

## فصل ۱۰ مدل‌های دیگر ماشین‌های تورینگ

ماشین‌های تورینگ دارای مدل‌ها و انواع متفاوتی هستند که در قدرت آن‌ها مؤثر است. بررسی انواع ماشین‌های تورینگ درک خوبی از چگونگی عملکرد این ماشین ایفا می‌کند. در این فصل مدل‌های دیگری از ماشین تورینگ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

### برخی از انواع ماشین‌های تورینگ (Turing machine)

#### ۱. Turing machine with stay option.

هد این نوع از ماشین تورینگ می‌تواند علاوه بر اینکه به سمت راست (right) یا چپ (left) حرکت کند، در سر جایش باقی بماند و حرکت نداشته باشد.

تابع انتقال در این نوع از ماشین تورینگ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$$

جایی که:

L: حرکت هد به سمت چپ

R: حرکت هد به سمت راست

S: هد بدون حرکت می‌ایستد.

این ماشین تورینگ همقدرت با ماشین تورینگ استاندارد است.

#### ۲. Multi – track Turing machine.

در ماشین تورینگ استاندارد نوار به سلول‌هایی تقسیم شده که هد نوار در هر لحظه روی یکی از این سلول‌ها قرار گرفته و در هر سلول تنها یک نماد می‌تواند قرار گیرد. در ماشین تورینگ Multi-track TM هر سلول خود به چندین بخش تقسیم می‌شود و در هر بخش یک نماد می‌تواند قرار گیرد. در حقیقت در هر سلول چندین نماد قرار می‌گیرد. ماشین قادر است که با یکبار خواندن، محتوای تمامی track‌ها را بخواند. تابع انتقال در این نوع از ماشین تورینگ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta : Q \times \Gamma^n \rightarrow Q \times \Gamma^n \times \{L, R\}$$

این نوع از ماشین تورینگ همقدرت با ماشین تورینگ استاندارد است.

#### ۳. Multi – tape Turing machine.

این نوع از ماشین تورینگ دارای چندین نوار است که هر نوار هد مخصوص به خود را دارد. تابع انتقال در این نوع از ماشین تورینگ به صورت زیر است:

$$\delta: Q \times \Gamma^n \rightarrow Q \times \Gamma^n \times \{L, R\}^n$$

این ماشین تورینگ همقدرت با ماشین تورینگ استاندارد است.

#### ۴. ماشین تورینگ غیر قطعی (Nondeterministic Turing machine)

تعریفی که از ماشین‌های تورینگ ارائه دادیم، تعاریفی قطعی و معین بودند. به دلیل اینکه هنگامی کهتابع انتقال ( $\delta$ ) به عنوان پارامترهای ورودی، یک وضعیت از ماشین و یک نماد از نوار را می‌دادیم، دقیقاً برای ما مشخص می‌کرد که به چه وضعیتی حرکت کنیم و چه نمادی را روی نوار بنویسیم و به چه جهتی حرکت کنیم؛ یعنی:

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$$

می‌توانیم به راحتی ماشین تورینگ غیر قطعی طراحی کنیم؛ بنابراین تابع انتقال  $\delta'$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta': Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{L, R\}}$$

#### زبان پذیرفته شده توسط ماشین تورینگ غیر قطعی

رشته  $w$  توسط ماشین غیر قطعی  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, F) = N$  پذیرفته می‌شود اگر مسیری از وضعیت اولیه  $q_0$  به یکی از وضعیت‌های پایانی با برچسب  $w$  وجود داشته باشد. به بیان دیگر رشتہ  $w$  توسط ماشین غیر قطعی پذیرفته می‌شود اگر بتوان با رشتہ  $w$  از پیکربندی اولیه به یک حالت پایانی رسید.

**نکته:** یک ماشین تورینگ ممکن است با یک ورودی ۳ رفتار مختلف از خود نشان دهد:

۱. به حالت نهایی رفته و متوقف شود (accept).

۲. به حالت غیر نهایی رفته و متوقف شود (reject).

۳. متوقف نشود (loop).

