

فصل ۵ زبان‌های مستقل از متن

در این فصل به بررسی تعاریف و جنبه‌های مختلف دسته بزرگ‌تری از زبان‌ها و گرامرها می‌پردازیم. زبان‌های مستقل از متن که توسط گرامرهای مستقل از متن تولید می‌شوند کاربرد بسیار زیادی در طراحی کامپایلرهای زبان‌های برنامه‌سازی دارند. اغلب زبان‌های برنامه‌سازی را می‌توان توسط گرامرهای مستقل از متن بیان کرد؛ بنابراین الگوریتم‌های موجود در زبان‌های مستقل از متن کاربرد بسیار زیادی در تولید کامپایلر ایفا می‌کنند.

تعریف: گرامر $G = (V, T, S, P)$ را یک گرامر مستقل از متن نامند اگر همگی قواعد آن به صورت $A \rightarrow x$ باشند که:

$$\begin{cases} A \in V \\ x \in (V \cup T)^* \end{cases}$$

زبان L را مستقل از متن نامند اگر گرامر مستقل از متنی مانند G وجود داشته باشد که $L = L(G)$.

مثال ۱: گرامر مربوط به زبان $L = \{a^n b^n \mid n \neq m\}$ به صورت زیر است:

$$S \rightarrow AS_1 \mid S_1B$$

$$S_1 \rightarrow aS_1b \mid \lambda$$

$$A \rightarrow aA \mid a$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

اشتقاق چپ‌گرا و راست‌گرا

یک اشتقاق چپ‌گرا نامیده می‌شود اگر در تمام مراحل آن اشتقاق، چپ‌ترین متغیر در هر شکل جمله‌ای جایگزین شود و یک اشتقاق راست‌گرا نامیده می‌شود اگر در تمام مراحل آن اشتقاق، راست‌ترین متغیر در هر شکل جمله‌ای جایگزین شود.

مثال: در گرامر:

$$G : S \rightarrow SS \mid aSb \mid \lambda$$

که زبان آن برابر با $L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \forall u \in \text{Prefix}(w) : n_a(u) \geq n_b(u)\}$ است، یک اشتقاق چپ‌گرا در آن برای جمله $aabbab$ به صورت زیر است:

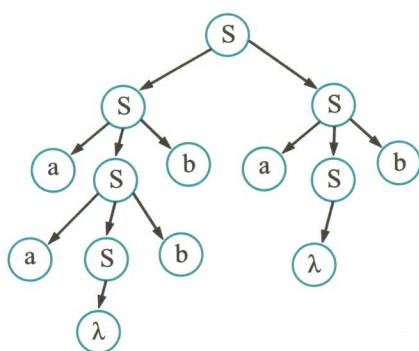
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow aSbS \Rightarrow aaSbbS \Rightarrow aabbS \Rightarrow aabbaSb \Rightarrow aabbab$$

و یک اشتقاق راست‌گرا در آن برای جمله $aabbab$ به صورت زیر است:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow SaSb \Rightarrow Sab \Rightarrow aSbab \Rightarrow aaSbbab \Rightarrow aabbab$$

درخت اشتقاق

هر اشتقاق دارای یک درخت اشتقاق است که در آن ریشه برابر با متغیر آغازین گرامر و ترتیب برگ‌های درخت از چپ به راست برابر با جمله تولیدشده توسط آن اشتقاق است. اگر در آن اشتقاق در یک مرحله متغیر A با نمادهای گرامری $x_1 x_2 \dots x_n$ جایگزین شده باشد، در درخت اشتقاق گره A دارای فرزندان x_1, x_2, \dots, x_n خواهد بود.



مثال ۲: درخت اشتقاق مربوط به هر دو اشتقاق بالا برای جمله aabbab به صورت روبه‌رو است:

ملاحظه می‌شود که ممکن است چندین اشتقاق مختلف دارای تنها یک درخت اشتقاق باشند. در درخت اشتقاق فقط چگونگی اشتقاق نشان داده شده است و ترتیب اشتقاق‌ها نشان داده نمی‌شود ولی در خود اشتقاق ترتیب نیز نمایان است.

