فصل سوم

عبارات منظم و گرامرهای منظم

Regular Expressions

Regular Grammars

عبارات منظم (Regular Expression)

- نماینده زبانهای نوع سوم هستند.
- دلالت بر زبانهای نوع سوم هستند.
- به زبانهای نوع سوم ارزیابی می‌شوند.

دو تعریف:

- Syntax عبارات منظم
- Semanic عبارات منظم

Syntax عبارات منظم

- فرض کنید عبارت منظم روی Σ تعریف شده باشد.

1. $\emptyset$ یک عبارت منظم است.
2. λ یک عبارت منظم است.
3. $a \in \Sigma$ یک عبارت منظم است.
4. اگر R_1 و R_2 عبارات منظم باشند در این صورت $R_1 + R_2$ ، $R_1 R_2$ ، R_1^* ، (R_1) عبارات منظم هستند.

$$\boxed{R = (1+0)^*(00+1)(1+0)^*}$$

$0 \in \Sigma$:

$1 \in \Sigma$:

$0+1$:

$(0+1)$:

$(0+1)^*$:

00 :

$00+1$:

$(00+1)$:

$(0+1)^*(00+1)$:

$(0+1)^*(00+1)(0+1)^*$:

$$\boxed{R = \lambda + 0}$$

$$\boxed{R = (0+1)^*(0+\lambda)}$$

$$\boxed{R = \phi}$$

تعریف Syntax عبارات منظم

1. ϕ یک عبارت منظم است.
2. λ یک عبارت منظم است.
3. $a \in \Sigma$ یک عبارت منظم است.
4. اگر R_1 و R_2 عبارات منظم هستند در این صورت R_1+R_2 ، R_1R_2 ، R_1^* ، (R_1) عبارات منظم هستند

Semantic عبارات منظم :

1. $\emptyset$ دلالت بر $\{\}$ دارد.
2. λ دلالت بر $\{\lambda\}$ دارد.
3. $a \in \Sigma$ دلالت بر $\{a\}$ دارد.
4. فرض کنید R_1 و R_2 ترتیب دلالت بر $L(R_1)$ و $L(R_2)$ داشته باشند. در این صورت

