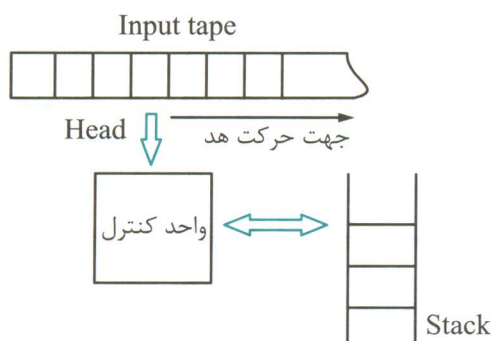


فصل ۷ ماشین‌های پشته‌ای

در این فصل ماشین‌های پشته‌ای (Pushdown Automata) بررسی می‌شود و خصوصیات آن‌ها مورد بحث قرار می‌گیرد. ماشین‌های پشته‌ای قدرت بیشتری نسبت به ماشین‌های متناهی دارند که یکی از تفاوت‌های عمده آن‌ها داشتن حافظه نامحدود است که به طریق خاصی می‌توان از آن خوانده و در آن نوشت.

در فصل‌های گذشته دیدیم که زبان‌های منظم توسط دسته‌ای از ماشین‌ها که ماشین متناهی بودند پذیرفته می‌شوند. دسته‌ای دیگر از زبان‌ها، زبان‌های مستقل از متن نام دارند که زبان‌های منظم را دربردارند. این دسته از زبان‌ها با وجود سادگی توسط ماشین‌های متناهی پذیرفته نمی‌شوند مانند: $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$

ماشین‌های پشته‌ای (Pushdown Automata)



دیاگرام یک ماشین پشته‌ای را می‌توان به صورت روبه‌رو در نظر گرفت:

یک ماشین پشته‌ای (PDA) می‌تواند مانند یک ماشین متناهی (FA) باشد با کمی تغییرات:

۱. یک (stack) به طول نامحدود به عنوان یک منبع ذخیره‌سازی به آن اضافه کنید. البته هنوز دسترسی به داده‌های پشته محدود است به دلیل اینکه نوع دسترسی به پشته به صورت Last-In-First-Out است و در هر لحظه تنها به بالاترین عنصر

پشته (جایی که اشاره‌گر پشته به آن اشاره می‌کند) دسترسی داریم؛ بنابراین ماشین نمی‌تواند به نمادهای داخل پشته دسترسی داشته باشد به عنوان نمونه اگر بخواهیم به سومین نماد از بالای پشته دسترسی داشته باشیم، ابتدا باید دو نماد از بالای پشته خارج کنیم، سپس نماد سوم را برداشته و دو نماد قبلی را دوباره داخل پشته قرار دهیم.

۲. عملکرد توابع انتقال بر اساس نماد ورودی و نماد بالای پشته بیان می‌شوند.

۳. توابع انتقال، نماد بالای پشته را با یک رشته جایگزین می‌کنند؛ بنابراین باید قادر باشیم عمل زیر را روی پشته اعمال کنیم:

POP – PUSH(w) : باعث می‌شود تا نماد بالای پشته، از پشته خارج شده و اگر $w = a_1 a_2 \dots a_n$ باشد، عمل PUSH باعث می‌شود تا رشته w از راست به چپ در پشته قرار گیرد به گونه‌ای که a_1 در بالای پشته واقع شود.

ماشین‌های پشته‌ای در دو نوع قطعی (DPDA) و غیر قطعی (NPDA) وجود دارند.

ماشین پشته‌ای غیر قطعی (Nondeterministic Pushdown Automata)

ماشین پشته‌ای غیر قطعی (NPDA) را به صورت زیر نشان می‌دهند:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$$

که در آن:

Q : مجموعه‌ای محدود از وضعیت‌های ماشین

Σ : الفبای ورودی

Γ : مجموعه‌ای محدود از نمادهایی که داخل پشته می‌توانند قرار گیرند و به نام الفبای پشته نامیده می‌شود.

q_0 : وضعیت اولیه ماشین

z : نماد اولیه پشته که همیشه در شروع کار در پشته قرار دارد.