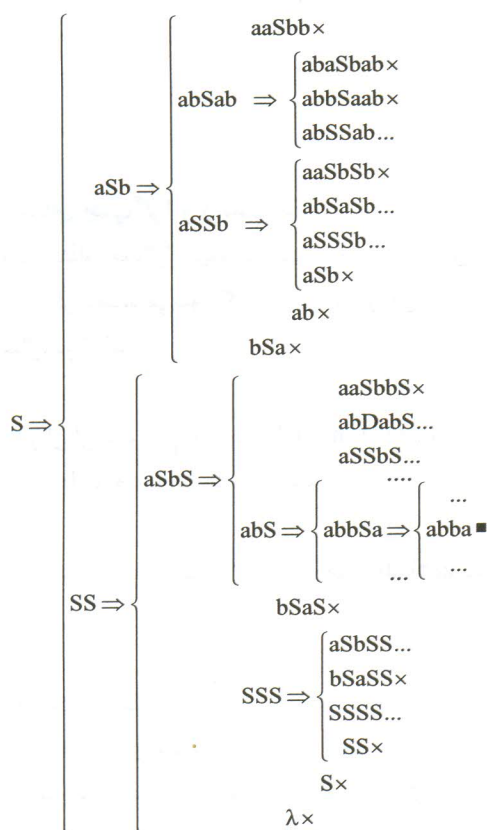
پویش و تشخیص عضویت

اگر گرامر G و جمله w مفروض باشند، تشخیص عضویت رشته w به زبان $L(G)$ یک مسئله مهم در کامپایلرها محسوب می‌شود. همچنین در صورتی که $w \in L(G)$ آن‌گاه به دست آوردن یک اشتقاق که بتواند w را تولید کند به نام پویش (parsing) شناخته می‌شود. یکی از روش‌های پویش، پویش جامع (exhaustive parsing) یا جستجوی جامع (exhaustive search) است که در آن از نماد آغازین گرامر شروع کرده و تمام جایگزینی‌های ممکن به صورت اشتقاق چپ‌گرا انجام می‌شود و این روند تا رسیدن به جمله w بر روی تمامی شکل‌های جمله‌ای به‌دست‌آمده صورت می‌پذیرد. این الگوریتم دارای مرتبه زمانی نمایی است و الگوریتم کارایی نیست. اگر P مجموعه قوانین گرامر باشد مرتبه زمانی این الگوریتم برابر با مقدار زیر است:

$$|P| + |P|^2 + \dots + |P|^{2|w|} = O(|P|^{2|w|+1})$$

مثال ۳: برای پویش جمله abba در گرامر زیر:

$$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \lambda$$



از نماد S شروع کرده و تمام جایگزینی‌های ممکن را انجام می‌دهیم:

ملاحظه می‌شود که این روش بسیار زمان‌گیر و طولانی است و در مواردی که در گرامر قانونی مثل $A \rightarrow \lambda$ یا قانونی مثل $A \rightarrow B$ وجود داشته باشد و همچنین $w \notin L(G)$ باشد، آن‌گاه هیچ‌گاه به جواب نخواهیم رسید. این‌گونه قوانین در گرامر نامطلوب محسوب می‌شوند؛ از این‌رو باید آن‌ها را از گرامر حذف کرد که در فصل بعدی الگوریتم‌های حذف این‌گونه قوانین نامطلوب مورد بحث قرار می‌گیرد. حتی در صورت عدم وجود قوانین نامطلوب نیز این روش پویش بسیار دارای مرتبه زمانی بالایی است ولی می‌تواند به عنوان یک الگوریتم برای تشخیص عضویت یک رشته به زبان تولیدشده توسط یک گرامر مستقل از متن محسوب شود.

نکته: اگر گرامر G و جمله $w \in L(G)$ مفروض باشند، الگوریتمی با مرتبه زمانی $O(|w|^3)$ برای پویش w وجود دارد.

