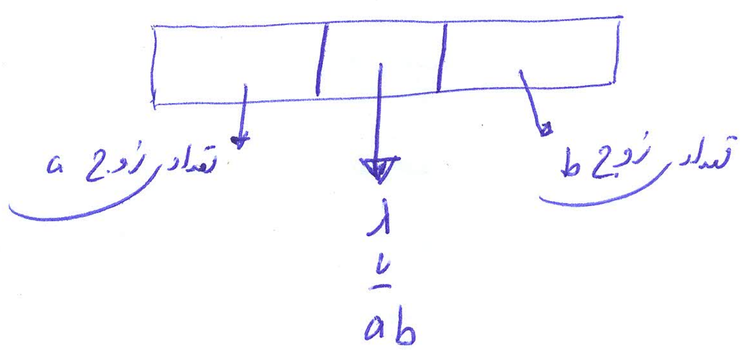


- برای زبان زیر یک عبارت منظم بدست آورید

$$L = \{a^n b^m \mid n+m \text{ is even}\}$$

$L_1 = \{a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are even}\}$ →  ← $L_2 = \{a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are odd}\}$

$$R = (aa)^*(bb)^* + \underline{a(aa)^*}\,b\,(bb)^*$$
$$= (aa)^*(bb)^* + \underline{(aa)^*a}\,b\,(bb)^*$$
$$= (aa)^*(\lambda + ab)(bb)^*$$



ادامهٔ معادلات :

۳.

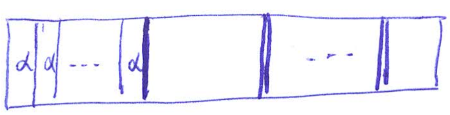
$$\boxed{\alpha\alpha^* + \lambda = \alpha^*}$$

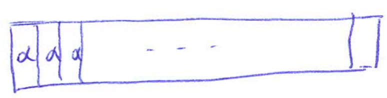
$$L(\alpha^*) = \{\lambda, \alpha, \alpha\alpha, \alpha\alpha\alpha, \ldots\}$$

$$L(\alpha\alpha^*) = \{\alpha, \alpha\alpha, \alpha\alpha\alpha, \ldots\}$$

۴.

$$\boxed{(\alpha^*)^* = \alpha^*}$$





$$\boxed{\left(\left((\alpha^*)^*\right)^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}\right)^* = \alpha^*}$$

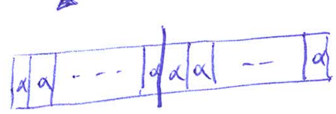
$$(\alpha^*)^* = \alpha^*$$

while (needed) do
while (needed) do
select α

while (needed) do
select α

۵.

$$\boxed{\alpha^*\alpha^* = \alpha^*}$$



$$\boxed{\alpha^*\alpha^* \cdots \alpha^* = \alpha^*}$$

$$\alpha^*\alpha^* = \alpha^*$$

while (needed) do
select α
while (needed) do
select α

while (needed) do
select α

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* + \beta)^*} \quad .9$$

while (needed) do
  Select α or β

while (needed) do
  Select
    while (needed) do
      select α
  or
    select β

$\alpha\ \beta\beta\ \alpha\alpha\alpha\ \beta\alpha\ \beta\beta\alpha\alpha\beta$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)^*}$$

while (needed) do
  select
    while (needed) do
      select α
  or
    while (needed) do
      select β

$\alpha\ \beta\beta\ \alpha\alpha\alpha\beta\ \alpha\beta\beta\ \alpha\alpha\ \beta$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha+\beta)^*} \qquad ٧.$$

while (needed) do
    select α
while (needed) do
    select α or β

$\underline{\alpha\alpha\alpha}\,\beta\alpha\beta\beta\alpha\alpha\beta\alpha\beta\beta\alpha\beta$

$$(\alpha+\beta)^* = (\alpha+\beta)^*\beta^*$$

$$(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha+\beta)^*\beta^*$$

$$(\alpha+\beta)^* = \beta^*(\alpha+\beta)^*\alpha^*$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*+\beta^*)^*\beta^*$$

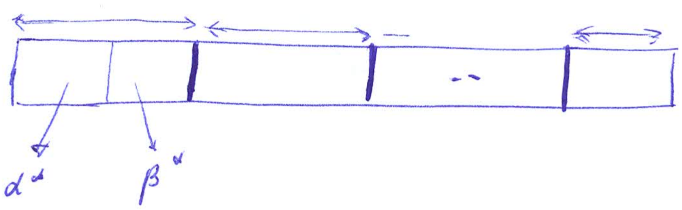
6 + 7 $\rightarrow$ $$(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha^*+\beta)^*\beta^*$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

۸.

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta^*)^*}$$

```
while (needed) do
    while (needed) do
        select α
    while (needed) do
        select β
```



$\underline{\alpha\alpha\beta}\ \underline{\alpha\beta\beta\beta}\ \underline{\alpha\alpha\beta\beta}\ \underline{\alpha\beta}\ \underline{\alpha}$

$$(\alpha+\beta)^* = \alpha^*\beta^*\underbrace{(\alpha^*\beta^*)^*}_{(\alpha+\beta)^*}\underbrace{(\alpha^*+\beta)^*}_{(\alpha+\beta)^*}\beta^*\underbrace{(\alpha+\beta^*)^*}_{(\alpha+\beta)^*}$$

$(\alpha+\beta)^*$ $\quad$ $(\alpha+\beta)^*$

$(\alpha+\beta)^*$ $\quad$ $(\alpha+\beta)^*$

$(\alpha+\beta)^*$

$$\boxed{\beta(\alpha\beta)^* = (\beta\alpha)^*\beta}$$.٩ ✓

$\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta$

$$\boxed{(\alpha\beta+\alpha)^*\alpha = \alpha(\beta\alpha+\alpha)^*}$$

$\alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\ \alpha\ \alpha\ \beta\alpha\ \beta\alpha\ \beta\alpha$

$$\beta(\alpha\beta+\alpha)^* \neq (\beta\alpha+\alpha)^*\beta$$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\beta\alpha^*)^*}$$

.I. ✓

$\alpha\alpha\ \beta\alpha\alpha\ \beta\alpha\ \beta\alpha\alpha\alpha\ \beta$

$$\boxed{\alpha^*(\beta\alpha^*)^* = (\alpha^*\beta)^*\alpha^*}$$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta)^*\alpha^*}$$

$\alpha\alpha\beta\ \alpha\alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\alpha\alpha\beta\ \alpha\alpha$

```
while (needed) do
    Select
        while (needed) do
            select α
        select β
while (needed) do
    select α
```

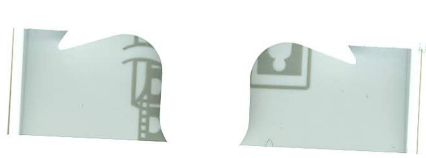
$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta)^* + (\beta^*\alpha)^*}$$

.II ✓

α	α	β	α	α	β	β	α	α	α	β

α	α	β	α	α	β	β	α	α	α	α

```
Select
    while (needed) do
        select
            while (needed) do
                select α
        select β
or
    while (needed) do
        select
            while (needed) do
                select β
        select α
```



کدام یک از تساوی های زیر درست نیست ؟

الف: $(\alpha^*+\beta)^* = (\alpha^*\beta^*\alpha^*)^*$

ب: $(\alpha^*\beta)^*\alpha^* = \beta^*(\alpha\beta^*)^*$

ج: $(\alpha^*\beta\alpha^*)^*+\alpha^* = (\beta^*\alpha^*)^*$

د: $\alpha+\phi=\alpha$, $\alpha+\lambda=\alpha$

توضیحات: در گزینه د $\alpha+\phi=\alpha$ درست است ولی $\alpha+\lambda$ لزوماً برابر α نیست.