تعریف: یک ماشین تورینگ را می‌گوییم برای یک زبانی مانند  $L$  تصمیم می‌گیرد اگر برای هر رشتہ‌ای مانند  $w \in \Sigma^*$  ماشین در وضعیتی پایانی یا غیر پایانی متوقف شود.

**نکته:** یک ماشین غیر قطعی (ماشین پشتہ‌ای یا ماشین تورینگ) در صورتی در حلقه بی‌نهایت (loop) قرار گرفته است که تمامی مسیرهای محاسبه آن متوقف نشوند و در صورتی که حداقل یک مسیر محاسبه از آن در حالت توقف قرار گیرد ماشین در حلقه بی‌نهایت قرار نگرفته است.

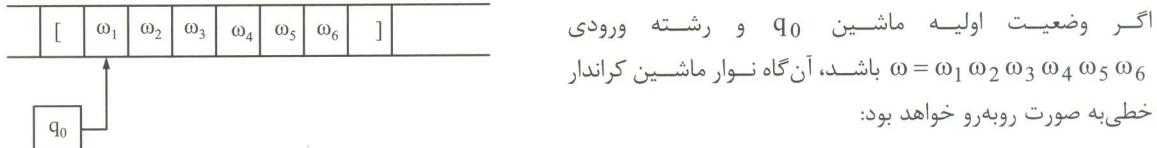
**نکته:** از آنجاکه در ماشین‌های قطعی تنها یک مسیر محاسبه وجود دارد؛ بنابراین یک ماشین قطعی (ماشین پشتہ‌ای یا ماشین تورینگ) در صورتی در حلقه بی‌نهایت (loop) قرار گرفته است که مسیر محاسبه آن هیچ‌گاه در وضعیت توقف قرار نگیرد.

#### ۵. ماشین کراندار خطی (Linear Bounded Automata)

ماشین تورینگی که طول نوار آن محدود به طول رشتہ ورودی باشد، ماشین کراندار خطی (LBA) نامیده می‌شود. یعنی قسمتی از نوار قابل استفاده است که رشتہ ورودی روی آن قرار دارد. یک ماشین کراندار خطی (LBA) یک تورینگ غیر قطعی است و علاوه بر این ویژگی‌های زیر را دارد:

۱. نمادهایی که روی نوار می‌توانند قرار گیرند دارای دو نماد اضافی "[" و "]" هستند به طوری که متعلق به الفبای نوار  $\Gamma$  نیستند.
۲. پیکربندی اولیه ماشین تورینگ به صورت  $[q_0 \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4 \omega_5 \omega_6]$  است. جایی که  $q_0$  وضعیت اولیه ماشین و  $\omega$  رشته ورودی است. نماد "[" بلا فاصله در سلول سمت راستی رشته  $\omega$  قرار می‌گیرد و نماد "]" نیز در ابتدای رشته می‌آید. به طوری که رشته  $\omega$  بین دو نماد "[" و "]" روی نوار قرار می‌گیرد.

۳. ماشین تورینگ نمی‌تواند هیچ چیزی را به جای دو نماد "[" و "]" روی نوار جایگزین کند یا اینکه هد خود را به سمت چپ نماد "]" یا به سمت راست نماد "[" حرکت دهد.



شکل ۱-۱۰

**نکته:** یک زبان توسط ماشین کراندار خطی (LBA) پذیرفته می‌شود، اگر آن زبان توسط یک گرامر حساس به متن تولید شود و هر زبانی توسط یک ماشین کراندار خطی پذیرفته شود توسط یک گرامر حساس به متن قابل تولید است.

## ۶. ماشین تورینگ جهانی (Universal Turing Machine)

هر کدام از ماشین‌های تورینگ شامل فقط یک الگوریتم هستند. همان‌طور که می‌دانیم ورودی ماشین تورینگ، شامل علائم و نمادهای الفبا به علاوه علامت خالی (Blank) است. حال اگر نوار ماشین تورینگ را طوری طراحی کنیم که در هر سلول نوار ماشین به جای قرار گرفتن یک حرف، تعریف یک ماشین تورینگ مانند  $T_1$  قرار گیرد، آن‌گاه ماشین تورینگ همانند ماشین تورینگ ورودی  $T_1$  رفتار می‌کند و ماشین جدیدی به نام ماشین تورینگ جهانی  $U$  خواهیم داشت؛ یعنی ماشین تورینگی طراحی کرده‌ایم که می‌تواند رفتار همه ماشین‌های تورینگ را شبیه‌سازی کند.