تعریف: گرامر مستقل از متن $G = (V, T, S, P)$ را یک گرامر ساده (S-Grammar) نامند هرگاه تمامی قوانین آن به صورت زیر باشد:

$$A \rightarrow aX$$

$$\begin{cases} A \in V \\ a \in T \\ X \in V^* \end{cases}$$

و همچنین در تمامی قوانین زوج (A, a) حداکثر یک بار وجود داشته باشد.

مثال ۴: گرامر زیر یک گرامر ساده محسوب نمی‌شود:

$$S \rightarrow aS \mid aAB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

و گرامر زیر یک گرامر ساده است:

$$S \rightarrow aAB \mid bAB \mid c$$

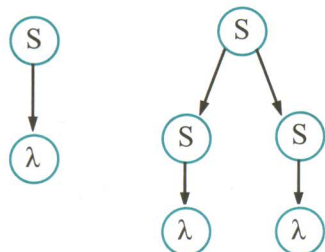
$$A \rightarrow aA \mid b$$

$$B \rightarrow b$$

گرامر مبهم یا گنگ

گرامر G را یک گرامر مبهم یا گنگ نامند اگر جمله $w \in L(G)$ وجود داشته باشد که برای آن حداقل دو درخت اشتقاق متفاوت وجود داشته باشد. به بیان دیگر برای آن حداقل دو اشتقاق چپ‌گرا یا دو اشتقاق راست‌گرا وجود داشته باشد.

مثال ۵: گرامر زیر مبهم است:



$$S \rightarrow SS \mid aSb \mid \lambda$$

چون برای جمله‌ای مانند λ حداقل دو درخت روبه‌رو وجود دارد:

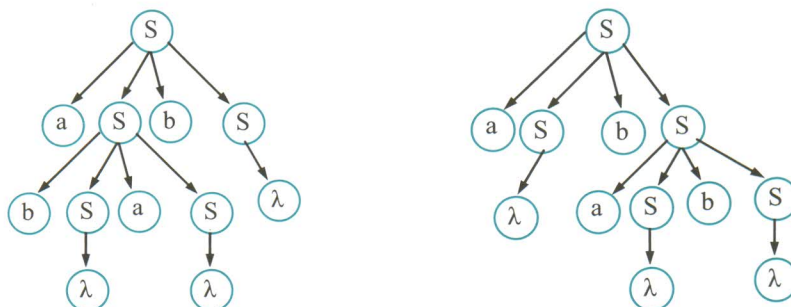
ولی درعین‌حال برای زبان گرامر مذکور گرامر دیگری وجود دارد که مبهم نیست:

$$S \rightarrow aSbS \mid \lambda$$

مثال ۶: گرامر زیر مبهم است:

$$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \lambda$$

چون برای جمله‌ای مانند $abab$ حداقل دو درخت زیر وجود دارد:



تعریف: زبان L ذاتاً مبهم نامیده می‌شود اگر همه گرامرهای آن مبهم باشند و یا به بیان دیگر گرامر غیر مبهمی نداشته باشد.

مثال ۷: زبان $L = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\} \cup \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$ یک زبان ذاتاً مبهم است.

نکته: یک گرامر ساده مبهم نیست.

نکته: یک زبان منظم هیچ‌گاه ذاتاً مبهم نیست.

تعریف: گرامر مستقل از متنی که به صورت زیر باشد، گرامر خطی نامیده می‌شود:

$$A \rightarrow u \text{ or } A \rightarrow uBv$$

$$\begin{cases} A, B \in V \\ u, v \in T^* \end{cases}$$

به بیان دیگر در سمت راست قوانین گرامر خطی حداکثر یک متغیر وجود دارد.

تعریف: یک زبان مستقل از متن L را خطی می‌گوییم اگر و فقط اگر یک گرامر مستقل از متن خطی مانند G وجود داشته باشد به طوری که $L = L(G)$ باشد.

نکات و قضایای مهم در رابطه با گرامرها و زبان‌های مستقل از متن

۱. $G = (V, T, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد که هر $A \in V$ در سمت چپ حداکثر یک قانون تولید قرار داشته باشد، آن‌گاه قطعاً G غیر گنگ است.

