



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی کامپیوتر

تمرین چهارم درس «سیگنال‌ها و سیستم‌ها»
اساتید درس: دکتر راستی، دکتر آقائیان
مهلت تحویل: ۹۹/۹/۱۲

- تمرینات به صورت انفرادی پاسخ داده شوند.
- فایل پاسخ با قالب «HW4_stdNumber.zip» (شامل فایل pdf بخش تئوری و کد قسمت پیاده‌سازی) بارگذاری شود.
- از طریق ایمیل زیر می‌توانید با تدریس‌یاران درس در ارتباط باشید:

signalsystem.fall2020@gmail.com

بخش تئوری .

سوال ۱- سیگنال $x(t)$ به صورت یک پالس مربعی متقارن حول مبدا، به عرض T_1 و ارتفاع 1 است.

الف) سیگنال $x(t)$ و سیگنال $\hat{x}(t)$ که یک سیگنال متناوب حاصل از تکرار $x(t)$ با دوره تناوب اصلی $T_0 = 3\frac{T_1}{2}$ است را رسم کنید.

ب) تبدیل فوریه سیگنال $(X(\omega))$ را محاسبه کنید و $|X(\omega)|$ را در بازه $|\omega| < \frac{6\pi}{T_1}$ رسم کنید.

پ) ضرایب سری فوریه سیگنال $\hat{x}(t)$ را محاسبه کنید.

ت) با استفاده از دو قسمت قبل نشان دهید برای این سوال رابطه زیر برقرار است.

$$a_k = \frac{1}{T_0} X(\omega) \Big|_{\omega = \frac{2\pi k}{T_0}}$$

ث) با توجه به قسمت قبل توضیح دهید که چگونه سری فوریه یک سیگنال متناوب، از روی تبدیل فوریه این سیگنال در یک دوره تناوب بدست می آید.

سوال ۲- با استفاده از رابطه صریح تبدیل فوریه و یا استفاده از خواص تبدیل فوریه، برای سیگنالهای زیر تبدیل فوریه را محاسبه کنید.

$$(a) \ x(t) = e^{-3|t|} \sin(2t)$$

$$(b) \ x(t) = \begin{cases} 1-t & 0 < t < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$(c) \ x(t) = \frac{\sin 3t \cdot \cos t}{\pi t}$$

$$(d) \ x(t) = te^{-2|t-1|}$$

$$(e) \ x(t) = t\left(\frac{\sin t}{\pi t}\right)^2$$

سوال ۳- عکس تبدیل فوریه سیگنال های زیر را محاسبه کنید.

$$(a) X(\omega) = 2\delta(\omega + 6)$$

$$(b) X(\omega) = \frac{7j\omega+46}{-\omega^2+13j\omega+42}$$

$$(c) X(\omega) = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\sin 2\omega - j \cos 2\omega}{1 + \frac{j\omega}{3}} \right)$$

$$(d) X(\omega) = \pi e^{-3|\omega|}$$

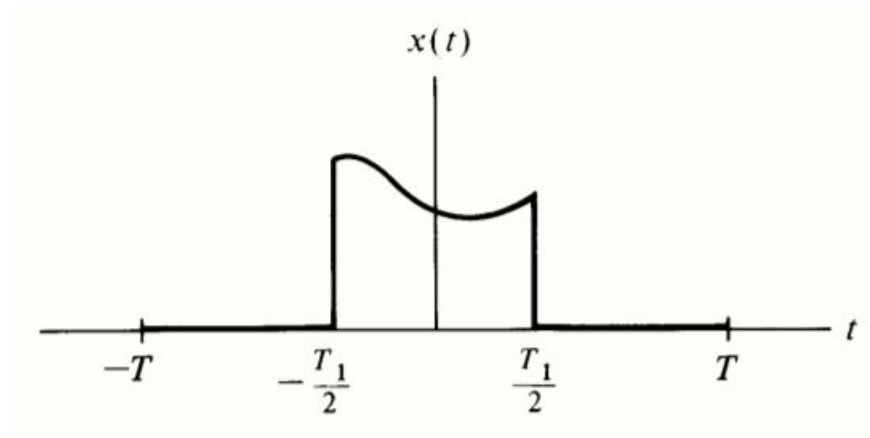
سوال ۴- قطار ضربه زیر را در نظر بگیرید.

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

الف) سری فوريه سيگنال $p(t)$ را بياييد.

ب) تبديل فوريه سيگنال $p(t)$ را بياييد.

پ) سيگنال $x(t)$ به صورت زیر است.