گزینه ب: $(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta)^*\alpha^* = \beta^*(\alpha\beta^*)^*$

گزینه ج: $(\alpha+\beta)^* = (\beta^*\alpha^*)^* = (\alpha^*\beta\alpha^*)^*+\alpha^*$

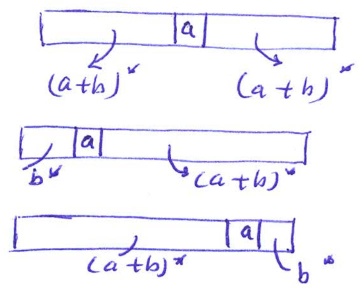
گزینه الف: $(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*+\beta)^* = (\alpha^*\beta^*\alpha^*)^*$

نشان دهید که عبارات منظم زیر مجموعه تمامی رشته‌های متشکل از الفبای $\Sigma=\{a,b\}$ که حداقل یک a داشته باشند را توصیف می‌کنند.

$$R_1 = (a+b)^* a (a+b)^*$$

$$R_2 = b^* a (a+b)^*$$

$$R_3 = (a+b)^* a b^*$$

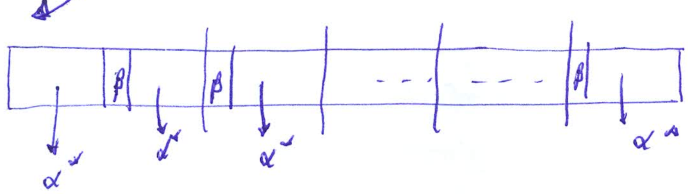


$$R_4 = (b^*ab^*)(b^*ab^*)^*$$

$$R_5 = (b^*aa^*b^*)(b^*aa^*b^*)^*$$

$$R_6 = a^*(ba^*)^*ab^*$$

$$\alpha^*(\beta\alpha^*)^* = (\alpha+\beta)^*$$



$$\Downarrow$$

$$a^*(ba^*)^*ab^* = \underbrace{(a+b)^*ab^*}_{R_3}$$

- کدام یک از عبارات منظم روی $\Sigma=\{0,1\}$ توصیف کننده همه رشته‌هایی است که به 01 ختم نمی‌شوند؟

الف: $(0+1)^*(10+11+00)+\lambda$

ب: $(0+1)^*(0+11)+1+\lambda$.

ج: $(0+1)^*(10+11+00)$

د: $(0+1)^*(0+11)+0+\lambda$

توضیحات: عبارات منظم الف، ج و د رشته 1 را توصیف نمی‌کنند.

- عبارت منظم $0(0+10)^*11$ با کدامیک از عبارات زیر معادل است؟

الف: $(00^*1)(00^*1)^*1$

ب: $(000^*1)^*1$

ج: $(1^*10)^*1$

د: $(0^*11)(0^*11)^*1$

توضیحات: کوتاهترین رشته‌ای که توسط عبارت منظم داده شده قابل توصیف است رشته‌ی 011 است. این رشته عضو زبان عبارت گزینه‌های ج و د نیست؛ پس این گزینه‌ها نادرست هستند.

: عبارت منظم گزینه‌ی ب رشته‌ی 1 را شامل می‌شود درحالی که عبارت منظم داده شده این رشته را شامل نمی‌شود

- فرض کنید:

$R_1 = b^*(\lambda + ab^*ab^*)(\lambda + ab^*)$

$R_2 = (\lambda + b^*a)(\lambda + b^*ab^*a)b^*$

$R_3 = b^*(ab^*(\lambda + ab^*a) + b^*ab^*ab^*a)$

کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف: $R_1 = R_2,\ R_3 = R_2$

ب: $R_1 \neq R_2,\ R_3 = R_2$

ج: $R_1 \neq R_2,\ R_3 = R_1$

د: $R_1 = R_2,\ R_3 \neq R_2$

توضیحات: با به کارگیری خاصیت پخش‌پذیری الحاق نسبت به اجتماع (انتخاب) روی عبارات منظم R_1 و R_2 داریم

$R_1 = R_2 = b^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*$

: عبارت منظم R_3 رشته‌های با انتهای b^* را تولید نمی‌کند در حالی که توسط R_1 تولید می‌شوند؛ پس گزینه د صحیح است.

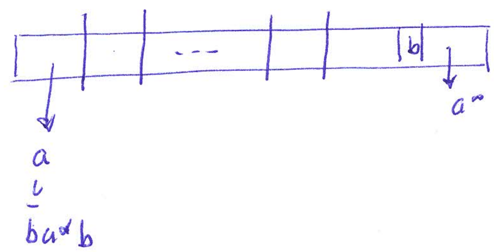
- کدامیک از عبارات زیر مجموعه تمام رشته‌های تشکیل از a و b که دارای تعدادی فرد b می‌باشند را توصیف می‌کند؟

الف: $ba^*(a+ba^*b)^*$

ب: $ab^*(ab^*ab^*)^*$

ج: $a^*b(a^*ba^*b)^*$

د: $(a+ba^*b)^*ba^*$. →



توضیحات: رشته‌های توصیف شده توسط عبارت منظم الف همواره با b شروع می‌شوند.

: در عبارت منظم ب bهای زوج نیز قابل توصیف شده و رشته‌ها با a شروع می‌شوند

: در عبارت منظم ج رشته‌ها به b ختم می‌شوند

- عبارات منظم زیر را در نظر بگیرید:

$$R_1 = b^*a(a+b)^*$$

$$R_2 = (a+b)^*a(a+b)^*$$

$$R_3 = (a^*b^*)^*ab^* \longrightarrow (a+b)^*ab^*$$

$$R_4 = (a+b)^*ab^*$$

کدام یک از گزینه ها زیر صحیح است؟

الف: $R_1 \neq R_2 , \quad R_1 = R_2$

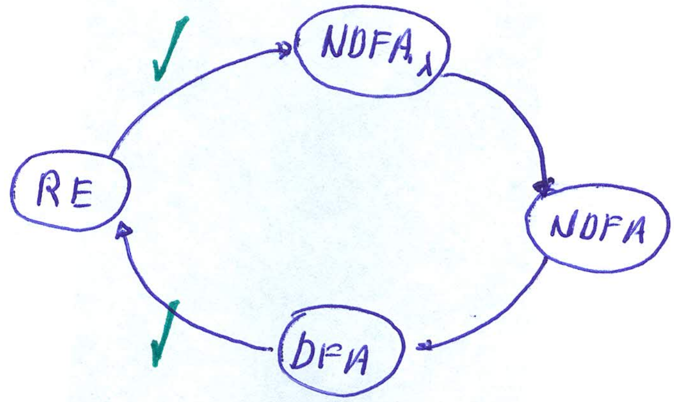
ب: $R_1 \neq R_4 , \quad R_1 = R_2$

ج: $R_2 = R_3 , \quad R_1 = R_4$

د: $R_2 = R_3 , \quad R_3 \neq R_4$

توضیحات: تمامی عبارات منظم داده شده معادلند و همگی تمامی رشته ها تشکیل از a و b که لااقل یک a را شامل می شوند را توصیف می کنند.

ادامه بحث درباره تشخیص زبانهای منظم (نوع سوم)



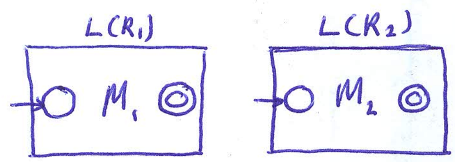
- روش تبدیل RE به NDFAλ

1. ϕ :

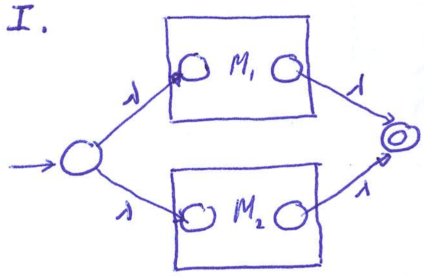
2. λ :

3. $a \in \Sigma$:

4.

