

فصل ۳ عبارات و گرامرهای منظم

در این فصل به تعریف و بررسی ابزاری جدید برای نمایش زبان‌های منظم خواهیم پرداخت. عبارات منظم که در نمایش زبان‌های منظم کاربرد جالبی دارند ابزاری مناسب برای نمایش زبان‌های منظم محسوب می‌شوند. در ادامه این فصل مواردی نظری عبارات منظم، گرامرهای منظم، تبدیل عبارات منظم به پذیرنده متناهی و برعکس و تبدیل گرامر خطی به پذیرنده متناهی و برعکس مورد بررسی قرار می‌گیرد.

عبارت منظم (Regular Expression)

اگر Σ یک الفبای داده شده باشد، هر عبارت منظم بر روی Σ بر اساس قوانین زیر قابل ایجاد است:

- ۱- نماد \emptyset یک عبارت منظم است.
- ۲- نماد λ یک عبارت منظم است.
- ۳- هر نماد از الفبا مانند $a \in \Sigma$ یک عبارت منظم است.
- ۴- اگر r_1 و r_2 دو عبارت منظم باشند، آن‌گاه الحق آن‌ها که با $r_1.r_2$ نشان داده می‌شود نیز یک عبارت منظم است.
- ۵- اگر r_1 و r_2 دو عبارت منظم باشند، آن‌گاه اجتماع آن‌ها که با $r_1 + r_2$ نشان داده می‌شود نیز یک عبارت منظم است.
- ۶- اگر r یک عبارت منظم باشد آن‌گاه بستار ستاره آنکه با r^* نشان داده می‌شود نیز یک عبارت منظم است.
- ۷- اگر r یک عبارت منظم باشد آن‌گاه پرانتری شده آن (r) نیز یک عبارت منظم است.
- ۸- هر عبارتی که از روی عبارات اولیه و با کمک قوانین ۴ تا ۷ ساخته می‌شود نیز منظم است.

جدول ۱ - ۳

$L(r)$	r
{ }	\emptyset
{ λ }	λ
{a}	a
$L(r)$	(r)
$L(r_1).L(r_2)$	$r_1.r_2$
$L(r_1) \cup L(r_2)$	$r_1 + r_2$
$(L(r))^*$	r^*

مثال ۱: عبارات $(a+b)^*$ و $(a+b^*)^*$ منظم هستند ولی عبارت $(b+a)^*$ منظم نیست.

هر عبارت منظم نشان‌دهنده یک زبان منظم است که در جدول ۱-۳ نحوه تشخیص زبان مربوط به هر عبارت منظم مشخص شده است.

مثال ۲: زبان مربوط به عبارت منظم $(a+b)^*$ برابر با مجموعه همه رشته‌های متشكل از حروف a و b به طول دلخواه است و زبان مربوط به عبارت منظم a^*b^* برابر با رشته‌هایی متشكل از فقط a به طول بزرگتر از صفر یا متشكل از تعدادی دلخواه a و سپس تعدادی دلخواه b است که به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\{a^n : n \geq 1\} \cup \{a^n b^m : m, n \geq 0\}$$

تبديل عبارت منظم به پذيرنده متناهي غير قطعي

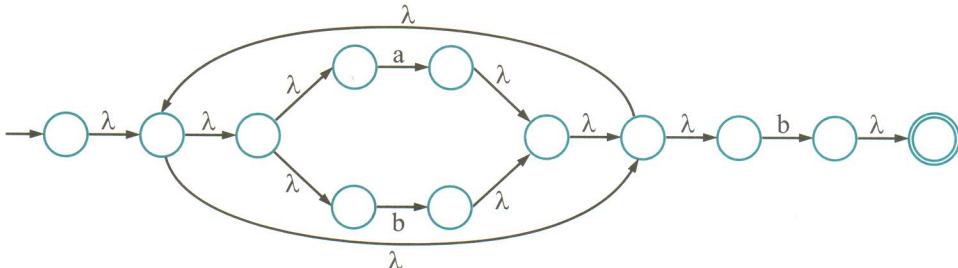
برای تولید یک پذيرنده متناهي که زبان آن برابر با زبان یک عبارت منظم داده شده باشد، برای هر کدام از ترکیبات قبل ايجاد از روی عبارات منظم روش ساخت ماشين آن را بيان می‌کنيم.

زبان هر يك از عبارات منظم زير را می‌توان با ماشينی که در مقابل آن رسم شده است پذيرفت:

جدول ۳ - ۲

NFA مربوطه	عبارة منظم
	\emptyset
	λ
	a
	(r)
	$(r_1.r_2)$
	$r_1 + r_2$
	r^*

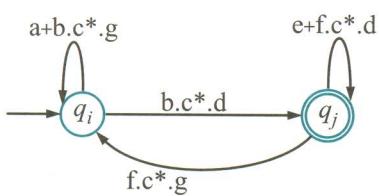
مثال ۳: ماشین متناهی مربوط به عبارت منظم $b^*(a+b)$ بر اساس قوانین جدول ۲-۳ به صورت زیر است:



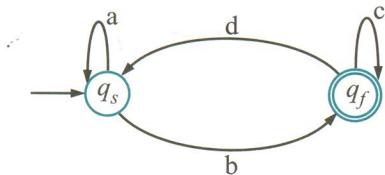
تبدیل پذیر نده متناهی غیر قطعی به عبارت منظم

فرض کنید در یک پذیرنده متناهی $T_{i,j}$ عبارت منظمی باشد که بر روی یال رابط بین حالت q_i و q_j قرار دارد. همچنین فرض کنید پذیرنده دارای یک حالت آغازین مانند q_s و چندین حالت پایانی باشد که هر کدام از آن‌ها را با q_f نشان می‌دهیم. ابتدا روشی برای حذف یک حالت میانی مانند q_k را مطرح می‌کنیم. فرض کنید q_k یک حالت میانی در مسیر بین حالت q_i و حالت q_j باشد. برای حذف حالت q_k مانند مثال زیر عمل می‌کنیم. به بیان دیگر با ایجاد عبارات منظمی که بیانگر تمامی مسیرهایی است که از حالت میانی q_k می‌گذرند و قرار دادن این عبارات منظم به عنوان برچسب بر روی یال‌های جدیدی در پذیرنده، امکان حذف حالت میانی q_k را فراهم می‌کنیم.

مثال ۴: حالت میانی k^q را در ماشین زیر حذف کنید:



با حذف حالت k_9 ماشین بالا را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:



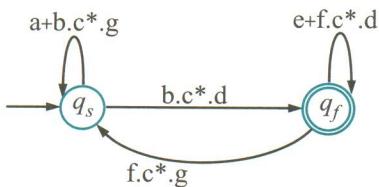
حال برای تولید عبارت منظم مربوط به یک پذیرنده به صورت زیر عمل می‌کنیم:
برای تمامی حالات پایانی پذیرنده مانند q عملیات زیر را انجام دهید تا عبارت منظم مربوط، برای آن حالت پایانی تولید شود و سپس تمامی عبارات منظمه را با هم اختیام کنید.