## مجموعه‌های شمارا و ناشمارا (countable , uncountable)

**نکته ۱:** به مجموعه‌ای متناهی و یا مجموعه‌ای نامتناهی که بتوان بین آن مجموعه و مجموعه اعداد طبیعی یک نگاشت دوسویه ایجاد کرد شمارا گوییم.

**نکته ۲:** اگر بتوانیم روشی برای مرتب کردن عناصر داشته باشیم، می‌توانیم اثبات کنیم که مجموعه شمارا است.

**نکته ۳:** همه مجموعه‌ها شمارا نیستند و مجموعه‌های ناشمارا نیز وجود دارند.

**نکته ۴:** مجموعه  $\sum^*$  نامتناهی اما شمارا هستند.

**نکته ۵:** مجموعه تمامی ماشین تورینگ گرچه نامتناهی ولی شمارا است.

**نکته ۶:** مجموعه سه‌گانه  $(i,j,k)$  به طوری که  $(i,j,k)$  اعداد صحیح و مثبتی هستند، شمارا است.  
 $\{(i, j, k) | i, j, k \in \mathbb{N}\}$

**نکته ۷:** اگر  $S_1, S_2$  مجموعه‌های شمارا باشند آن‌گاه  $S_1 \times S_2$  (حاصل ضرب دکارتی) و  $S_1 \cup S_2$  (اجتماع) نیز شمارا هستند.

**نکته ۸:** مجموعه اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ ), اعداد طبیعی ( $\mathbb{N}$ ) و اعداد گویا نامتناهی و شمارا هستند.

**نکته ۹:** مجموعه اعداد حقیقی بین ۰ و ۱ نامتناهی و ناشمارا است.

**نکته ۱۰:** اگر  $A$  یک مجموعه متناهی و درنتیجه شمارا باشد آن‌گاه مجموعه توانی  $A$  یعنی  $2^A$  نیز شمارا است و همچنین اگر  $A$  یک مجموعه نامتناهی و شمارا باشد آن‌گاه مجموعه توانی  $A$  یعنی  $2^A$  ناشمارا است.