F : مجموعه‌ای محدود از وضعیت‌های پذیرش (پایانی) ماشین

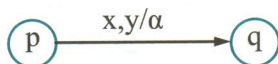
δ : تابع انتقال

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$$

به عنوان نمونه تابع انتقال زیر را در نظر بگیرید:

$$\delta(p, a, b) = (q, x)$$

این تابع انتقال نشان می‌دهد که ماشین از وضعیت p با خواندن حرف a در ورودی و دیدن حرف b در بالای پشته به حالت q می‌رود و a را از پشته حذف کرده و به جای آن رشته x را قرار می‌دهد. این تابع انتقال را می‌توان به صورت گرافیکی زیر بیان کرد:



تعریف: توصیف آنی (instantaneous description) یک ماشین پشته‌ای توسط سه‌تایی (q, w, u) نشان داده می‌شود که در آن q یک حالت از ماشین، w رشته ورودی و u محتوای پشته است.

تعریف: حرکت از یک توصیف آنی به یک توصیف آنی دیگر توسط نماد \vdash بیان می‌شود؛ بنابراین حرکت:

$$(q_1, aw, bx) \vdash (q_2, w, yx)$$

در صورتی ممکن خواهد بود که:

$$(q_2, y) \in \delta(q_1, a, b)$$

و همچنین حرکت توسط صفر یا بیشتر مرحله را توسط نماد \vdash^* نشان می‌دهند؛ بنابراین:

$$(q_1, w_1, x_1) \vdash^* (q_2, w_2, x_2)$$

نشان‌دهنده حرکت طی چندین مرحله از یک توصیف آنی به یک توصیف آنی دیگر است.

زبان پذیرفته شده توسط ماشین پشته‌ای (PDA)

زبان پذیرفته شده توسط ماشین پشته‌ای M به صورت زیر بیان می‌شود:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z) \vdash_M^* (p, \lambda, \alpha), p \in F, \alpha \in \Gamma^*\}$$

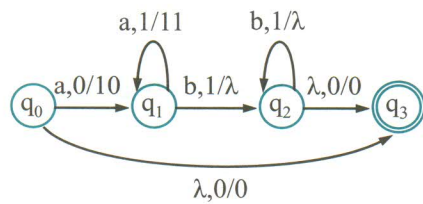
بدین معنا که اگر وضعیت اولیه ماشین پشته‌ای M, q_0 و رشته ورودی w و علامت سر پشته z باشد، رشته w توسط ماشین پشته‌ای M پذیرفته می‌شود. اگر ماشین بعد از اتمام ورودی در یک حالت نهایی مانند p قرار گیرد و محتوای پشته رشته‌ای مانند

α باشد (به این معنی که محتوای پشته در پذیرفته شدن یا نشدن رشته ورودی اهمیتی ندارد)، α می‌تواند هر مقداری از Γ^* باشد و تنها چیزی که مهم است این است که رشته ورودی تمام شده و ماشین در وضعیت پایانی قرار دارد. نوع دیگر از پذیرش رشته توسط یک ماشین پشته‌ای بدین گونه است که هنگامی که رشته ورودی تمام می‌شود و ماشین در یک وضعیت پایانی قرار می‌گیرد، محتوای پشته نیز حتماً باید خالی باشد:

$$NOM = \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, z_0) \vdash_M^* (p, \lambda, \lambda), p \in F\}$$

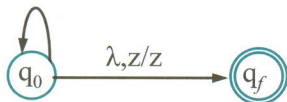
بنابراین تعریف، پذیرش رشته در حالت خالی شدن پشته می‌گویند.

نکته: می‌توان نشان داد که دو تعریف ارائه‌شده، با یکدیگر معادل‌اند. بنابراین برای هر PDA مانند M در حالت $L(M) = N(\hat{M})$ قرار گرفتن در وضعیت پایانی یک PDA مانند \hat{M} در حالت خالی شدن پشته وجود دارد که $L(M) = N(\hat{M})$.



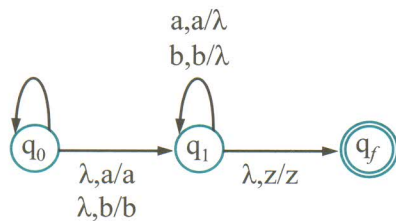
مثال ۱: ماشین روبه‌رو نشان‌دهنده یک ماشین پشته‌ای غیر قطعی است که زبان $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ را می‌پذیرد. (نماد انتهای پشته 0 است)

مثال ۲: ماشین زیر نشان‌دهنده یک ماشین پشته‌ای غیر قطعی است که زبان $\{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) = n_b(w)\}$ را می‌پذیرد.