- ۱- تمامی حالات میانی را با ایجاد یال‌های جدید در پذیرنده مانند مثال قبل حذف کنید.

۲- عبارت منظم مربوط به پذیرنده تولیدشده در مرحله قبل به صورت زیر خواهد بود:

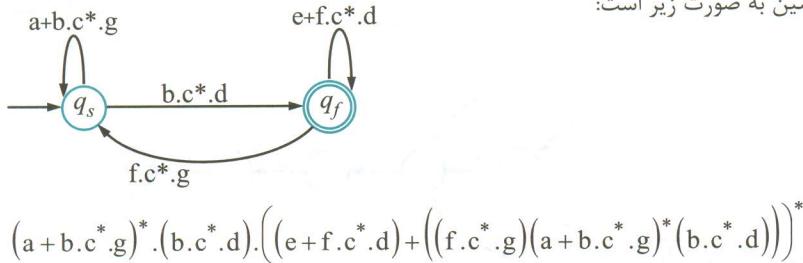
$$r_{s,s}^* \cdot r_{s,f} \cdot (r_{f,f} + r_{f,s} \cdot r_{s,s}^* \cdot r_{s,f})^*$$

مثال ۵: عبارت منظم مربوط به این ماشین به صورت زیر است:



$$a^*.b.(c+da^*b)^*$$

مثال ۶: عبارت منظم مربوط به اين ماشين به صورت زير است:



گرامر خطی از چپ (left linear): گرامر G خطی از چپ نامیده می شود اگر همه قواعد آن به صورت زیر باشد:

$$A \rightarrow u \text{ or } A \rightarrow Bu$$

$$\begin{cases} A, B \in V \\ u \in T^* \end{cases}$$

گرامر خطی از راست (right linear): گرامر G خطی از راست نامیده می شود اگر همه قواعد آن به صورت زیر باشد:

$$A \rightarrow y \text{ or } A \rightarrow uB$$

$$\begin{cases} A, B \in V \\ u \in T^* \end{cases}$$

گرامر منظم: گرامر G منظم نامیده می شود اگر همه قواعد آن خطی چپ و یا همه قواعد آن خطی راست باشند.

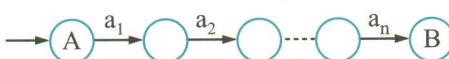
تولید پذیرنده متناهی غیر قطعی متناظر با یک گرامر خطی راست

اگر G یک گرامر خطی راست باشد برای تولید ماشین متناظر با آن، بر اساس قواعد زیر عمل می کنیم:

۱- هر متغیر از گرامر متناظر با یک حالت از ماشین در نظر گرفته می شود.

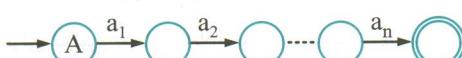
۲- حالت متناظر با متغیر آغازین گرامر به عنوان حالت ابتدایی ماشین در نظر گرفته می شود.

۳- هر قانون به فرم $A \rightarrow a_1a_2\dots a_n B$ به صورت یال های زیر بر روی حالات A و B ایجاد می شود.



شکل ۱-۳

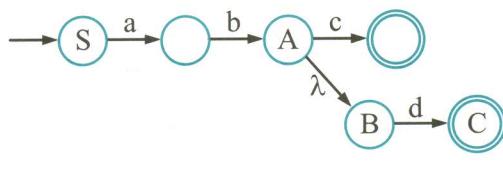
۴- هر قانون به فرم $A \rightarrow a_1a_2\dots a_n$ به صورت یال های زیر بر روی حالت A ایجاد می شود.



شکل ۲-۳

۵- هر قانون به فرم $\lambda \rightarrow A$ با نهایی کردن حالت A انجام می شود.

مثال ۷: ماشین متناظر با گرامر خطی راست داده شده به صورت زیر است:



$$S \rightarrow abA$$

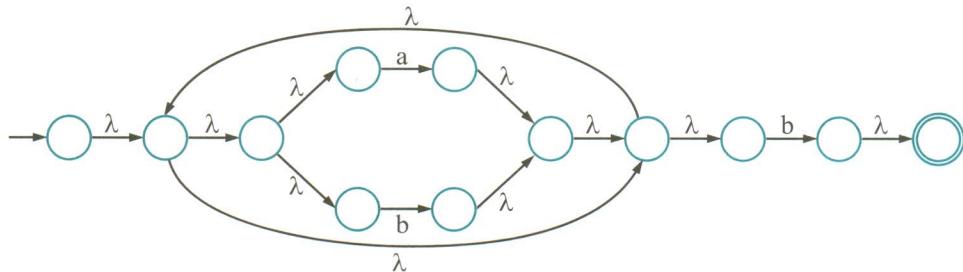
$$A \rightarrow c | B$$

$$B \rightarrow dC$$

$$C \rightarrow \lambda$$

البته با تبدیل این ماشین به ماشین DFA و بهینه سازی آن، ماشین خلاصه تری تولید می شود.

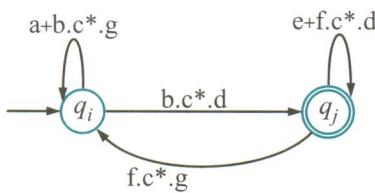
مثال ۳: ماشين متناهي مربوط به عبارت منظم $b^*(a+b)$ بر اساس قوانين جدول ۲-۳ به صورت زير است:



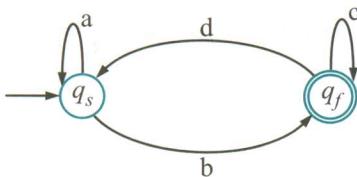
تبديل پذيرنده متناهي غير قطعی به عبارت منظم

فرض کنيد در يك پذيرنده متناهي $r_{i,j}$ عبارت منظمي باشد که بر روی يال رابط بين حالات q_i و q_j قرار دارد. همچنین فرض کنيد پذيرنده داراي يك حالت آغازين مانند q_s و چندين حالت پيانى باشد که هر کدام از آنها را با q_f نشان مي دهيم. ابتدا روشی برای حذف يك حالت ميانی مانند q_k را مطرح می کنيم. فرض کنيد q_k يك حالت ميانی در مسیر بين حالت q_i و حالت q_j باشد. برای حذف حالت q_k مانند مثال زير عمل می کنيم. به بيان ديگر با ايجاد عبارات منظمي که بيانگر تمامي مسیرهاي است که از حالت ميانی q_k مي گذرند و قرار دادن اين عبارات منظم به عنوان برچسب بر روی يال های جديدی در پذيرنده، امكان حذف حالت ميانی q_k را فراهم می کنيم.

مثال ۴: حالت ميانی q_k را در ماشين زير حذف کنيد:



با حذف حالت q_k ماشين بالا را می توان به صورت زير در نظر گرفت:



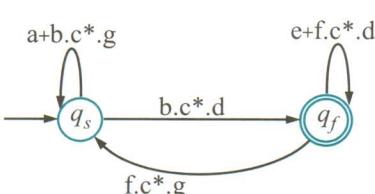
حال برای تولید عبارت منظم مربوط به يك پذيرنده به صورت زير عمل می کنيم:
برای تمامي حالات پيانى پذيرنده مانند q_f عملیات زير را انجام دهيد تا عبارت منظم مربوط، برای آن حالت پيانى تولید شود و سپس تمامي اين عبارات منظم را با هم اجتماع کنيد.