**نکته ۱۱:** مجموعه توانی اعداد طبیعی  $2^{\mathbb{N}}$  شمارا نیست.

**نکته ۱۲:** مجموعه توانی اعداد صحیح  $2^{\mathbb{Z}}$  شمارا نیست.

**نکته ۱۳:** مجموعه تمام زیرمجموعه‌های متناهی یک مجموعه شمارا، شمارا است.

**نکته ۱۴:** مجموعه همه رشته‌های تعریف شده روی الفبا ( $(\Sigma^*)$ ، شمارا (countable) هستند.

**نکته ۱۵:** مجموعه همه زبان‌های نامنظم روی یک الفبا، ناشمارا (uncountable) هستند.

**نکته ۱۶:** مجموعه تمام توابع محاسبه‌پذیر (الگوریتم‌ها – ماشین‌های تورینگ)، نامتناهی و شماراست.

**نکته ۱۷:** مجموعه تمام توابع محاسبه‌ناپذیر، مجموعه‌ای ناشمارا است.

### نکات و قضایای مهم در رابطه با ماشین‌های تورینگ (Turing machine)

۱. ماشین تورینگ زبان‌هایی که مستقل از متن نیستند را می‌پنیرد که اولین نشانه قوی تر بودن ماشین تورینگ از آتماتاتی پشتهدی است.
۲. فرایندهای پیچیده که با شبکه کد یا دیاگرام‌های بلوکی قابل توصیف هستند، با ماشین تورینگ قابل انجام هستند.
۳. ماشین تورینگ می‌تواند عملیات ساده حسابی و عملیات رشته‌ای و مقایسه‌ای را انجام دهد.
۴. هر کاری را که بتوانیم با کامپیوتر انجام دهیم با ماشین تورینگ هم قابل انجام است.
۵. هر نوع محاسبه‌ای که به طور مکانیکی قابل انجام باشد با ماشین تورینگ هم قابل انجام است.
۶. هیچ کس تاکنون قادر نبوده است که مسئله‌ای پیدا کند که با یک به‌اصطلاح الگوریتم قابل حل است اما برای آن نتوان ماشین تورینگ تولید کرد.
۷. قدرت ماشین تورینگ مستقل از ساختار انتخابی برای ماشین است. هرچه ساختار حافظه آن پیچیده‌تر شود تأثیر در قدرت آن نخواهد داشت.
۸. ماشین تورینگ معین است. البته ماشین تورینگ نامعین نیز پیشنهاد شده است اما قدرت آن بیش از ماشین تورینگ معین نیست.
۹. در ماشین تورینگ معین، نوع خاص نوار، تأثیری در توان ماشین ندارد.
۱۰. به ازای هر ماشین تورینگ نامعین، معادل معین آن نیز وجود دارد.
۱۱. کلاس ماشین‌های تورینگ معین و کلاس ماشین‌های تورینگ نامعین برابرند.

۱۲. می‌توان یک ماشین تورینگ نامعین دو بعدی توسط یک ماشین معین، شبیه‌سازی کرد.
۱۳. یک آتماتای دو پشت‌های، آتماتای پشت‌های نامعین (NPDA) است که از دو پشت‌ه م مستقل تشکیل شده است. کلاس آتماتاهای دو پشت‌های معادل کلاس ماشین‌های تورینگ است.
۱۴. هر کاری که به واسطه ماشین تورینگ قابل انجام باشد، با ماشین تورینگ جهانی قابل انجام است.
۱۵. آتماتای کراندار خطی (LBA) نوعی ماشین تورینگ با نوار نامحدود است که از نوار به شکل محدودی استفاده می‌کند.
۱۶. آتماتای کراندار خطی (LBA) از آتماتای پشت‌های (PDA) قوی‌تر است.
۱۷. هر زبان مستقل از متن که شامل ۸ نباشد توسط یک LBA پذیرفته می‌شود ولی عکس آن صادق نیست؛ یعنی زبان‌هایی هستند که توسط LBA پذیرفته می‌شوند ولی مستقل از متن نیستند.
۱۸. انواع ماشین‌های تورینگ قابل تبدیل به یکدیگرند و همگی از قدرت یکسانی برخوردارند.
۱۹. ماشین‌های تورینگ غیر از پذیرندگی زبان‌ها، کاربردهای دیگری از جمله، محاسبه توابع را دارند.
۲۰. از ماشین تورینگ برای شمارش رشته‌های یک زبان نیز استفاده می‌شود.
۲۱. تعداد ماشین‌های تورینگ کمتر از تعداد زبان‌هاست. بدین معنی که زبان‌هایی نیز وجود دارند که توسط تورینگ پذیرفته نمی‌شوند؛ پس تورینگ هر زبانی را نمی‌پذیرد.
۲۲. تفاوت ماشین تورینگ با ماشین‌های دیگر (...PDA,FA) در این است که وقتی ماشین تورینگ وارد وضعیت پایانی می‌شود، متوقف می‌شود.
۲۳. خانواده ماشین‌های تورینگ قطعی (Deterministic Turing machine) با خانواده ماشین‌های تورینگ غیر قطعی (nondeterministic Turing machines) معادل هستند.
۲۴. ماشین‌های تورینگ از آتماتای کراندار خطی (LBA) قوی‌تر هستند.
۲۵. آتماتای کراندار خطی (LBA) غیر قطعی (نامعین) است.
۲۶. ماشین تورینگ چندنواره نوع دیگری از ماشین تورینگ است که اگرچه دارای حافظه متفاوتی است اما دارای قدرت بیشتری نسبت به ماشین تورینگ نیست.
۲۷. ماشین تورینگ یک آتماتون است که حافظه موقت آن نوار است.
۲۸. ماشین تورینگ یک کامپیوتر ساده است که دارای واحد پردازشی است که حافظه محدود دارد و دارای نواری است که به عنوان حافظه ثانوی دارای ظرفیت نامحدود است.
- ۲۹.
- اگر نوار ماشین تورینگ بدین صورت محدود شود که هد خواندن / نوشتن تنها به یک جهت حرکت کند، در آن صورت توان ماشین تورینگ مساوی با یک ماشین متناهی (FA) است.
  - اگر نوار ماشین تورینگ را بدین شکل محدود کنیم که فقط قسمت خاصی از نوار (بدون توجه به ورودی) همواره استفاده شود، این کار شبیه به آتماتای معین (DFA) است.
  - اگر در ماشین تورینگ قسمتی از نوار را استفاده کنیم که محدود به ورودی است آن گاه آتماتایی از نوع آتماتای کراندار خطی (LBA) خواهیم داشت.
  - ماشین تورینگ بدون قابلیت تغییر محتوای نوار و با حرکت فقط به سمت راست، قدرت یکسان با ماشین‌های متناهی (FA) دارد.
  - ماشین تورینگی که هد آن فقط به سمت راست حرکت کند اما بتواند محتوای نوارش را هم بخواند و هم تغییر دهد قدرتش با ماشین‌های متناهی (FA) یکسان است.
  - ماشین تورینگی که هد نوار آن بتواند هم به سمت راست و هم به سمت چپ حرکت کند ولی فقط بتواند اطلاعات روی نوار را بخواند، قدرتش با ماشین‌های متناهی (FA) یکسان است.
  - یک ماشین پشت‌های قطعی ممکن است با یک ورودی خاص یا با هر ورودی دلخواه در loop قرار گیرد (مسیر محاسبه آن نامتناهی باشد).