۲. فرض کنید که L یک زبان مستقل از متن و $G = (V, T, S, P)$ یک گرامر مستقل از متنی برای $L - \{\lambda\}$ باشد، آن‌گاه گرامری که با افزودن S_0 به V به عنوان نشانه شروع و قانون $S_0 \rightarrow S \mid \lambda$ به دست می‌آید، زبان L را تولید می‌کند.

۳. در یک گرامر مستقل از متن اگر الفبای آن تک‌نما باشد ($|\Sigma| = 1$)، حتماً زبانی که به دست می‌آید منظم است.

۴. زبان‌هایی هستند که در عین سادگی، مستقل از متن نیستند.

$$\text{مثال: } L = \{a^n b^n c^n; n \geq 0\} \text{ یا } L = \{ww; w \in \Sigma^*\}$$

۵. اگر $G = (V, T, S, P)$ یک گرامر ساده (S-grammar) باشد، حداقل تعداد عناصر P عبارت است از $\max(|V|, |T|)$ و حداکثر تعداد

عناصر P عبارت است از $|V| * |T|$ بنابراین داریم:

$$\max(|V|, |T|) \leq |P| \leq |V| * |T|$$

نمونه سؤالات

۱. کدام یک از گرامرهای زیر مبهم (Ambiguous) است؟

$G_1 :$

$S \rightarrow PC | AQ$

$P \rightarrow aPb | \lambda$

$C \rightarrow cC | \lambda$

$Q \rightarrow bQc | \lambda$

$A \rightarrow aA | \lambda$

$G_2 :$

$S \rightarrow aS$

$S \rightarrow bS$

$S \rightarrow ab$

$S \rightarrow \lambda$

$G_3 :$

$S \rightarrow SS$

$S \rightarrow \lambda$

(۲) فقط G_2

(۴) G_1, G_2, G_3

(۱) G_2, G_3

(۳) G_2, G_1

۲. مراحل اشتقاق برای تولید رشته $w = 0101010$ توسط گرامر G کدام گزینه است؟

$G :$

1. $S \rightarrow 0S0$

2. $S \rightarrow 1S1$

3. $S \rightarrow 0$

4. $S \rightarrow 1$

(۲) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$

(۴) هیچ کدام

(۱) $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

(۳) $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

۳. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

i: اگر $G = (V, T, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد که هر $A \in V$ در سمت چپ حداکثر یک قانون تولیدشده قرار گیرد آن گاه G غیر گنگ (unambiguous) است.

ii: در یک گرامر مستقل از متن اگر الفبای آن تک‌نمادی باشد، حتماً زبانی که به دست می‌آید منظم است.

iii: یک زبان مستقل از متن معین هیچ‌گاه ذاتاً گنگ نیست.

(۲) i و iii

(۴) i و ii و iii

(۱) فقط iii

(۳) ii و iii

۴. کدام گزینه درست است؟

- (۱) زبان $\{vwv \mid v, w \in \{a, b\}^*, |v|=2\}$ مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (۲) زبان $\{vwvw^R \mid v, w \in \{a, b\}^*, |v|=2\}$ مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (۳) زبان $\{vwvu \mid v, w, u \in \{a, b\}^*, |v|=2\}$ مستقل از متن است ولی منظم نیست.
- (۴) زبان $\{vwvw \mid v, w \in \{a, b\}^*, |v|=2\}$ مستقل از متن است ولی منظم نیست.
۵. کدام گزاره در مورد گرامر زیر با مجموعه متغیرهای $\{S, A, B\}$ و الفبای $\{0, 1\}$ صحیح نیست؟

(علوم کامپیوتر ۸۴)

G :