$a, 0/00$
 $b, 1/11$
 $a, z/0z$
 $b, 0/1z$
 $a, 1/\lambda$

مثال ۳: ماشین زیر نشان‌دهنده یک ماشین پشته‌ای غیر قطعی است که زبان $\{ww^R \mid w \in \Sigma^+\}$ را می‌پذیرد.



$a, a/\lambda$
 $b, b/\lambda$
 $a, a/aa$
 $b, a/ba$
 $a, b/ab$
 $b, b/bb$
 $a, z/az$
 $b, z/bz$

ماشین پشته‌ای قطعی (Deterministic Pushdown Automata)

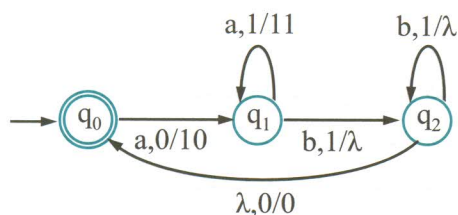
ماشین پشته‌ای $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$ را قطعی می‌گوییم اگر طبق تعریف ماشین پشته‌ای غیرقطعی باشد و همچنین دو شرط زیر در آن برقرار باشد:

برای هر $b \in \Gamma, a \in \Sigma \cup \{\lambda\}, q \in Q$:

۱. $\delta(q, a, b)$ حداکثر دارای یک عنصر باشد.

۲. اگر $\delta(q, \lambda, b)$ تهی نباشد، آن‌گاه $\delta(q, c, b)$ باید به ازای هر $c \in \Sigma$ خالی باشد.

تعریف: زبان L را یک زبان مستقل از متن قطعی نامند اگر یک ماشین پشته‌ای قطعی مانند M موجود باشد به گونه‌ای که $L = L(M)$.



مثال ۴: ماشین زیر نشان‌دهنده یک ماشین پشته‌ای قطعی است که زبان $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ را می‌پذیرد. (نماد انتهای پشته 0 است)

مثال ۵: زبان $\{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$ یک زبان مستقل از متن قطعی نیست زیرا نمی‌توان برای آن یک ماشین پشته‌ای قطعی طراحی کرد؛ ولی این زبان در دسته زبان‌های مستقل از متن قرار دارد.

تعریف: یک گرامر مستقل از متن $LL(k)$ نامیده می‌شود اگر برای هر رشته متعلق به زبان آن بتوان با داشتن k حرف از ورودی (از چپ به راست) یک اشتقاق چپ‌گرای یکتا برای آن تولید کرد.

نکته: دو حرف L در تعریف بالا یکی نشان‌دهنده پردازش رشته ورودی از چپ به راست و دیگری نشان‌دهنده امکان تولید یک اشتقاق چپ‌گرا است.

مثال ۶: گرامر زیر یک گرامر $LL(1)$ است:

$G :$
 $S \rightarrow aSb \mid \lambda$

مثال ۷: گرامر زیر به ازای هیچ k ای یک گرامر $LL(k)$ نیست:

$G :$
 $S \rightarrow SS \mid aSb \mid \lambda$

مثال ۸: گرامر زیر که همان زبان گرامر مثال ۷ را تولید می‌کند، یک گرامر $LL(1)$ است:

$G :$
 $S \rightarrow aSbS \mid \lambda$

مثال ۹: گرامر زیر یک گرامر $LL(2)$ است:

$G :$
 $S \rightarrow aSb \mid ab$

مثال ۱۰: گرامر زیر به ازای هیچ k ای یک گرامر $LL(k)$ نیست:

$G :$
 $S \rightarrow SS \mid aSb \mid ab$

مثال ۱۱: گرامر زیر که همان زبان گرامر مثال ۱۰ را تولید می‌کند، یک گرامر $LL(1)$ است:

$G :$
 $S \rightarrow aS_1 bS_1$
 $S_1 \rightarrow aS_1 bS_1 \mid \lambda$

مثال ۱۲: گرامر زیر یک گرامر $LL(3)$ است:

$G :$
 $S \rightarrow S_1 \mid S_2$
 $S_1 \rightarrow aS_1 \mid ba$
 $S_2 \rightarrow abbB$
 $B \rightarrow bB \mid \lambda$

گرامر مورد نظر، زبان $a^*ba + abbb^*$ را تولید می‌کند. در گرامر بالا دیده می‌شود که با داشتن دو حرف از ورودی، نمی‌توان تشخیص داد که از کدام قاعده برای تولید یک اشتقاق باید استفاده کرد ولی با داشتن سه حرف از ورودی انتخاب قاعده امکان‌پذیر است.