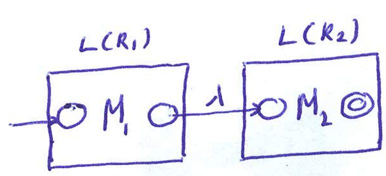


I.



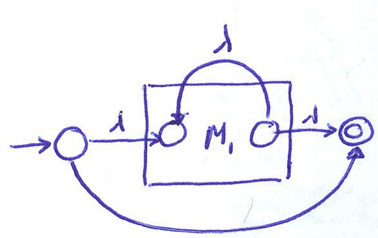
$$L(R_1+R_2) = L(R_1) \cup L(R_2)$$
$$= \{x \mid x \in L(R_1) \text{ or } x \in L(R_2)\}$$

II.



$$L(R_1 R_2) = L(R_1) L(R_2)$$
$$= \{xy \mid x \in L(R_1), y \in L(R_2)\}$$

III.



$$L(R_1^*) = L(R_1)^*$$
$$= \{x \mid x = x_1 x_2 \cdots x_i,\ i \geq 0,\ x_i \in L(R_1)\}$$

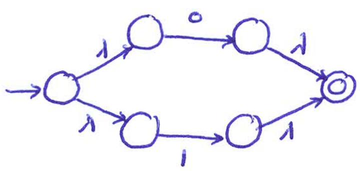
- یک $NDFA_\lambda$ برای عبارت منظم زیر بدست آورید :

$$R = (0+1)^*(11+0)$$

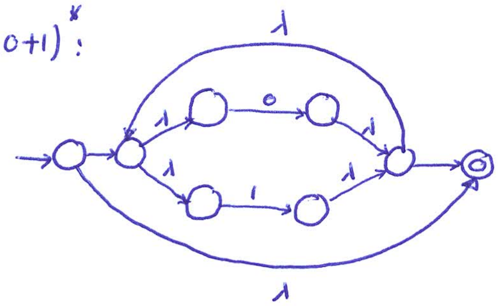
0 :

1 :

$(0+1)$:

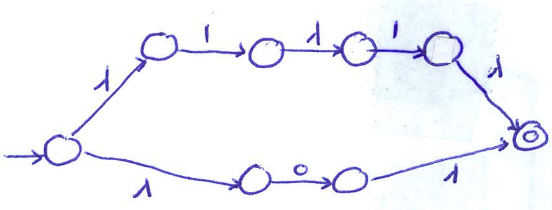


$(0+1)^*$:

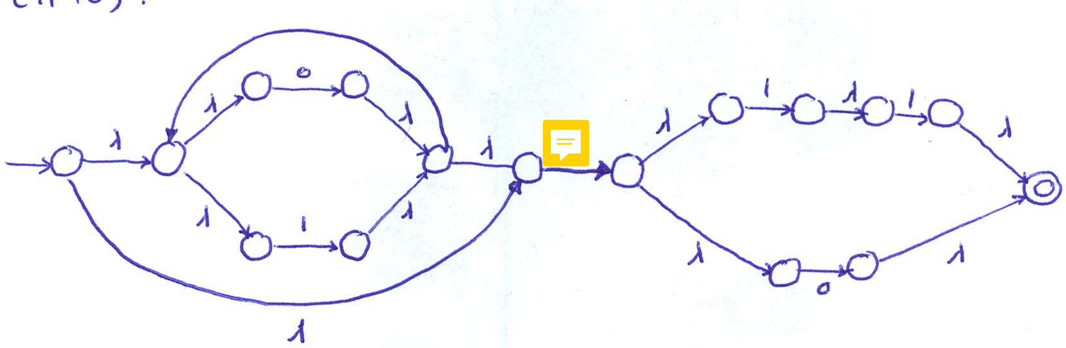


11 :

$(11+0)$:



$(0+1)^*(11+0)$:



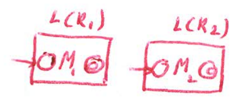
روش تبدیل RE به $NDFA_\lambda$

1. ϕ :

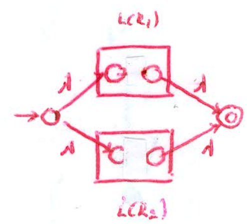
2. λ :

3. $a \in \Sigma$:

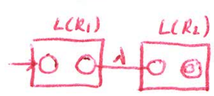
4.



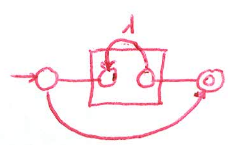
I.

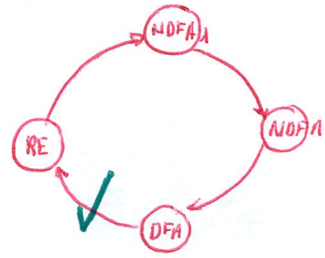


II.



III





- تبدیل DFA به RE

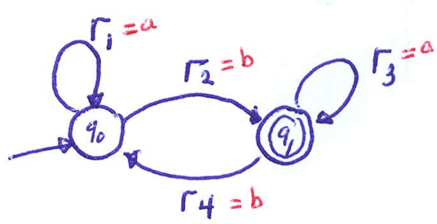
- گراف انتقال : (Transition Graph)

$$p \xrightarrow{a\in\Sigma} q$$

- گراف انتقال تعمیم یافته (Generalized Transition Graph)

$$p \xrightarrow{r} q$$

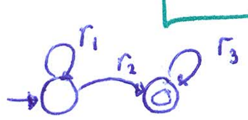
- یک عبارت منظم برای زبانی که ماشین زیر می پذیرد پیدا کنید.



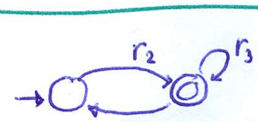
$$R=a^*b\,(ba^*b+a)^*$$

$$\boxed{R=r_1^*r_2\,(r_4r_1^*r_2+r_3)^*}$$

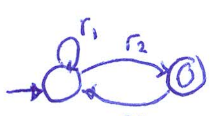
- حالات خاص



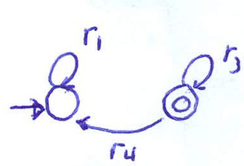
$$R=r_1^*r_2r_3^*$$



$$R=r_2\,(r_4r_2+r_3)^*$$

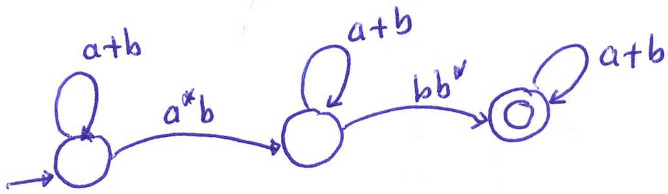


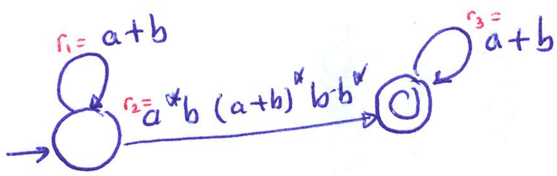
$$R=r_1^*r_2\,(r_4r_1^*r_2)^*$$

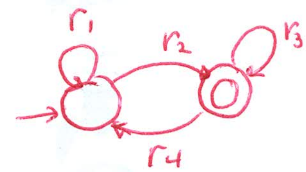


$$R=\phi$$

- یک عبارت منظم برای زبان ماشین زیر بدست آورید :