$S \rightarrow 0B \mid A$

$A \rightarrow 1A \mid S$

$B \rightarrow 1S \mid 1$

- (۱) تعداد ۱ ها در هر کلمه که توسط این گرامر تولید می‌شود از تعداد ۰ ها کمتر نیست.
- (۲) هر کلمه که توسط این گرامر تولید می‌شود حتماً به صورت $w01$ است که $w \in \{0, 1\}^*$
- (۳) طول هر کلمه که توسط این گرامر تولید شود حداقل دو است.
- (۴) زبان این گرامر مستقل از متن است ولی منظم نیست.
۶. فرض کنید L_1 زبان عبارت منظم a^* و L_2 زبان عبارت منظم b^* و $L_3 = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ باشد و زبان L از الحاق سه زبان بیان شده به دست می‌آید ($L = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3$). کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟
- (۱) L یک زبان منظم است.
- (۲) L یک زبان مستقل از متن است و منظم نیست.
- (۳) L یک زبان حساس به متن است و مستقل از متن نیست.
- (۴) هر سه مورد درست است.

۷. با فرض اینکه S علامت شروع گرامر زیر و λ نمایانگر رشته تهی باشد، در زبان این گرامر چند رشته وجود دارد که دقیقاً دارای ۳ پرانتز باز و حداکثر یک ' ' (کاما) است؟

$S \rightarrow F$

$S \rightarrow (E)$

$E \rightarrow S, SH$

$F \rightarrow a$

$F \rightarrow (P)$

$H \rightarrow, SH$

$H \rightarrow \lambda$

$P \rightarrow (: F)$

۸. فرض کنید عبارت منظم $(0+01)^*$ زبان L را نشان می‌دهد و w^R نمایانگر معکوس رشته w است. زبان $L' = \{w \in L \mid w = w^R\}$

(۱) غیر حساس به متن است.

(۲) غیر منظم ولی مستقل از متن است.

(۳) غیر مستقل از متن ولی حساس به متن است.

(۴) منظم است.

۹. در میان زبان‌های L_1, L_2 و L_3 زبان‌های مستقل از متن کدام‌اند؟

$$L_1 = \{a^n b^m c^n \mid n \geq m \geq 0\}$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = |w|_b\} \cap \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0\}$$

$$L_3 = L_1 \cup \{a^i b^j c^i \mid j > i \geq 0\}$$

($|w|_x$ به معنی تعداد x های موجود در رشته w است)

$$L_1, L_2 \quad (۲)$$

$$L_1, L_3 \quad (۱)$$

$$(۴) \text{ هر سه زبان}$$

$$L_2, L_3 \quad (۳)$$

۱۰. کدام یک از گرامرهای زیر مبهم است؟ (S علامت اولیه است و λ نشانه رشته تهی است).

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS \mid A \\ A &\rightarrow Ab \mid c \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AcA \\ A &\rightarrow bA \mid \lambda \end{aligned} \quad (۱)$$

$$S \rightarrow bS \mid Sb \mid c \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS \mid c \mid cA \\ A &\rightarrow bA \mid b \end{aligned} \quad (۳)$$

۱۱. کدام گزاره در مورد گرامر زیر درست است؟

(علوم کامپیوتر ۸۶)

$$G: S \rightarrow SS \mid (S) \mid \lambda$$

(۱) G با گرامر $[G': S \rightarrow S(S) \mid \lambda]$ معادل است.

(۲) G با گرامر $[G'': S \rightarrow S(SS) \mid \lambda]$ معادل نیست.

(۳) زبان G مستقل از متن نیست.

(۴) زبان G منظم است.

۱۲. اگر $L \subseteq \{0, 1\}^*$ زبان گرامر زیر باشد، کدام گزاره نادرست است؟

(علوم کامپیوتر ۸۶)

$G:$

$$S \rightarrow 00S \mid X$$

$$X \rightarrow 11X \mid \lambda$$

(۱) L منظم است.

(۲) L' منظم است.