نکته: زبان مربوط به گرامرهای $LL(k)$ مستقل از متن قطعی است.

نکته: زبانی مستقل از متن قطعی وجود دارد که دارای گرامر $LL(k)$ نیست.

نکته: تمامی گرامرهای $LL(k)$ غیر مبهم هستند.

نکته: زبان‌های مستقل از متن قطعی نمی‌توانند ذاتاً مبهم باشند.

حال به بیان الگوریتمی برای طراحی یک ماشین پشته‌ای برای یک زبان مستقل از متن می‌پردازیم. از آنجاکه هر زبان مستقل از متن دارای گرامر مستقل از متنی در فرم نرمال گریباخ است، در این الگوریتم فرض بر این است که از روی گرامر گریباخ عمل تولید ماشین پشته‌ای انجام می‌شود. این الگوریتم همچنین نشان می‌دهد که زبان‌های مستقل از متن توسط ماشین‌های پشته‌ای قابل پذیرش هستند.

الگوریتم تبدیل یک گرامر مستقل از متن به یک NPDA

۱. ابتدا گرامر را به فرم گریباخ تبدیل می‌کنیم.

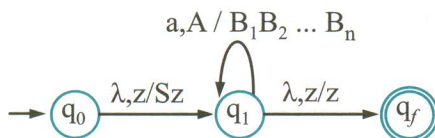
۲. انتقالات زیر را به ماشین اضافه می‌کنیم:

$$\delta(q_0, \lambda, z) = \{(q_1, Sz)\}$$

$$\delta(q_1, \lambda, z) = \{(q_f, z)\}$$

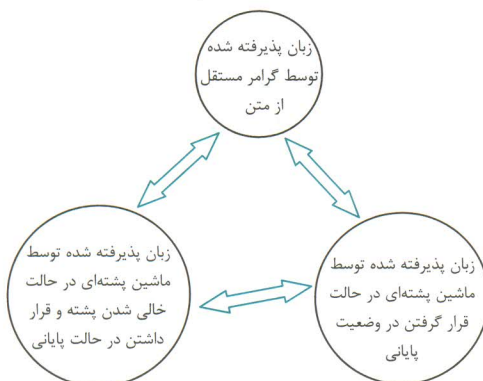
۳. برای تمامی قواعد گرامر که به صورت $A \rightarrow aB_1B_2 \dots B_n$ هستند انتقال زیر را به ماشین اضافه می‌کنیم:

$$\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, B_1B_2 \dots B_n)\}$$

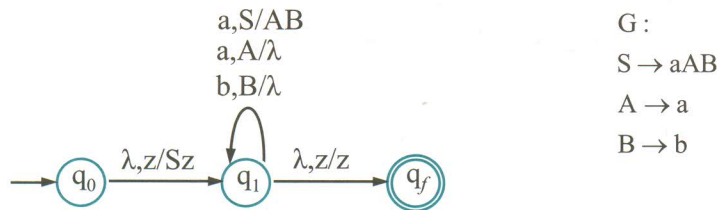


قضیه ۷-۱: برای هر زبان مستقل از متن یک ماشین NPDA و برای هر ماشین NPDA یک زبان مستقل از متن معادل با آن وجود دارد.

نمودار روبه‌رو نشان‌دهنده رابطه بین زبان‌های مستقل از متن و ماشین‌های پشته‌ای است:



مثال ۱۳: برای گرامر مستقل از متن G یک ماشین پشته‌ای طراحی کنید:



ماشین‌های پشته‌ای تقویت شده

ماشین پشته‌ای تقویت شده شبیه ماشین پشته‌ای است با این ویژگی که دارای یک یا چند پشته اضافی (معمولاً دو پشته) است و تابع انتقال در آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \cup \{\lambda\} \rightarrow Q \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\})$$

در ماشین پشته‌ای با دو پشته، حرکت بعدی ماشین توسط حرف ورودی و عناصر بالای هر دو پشته تعیین می‌شود.