$$R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2 + r_3)^*$$

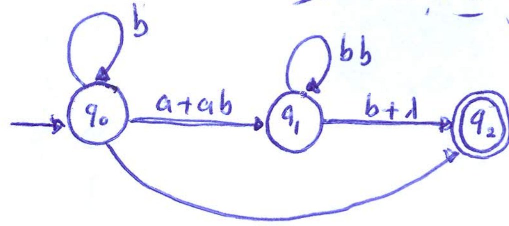
$$R = r_1^* r_2 r_3^*$$

$$R = (a+b)^* a^* b (a+b)^* b b^* (a+b)^*$$

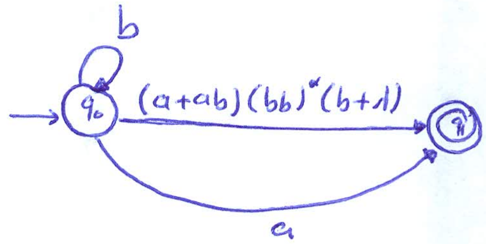
$$\Downarrow$$

$$R = (a+b)^* b (a+b)^* b (a+b)^*$$

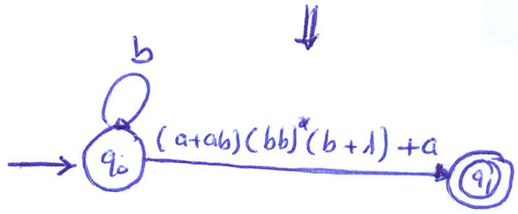
- یک عبارت منظم برای ماشین متناهی زیر بدست آورید :



$\Downarrow$

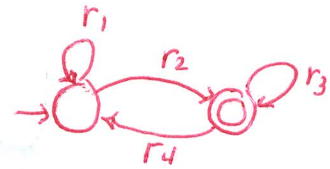


$\Downarrow$

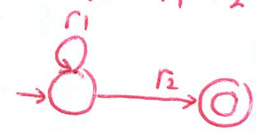


$\Downarrow$

$$\boxed{R = b^*\big((a+(a+ab)(bb)^*(b+\lambda)\big)}$$



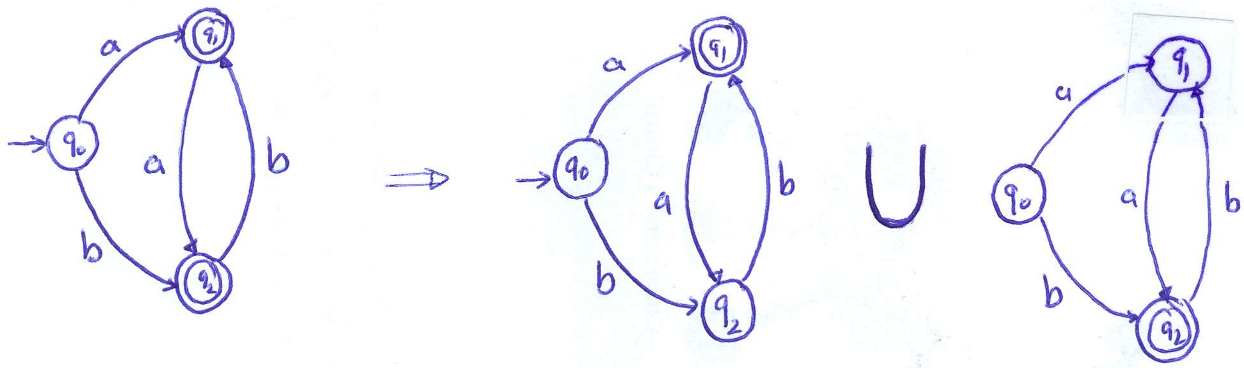
$R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2 + r_3)^*$



$R = r_1^* r_2$

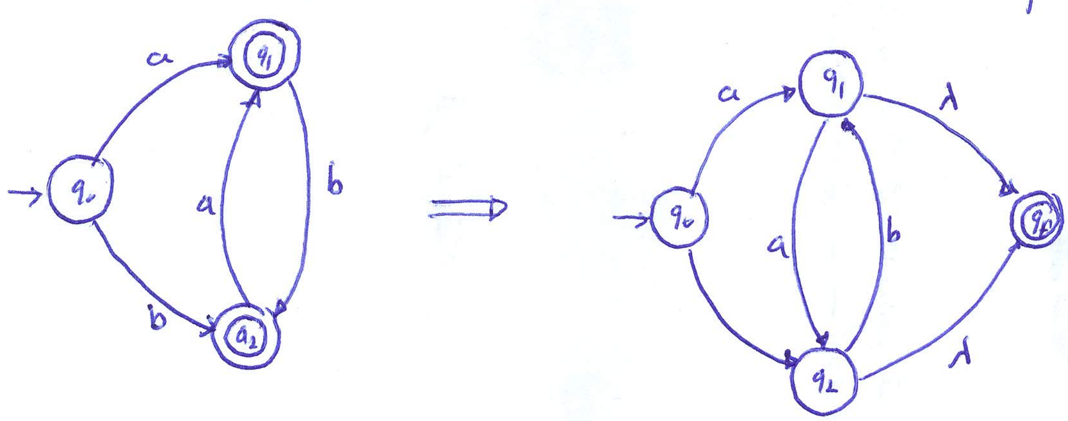
- اگر ماشین متناهی بیشتر از یک حالت نهائی داشته باشد.

راه حل اول:

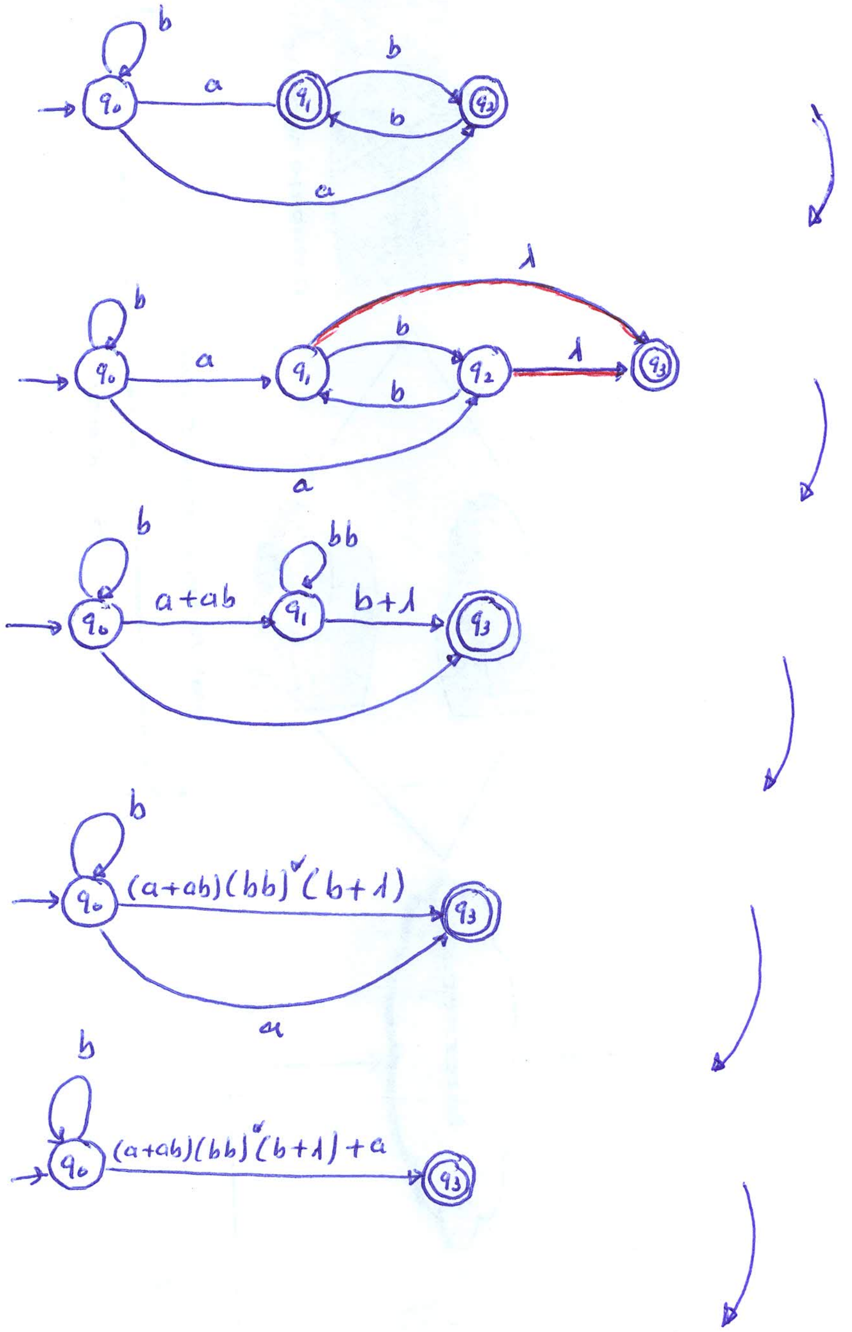


$$R = R_1 + R_2$$

راه حل دوم:



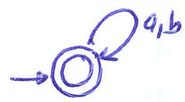
۷- یک عبارت منظم برای ماشین متناهی زیر بدست آورید:



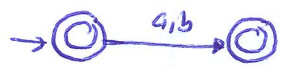
$$R = b^*\big(a + (a+ab)(bb)^*(b+\lambda)\big)$$

✓- کدام یک از DFA ها زیر زبان عبارت منظم $R=(a^*(b+\lambda)a^*)^*$ را می‌پذیرد؟

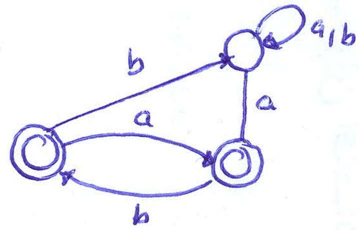
الف:



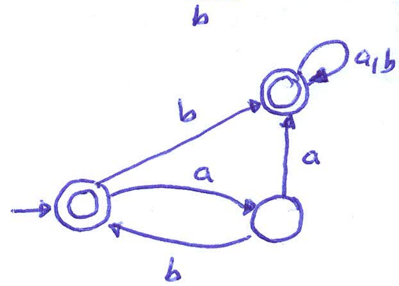
ب:



ج:



د:



توضیحات: -

$$R=(a^*(b+\lambda)a^*)^*$$
$$=(a^*ba^*+a^*a^*)^*$$
$$=(a^*ba^*+a^*)^*$$
$$=(a^*ba^*+a)^*$$
$$=(a+b)^*$$

- ماشین د، رشته a را نمی‌پذیرد.
- ماشین ج، رشته b را نمی‌پذیرد.
- ماشین ب، رشته‌ها با طول بزرگتر از یک را نمی‌پذیرد.

نکته

✓ نشان دهید برای هر زبان منظم که شامل رشته λ نباشد یک گرامر خطی راست وجود دارد که در آن قواعد به شکل زیر باشند:

$$\begin{cases} A \to aB \\ A \to a \end{cases} , \quad A,B \in V ,\ a \in T$$

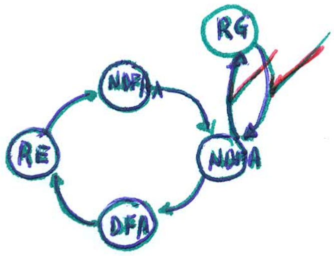
یک گرامر منظم (نوع سوم) است اگر قواعد به شکل زیر باشند:

خطی راست: $\begin{cases} A \to xB \\ A \to x \end{cases}$ or خطی چپ: $\begin{cases} A \to Bx \\ A \to x \end{cases}$

$A,B \in V ,\ x \in T^*$

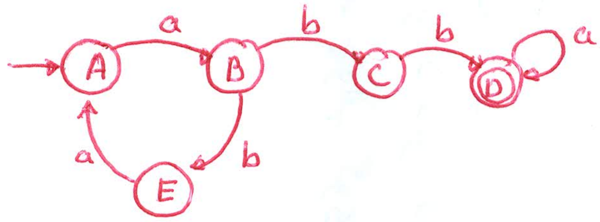
$$\frac{A \to a_1 a_2 \cdots a_n B}{\begin{array}{c} A \to a_1 X_1 \\ X_1 \to a_2 X_2 \\ X_2 \to a_3 X_3 \\ \vdots \\ X_{n-1} \to a_n B \end{array}}
\qquad
\frac{A \to abbB}{\begin{array}{c} A \to aX_1 \\ X_1 \to bX_2 \\ X_2 \to bB \end{array}}$$

$$\frac{A \to a_1 a_2 \cdots a_n}{\begin{array}{c} A \to a_1 X_1 \\ X_1 \to a_2 X_2 \\ X_2 \to a_3 X_3 \\ \vdots \\ X_{n-1} \to a_n \end{array}}
\qquad
\frac{A \to abb}{\begin{array}{c} A \to aX_1 \\ X_1 \to bX_2 \\ X_2 \to b \end{array}}$$



— تبدیل NDFA به RG

Given : NDFA $= (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ accepting L



فرض: زبان شامل λ نمی باشد

Find : $RG = (V, T, P, S)$ Defining L

$V = Q = \{A, B, C, D, E\}$

$S = q_0 = A$

$T = \Sigma$

$P = ?$ "مجموعه قواعد از روی δ پیدا می شود"

- Add $p \to aq$ to P if $\delta(p,a) = q$ for $q \notin F$
- Add $p \to aq$ and $p \to a$ to P if $\delta(p,a) = q$ for $q \in F$

$$P = \{ A \to aB,\ B \to bE,\ E \to aA,\ B \to aC,\ C \to bD,\ C \to b,\ D \to aD,\ D \to a \}$$

- تبدیل RG به NDFA

Given: $RG = (V, T, P, S)$ Defining L

$$P = \{ A \to aB,\ B \to bE,\ E \to aA,\ B \to aC,\ C \to bD,\ C \to b,\ D \to aD,\ D \to a \}$$

$V = \{A, B, C, D, E\}$

$S = A$

$T = \{a, b\}$

فرض: زبان شامل λ نمی باشد.

Find: $NDFA = (Q, T, \delta, q_0, F)$ accepting L

$Q = V \cup \{f\} = \{A, B, C, D, E, f\}$

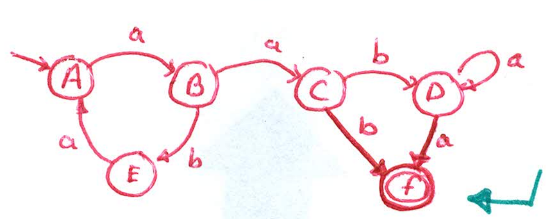
$q_0 = S = A$

$T = \Sigma$

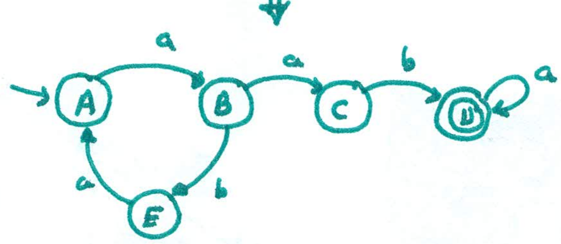
δ:

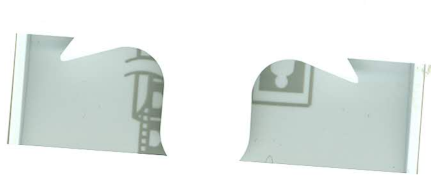
"δ از روی مجموعه قواعد بدست می آید"

- Create $\delta(q, a) = p$ if $q \to ap$ is in P
- Create $\delta(q, a) = f$ if $q \to a$ is in P



⇓





- یک گرامر منتظم که معکوس زبان گرامر منتظم زیر را توصیف می‌کند را بدست آورید.

$$G: \quad \begin{aligned} S &\to abA \\ A &\to bbB \\ B &\to aaA \mid b \end{aligned}$$

$$R = ab(bbaa)^* bbb$$

$$G: \quad \boxed{\begin{aligned} S &\to Aba \\ A &\to Bbb \\ B &\to Aaa \mid b \end{aligned}}$$

$$R = bbb(aabb)^* ba$$

- این رویه برای گرامرهای مستقل از متن هم کار می‌کند.