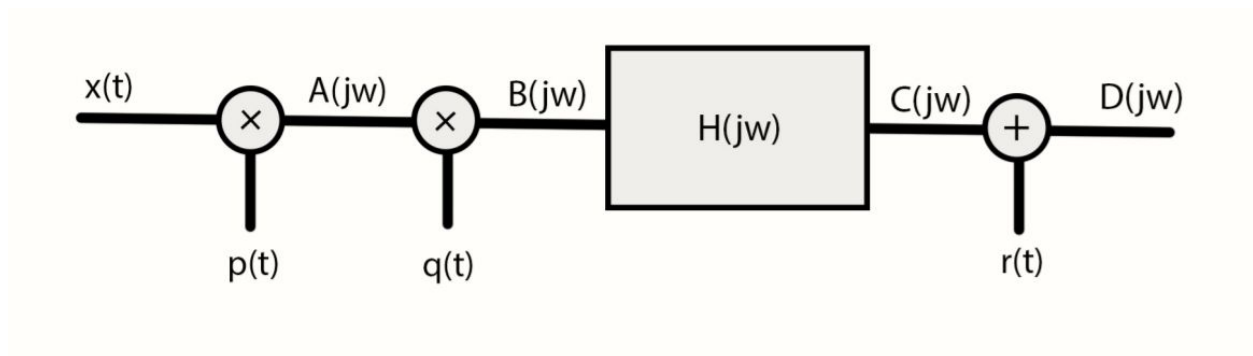


سيگنال $\hat{x}(t)$ را از رابطه زیر بدست آورده و رسم كنيد.

$$\hat{x}(t) = x(t) * p(t)$$

توضيح دهيد كه چرا حاصل كانولوشن سيگنال با قطار ضربه (اگر فاصله ي سيگنال ضربه ها كافي باشد)، سيگنالي متناوب است كه از تكرار سيگنال اصلي تشكيل شده است.

سوال ۵- در سیستمی که در ادامه آمده است، سیگنال‌های $A(j\omega)$, $B(j\omega)$, $C(j\omega)$ و $D(j\omega)$ را به دست آورید.



$$x(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

$$p(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$$

$$q(t) = \cos(3\pi t)$$

$$H(j\omega) = 2u(\omega + 3\pi) - 2u(\omega - 3\pi)$$

$$r(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

سوال ۶- پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI پایدار به صورت زیر است :

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{6 - \omega^2 + 5j\omega}$$

الف) یک معادله دیفرانسیل که رابطه ورودی و خروجی این سیستم را مشخص می‌کند، بنویسید.

ب) پاسخ ضربه را برای این سیستم بدست آورید.

پ) خروجی $y(t)$ را به ازای ورودی $x(t) = (1 - t)e^{-4t}u(t)$ بیابید.

ث) خروجی $y_1(t)$ را به ازای $x_1(t) = e^{2t}$ بیابید.

سوال ۷- یک سیستم LTI با سکون ابتدایی با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 3 \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

الف) پاسخ ضربه این سیستم را بیابید.

ب) فرض کنید که وارون این سیستم نیز دارای سکون ابتدایی است و با یک معادله دیفرانسیل توصیف می‌شود. این معادله دیفرانسیل را بیابید.

پ) پاسخ ضربه این سیستم وارون را بدست آورید.

پیاده‌سازی.

در بخش پیاده‌سازی قصد داریم که کد مخفی شده در حوزه فرکانس تعدادی فایل صوتی را کشف کنیم. به این منظور باید:

- فایل صوتی مربوطه را بخوانیم.
- با استفاده از توابع مناسب، داده‌های مربوط به حوزه فرکانس را استخراج کنیم.
- در نمونه‌های قرار گرفته شده، کد مخفی درون ناحیه فرکانسی از فرکانس ۳۰۰ کیلوهرتز آغاز می‌شود.
- این کد با بازنمایی باینری در ناحیه طیفی سیگنال گنجانده شده است. دقت کنید که اندازه‌ی کد ۶۴ بیت است که نشانگر ۸ عدد ۸ بیتی است.
- هر عدد ۸ بیتی نمایشگر یک کاراکتر ASCII است، پس کافی است که عدد باینری ۸ بیتی را به عدد دهدهی متناظر تبدیل کنید. این عدد خانه‌ی کاراکتر مربوطه را در جدول ASCII نشان می‌دهد.
- رشته‌ی ۸ کاراکتری حاصل را گزارش کنید.
- این کار را به ازای همه‌ی فایل‌های صوتی که در اختیارتان قرار گرفته، تکرار کنید.

به سوالات زیر پاسخ دهید :

۱. چرا ناحیه انتخاب شده برای قرار دادن کد، از ناحیه ۳۰۰ کیلوهرتز آغاز شده است؟
۲. به نظر شما روش فوق چه کاربردهایی می‌تواند داشته باشد؟ مزایا و معایب این روش را شرح دهید.

شما باید علاوه بر کد پیاده‌سازی شده، در قالب گزارشی عکس سیگنال‌های صوتی هم در ناحیه زمان و هم در ناحیه فرکانس، کد کشف‌شده مربوط به هر سیگنال و پاسخ سوالات را ضمیمه کنید.