نکته: زبان‌هایی که مستقل از متن نیستند توسط ماشین‌های پشته‌ای (PDA) پذیرفته نمی‌شوند مانند:

$$L = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$$

البته بخشی از زبان‌هایی که مستقل از متن نیستند توسط ماشین‌های پشته‌ای تقویت‌شده پذیرش می‌شوند ولی به طور کلی زبان‌هایی که مستقل از متن نیستند توسط دسته‌ای دیگر از ماشین‌ها به نام ماشین‌های تورینگ (Turing) که نسبت به ماشین‌های پشته‌ای قوی‌تر هستند پذیرفته می‌شوند.

نکات و قضایای مهم در رابطه با ماشین‌های پشته‌ای قطعی (DPDA) و غیر قطعی (NPDA)

۱. برای اینکه نشان دهیم برای هر زبان مستقل از متن یک NPDA هست که آن را می‌پذیرد، باید نشان دهیم که یک NPDA هست که قادر است یک اشتقاق چپ برای همه رشته‌های زبان تولید کند.
 ۲. به ازای هر زبان مستقل از متن L یک NPDA به نام M هست به طوری که $L = L(M)$.
 ۳. برای هر NPDA M یک NPDA \hat{M} با حداکثر سه وضعیت وجود دارد به طوری که $L(M) = L(\hat{M})$. تعداد وضعیت‌های NPDA \hat{M} را می‌توان به دو وضعیت نیز کاهش داد.
 ۴. برای هر NPDA یک NPDA معادل وجود دارد به طوری که دو ویژگی زیر برقرار باشند:
 - فقط یک وضعیت نهایی q_f دارد که اگر و فقط اگر پشته خالی باشد وارد آن می‌شویم.
 - همه تغییر وضعیت‌ها باید به شکل $\delta(q_i, a, A) = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ باشد که در آن:

$$c_i = (q_j, \lambda) \text{ یا } c_i = (q_j, BC)$$
- به این معنی که هر حرکتی یا محتوای پشته را یک حرف افزایش و یا کاهش می‌دهد.
۵. پذیرنده پشته‌ای قطعی DPDA یک آتاماتای پشته‌ای است که در انجام حرکاتش انتخاب ندارد. یعنی فقط و فقط یک حرکت در هر پیکربندی می‌تواند انجام دهد.
 ۶. برخلاف آتاماتای متناهی (DFA, NFA) آتاماتای پشته‌ای قطعی (DPDA) و غیر قطعی (NPDA)، معادل نیستند.
 ۷. برای هر زبان مستقل از متن یک PDA پذیرنده وجود دارد که تعداد علائم در پشته هرگز از طول رشته ورودی با بیشتر از یکی (علامت انتهایی پشته) تجاوز نمی‌کند.
 ۸. برای پذیرش زبان‌های مستقل از متن، ماشین باید بتواند به طور نامحدود شمارش کند و این کار با حافظه محدود ممکن نیست.

۹. حافظه نامحدود برای زبان‌های مستقل از متن، پشته (Stack) است.
۱۰. آتاماتای پشته‌ای قوی‌تر از آتاماتای محدود (متناهی) FA است.
۱۱. وجه تمایز ماشین متناهی (FA) با ماشین پشته‌ای (PDA) در حافظه موقت هر دو است.
۱۲. یک NPDAی محدود بدین گونه است که بتواند طول پشته را در هر حرکت توسط حداکثر یک علامت افزایش دهد؛ بنابراین می‌توان گفت برای هر NPDAی یک NPDAی محدود \hat{M} وجود دارد به طوری که $\bar{L}(M) = M(\hat{M})$ است.

نمونه سؤالات

۱. زبان‌های منظم L_1 ، L_2 ، L_3 و L_4 مفروض‌اند:

(مهندسی کامپیوتر ۸۸)

$$L_1 = L(a^*)$$

$$L_2 = L((a+b)^*)$$

$$L_3 = \{w \in (a+b)^* \mid \text{تعداد } b \text{ های } w \text{ زوج باشد}\}$$

$$L_4 = \{w \in (a+b)^* \mid \text{تعداد } b \text{ های } w \text{ زوج و تعداد } a \text{ های آن فرد باشد}\}$$

برای چند زبان از این ۴ زبان می‌توان ماشین پشته‌ای با حداکثر ۲ حالت ساخت؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲. کدام گزینه صحیح است؟

(علوم کامپیوتر ۸۴)

(۱) اگر P یک ماشین PDA باشد، ممکن است کلمه ورودی w موجود باشد به طوری که کلیه مسیرهای محاسبه ماشین P با ورودی w به صورت Loop نامتناهی باشند.