- گرامر خطی راست زیر را به گرامر خطی چپ معادل تبدیل کنید:

خطی راست

$$G: \boxed{\begin{array}{l} S \to abA \\ A \to bbB \\ B \to aaA \mid b \end{array}}$$

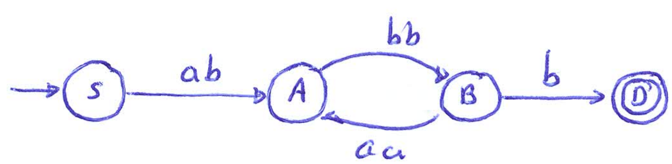
$$R = ab(bbaa)^* bbb$$

$$ab\,bbaabbaa\,bb\,aabbaabbaabbaa\,bbb$$

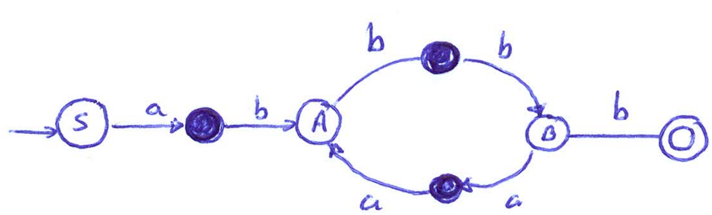
$$R = abbb(aabb)^* b$$

خطی چپ

$$G: \boxed{\begin{array}{l} S \to Db \\ D \to Daabb \mid abbb \end{array}}$$



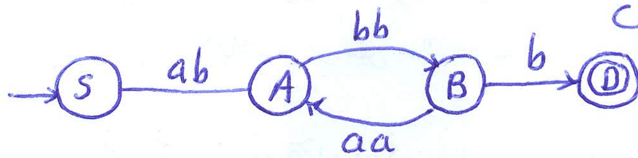
گراف انتقال تعمیم یافته



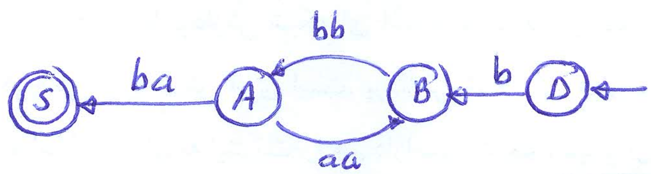
- گرامر خطی راست زیر را به گرامر خطی چپ معادل تبدیل کنید:

$S \rightarrow abA$
$A \rightarrow bbB$
$B \rightarrow aaA \mid b$

- ماشین متناهی معادل



- ماشین متناهی که معکوس زبان گرامر فوق را می‌پذیرد:



- گرامر خطی راست که معکوس زبان گرامر فوق را می‌پذیرد:

$D \rightarrow bB$
$B \rightarrow bbA$
$A \rightarrow aaB \mid baS$
$S \rightarrow \lambda$

- گرامر خطی از چپ که معادل گرامر $S \rightarrow abA,\ A \rightarrow bbB,\ B \rightarrow aaA,\ B \rightarrow b$ می‌باشد.

$$\boxed{\begin{array}{l} D \rightarrow Bb \\ B \rightarrow Abb \\ A \rightarrow Baa \mid Sab \\ S \rightarrow \lambda \end{array}}$$

- نکات مهم

- برای هر عبارت منظم R یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(R)$ و بالعکس برای هر گرامر منظم G یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L(R)=L(M)$.

- برای هر ماشین متناهی (قطعی یا غیر قطعی) M یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L(R)=L(M)$ و بالعکس برای هر عبارت منظم R یک ماشین متناهی M وجود دارد به طوریکه $L(M)=L(R)$.

- برای هر گرامر منظم G یک ماشین متناهی (قطعی یا غیر قطعی) M وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(M)$ و بالعکس برای هر ماشین متناهی M یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(M)$.

- برای هر زبان منظم L یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L=L(G)$ ،
- برای هر زبان منظم L یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L=L(R)$.
- برای هر زبان منظم L یک ماشین متناهی (قطعی یا غیر قطعی) M وجود دارد بطوریکه $L=L(M)$.

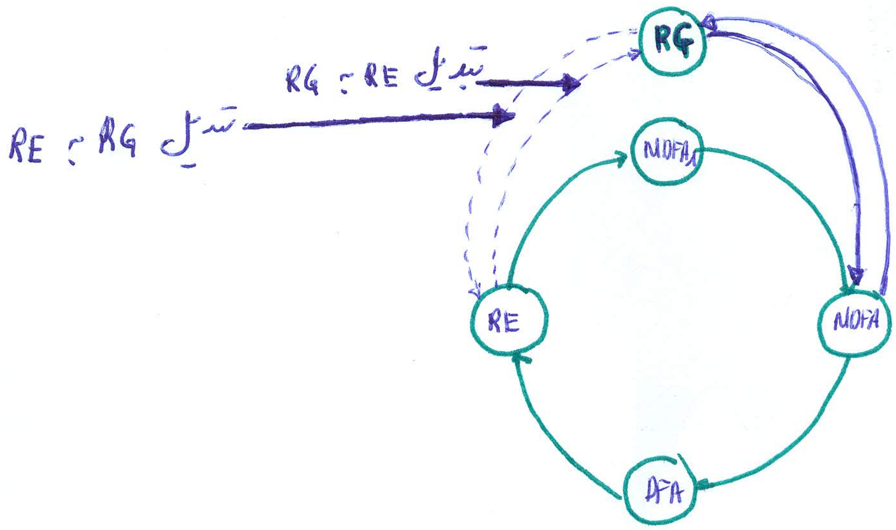
عبارات منظم ، گرامرها منظم و همچنین ماشین‌ها متناهی ، روش‌ها توصیف رسمی (صوری) زبانها منظم هستند و دارای قدرت یکسان می‌باشند

- ادامهٔ نکات مهم

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر بتوان آن را با استفاده از یک عبارت منظم توصیف کرد.

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر یک پذیرندهٔ متناهی برای آن وجود داشته باشد.

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر بتوان آن را با استفاده از یک گرامر منظم توصیف کرد.



$R = (a+b)$

$$\boxed{S \to a \mid b}$$

$R = aa^*b$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to aA \\ A &\to aA \mid b \end{aligned}}$$

$R = a^*(a+b)$

$$\boxed{S \to aS \mid \cancel{a} \mid b}$$

$R = aa^* + a^*b(a+b)^*aa$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to aS \mid a \mid bB \\ B &\to aB \mid bB \mid aa \end{aligned}}$$

$R = aa^*bb^* + (aba)^*$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to A \mid C \\ A &\to aA \mid aB \\ B &\to bB \mid b \\ C &\to abaC \mid \lambda \end{aligned}}$$

$R = a^*(baa^*)^*(b+\lambda)$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \longrightarrow aS \mid A \\ A \longrightarrow baD \mid B \\ D \longrightarrow aD \mid A \\ B \longrightarrow b \mid \lambda \end{array}}$$

$R = (a(a+b)^*)^*$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \longrightarrow aA \mid \lambda \\ A \longrightarrow aA \mid bA \mid \lambda \mid S \end{array}}$$

- عبارت منظم زبان گرامر زیر چیست؟

$$S \rightarrow aB \mid cB$$
$$B \rightarrow abB \mid cbB \mid acB \mid \lambda$$