۱- تمامي حالات ميانی را با ايجاد يال های جديد در پذيرنده مانند مثال قبل حذف کنيد.

۲- عبارت منظم مربوط به پذيرنده تولید شده در مرحله قبل به صورت زير خواهد بود:

$$r_{s,s}^* \cdot r_{s,f} \cdot (r_{f,f} + r_{f,s}^* \cdot r_{s,s} \cdot r_{s,f})^*$$

مثال ۵: عبارت منظم مربوط به اين ماشين به صورت زير است:



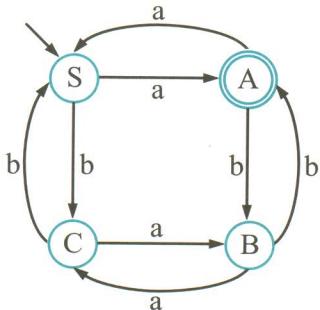
$$a^* \cdot b \cdot (c + da^* b)^*$$

توليد گرامر خطی راست متناظر با یک پذيرنده متناهي غير قطعي

برای تولید گرامر خطی راست از روی یک پذيرنده متناهي، می‌توان بر اساس قواعد زیر عمل کرد:

- ۱- هر حالت ماشین را با نام یک متغیر از گرامر، متناظر می‌کنیم به طوری که حالت ابتدایی ماشین با متغیر آغازین گرامر، متناظر شود.
- ۲- اگر متغیری مانند A متناظر با یک حالت نهايی باشد، آن‌گاه قانون $A \rightarrow \lambda$ را به مجموعه قوانین گرامر اضافه می‌کنیم.
- ۳- اگر حالتی مانند A با يالي با برجسب a به حالتی مانند B تغيير حالت دهد، آن‌گاه قانون $A \rightarrow aB$ را به مجموعه قوانین گرامر اضافه می‌کنیم.

مثال ۸: گرامر خطی راست متناظر با پذيرنده متناهي داده شده به صورت زير است:



$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bC \\ A &\rightarrow aS \mid bB \mid \lambda \\ B &\rightarrow aC \mid bA \\ C &\rightarrow aB \mid bS \end{aligned}$$

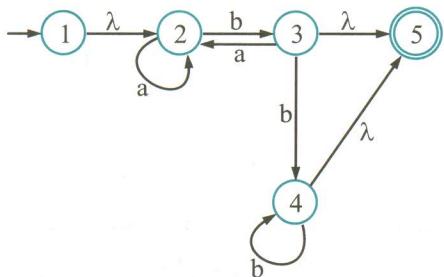
عبارات منظم و معادلات مربوط

جدول ۳-۳

1)	$\lambda^* = \lambda$	16)	$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\alpha + \beta)^*$
2)	$\phi^* = \lambda$	17)	$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)^*$
3)	$\emptyset^+ = \emptyset$	18)	$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\alpha + \beta)^* \beta^*$
4)	$\lambda^* \phi^* = \{\lambda\}$	19)	$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* \beta^*)^*$
5)	$\alpha + \beta = \beta + \alpha$	20)	$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\beta \alpha^*)^*$
6)	$\alpha + \phi = \phi + \alpha = \alpha$	21)	$(\alpha + \beta)^* = \beta^* (\alpha \beta^*)^*$
7)	$\alpha \cdot \lambda = \lambda \cdot \alpha = \alpha$	22)	$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* \beta + \alpha \beta^*)^*$
8)	$\alpha \cdot \phi = \phi \cdot \alpha = \phi$	23)	$(\alpha^*)^+ = (\alpha^+)^* = \alpha^*$
9)	$(\alpha^*)^* = \alpha^*$	24)	$(\alpha \beta)^* \alpha = \alpha (\beta \alpha)^*$
10)	$\alpha^* = \lambda + \alpha \alpha^* = \lambda + \alpha^+$	25)	$(\alpha \beta)^n \neq \alpha^n \beta^n : \forall n > 1$
11)	$(\alpha + \lambda)^* = \alpha^*$	26)	$\alpha (\beta \alpha + \alpha)^* = (\alpha \beta + \alpha)^* \alpha$
12)	$\alpha(\beta + \gamma) = \alpha \beta + \alpha \gamma$	27)	$(\alpha + \beta)^* (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta)^+$
13)	$(\beta + \gamma) \alpha = \beta \alpha + \gamma \alpha$	28)	$(\alpha + \beta)^* (\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)^+$
14)	$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta)^*$	29)	$(\alpha + \beta)(\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta)^+$
15)	$(\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta^*)^*$	30)	$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* \beta^* \alpha^* (\alpha^* + \beta^*)^* \beta^* (\alpha + \beta)^* \alpha^*$

نمونه سؤالات

۱. عبارت منظم معادل با NFA زیر کدام است؟



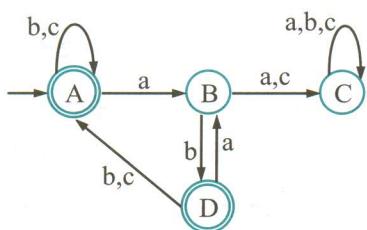
$$\left((b|a)^* ab(b|a) \right)^* \quad (1)$$

$$a^* b (aa^* b)^* | a^* b (aa^* b)^* bb^* \quad (2)$$

$$(a|b)(a|b)(a|b)^* \quad (3)$$

هیچ کدام

۲. عبارت منظم معادل با DFA زیر کدام است؟



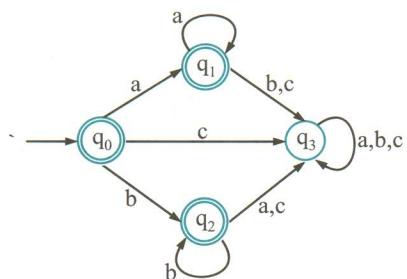
$$(b|c)^* (b|c) | ab(b|c)^* \quad (1)$$

$$\left((b|c)^* ab(b|c) \right)^* \quad (2)$$

$$(b|c)(b|c)^* ab(b|c)^* \quad (3)$$

هیچ کدام

۳. عبارت منظم معادل با DFA زیر کدام است؟



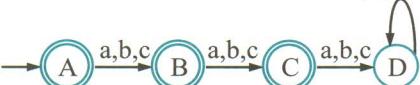
$$(a|b)^* \quad (1)$$

$$a^* | b^* \quad (2)$$

$$a^* b^* c^* \quad (3)$$

$$\left((b|c)^* ab(b|c) \right)^* \quad (4)$$

۴. کدامیک از عبارات منظم زیر معادل با ماشین DFA داده شده هستند؟ $\Sigma = \{a, b, c\}$



$$(a|b|c)(a|b|c)^* \quad (1)$$

$$(a|b|c) | \lambda \quad (2)$$

$$\lambda | (a|b|c) | (a|b|c)(a|b|c) \quad (3)$$

هیچ کدام

۵. کدامیک از عبارات زیر درست است؟

- | | |
|---|---|
| $(L_1 - L_2)^* \neq L_1^* - L_2^*$: ii | $(L^*)^+ \neq L^* : i$ |
| $\lambda^* \phi^* = \phi : iv$ | $(\alpha\beta)^* \alpha \neq \alpha(\beta\alpha)^* : iii$ |
| iv و iii (۲) | ii و i (۱) |
| ۴) تمام عبارات نادرست هستند. | |
| ii فقط (۳) | |