۳۱. یک ماشین پشته‌ای غیر قطعی ممکن است با یک ورودی خاص یا با هر ورودی دلخواه در loop قرار گیرد (همه مسیرهای محاسبه آن نامتناهی باشند).

۳۲. یک ماشین تورینگ قطعی ممکن است با یک ورودی خاص و یا با هر ورودی دلخواه در loop قرار گیرد (مسیر محاسبه آن نامتناهی باشد).

۳۳. یک ماشین تورینگ غیر قطعی ممکن است با یک ورودی خاص یا با هر ورودی دلخواه در loop قرار گیرد (همه مسیرهای محاسبه آن نامتناهی باشند).

جدول زیر نمونه‌هایی از زبان‌های حساس به متن و دسته‌بندی آن‌ها را نشان می‌دهد:

جدول ۱-۱۰

ردیف	زبان	منظمه	مستقل از متن	حسابی به متن	ماشین پذیرنده
۱	$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۲	$L = \{a^{n!} \mid n \geq 1\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۳	$L = \{a^{n^2} \mid n = m, m \geq 1\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۴	$L = \{a^n \mid n \text{ عدد اول است}\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۵	$L = \{a^n \mid n \text{ عدد اول نیست}\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۶	$L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^+\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)
۷	$L = \{w^n \mid w \in \{a,b\}^+, n \geq 1\}$	-	-	✓	کراندار خطی (LBA)

## نمونه سؤالات

۱. ماشین تورینگ تکنواره  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  مفروض است. در این ماشین  $Q$  مجموعه حالات کنترل،  $\Sigma$  الفبای زبان،  $\Gamma$  الفبای قابل درج روی نوار،  $\delta$ تابع تبدیل،  $q_0 \in Q$  حالت اولیه ماشین،  $B \subseteq \Sigma$  علامت مخصوص جاهای خالی روی نوار و  $F \subseteq Q$  مجموعه حالات نهایی  $M$  است. در تعریف این ماشین  $\{B\} \cup \Sigma = \Gamma$  و  $\delta$  فقط شامل حرکت به راست بوده و محتوای نوار را تغییر نمی‌دهد. زبان‌های قابل پذیرش توسط  $M$

- (۱) از نوع منظم هستند.
- (۲) از نوع حساس به متن هستند و از نوع مستقل از متن نیستند.
- (۳) از نوع بدون محدودیت هستند و از نوع حساس به متن نیستند.
- (۴) از نوع مستقل از متن هستند و از نوع منظم نیستند.

۲. مجموعه تمام عبارات منظم (Regular Expression) روی الفبای  $\{a, b\}$ :

- (۱) یک مجموعه ناشمارا (uncountable) را تشکیل می‌دهد.
- (۲) یک زبان منظم (regular) را تشکیل می‌دهد.
- (۳) یک زبان مستقل از متن (context-free) را تشکیل می‌دهد.
- (۴) یک زبان ذاتاً مبهم (inherently ambiguous) است.