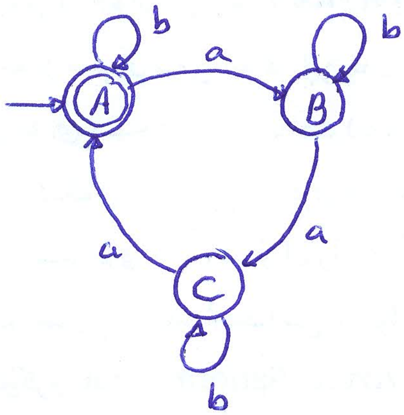
الف: $(a+c)(a+b+c)^*$

ب: $(aa^*+cc^*+b^*)^*$

ج: $(aa^*+cc^*+ab+cb+ac)^*$

د: $(a+c)(ab+cb+ac)^*$

- پذیرنده زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌ها گرامر توصیف کننده زبان این پذیرنده می‌باشد؟



الف:
$A \rightarrow bA \mid aB \mid \lambda$
$B \rightarrow bB \mid aC \mid \lambda$
$C \rightarrow bC \mid aA \mid a$

ب:
$A \rightarrow bA \mid aB$
$B \rightarrow bB \mid aC$
$C \rightarrow bC \mid aA \mid \lambda$

ج:
$A \rightarrow aBaCaA \mid b$
$B \rightarrow aCaAaB \mid b$
$C \rightarrow aAaBaC \mid b$

د:
$A \rightarrow bA \mid aB \mid \lambda$
$B \rightarrow bB \mid aC$
$C \rightarrow bC \mid aA$

- کدام یک از معادلات زیر برای عبارات منظم برقرار است؟

الف : $(r^*s^*)^* = (r+s)^*$

ب : $\emptyset^* = \lambda$

ج : $(rs+r)^*r = r(sr+r)^*$

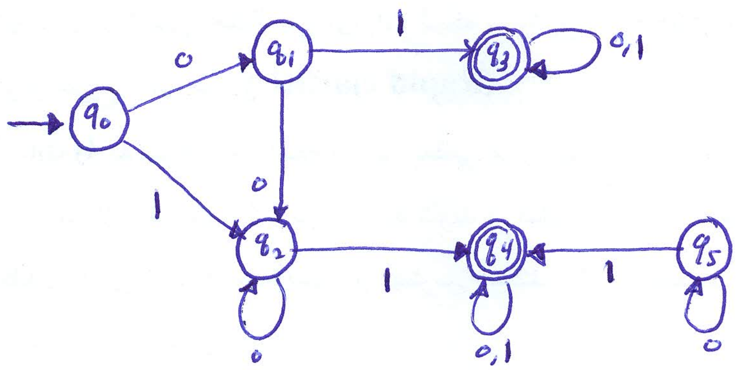
د : همه موارد

توضیحات :

ج :

rsrsrrrrsrsrrrsrsr

- زبان پذیرفته شده توسط ماشین متناهی زیر چیست؟



الف : $(0+1)(0+1)^*1(0+1)(0+1)^*$

• ب : $(0+1)0^*1(0+1)^*$

ج : $01(0+1)^*+100^*1(0+1)^*$

د : $(0+1)011^*(0+1)^*$

توضیحات :

$$01(0+1)^*+(00+1)0^*1(0+1)^* \equiv$$
$$(0+000^*+10^*)1(0+1)^* \equiv$$
$$\boxed{(0+1)0^*1(0+1)^*}$$

$$\boxed{(0+000^*+10^*) \equiv (0+1)0^*}$$

گرامر G را در نظر بگیرید:

$S \rightarrow \lambda \mid A \mid B$

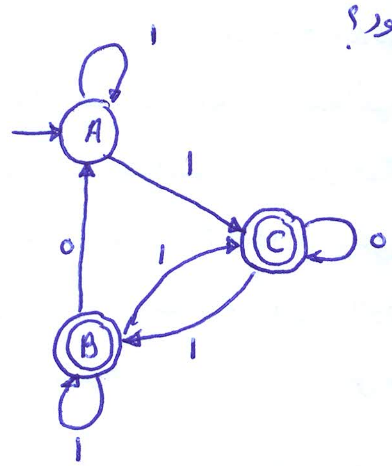
$A \rightarrow 1A \mid 1$

$B \rightarrow 1C \mid 0A \mid 1B \mid 1$

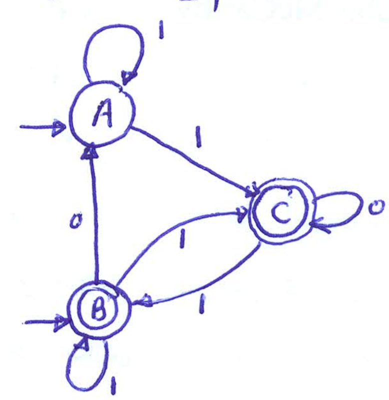
$C \rightarrow 1B \mid 0C \mid 0 \mid 1$

L(G) توسط کدام یک از ماشین‌ها زیر پذیرفته می‌شود؟

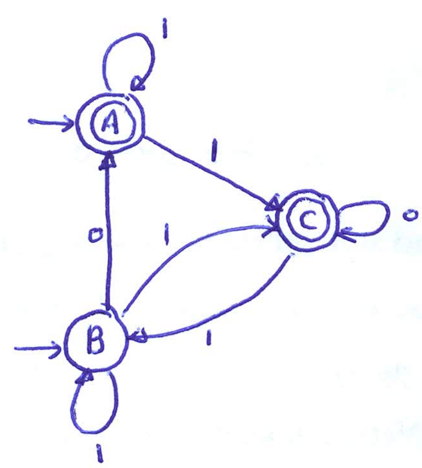
الف :



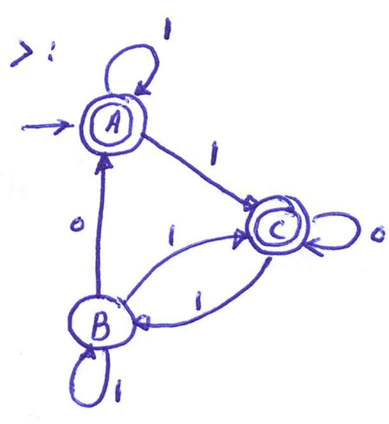
ب :



ج :



د :



توضیحات: گرامر داده شده رشته λ را تولید می‌کند در حالی که ماشین گزینه الف این رشته را نمی‌پذیرد، پس گزینه الف رد می‌شود.

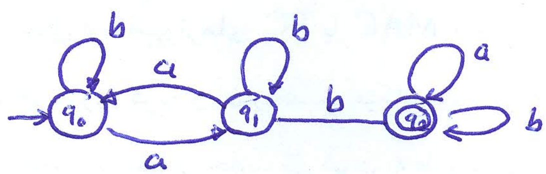
ماشین گزینه ج رشته 0 را می‌پذیرد در حالی که این رشته از S مشتق نمی‌شود، پس گزینه ج نیز نادرست است.

این گرامر رشته‌هایی که با 0 شروع می‌شوند را تولید می‌کند در حالی که گزینه د این قبیل رشته‌ها را نمی‌پذیرد، پس گزینه د نیز نادرست است.