۶. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- | | |
|---|--|
| $\begin{cases} \lambda^+ = \lambda \\ \phi^+ = \phi \end{cases}$: ii | $\begin{cases} \lambda^* = \lambda \\ \phi^* = \phi \end{cases}$: i |
| $(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* \beta + \alpha \beta^*)^*$: iv | $\begin{cases} \alpha \cdot \lambda = \lambda \\ \alpha \cdot \phi = \phi \end{cases}$: iii |
| iv و ii (۲) | iv و i (۱) |
| iv و iii و i (۴) | |
| iii و i (۳) | |

۷. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ $(\Sigma = \{a, b, c\})$

- ۱) عبارت منظم $(a | b | c)(a | b | c)(a | b | c)$ عبارت است از مجموعه تمام رشته‌هایی به طول حداکثر دو حرف بر روی Σ .
 - ۲) عبارت منظم $(a^* | b^*)$ عبارت است از مجموعه تمام رشته‌هایی متشكل از نماد فقط a یا فقط b .
 - ۳) عبارت منظم $(a^* b^* c^*)$ عبارت است از تمام رشته‌هایی که در آن‌ها بعد از حرف b ، حرف a نمی‌آید و همچنین بعد از حرف c حروف a یا b نمی‌آید.
- ۴) هیچ‌کدام

۸. کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟ $(\Sigma = \{a, b, c\})$

- ۱) عبارت منظم $(a | b | c)(a | b | c)(a | b | c)^*$ عبارت است از مجموعه تمام رشته‌هایی که حداقل طول آن‌ها دو است.
- ۲) عبارت منظم $((b | c)^* ab(b | c)^*)^*$ عبارت است از مجموعه تمام رشته‌هایی که در آن‌ها بلافاصله بعد از حرف a یک حرف b می‌آید.
- ۳) عبارت منظم $((b | c) | a(b | c))^*$ عبارت است از مجموعه تمام رشته‌هایی که در آن‌ها دو حرف پشت سر هم a وجود ندارد.
- ۴) همه موارد درست است.

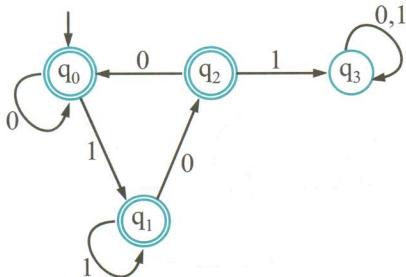
۹. کدام گزینه درست است؟

- | | |
|--------------------------------------|---|
| $R_1 = (a + b)^* a^* a(a + b)^* b^*$ | $R_1 = R_4 \text{ و } R_1 \neq R_2$ (۱) |
| $R_2 = b^* aa^* (a + b)^* b^*$ | $R_3 \neq R_4 \text{ و } R_2 = R_3$ (۲) |
| $R_3 = b^* a^* (a^* b^*)^* ab^*$ | $R_1 = R_2 \text{ و } R_1 \neq R_4$ (۳) |
| $R_4 = b^* a(a + b)^*$ | ۴) هیچ‌کدام |

۱۰. کدامیک از عبارات منظم زیر توصیفی از زبان $\{ \text{تمام رشته‌هایی که شامل ۱۰۱ نباشند} \} = L$ است؟

- $(0^* 111^* 00).(\lambda + 0^* 11^* + 0^* 11^* 0)$ (۱)
- $(0^* 11^* 00)^*. (0^* 11^* + 0^* 11^* 0)$ (۲)
- $(0 + 11^* 00)^* + 0^* 1(1 + 000^* 1)^* + 0^* 11^* 0(00^* 11^* 0)^*$ (۳)
- $(0^* 111^* 00)^*. (0^* 11^* + 0^* 11^* 0)$ (۴)

۱۱. کدامیک از عبارات منظم زیر زبان پذیرفته شده توسط ماشین زیر را نشان می دهد؟



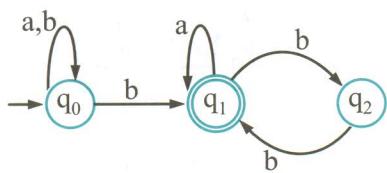
$$(0+11^*00)^* + 0^*1(1+000^*)^* + 0^*11^*0(00^*11^*0)^* \quad (1)$$

$$(0^*11^*00)^*(0^*11^* + 0^*11^*0) \quad (2)$$

$$(0^*11^*0)^*(\lambda + 0^*11^* + 0^*11^*0) \quad (3)$$

$$(0^*111^*00)^*(\lambda + 0^*11^* + 0^*11^*0) \quad (4)$$

۱۲. چه زبانی توسط آتماتون زیر پذیرفته می شود؟



$$L((a+b)^* b(a+bab)^*) \quad (1)$$

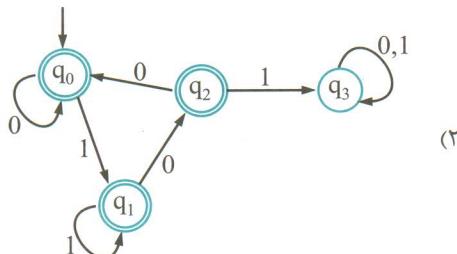
$$L((a+b)^* b(a+bb)^*) \quad (2)$$

$$L((a+b)^* ba(a+bba)^*) \quad (3)$$

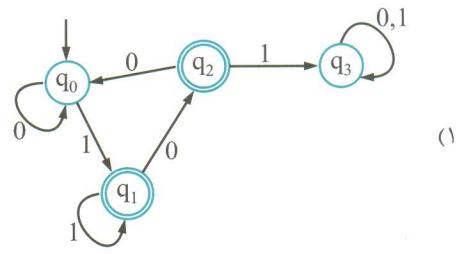
هر دو گزینه ۱ و ۲ درست است.