۳. فرض کنید:

$$L_1 = \{a^p b^q a^r b^s \mid p, q, r, s \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^p b^p a^r b^s \mid p, r, s \geq 0\}$$

$$L_3 = \{a^p b^q a^r b^p \mid p, q, r \geq 0\}$$

کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱)  $L_1$  یک زبان مستقل از متن (Context-Free) است.
- (۲)  $L_3$  یک زبان مستقل از متن نیست.
- (۳)  $L_2$  یک زبان مستقل از متن نیست.
- (۴)  $L_1 \cap L_2 \cap L_3$  یک زبان مستقل از متن است.

۴. فضای زبان هایی که با مدل تورینگ مشخص می شود با کدام یک از تغییرات زیر در تعریف ماشین تورینگ تغییر خواهد کرد؟

- (۱) امکان استفاده از انتقال بلادرنگ در اتوماتون ماشین
- (۲) عدم امکان حرکت هد ماشین به سمت چپ
- (۳) استفاده بیش از یک نوار ولی یک طرف
- (۴) محدود کردن حروف الفبای ماشین به  $\{B, 0, 1\}$

۵. کدام گزاره درست است؟

- (۱) تعداد مسیرهای محاسبه یک ماشین تورینگ قطعی برای یک ورودی ثابت  $w$  می تواند نامتناهی باشد.
- (۲) تعداد سمبول های یک ماشین تورینگ غیر قطعی می تواند نامتناهی باشد.
- (۳) تعداد حالات یک ماشین تورینگ قطعی می تواند نامتناهی باشد.
- (۴) تعداد پیکربندی (configuration) های یک ماشین تورینگ قطعی می تواند نامتناهی باشد.

۶. کدام بک از عبارات زیر درست است؟

- i. یک ماشین متناهی (FA) هیچ حافظه ای ندارد.
  - ii. یک ماشین پشته ای (PDA) حافظه نامحدود با دسترسی محدود دارد.
  - iii. یک ماشین تورینگ خطی (LBA) حافظه ای محدود با دسترسی نامحدود دارد.
  - iv : یک ماشین تورینگ حافظه ای نامحدود با دسترسی نامحدود دارد.
- |              |               |
|--------------|---------------|
| (۲) فقط i    | (۱) فقط iv    |
| (۴) هیچ کدام | (۳) همه موارد |

۷. کدام بک از عبارات زیر درست است؟

- i : ماشین تورینگی که همواره از قسمت خاصی از نوار استفاده می کند، ماشین کراندار خطی (LBA) است.
  - ii : ماشین تورینگی که از قسمتی از نوار که محدود به ورودی است، استفاده می کند، ماشین متناهی (FA) است.
- |            |              |
|------------|--------------|
| (۱) فقط i  | (۲) فقط ii   |
| (۳) i و ii | (۴) هیچ کدام |

۸. ماشین M یک ماشین کراندار خطی (LBA) با ویژگی های زیر است:

$$\begin{aligned} Q &= \{s, t, u, v, w\} \\ \Gamma &= \{a, b, c, x, [, ]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{a, b, c\} \\ F &= \{t\} \end{aligned}$$

توابع انتقال این ماشین به صورت زیر تعریف می شوند:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| ۱. $\delta(s, [) \rightarrow (t, [ , R)$ | ۶. $\delta(u, x) \rightarrow (u, x, R)$  | ۱۱. $\delta(w, c) \rightarrow (w, c, L)$ |
| ۲. $\delta(t, ]) \rightarrow (t, ] , L)$ | ۷. $\delta(u, b) \rightarrow (v, x, R)$  | ۱۲. $\delta(w, b) \rightarrow (w, b, L)$ |
| ۳. $\delta(t, x) \rightarrow (t, x, R)$  | ۸. $\delta(v, b) \rightarrow (v, b, R)$  | ۱۳. $\delta(w, a) \rightarrow (w, a, L)$ |
| ۴. $\delta(t, a) \rightarrow (u, x, R)$  | ۹. $\delta(v, x) \rightarrow (v, x, R)$  | ۱۴. $\delta(w, x) \rightarrow (w, x, L)$ |
| ۵. $\delta(u, a) \rightarrow (u, a, R)$  | ۱۰. $\delta(v, c) \rightarrow (w, x, L)$ | ۱۵. $\delta(w, x) \rightarrow (w, x, L)$ |