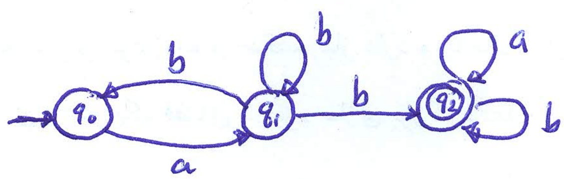
- کدام یک از ماشین‌های شماتی زیر زبان عبارت منظم زیر را می‌پذیرد؟

$$R = (b + ab^*a)^*ab^*b(a+b)^*$$

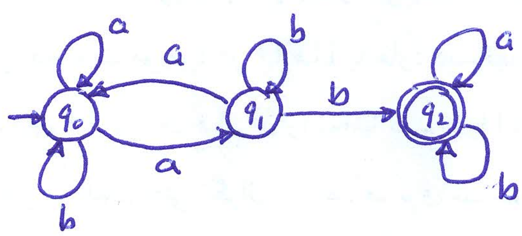
الف :



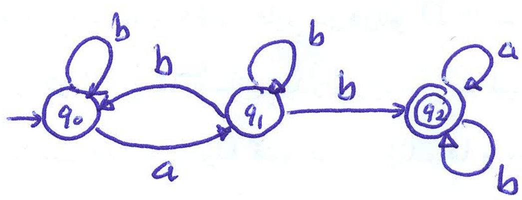
ب :



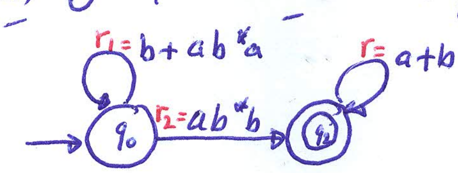
ج :

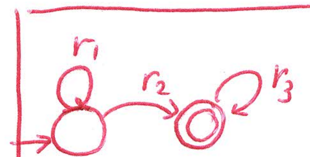


د :



توضیحات: گراف انتقال تعمیم یافته گزینه الف به شکل زیر است.





$$R = r_1^* r_2 (r_3)^*$$

$$R = (b+ab^*a)^*ab^*b(a+b)^*$$

- نشان دهید برای هر زبان منتظم می توان یک گرامر (خطی راست) بدست آورد که قواعد به شکل زیر باشند:

$$\begin{cases} A \longrightarrow aB \\ A \longrightarrow \Lambda \end{cases} \quad , \quad A, B \in V \,,\; a \in T$$

یک گرامر از نوع منتظم (نوع سوم) است اگر قواعد شکل زیر باشند:

خطی راست: $\begin{cases} A \longrightarrow xB \\ A \longrightarrow x \end{cases}$ or خطی چپ: $\begin{cases} A \longrightarrow Bx \\ A \longrightarrow x \end{cases}$

$A, B \in V \,,\; x \in T^*$

$$\underline{A \longrightarrow abcB}$$

$$A \longrightarrow aX_1$$
$$X_1 \longrightarrow bX_2$$
$$X_2 \longrightarrow cB$$

$$\underline{A \longrightarrow abc}$$

$$A \longrightarrow aX_1$$
$$X_1 \longrightarrow bX_2$$
$$\boxed{X_2 \longrightarrow c}$$

$$\underline{A \longrightarrow a}$$

$$A \longrightarrow aF$$
$$\underline{F \longrightarrow \Lambda}$$

تبدیل RG به NDFA (زبان شامل λ می باشد)

Given: $G=(V,T,P,S)$ defining L

$$S \to baA \mid bB$$
$$A \to aA \mid bbB$$
$$B \to d$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \to bC \mid bB \\ C \to aA \\ A \to aA \mid bD \\ D \to bB \\ B \to dE \\ E \to \lambda \end{array}}$$

Find $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ accepting L

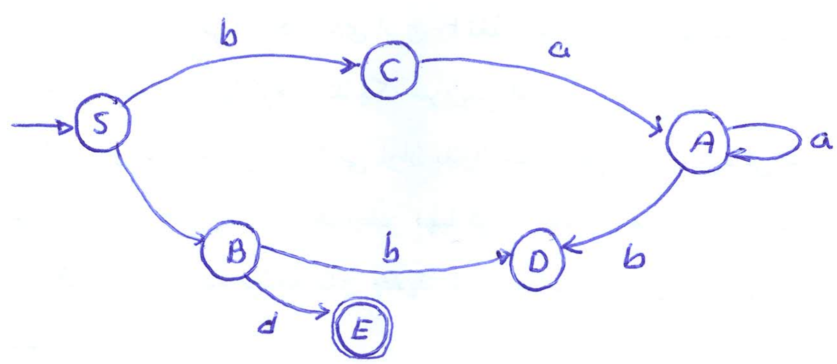
$Q = V$

$q_0 = S$

$\Sigma = T$

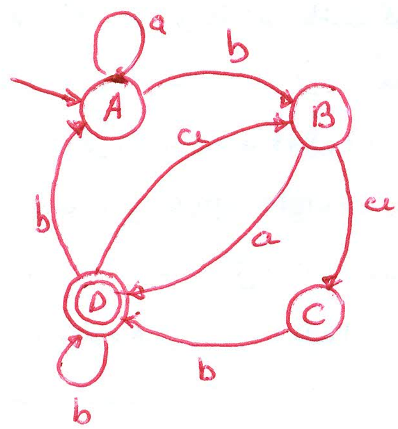
δ: ?

- create $\delta(A,a)=B$ if $A \to aB$ is in P
- Add A to F if $A \to \lambda$ is in P
- Create $\delta(A,\lambda)=B$ if $A \to B$ is in P $(A \to \lambda B)$



- تبدیل NDFA به RG (فرض: زبان شامل λ می‌باشد)

Given : $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ accepting L



Find : $G = (V, T, P, S)$ defining L

$V = Q = \{A, B, C, D\}$

$T = \Sigma$

$S = q_0 = A$

$P = ?$

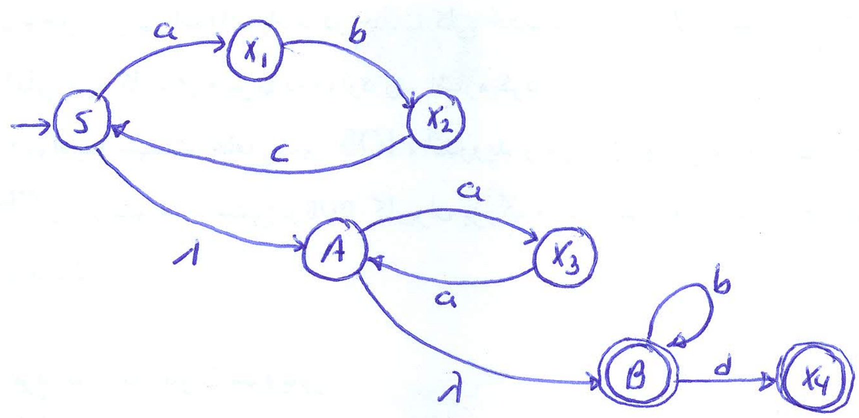
- Add $A \rightarrow aB$ to P if $\delta(A, a) = B$
- Add $A \rightarrow B$ to P if $\delta(A, \lambda) = B$
- For every $A \in F$, Add $A \rightarrow \lambda$ to P

$G:$
$A \rightarrow aA \mid bB$
$B \rightarrow aC \mid aD$
$C \rightarrow bD$
$D \rightarrow bA \mid aB \mid bD \mid \lambda$

گرامر منظم زیر را به NDFA تبدیل کنید:

$$G: \quad S \rightarrow abcS \mid A$$
$$A \rightarrow aaA \mid B$$
$$B \rightarrow bB \mid d \mid \lambda$$

$$\hat{G}: \quad \boxed{\begin{aligned} & S \rightarrow aX_1 \mid A \\ & X_1 \rightarrow bX_2 \\ & X_2 \rightarrow cS \\ & A \rightarrow aX_3 \mid B \\ & X_3 \rightarrow aA \\ & B \rightarrow bB \mid dX_4 \mid \lambda \\ & X_4 \rightarrow \lambda \end{aligned}}$$



- کدام عبارت منظم زبان گرامر زیر را تعریف می‌کند؟

$$\boxed{\begin{array}{l} S \rightarrow T \mid D \\ T \rightarrow aT \mid bD \\ D \rightarrow bD \mid aT \mid \lambda \end{array}}$$

الف: $(a^*b^*+\lambda)(b+aa^*b^*)^*$

ب: $a^*b(b^*+aa^*b)^*$

ج: $(a+b)^*$

د: $(a^*b+\lambda)b^*(aa^*bb^*)^*$