۱۳. عبارت منظم r توسط کدامیک از ماشین های متناهی غیر قطعی (nfa) زیر پذیرفته می شود؟

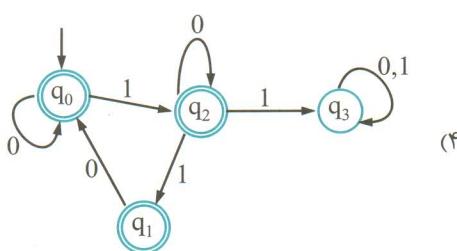
$$r = (0^*11^*00)^*(\lambda + 0^*11^*0 + 0^*11^*)$$



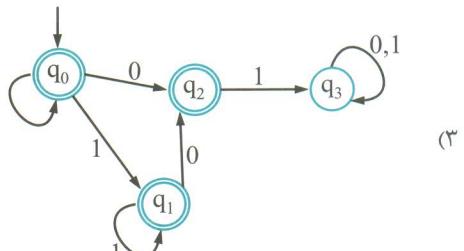
(۲)



(۱)

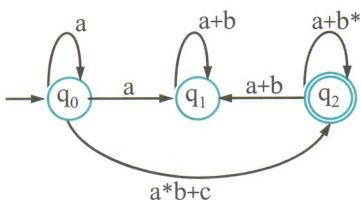


(۴)



(۳)

۱۴. چه زبانی توسط گراف تغییر وضعیت عام زیر پذیرفته می شود؟



$$L(a^*(a^*b+c)(a+b^*)^*) \quad (1)$$

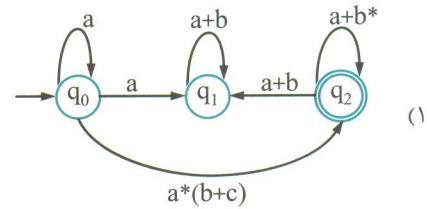
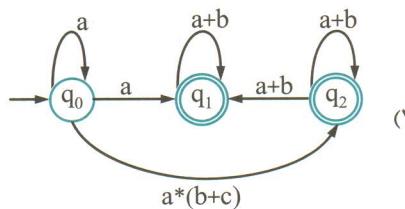
$$L(a^*(a^*b+c)(a+b)^*) \quad (2)$$

$$L(a^*(a^*b+c)(a^*+b)^*) \quad (3)$$

هر سه گزینه درست است.

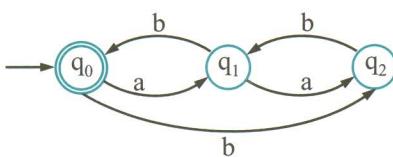
۱۵. زبان L توسط کدامیک از گراف‌های تغییر وضعیت عام زیر پذیرفته می‌شود؟

$$L = (a^* (b+c)(a+b)^*)$$



گزینه‌های ۱ و ۳ درست هستند.

۱۶. کدامیک از رشته‌های زیر با گراف تغییر وضعیت عام داده شده، معادل است؟



$$(ab + (b+ab)bb)^* \quad (1)$$

$$(ab + (b+aa)(ba)^* bb) \quad (2)$$

$$(ab + (b+ab)(ab)^* bb)^* \quad (3)$$

$$(ab + (b+aa)(ba)^* bb)^* \quad (4)$$

عبارت منظم R و گرامرها G_1 , G_2 و G_3 با تعریف زیر مفروض‌اند. اگر زبان R را L بنامیم و L_1 , L_2 و L_3 به L برابر باشند، کدام گزاره درست است؟

(مهندسی کامپیوتر ۸۸)

$$R = ((aa \mid b)^* b)^* a$$

G_1 :

$$S \rightarrow bS \mid aA \mid aC$$

$$A \rightarrow aS$$

$$C \rightarrow \lambda$$

G_2 :

$$S \rightarrow bS \mid aA \mid aC$$

$$A \rightarrow Sa$$

$$C \rightarrow \lambda$$

G_3 :

$$S \rightarrow bS \mid Aa \mid C$$

$$A \rightarrow aS$$

$$C \rightarrow a$$

$$L_1 \neq L_3, L = L_3 \quad (2)$$

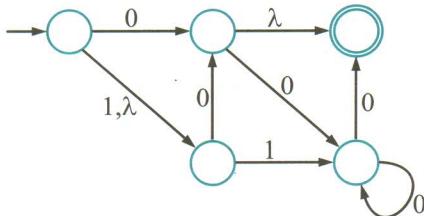
$$L_3 \neq L_2, L = L_1 = L_2 \quad (4)$$

$$L = L_1 = L_2 = L_3 \quad (1)$$

$$L_2 \neq L, L = L_1 = L_3 \quad (3)$$

۱۷. عبارت منظم متناظر با زبان اutomaton زیر کدام است؟

(علوم کامپیوتر ۸۴)



$$0 + (00+1+11)0^* \quad (1)$$

$$0 + (00+1+11)^* 0^* \quad (2)$$

$$(00+1+11)0^* \quad (3)$$

$$0 + (00+1+11)00^* \quad (4)$$

۱۹. فرض کنید α و β عبارات منظم (Regular Expression) هستند. کدامیک از روابط زیر ممکن است درست نباشد؟

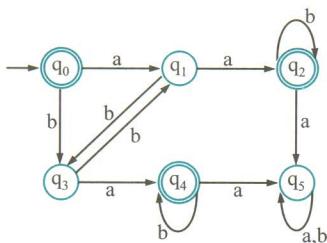
$$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\beta\alpha)^* \quad (۲)$$

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* \beta^*)^* \quad (۴)$$

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)^* \quad (۱)$$

$$(\alpha + \beta)^* = \alpha^* (\beta\alpha^*)^* \quad (۳)$$

۲۰. اگر نماد λ رشته تهی را نشان دهد، زبان پذیرفته شده به وسیله ماشین حالت متناهی داده شده، معادل کدامیک از عبارات منظم است؟



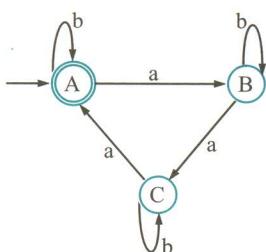
$$\lambda + (a+b)b^*ab^* \quad (۱)$$

$$\lambda + baab^* + ab^*aab \quad (۲)$$

$$\lambda + (a+b)b^*a(a+b)^* \quad (۳)$$

۴) هیچ کدام

۲۱. پذیرنده حالت متناهی، مطابق شکل، مفروض است. این پذیرنده هم ارز کدام گرامر است؟



$$A \rightarrow bA \mid aB$$

$$B \rightarrow bB \mid aC \quad (۲)$$

$$C \rightarrow bC \mid aA \mid \lambda$$

$$A \rightarrow bA \mid aB \mid \lambda$$

$$B \rightarrow bB \mid aC \mid \lambda \quad (۱)$$

$$C \rightarrow bC \mid aA \mid a$$

$$A \rightarrow bA \mid aB \mid \lambda$$

$$B \rightarrow bB \mid aC \quad (۴)$$

$$C \rightarrow bC \mid aA$$

$$A \rightarrow aBaCaA \mid b$$

$$B \rightarrow aCaAab \quad (۳)$$

$$C \rightarrow aAaBaC \mid b$$

۲۲. عبارات منظم زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$R_1 = b^*a(a+b)^*$$

$$R_1 = R_4, R_1 \neq R_2 \quad (۱)$$

$$R_2 = (a+b)^*a(a+b)^*$$

$$R_1 \neq R_4, R_1 = R_2 \quad (۲)$$

$$R_3 = (a^*b^*)^*ab^*$$

$$R_2 = R_4, R_1 = R_4 \quad (۳)$$

$$R_4 = (a+b)^*ab^*$$

$$R_3 \neq R_4, R_2 \neq R_3 \quad (۴)$$

۲۳. زبان گرامر زیر چیست؟

$$S \rightarrow aA \mid bB$$

۱) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد a ها و b ها برابرند، مانند .aababb