آن گاه ماشین M چه زبانی را می پذیرد؟

$$L = \left\{ a^n b^n c^n : n \geq 0 \right\} \quad (۱)$$

$$(۲) \quad L = \left\{ w w : w \in \{a, b, c\}^+ \right\}$$

$$(۳) \quad L = \left\{ w_1 d w_2 : w \in \{a, b, c\}^+, w_1 = w_2 \right\}$$

$$(۴) \quad \text{هیچ کدام}$$

۹. کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(علوم کامپیوتر ۸۵)

$$\{0,1\}^* - \left\{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \right\} = \left\{ 0^n 1^m \mid n \neq m \right\} \cup \{\lambda\} \quad (1)$$

۲) تعداد زبان‌های منظم با حروف  $\{0,1\}$  حداکثر شمارا است.

$$\text{۳) زبان } \left\{ uwv^R \mid u, v, w \in \{0,1\}^* \right\} \text{ منظم نیست.}$$

۴) برای هر زبان منظم  $L$ , یک حالت پذیرش یکتا مثل  $M$  وجود دارد که  $L(M) = L$ .

$$\text{۱۰. زبان } \left\{ l^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \in \left\{ l^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \text{ تابعی صعودی است, .....}$$

(علوم کامپیوتر ۸۵)

۱) برای هر تابع محاسبه‌پذیر و صعودی  $f$  منظم است.

۲) برای هر انتخاب تابع  $f$  منظم است.

۳) چنانچه مستقل از متن باشد حتماً منظم نیز هست.

۴) برای هر تابع محاسبه‌پذیر صعودی  $f$  مستقل از متن است.

۱۱. ماشین تورینگ  $T$  در حداکثر  $7^2$  مرحله به پیکربندی نهایی می‌رسد. در این صورت، .....

(علوم کامپیوتر ۸۵)

۱) زبان ماشین  $T$  با یک عبارت منظم قابل توصیف است.

۲) ورودی  $w$  وجود دارد که ماشین برای محاسبه آن حداقل ۷ خانه از حافظه خود را به کار می‌برد.

۳) ماشین  $T$  برای محاسبه هر ورودی حداکثر از ۲ خانه از حافظه خود استفاده می‌کند.

۴) هیچ ماشین  $PDA$  معادل  $T$  وجود ندارد ولی زبان ماشین  $T$  وابسته به متن است.

## حل تشریحی

۱. گزینه ۱ درست است.

ماشین تورینگی که فقط قادر به حرکت به سمت راست باشد دارای قدرتی معادل با ماشین متناهی است؛ بنابراین گزینه ۱ درست است.

۲. گزینه ۳ درست است.

از آنجاکه با یک گرامر مستقل از متن مانند زیر می‌توان تمام عبارات منظم را ایجاد کرد، پس گزینه ۳ درست است.

$$S \rightarrow (S) | S + S | S * | S . S | a | \lambda | \emptyset$$

۳. گزینه ۱ درست است.

زبان‌های  $L_1$ ,  $L_2$  و  $L_3$  را می‌توان با کمک یک پشته تشخیص داد؛ بنابراین مستقل از متن هستند و گزینه ۱ درست است. از آنجاکه  $L_1 \cap L_2 \cap L_3 = \{a^p b^q a^r b^s | p, q, r, s \geq 0\}$  نادرست است.

۴. گزینه ۲ درست است.

امکان استفاده از انتقال بلاذرنگ تغییری در قدرت ماشین تورینگ ایجاد نمی‌کند؛ پس گزینه ۱ نادرست است. داشتن دو نوار یک‌طرفه معادل با داشتن یک نوار دوطرفه است؛ از این‌رو گزینه ۳ نادرست است. محدود شدن حروف الفبا به ۰ و ۱ نیز تأثیری در قدرت ماشین نخواهد داشت ولی محدودیت در جهت حرکت قدرت حرکت می‌دهد؛ پس گزینه ۲ درست است.