(۳) L مستقل از متن است.

$$(۴) L = \{0^n 1^m \mid n + m \text{ زوج است}\}$$

۱۳. برای کدام تابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ زبان $L_f = \{0^n 1^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^*$ منظم نیست؟

(علوم کامپیوتر ۸۶)

$$f(n) = \begin{cases} 3 & \text{زوج } n \\ 4 & \text{فرد } n \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(n) = \begin{cases} 2(n+1) & \text{زوج } n \\ 2n+3 & \text{فرد } n \end{cases} \quad (۱)$$

(۴) گزینه‌های ۱ و ۲ هر دو صحیح هستند.

$$f(n) = 235 \quad (۳)$$

۱۴. حداقل پیچیدگی زمانی الگوریتم تجزیه‌ای که بتواند هر رشته متعلق به یک گرامر مستقل از متن مبهم دلخواه به فرم نرمال چامسکی را تجزیه (پارس) کند کدام است؟ (دقت کنید که الگوریتم تجزیه گرامر به هیچ وجه تغییر نمی‌دهد).

(دولتی مهندسی کامپیوتر ۸۹)

$$O(2^n) \quad (۲)$$

$$O(n^3 \log n) \quad (۱)$$

$$O(n^4) \quad (۴)$$

$$O(n^3) \quad (۳)$$

۱۵. زبان‌های L_1 و L_2 مفروض‌اند، کدام عبارت صحیح است؟

(دولتی مهندسی کامپیوتر ۸۹)

$$L_1 = \{w_1 w_2 \mid w_1, w_2 \in (a+b)^*, |w_1| = |w_2|, w_1^R \neq w_2\}$$

$$L_2 = \{a^n w w^R b^n \mid w \in (a+b)^*\}$$

۱) L_2 مستقل از متن و L_1 مستقل از متن نیست.

۲) L_1, L_2 مستقل از متن هستند.

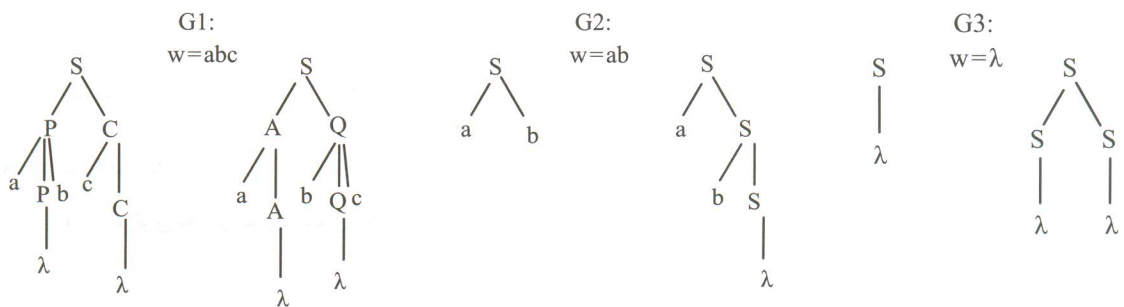
۳) L_1 مستقل از متن و L_2 مستقل از متن نیست.

۴) هیچ‌یک از L_1 و L_2 مستقل از متن نیست.

حل تشریحی

۱. گزینه ۴ درست است.

به عنوان نمونه رشته $w = abc$ که توسط گرامر G_1 تولید می‌شود، بیش از یک درخت اشتقاق دارد. گرامر G_1 زبان $L(G) = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\} \cup \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$ را تولید می‌کند که این زبان ذاتاً مبهم است و هیچ گرامر غیر مبهمی ندارد و همچنین رشته $w = ab$ که توسط گرامر G_2 تولید می‌شود دارای بیش از یک درخت اشتقاق است. زبان $L(G_3) = \{\lambda\}$ که یک زبان متناهی است ولی گرامر آن مبهم است. این مثال نشان‌دهنده این است که حتی گرامر یک زبان متناهی نیز ممکن است مبهم باشد.

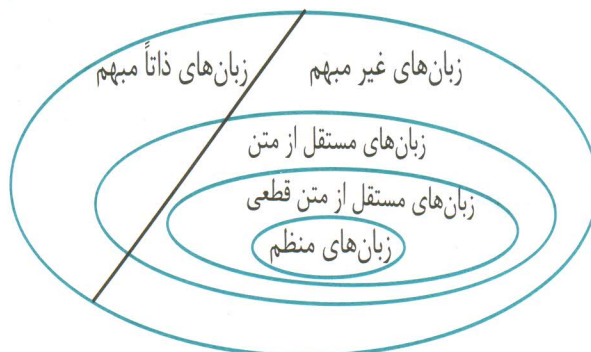


۲. گزینه ۲ درست است.

$$S \xRightarrow{1} 0S0 \xRightarrow{2} 01S10 \xRightarrow{1} 010S010 \xRightarrow{4} 0101010$$

۳. گزینه ۴ درست است.