(۲) برای هر زبان مستقل از متن، یک ماشین PDA وجود دارد به طوری که برای هر کلمه ورودی w ماشین فقط دارای یک مسیر محاسبه یکتا است.

(۳) برای هر ماشین PDA و هر ورودی داده شده w ، تعداد پیکربندی‌های ماشین با ورودی w حتماً متناهی است.

(۴) برای هر گرامر مستقل از متن فقط دقیقاً یک ماشین PDA معادل وجود دارد.

۳. گرامر زیر:

$$S \rightarrow aSbS$$

$$S \rightarrow bSaS$$

$$S \rightarrow \lambda$$

(۱) زبانی منظم (regular) را تولید می‌کند.

(۲) نامبهم (unambiguous) است.

(۳) مبهم (ambiguous) است.

(۴) زبانی را تولید می‌کند که توسط هیچ ماشین پشته‌ای قطعی پذیرفته نمی‌شود.

۴. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

i: اگر L یک زبان مستقل از متن باشد، آن گاه یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) به نام M وجود دارد به طوری که $L = L(M)$.

ii: ماشین پشته‌ای که در هر حرکت خود محتوای پشته را فقط یک حرف افزایش و کاهش دهد، قادر است بخشی از زبان‌های مستقل از متن را بپذیرد (نه تمامی آن‌ها را).

- (۱) فقط ii
(۲) فقط i
(۳) i و ii
(۴) هیچ کدام

۵. کدام گزاره درست است؟

(۱) هر زبان مستقل از متن L دارای یک PDA متناظر است که برای هر $w \notin L$ در Loop نامتناهی می‌افتد.

(۲) هر PDA دارای یک PDA معادل و بدون انتقال بلادرنگ (λ -transition) است.

(۳) هر گرامر مستقل از متن دارای یک گرامر مستقل از متن معادل بدون قانون از نوع $X \rightarrow \lambda$ است.

(۴) هر زبان مستقل از متن دارای یک PDA متناظر با پشته (stack) متناهی است.

۶. اگر $L \subseteq \Sigma^*$ یک زبان منظم باشد و $\$ \notin \Sigma$ ، آن گاه زبان $L' = \{x\$x^R \mid x \in L\}$ که در آن x^R معکوس کلمه x است:

(۱) یک زبان مستقل از متن خطی (Linear CF) است.

(۲) دارای یک گرامر منظم با حداکثر $|\Sigma|$ دستور است.

(۱) دارای یک ماشین PDA معادل با حداکثر $|\Sigma|$ حالت است.

(۴) دارای یک ماشین DPDA (deterministic PDA) معادل با حداکثر $|\Sigma|$ حالت است.

۷. کدام گزاره درست است؟

(۱) تعداد گرامرهایی که یک زبان منظم مثل $L \subseteq \Sigma^*$ را تولید می‌کنند متناهی است.

(۲) استفاده از انتقال بلادرنگ (λ -transition) در مدل محاسباتی PDA مجاز نیست.

(۳) یک گرامر وابسته به متن (context sensitive) نمی‌تواند شامل کلمه پوچ (λ) باشد.

(۴) مقدار حافظه پشته (stack) در مدل PDA متناهی ولی برای هر چنین ماشینی عددی ثابت است.

۸. برای کدام یک از زبان‌های زیر یک ماشین پوش دادن (Push Down Automata) وجود دارد که آن را بپذیرد؟

$$(۱) \{a^i b^j e^k c^i c^j c^k d^k \mid i \geq 0, j \geq 0, k \geq 0\} \quad (۲) \{a^i b^j c^i c^j c^k d^k \mid i \geq 0, j \geq 0, k \geq 0\}$$

$$(۳) \{a^i b^j c^i d^j \mid i \geq 0, j \geq 0\} \quad (۴) \text{ هیچ کدام}$$

۹. کدام گزاره در مورد گرامر زیر نادرست است؟

(علوم کامپیوتر ۸۶)

$G :$

$S \rightarrow 00S \mid X$

$X \rightarrow 11X \mid \lambda$

(۱) گرامر G' با فرم نرمال چامسکی وجود دارد که زبان آن $L(G) - \{\lambda\}$ باشد.

