

تمرین تحویلی شماره ۴

(الف) فرض کنید ab دو رقم سمت راست شماره دانشجویی شما (با همین ترتیب) باشد.

$$\text{اگر} \begin{cases} F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} \\ F = F(x, y, z) \end{cases} \text{تابعی باشد که در آن,}$$

$$x = x(u, v) = u + v, \quad y = y(u, v) = u - v, \quad z = z(u, v) = uv$$

و به علاوه داشته باشیم

$$\frac{\partial F}{\partial x}(a, 0, a) = b - 1,$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(a, 0, a) = b,$$

$$\frac{\partial F}{\partial z}(a, 0, a) = b + 1,$$

آنگاه مطلوبست محاسبه مقدار دقیق $\frac{\partial F}{\partial v}|_{u=v=a}$.

(ب) فرض کنید abc سه رقم سمت راست شماره دانشجویی شما (با همین ترتیب) باشد. مطلوبست معادله صفحه مماس

بر رویه Y

$$e^{axyz} + bxz + (c + 1)yz = 2c + 3$$

در نقطه $P = (0, 1, 2)$.

پاسخ

(الف)

$$\frac{\partial F}{\partial v} = \frac{\partial F}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial F}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial F}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial v} \quad (75, \text{نمره})$$

داریم:

$$\frac{\partial x}{\partial v} = 1, \quad \frac{\partial y}{\partial v} = -1, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = u. \quad (75, \text{نمره})$$

بنابراین در نقطه $(u, v) = (a, a)$ داریم:

$$\frac{\partial F}{\partial v}|_{u=v=a} = (b-1)(1) + b(-1) + a(b+1) = b-1-b+ab+a = ab+a-1. \quad (1 \text{ نمره})$$

(ب)

$$F(x, y, z) := e^{axyz} + bxz + (c + 1)yz - (2c + 3)$$

$$\nabla F = (ayz e^{axyz} + bz, \quad axz e^{axyz} + (c+1)z, \quad axy e^{axyz} + bx + (c+1)y) \quad (75, \text{نمره})$$

$$\Rightarrow \nabla F(0, 1, 2) = (2(a+b), \quad 2(c+1), \quad c+1) \quad (75, \text{نمره})$$

لذا معادله صفحه مماس بر رویه در نقطه P بصورت زیر است:

$$2(a+b)x + 2(c+1)(y-1) + (c+1)(z-2) = 0 \quad (1 \text{ نمره})$$