بر اساس نمودار زیر گزینه ۴ درست است:



۴. گزینه ۲ درست است.

زبان گزینه ۱ یک زبان منظم است چون به راحتی می‌توان برای آن یک ماشین متناهی ساخت که رشته‌هایی را که دو حرف اول آن‌ها با دو حرف آخر آن‌ها یکسان است را بپذیرد. زبان گزینه ۳ نیز منظم است چون رشته‌هایی را نشان می‌دهد که دو حرف اول رشته در جایی از آن وجود داشته باشد. زبان گزینه ۴ نیز یک زبان مستقل از متن نیست. حتی اگر رشته λ برابر با λ باشد باز هم زبان مستقل از متن نیست.

۵. گزینه ۴ درست است.

از آنجاکه گرامر مذکور یک گرامر خطی راست است، پس منظم است؛ بنابراین گزینه ۴ درست است. زبان گرامر بیان شده را می‌توان با عبارت منظم $01^*(011)^*$ نشان داد. از آنجاکه بعد از هر 0 بلافاصله 1 باید بیاید جمله ۱ درست است. همچنین از آنجاکه هر رشته تولیدشده توسط این گرامر حتماً باید در انتهای اشتقاق خود با قاعده $0B \rightarrow S$ و $1 \rightarrow B$ ختم شود؛ بنابراین باید در انتهای همه رشته 01 وجود داشته باشد؛ پس جمله ۲ نیز درست است. به دلیل مطرح شده در قبل نیز می‌توان نتیجه گرفت که جمله ۳ درست است.

۶. گزینه ۲ درست است.

به دلیل وجود L_3 زبان مورد نظر منظم نیست ولی از آنجاکه از اتصال سه زبان مستقل از متن حاصل می‌شود؛ پس مستقل از متن است؛ از این‌رو گزینه ۱ و ۳ نادرست هستند.

۷. گزینه ۳ درست است.

با ایجاد اشتقاق‌های ممکن در گرامر مذکور می‌توان به درستی گزینه ۳ پی برد.

۸. گزینه ۲ درست است.

زبان L' را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$L' = L \cap \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$$

در نتیجه می‌توان آن را از اشتراک یک زبان منظم و یک زبان مستقل از متن ساخت؛ پس مستقل از متن است و گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند. همچنین به دلیل نیاز به بررسی تعلق رشته‌ها به زبان

$$\{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$$

گزینه ۴ نیز نادرست است.

۹. گزینه ۳ درست است.

رشته‌های زبان L_1 را نمی‌توان با یک پشته تشخیص داد؛ پس مستقل از متن نیست ولی زبان L_2 به صورت زیر خواهد بود که یک زبان مستقل از متن است:

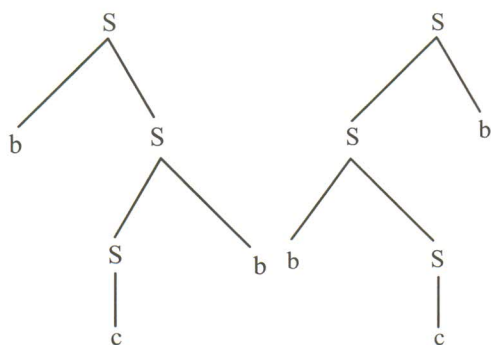
$$L_2 = \{a^n b^n c^m \mid m, n \geq 0\}$$

زبان L_3 نیز از آنجاکه به صورت زیر است، مستقل از متن است:

$$L_3 = \{a^n b^m c^n \mid m, n \geq 0\}$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.