(۲) G یک گرامر مستقل از متن نیست ولی زبان G مستقل از متن است.

۳) یک PDA که زبانش با زبان G مساوی باشد وجود دارد.

۴) G یک گرامر مستقل از متن است و زبان G هم مستقل از متن است.

۱۰. اتوماتون یک ماشین PDA فاقد انتقال بلادرنگ (λ - transition) است. آن گاه لزوماً:

(علوم کامپیوتر ۸۵)

۱) برای هر ورودی ماشین دقیقاً یک مسیر محاسبه یکتا دارد.

۲) برای هر ورودی ماشین حداکثر یک مسیر محاسبه یکتا دارد.

۳) زمان محاسبه هر ورودی متناهی است.

۴) زبان ماشین شامل کلمه پوچ (λ) نیست.

۱۱. کدام گزاره نادرست است؟

(علوم کامپیوتر ۸۵)

۱) ماشین PDA ای مثل P را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه برای کلیه ورودی‌های w نامتناهی (Loop) باشند.

۲) ماشین PDA ای مثل P و کلمه ورودی w را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه P با ورودی w متناهی و منجر به پذیرش (accept) باشند.

۳) ماشین PDA ای مثل P و کلمه ورودی w را می‌توان ساخت که کلیه مسیرهای محاسبه P با ورودی w نامتناهی (Loop) باشند.

۴) اگر h یک حالت توقف برای یک ماشین PDA باشد، آن گاه قطعاً ماشین همیشه می‌تواند با یک فرمان ساعت از حالت h به حالت دیگری تغییر وضعیت دهد.

۷. گزینه ۳ درست است.

زبان وابسته به متن می‌تواند شامل λ باشد ولی گرامر وابسته به متن دارای قانون λ نیست، بنابراین گزینه ۳ درست است. گزینه ۱ برای زبان تهی نادرست است. گزینه ۲ نیز بر اساس تعریف PDA نادرست است. گزینه ۴ نیز بر اساس تعریف PDA نادرست است.

۸. گزینه ۲ درست است.

تنها در گزینه ۲ است که می‌توان با کمک یک پشته، رشته‌های آن را تشخیص داد؛ بنابراین گزینه ۲ درست است.

۹. گزینه ۲ درست است.

از آنجاکه برای هر گرامر مستقل از متنی که زبان آن شامل λ نباشد، گرامر معادلی در فرم نرمال چامسکی وجود دارد؛ بنابراین جمله ۱ درست است. از آنجاکه هم گرامر مورد نظر و هم زبان آن مستقل از متن است، جمله ۲ نادرست و جمله ۴ درست است و بنابراین گزینه ۲ درست است.

۱۰. گزینه ۳ درست است.

اگر یک ماشین PDA فاقد انتقال بلادرنگ باشد، با هیچ ورودی نمی‌تواند در Loop قرار گیرد؛ بنابراین گزینه ۳ درست است. در مورد گزینه‌های ۱ و ۲ نیز می‌توان بیان کرد که اگر ماشین PDA دارای انتقال بلادرنگ نباشد باز هم ممکن است برای یک ورودی ماشین دارای بیش از یک مسیر محاسبه باشد. در گزینه ۴ نیز اگر در ماشین PDA حالت اولیه آن نهایی باشد می‌تواند بدون داشتن انتقال بلادرنگ رشته λ را بپذیرد.

۱۱. گزینه ۴ درست است.

ساختن ماشین‌های مورد نظر گزینه ۱، ۲ و ۳ امکان‌پذیر است؛ بنابراین گزینه ۴ درست است.

خودآزمایی

۱. یک ماشین پشته‌ای بسازید که زبان گرامر زیر را بپذیرد:

$$S \rightarrow aSbb \mid aab$$

۲. یک ماشین پشته‌ای بسازید که زبان گرامر زیر را بپذیرد:

$$S \rightarrow aSSS \mid ab$$

۳. یک ماشین پشته‌ای بسازید که زبان گرامر زیر را بپذیرد:

$$S \rightarrow aABB \mid aAA$$

$$A \rightarrow aBB \mid a$$

$$B \rightarrow bBB \mid A$$

۴. یک ماشین پشته‌ای با دو حالت برای زبان زیر بسازید:

$$L = \{a^n b^{n+2} \mid n \geq 2\}$$