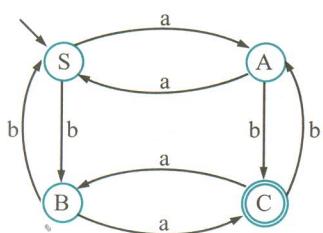
$$A \rightarrow bbA \mid baB \mid aS \mid b$$

۲) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد زوجی a و تعداد زوجی b وجود دارند، مانند .aabbaa

$$B \rightarrow abA \mid aaB \mid a \mid bS$$

۳) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که از تعداد فردی a و تعداد فردی b تشکیل شده‌اند، مانند .baabab

۴) فقط رشته‌هایی را تولید می‌کند که در آن‌ها تعداد a ها از تعداد b ها بیشترند، مانند .babaa



۲۴. L زبانی است شامل تمام رشته های a و b که دارای تعدادی فرد از کاراکتر b هستند. عبارت منظم مربوط به این زبان کدام است؟

$$ab^* (ab^* ab^*)^* \quad (۲)$$

$$(a|ba^*b)^*ba^* \quad (۴)$$

$$ba^*(a|ba^*b^*) \quad (۱)$$

$$a^*b(a^*ba^*b)^* \quad (۳)$$

۲۵. گرامر G را در نظر بگیرید. P شامل قوانین زیر است. منظور از رشته λ به طول صفر است. (G) L توسط کدامیک از ماشین های حالت متناهی زیر پذیرفته می شود؟

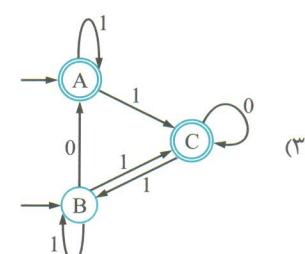
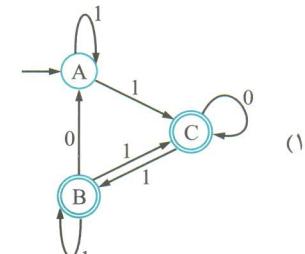
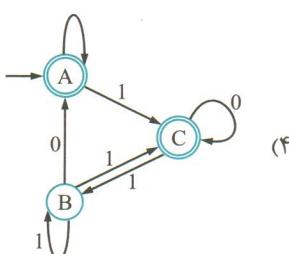
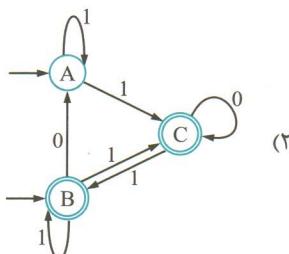
$$G = (\{0,1\}, \{S, A, B, C\}, S, P)$$

$$S \rightarrow \lambda | A | B$$

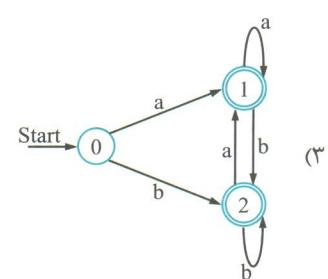
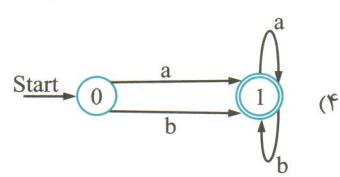
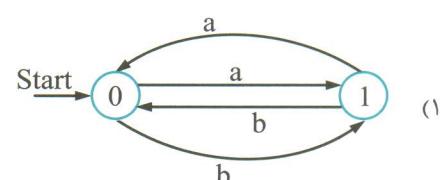
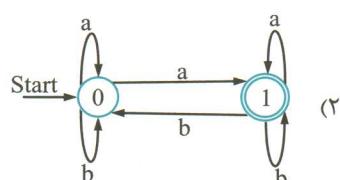
$$C \rightarrow 1B | 0C | 0 | 1$$

$$B \rightarrow 1C | 0A | 1B | 1$$

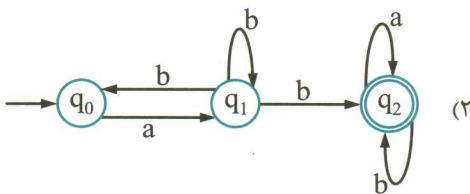
$$A \rightarrow 1A | 1$$



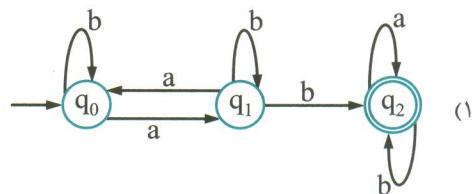
۲۶. کدامیک از اشکال زیر ماشین خودکار معین (قطعی) DFA بهینه برای عبارت $(a|b)^*(a|b)(a|b)^*$ را تشکیل می دهد:



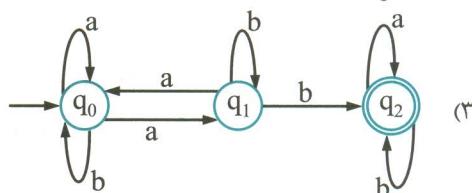
۲۷. زبان L به وسیله عبارت منظم $(b \cup ab^*a)ab^*b(a \cup b)^*$ تعریف شده است. کدام یک از ماشین‌های متناهی زیر زبان L را پذیرا است؟



(۲) هیچ‌کدام



(۱)



(۳)

(علوم کامپیوتر ۸۶)

۲۸. عبارت منظم $0(0+10)^*11$ با کدام عبارت داده شده معادل است؟

$$(00^+1)^*1 \quad (۲)$$

$$(0^*11)^+1 \quad (۴)$$

$$(00^*)^+1 \quad (۱)$$

$$(0^*10)^*1 \quad (۳)$$

۲۹. کدام عبارت منظم، زبان زیر را توصیف می‌کند؟

(علوم کامپیوتر ۸۵)

$$L = \left\{ a^m b^{3n} c^{2k} \mid m \geq 1, n \geq 1, k \geq 1 \right\}$$

$$a^* b^* b^* b^* c^* c^* \quad (۲)$$

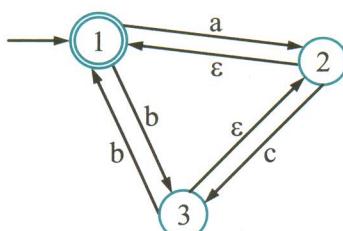
$$aa^* bbbb^* b^* b^* ccc^* c^* \quad (۴)$$

$$a^* (bbb)^* (cc)^* \quad (۱)$$

$$aa^* (bbb)^* bbb(cc)^* cc \quad (۳)$$

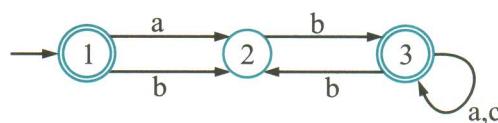
۳۰. ماشین متناهی M به شکل زیر مفروض است. گزاره صحیح کدام است؟