هر چهار گرامر بیان شده زبان منظم b^*cb^* را تولید می‌کنند. گرامرهای ۱ و ۳ برای تولید هر رشته ابتدا b های ابتدای رشته را

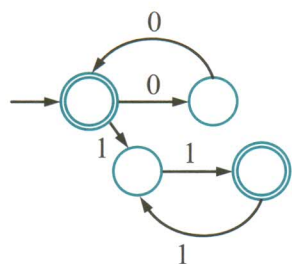


تولید کرده و سپس c را تولید کرده و سپس b های آخر رشته را تولید می‌کنند. گرامر ۲ نیز ابتدا b های ابتدای رشته را تولید کرده، سپس b های آخر رشته را تولید کرده و سپس c را تولید می‌کند. درحالی‌که در گرامر ۴ b های سمت چپ و راست رشته به هر ترتیب دلخواهی می‌توانند تولید شده و سپس c تولید شود. دو درخت اشتقاق روبه‌رو برای رشته $bcbcb$ این موضوع را نشان می‌دهد:

۱۱. گزینه ۱ درست است.

گرامرهای G' و G'' هر دو معادل گرامر G هستند که زبانی غیر منظم و مستقل از متن را تولید می‌کنند. زبان این سه گرامر رشته‌هایی متشکل از عبارات پرانتزی خوش ساخت است.

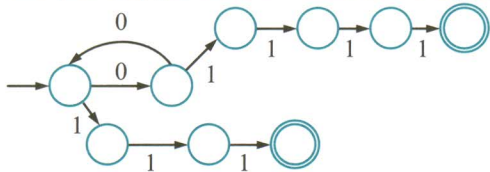
۱۲. گزینه ۴ درست است.



از آنجاکه زبان گزینه ۴ به غیر از رشته‌های زبان گرامر مورد نظر رشته‌های دیگری را نیز تولید می‌کند؛ پس گزینه ۴ درست است. زبان گرامر G زیرمجموعه‌ای اکید از زبان گزینه ۴ است. همچنین چون گرامر بیان شده یک گرامر خطی راست است؛ از این رو زبان آن منظم است، پس گزینه ۱ درست است و چون مکمل یک زبان منظم، منظم بوده و هر زبان منظم مستقل از متن نیز است؛ پس گزینه‌های ۲ و ۳ نیز درست هستند. ماشین DFA مربوط به زبان گرامر مذکور در شکل نشان داده شده است:

۱۳. گزینه ۱ درست است.

در گزینه ۳ نیازی به نگهداری n نیست و با یک ماشین متناهی قابل پذیرش است؛ بنابراین منظم است. در گزینه ۲ نیز فقط با دانستن زوج یا فرد بودن تعداد ۰ ها می‌توان تعداد ۱ ها را بررسی کرد و نیازی به دانستن تعداد ۰ ها نیست؛ پس زبان منظم است ولی در گزینه ۱ باید تعداد ۰ ها موجود باشد تا بتوان تعداد ۱ ها را بررسی کرد که این کار با ماشین متناهی امکان‌پذیر نیست؛ از این رو زبان منظم نیست. ماشین DFA مربوط به زبان ۲ در روبرو نشان داده شده است:



۱۴. گزینه ۳ درست است.

بر اساس نکات مطرح‌شده در درس گزینه ۳ درست است و مبهم بودن گرامر نیز در جواب تأثیری ندارد.

۱۵. گزینه ۲ درست است.

خودآزمایی

۱. نشان دهید زبان‌های مستقل از متن قطعی نمی‌توانند ذاتاً مبهم باشند.
۲. نشان دهید برای هر زبان غیر تهی می‌توان گرامری مبهم ساخت.
۳. نشان دهید اگر $G=(V,T,S,P)$ یک گرامر ساده (S-grammar) باشد، حداقل تعداد عناصر P برابر با $\max(|V|, |T|)$ است.
۴. نشان دهید اگر $G=(V,T,S,P)$ یک گرامر ساده (S-grammar) باشد، حداکثر تعداد عناصر P برابر با $|V| * |T|$ است.
۵. مستقل از متن بودن یا نبودن زبان زیر را بررسی کنید:

$$L = \{wv \mid v \neq w^R\}$$