۵. گزینه ۴ درست است.

یک ماشین تورینگ قطعی را تصور کنید که فقط با دیدن هر حرف ورودی به سمت راست حرکت می‌کند. چنین ماشینی دارای نامتناهی پیکربندی مختلف است؛ پس گزینه ۴ درست است. تعداد مسیرهای محاسبه یک ماشین تورینگ قطعی نمی‌تواند نامتناهی باشد و گزینه ۱ نادرست است. بر اساس تعریف ماشین تورینگ تعداد سمبول‌های ماشین باید یک مجموعه متناهی باشد؛ بنابراین گزینه ۲ نادرست است. بر اساس تعریف ماشین تورینگ تعداد حالات ماشین باید یک مجموعه متناهی باشد؛ از این‌رو گزینه ۳ نادرست است.

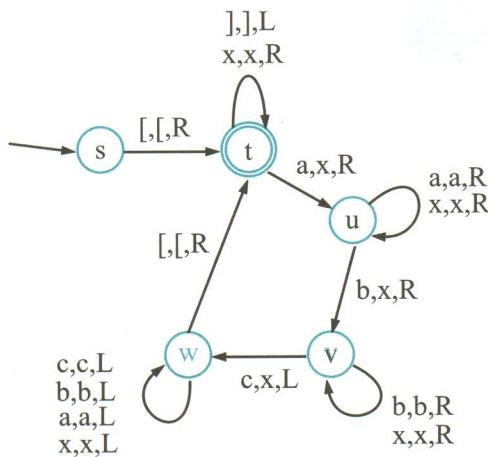
۶. گزینه ۳ درست است.

بر اساس تعریف ماشین‌های مختلف همه موارد درست است؛ بنابراین گزینه ۳ درست است.

۷. گزینه ۴ درست است.

قدرت ماشین تورینگی که همواره از قسمت خاصی از نوار استفاده می‌کند، معادل با یک ماشین متناهی (FA) است و ماشین تورینگی که از قسمتی از نوار که محدود به ورودی است، استفاده می‌کند، ماشین کراندار خطی (LBA) است؛ پس هر دو جمله نادرست هستند؛ بنابراین گزینه ۴ درست است.

۸. گزینه ۲ درست است.



با بررسی ماشین مورد نظر می‌توان به این نتیجه رسید که زبان مورد پذیرش آن  $\{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$  است؛ بنابراین گزینه ۲ درست است. دیاگرام مربوط به ماشین مورد نظر به صورت رو به رو است:

۹. گزینه ۲ درست است.

مجموعه کل زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر شمارا است؛ بنابراین هر زیر مجموعه آن نیز شمارا است و گزینه ۲ درست است.

۱۰. گزینه ۳ درست است.

اگر زبان مذکور مستقل از متن باشد، پس گرامر مستقل از متنی برای آن وجود دارد که تکنماد است؛ از این‌رو زبان آن منظم خواهد بود، بنابراین گزینه ۳ درست است.

۱۱. گزینه ۱ درست است.

از آنجاکه ماشین T برای پذیرش خود به تعداد متناهی مرحله نیاز دارد، پس با دیدن تعداد متناهی از ابتدای ورودی خود می‌تواند رشته را تشخیص دهد؛ پس با یک ماشین متناهی معادل است و گزینه ۱ درست است. ممکن است ماشین T برای پذیرش همه رشته‌ها کمتر از ۷ خانه از حافظه خود را مصرف کند؛ پس گزینه ۲ نادرست است. ممکن است ماشین T برای پذیرش یک رشته بیش از ۲ خانه از حافظه خود را مصرف کند؛ بنابراین گزینه ۳ نادرست است. از آنجاکه ماشین T دارای قدرتی معادل یک ماشین متناهی است، پس برای آن ماشین PDA معادل وجود دارد و گزینه ۴ نادرست است.

## خودآزمایی

۱. قدرت انواع ماشین‌های تورینگ را با یکدیگر مقایسه کرده و سعی کنید عملکرد هر یک را با دیگری شبیه‌سازی کنید.