(دولتی مهندسی کامپیوتر ۸۷)



$$L(M) = \left(a^* \mid (b \mid ac)^* (b \mid \epsilon)^* \right)^* \quad (۱)$$

۳۱) ماشین قطعی زیر معادل M است:



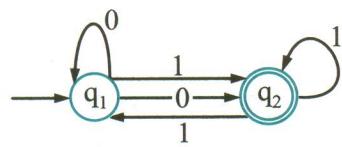
$$L(M) = \left\{ w \in (a \mid b \mid c)^* \mid w \text{ با } c \text{ شروع نمی‌شود } \right\} \quad (۳)$$

۳۲) زبان گرامر مقابل همان $L(M)$ است: $S \rightarrow aS \mid bS \mid acS \mid bA \mid acA$

$A \rightarrow cA \mid b \mid \epsilon$

۳۱. اutomات متناهی M و زبان L_1 تا L_4 مفروض‌اند. رابطه $L(M)$ با L_1 تا L_4 کدام است؟

(دولتی مهندسی کامپیوتر ۸۷)



$$L_1 = (0+1)(0+1)^*$$

$$L_2 = (0+(0+1)1^*1)^*(0+1)1^*$$

$$L_3 = 0^* (0+1)1^* (10^* + (0+1)1^*)^*$$

$$L_4 = (0+110)(0+1)^*$$

$$L(M) = L_1 = L_2 = L_3 \quad (\text{۱})$$

$$L(M) = L_4 \quad (\text{۲})$$

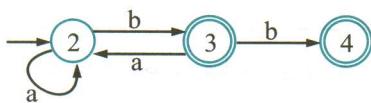
$$L(M) = L_2 = L_3 = L_4 \quad (\text{۱})$$

$$L(M) = L_2 = L_3 \quad (\text{۲})$$

حل تشریحی

۱. گزینه ۲ درست است.

ماشین مورد نظر با ماشین زیر معادل است:



۲. گزینه ۲ درست است.

بهوضوح می‌توان دید که ماشین بلافاصله بعد از دیدن هر حرف a در وضعیتی قرار می‌گیرد که باید حرف b را ببیند تا دوباره در حالتنهایی قرار گیرد؛ بنابراین باید حتماً بعد از حرف b بباید که معادل با عبارت منظم گزینه ۲ است.

۳. گزینه ۲ درست است.

در ماشین مورد نظر فقط می‌توان تعداد دلخواه a یا فقط تعداد دلخواه b را دید تا در حالتنهایی بماند؛ بنابراین گزینه ۲ درست است.

۴. گزینه ۳ درست است.

ماشین مورد نظر رشته‌هایی را می‌پذیرد که دارای طول کمتر یا مساوی سه حرف باشند و لذا گزینه ۳ صحیح است.

۵. گزینه ۳ درست است.

در α اگر مجموعه L^* همیشه معادل $(L^*)^+$ باشد، جمله α نادرست است. در iii نیز هر دو طرف عبارت یکسان هستند پس جمله نادرست است. در iv نیز مجموعه سمت چپ معادل $\{\lambda\}$ ولی مجموعه سمت راست معادل \emptyset است؛ بنابراین جمله iv نادرست است. جمله ii طبق بند ۱-۲ جدول ۱۵ درست است، بنابراین جواب گزینه ۳ است. مثالی برای درست بودن جمله ii به صورت زیر است:

$$L_1 = L_2 = \emptyset \Rightarrow \begin{cases} (L_1 - L_2)^* = \{\lambda\} \\ L_1^* - L_2^* = \emptyset \end{cases}$$

۶. گزینه ۳ درست است.

همیشه $\alpha.\lambda = \lambda = \lambda^*$ ولی $\phi \neq \lambda^*$ بنابراین جمله α نادرست است. عبارات بیان شده در ii و iv نیز همیشه درست‌اند. عبارت $\alpha.\phi = \phi$ همیشه درست است بنابراین جمله iii نادرست است و ازین‌رو گزینه ۳ درست است.

.۷. گزینه ۴ درست است.

تمامی جمله‌های ۱، ۲ و ۳ درست‌اند؛ بنابراین گزینه ۴ درست است.

.۸. گزینه ۴ درست است.

تمامی جمله‌های ۱، ۲ و ۳ درست‌اند و لذا گزینه ۴ درست است.

.۹. گزینه ۴ درست است.

از آنجاکه زبان عبارت منظم $(a+b)^*$ برابر با تمام رشته‌های قابل ساخت با a یا b است و هر عبارتی که دارای بستار بوده و با این عبارت الحاق شود تأثیری در آن نمی‌گذارد، تمامی R_1 تا R_4 نشان‌دهنده زبانی هستند که دارای حداقل یک حرف a باشند و همه با هم معادل‌اند لذا گزینه ۴ درست است.

.۱۰. گزینه ۳ درست است.

گزینه ۱ گزینه کاملاً درستی نیست. درست است که تمامی رشته‌هایی که توسط عبارت گزینه ۱ پذیرفته می‌شوند شامل ۱۰۱ نیستند اما از طرفی عباراتی نیز وجود دارند که شامل ۱۰۱ نیستند و در عبارت منظم گزینه ۱ نیز وجود ندارند مانند ۰۱۰۰. گزینه ۲ نیز کاملاً درست نیست چون برای نمونه رشته λ را تولید نمی‌کند. گزینه ۴ نیز مشکلات گزینه ۱ را دارد بنابراین گزینه ۳ درست است.

.۱۱. گزینه ۱ درست است.

رشته λ توسط این ماشین پذیرفته می‌شود ولی توسط عبارت گزینه ۲ پذیرفته نمی‌شود؛ بنابراین گزینه ۲ نادرست است. گزینه ۳ نیز نادرست است زیرا مثلاً رشته ۱۰۱۰ توسط عبارت منظم گزینه ۳ پذیرفته می‌شود ولی توسط ماشین مذکور پذیرفته نمی‌شود. گزینه ۴ نیز نادرست است. البته درست است که تمام رشته‌های پذیرفته شده توسط عبارت منظم گزینه د توسط ماشین فوق نیز پذیرفته می‌شوند اما رشته‌هایی نیز وجود دارند که این ماشین می‌پذیرد ولی توسط عبارت منظم گزینه ۴ پذیرفته نمی‌شود. مانند ۰۱۰۰ و ۰۰۰. بنابراین گزینه ۱ درست است.

.۱۲. گزینه ۴ درست است.

رشته b پذیرفته می‌شود پس گزینه ۳ نادرست است. هر دو گزینه ۱ و ۲ رشته‌هایی را نشان می‌دهند که حداقل دارای یک حرف b باشند.

.۱۳. گزینه ۲ درست است.

گزینه ۱ λ را نمی‌پذیرد. گزینه ۳، ۱۰۰ را نمی‌پذیرد. گزینه ۴، ۱۱۱ را نمی‌پذیرد درحالی که تمامی مثال‌های ذکر شده، توسط عبارت ۲ تولید می‌شوند.

.۱۴. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که:

$$\left\{ \begin{array}{l} (a^* + b^*)^* \equiv (a^* + b)^* \equiv (a + b^*)^* \equiv (a + b)^* \equiv (a^* b^*)^* \\ (a^*)^* \equiv a^* \end{array} \right.$$

۱۵. گزينه ۴ درست است.

درواقع گراف تغيير وضعیت عام با ۲ وضعیت در گزینه ۳، ساده شده گراف تغيير وضعیت عام گزینه ۱ با ۳ وضعیت است. گزینه ۲ a را می پذيرد که نادرست است.

۱۶. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱ و ۳، aabb را توليد نمی کنند. گزینه ۲، abab را توليد نمی کند.

۱۷. همه گزينهها نادرست هستند.

از آنجاکه رشته aaa توسط هر سه گرامر قابل تولید است ولی در عبارت R وجود ندارد؛ بنابراین $L \neq L_1, L \neq L_2, L \neq L_3$ که همه گزینهها نادرست هستند. از آنجاکه رشته abaa توسط گرامر G_1 و G_3 قابل تولید نیست ولی با گرامر G_2 قابل تولید است، پس $L \neq L_1, L \neq L_2$ و همچنانی با جایگذاری قوانین A و C در گرامرهاي G_1 و G_3 می توان به اين نتيجه رسيد که $L_1 = L_3$.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

رشته ۱ پذيرفته نمی شود پس ۱، ۲ و ۳ نادرست هستند.

۱۹. گزینه ۲ درست است.

عبارت $(\alpha + \beta)^*$ زبانی را که متتشکل از هرگونه α یا β باشد نشان می دهد در حالی که سمت راست عبارت ۲ حتماً باید با خاتمه يابد؛ بنابراین گزینه ۲ درست است.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

رشته baa پذيرفته نمی شود پس گزینههاي ۲ و ۳ نادرست اند.

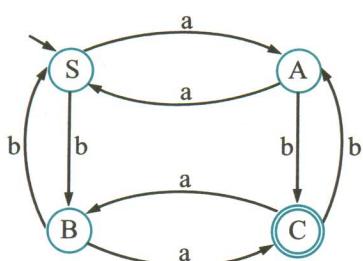
۲۱. گزینه ۴ درست است.

گرامر گزینه ۱ رشته a را تولید می کند در حالی که ماشین مورد نظر a را نمی پذيرد. گرامر گزینههاي ۲ و ۳، رشته λ را تولید نمی کنند در حالی که ماشین مورد نظر رشته λ را می پذيرد.

۲۲. گزینه ۳ درست است.

از آنجاکه زبان عبارت منظم $(a+b)^*$ برابر با تمام رشتههاي قابل ساخت با a یا b است و هر عبارتی که دارای بستار بوده و با اين عبارت الحال شود تأثیری در آن نمی گذارد، بنابراین تمامی R_1 تا R_4 نشان دهنده زبانی هستند که دارای حداقل یک حرف a باشند و همه با هم معادل اند؛ بنابراین گزینه ۳ درست است.

۲۳. گزینه ۳ درست است.



چون گرامر رشته abbb را تولید می کند، گزینههاي ۱، ۲ و ۴ نادرست هستند. گرامر مورد نظر در حقیقت زبان ماشین روبه رو را تولید می کند:

۲۴. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱ فقط می‌تواند با b شروع شود. گزینه ۲ فقط می‌تواند با a شروع شود. گزینه ۳ فقط می‌تواند با b پایان یابد.

۲۵. گزینه ۲ درست است.

ماشین‌های ۱ و ۴ رشتہ ۰۱ را نمی‌پذیرند. ماشین ۳ رشتہ ۱۰۰۱ را نمی‌پذیرد.

۲۶. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۳ و ۴ هر دو زبان مورد نظر را می‌پذیرند ولی گزینه ۴ بھینه است.

۲۷. گزینه ۴ درست است.

هر سه ماشین گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ رشتہ ab را می‌پذیرند در حالی که این رشتہ توسط عبارت منظم قابل تولید نیست. در نتیجه

گزینه ۴ درست است.

۲۸. گزینه ۱ درست است.

از آنجاکه گزینه ۲ و ۳ می‌توانند رشتہ ۱ را تولید کنند، بنابراین نادرست هستند. گزینه ۴ نیز می‌تواند رشتہ ۱۱۱ را تولید کند ازین‌رو نادرست است.

۲۹. گزینه ۳ درست است.

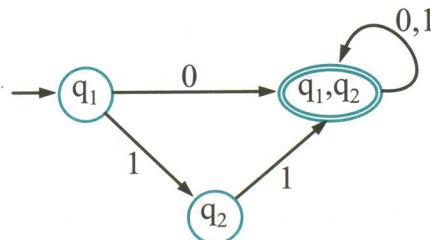
زبان مورد نظر دارای تعداد بزرگ‌تر از صفر a و سپس تعداد بزرگ‌تر از صفر و مضرب سه b و سپس تعداد بزرگ‌تر از صفر و زوج c است و تنها گزینه ۳ مناسب است.

۳۰. گزینه ۳ درست است.

از آنجاکه در ماشین M فقط این محدودیت وجود دارد که حرف c نمی‌تواند شروع‌کننده رشتہ باشد و در غیر از این مورد هر سه حرف a ، b یا c می‌توانند به هر ترتیبی واقع شوند، بنابراین گزینه ۱ و ۲ نادرست هستند زیرا در گزینه ۱ حرف c فقط باید بعد از a باید و در ماشین گزینه ۲ نیز محدودیت‌های دیگری نیز برقرار است. در گرامر گزینه ۴ نیز حرف a نمی‌تواند پایان دهنده رشتہ باشد؛ بنابراین گزینه ۳ درست است.

۳۱. گزینه ۳ درست است.

با تبدیل ماشین مورد نظر به یک ماشین قطعی به ماشین زیر خواهیم رسید:



مشاهده می‌شود که ماشین مورد نظر فقط رشتہ‌هایی را که با ۱۰ شروع می‌شوند نمی‌پذیرد. از آنجاکه زبان L_1 با هر حرفی می‌تواند شروع شود، گزینه ۲ نادرست است. زبان L_4 نمی‌تواند شامل رشتہ‌ای باشد که با ۱۱۱ شروع می‌شود؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ نیز نادرست هستند. با کمی بررسی می‌توان دریافت که گزینه ۳ درست است.

خودآزمایی

۱. عبارت منظمی ارائه دهید که نشان‌دهنده تمام رشته‌های متشکل از حروف a و b باشد که فقط دارای یک حرف a باشد.
 ۲. عبارت منظمی ارائه دهید که نشان‌دهنده تمام رشته‌های متشکل از حروف a و b باشد که دقیقاً دارای دو حرف a باشد.
 ۳. عبارت منظمی ارائه دهید که نشان‌دهنده تمام رشته‌های متشکل از حروف a و b باشد که دارای حداقل سه حرف a باشد.
 ۴. ماشین متناهی قطعی ارائه دهید که زبان زیر را بپذیرد:
- $$L(ab^* a^*) \cup L((ab)^* ba)$$
۵. الگوریتمی برای تبدیل یک گرامر خطی چپ به یک ماشین متناهی ارائه دهید.