I. $L(R_1+R_2) = L(R_1) \cup L(R_2)$

II. $L(R_1^*) = L(R_1)^*$

III. $L(R_1 R_2) = L(R_1) L(R_2)$

IV. $L((R_1)) = L(R_1)$

$$R = (0+1)^*(00+11)(0+1)^*$$

$0 : \{0\}$

$1 : \{1\}$

$0+1 : \{0\} \cup \{1\} = \{0,1\}$

$(0+1) : \{0,1\}$

$(0+1)^* : \{0,1\}^*$

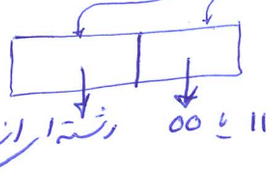
$00 : \{0\}\{0\} = \{00\}$

$11 : \{1\}\{1\} = \{11\}$

$00+11 : \{00\} \cup \{11\} = \{00, 11\}$

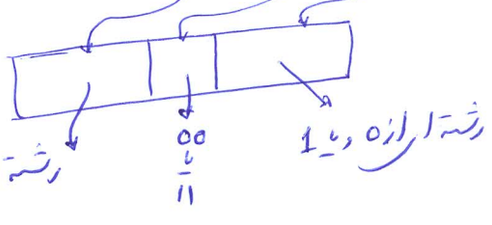
$(00+11) : \{00, 11\}$

$(0+1)^*(00+11) : \{0,1\}^*\{00,11\}$



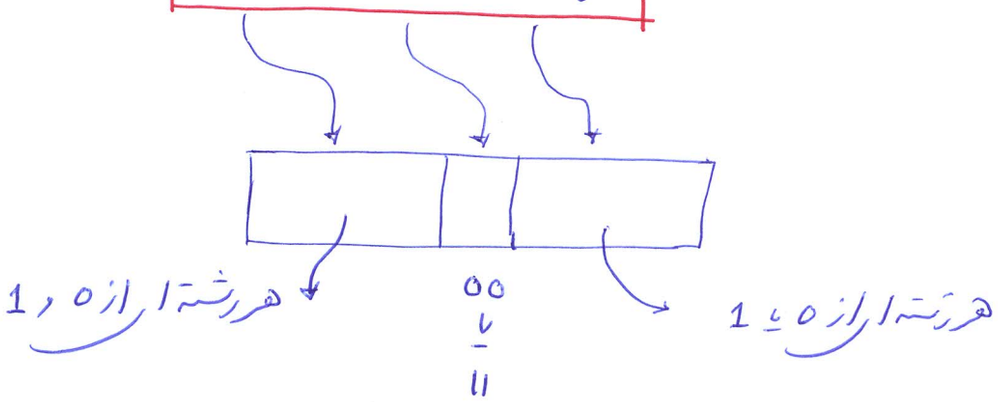
$(0+1)^*(00+11)(0+1)^* :$

$\{0,1\}^*\{00,11\}\{0,1\}^*$



$$R = (0+1)^*(00+11)(0+1)^*$$

$$\boxed{\{0,1\}^*\{00,11\}\{0,1\}^*}$$



مجموعه تمام رشته‌هایی که از 0 یا 1 تشکیل شده‌اند و دارای حداقل یک زیررشته 11 یا 00 باشند.

$$R = a^*(a+b)$$

a : $\{a\}$

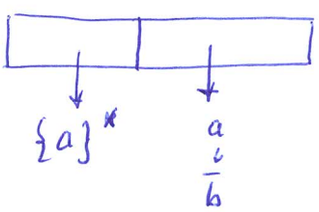
a^* : $\{a\}^*$

b : $\{b\}$

$a+b$: $\{a\} \cup \{b\} = \{a,b\}$

$(a+b)$: $\{a,b\}$

$a^*(a+b)$: $\boxed{\{a\}^*\{a,b\}}$

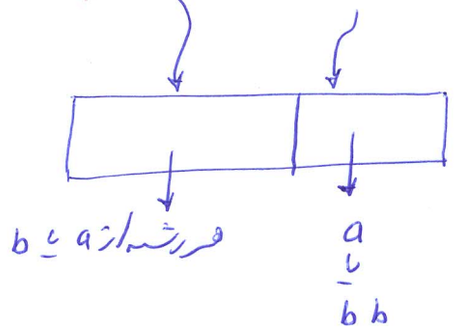


$L(R) = \{\lambda, a, aa, aaa, \ldots\}\{a,b\}$

$= \{a, aa, aaa, \ldots, b, ab, aab, \ldots\}$

$$R = (a+b)^*(a+bb)$$

$$\{a,b\}^*\{a,bb\}$$



مجموعهٔ تمام رشته‌هایی که از a و یا b تشکیل شده‌اند و به a یا bb ختم شده‌اند ✓

$$R = (aa)^*(bb)^*b$$

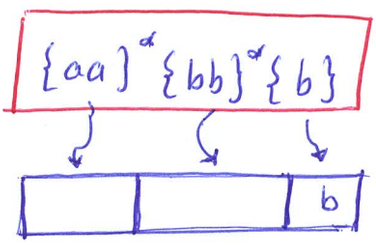
$(aa)^*$: $\{aa\}^* = \{\lambda, aa, aaaa, aaaaaa, \ldots\}$

$(bb)^*$: $\{bb\}^* = \{\lambda, bb, bbbb, bbbbbb, \ldots\}$

$(bb)^*b$: $\{bb\}^*\{b\} = \{b, bbb, bbbbb, bbbbbbb, \ldots\}$

مجموعهٔ تمام رشته‌هایی که b تشکیل شده‌باشند و دارای طول فرد باشند.

$(aa)^*(bb)^*b$: $\{aa\}^*\{bb\}^*\{b\}$



$$L(R) = \{a^{2n}b^{2m+1} \mid n \geq 0,\ m \geq 0\}$$

✓ - یک نگاه دیگر به عملیات منظم

یک نگاه الگوریتمیک

$+$: یا

$*$: تکرار

$\boxed{(0+1)^*}$: $\{0,1\}^*$

$\Downarrow$

```
while (needed) do
    Select 0 or 1
```

$\boxed{(0+1)^*(00+11)}$: $\{0,1\}^*\{00,11\}$

```
while (needed) do
    Select 0 or 1
Select
    00
or
    11
```

01011000 00

01000000

01111100 11

01011011 11

$$\boxed{R = (0+1)^*(00+1)(0+1)^*}$$

while (needed) do
  select 0 or 1

Slect
  Select 0
  Select 0

or
  slect 1

while (needed) do
  select 0 or 1

✓ 0101001 00 10100

✓ 0101001 00101 00

✓ 0101 001 00101 00

$$\boxed{R = ((0+1)^* + 1)^*}$$:

while (needed) do
Select
  while (needed) do
    select 0 or 1

or
  Select 1

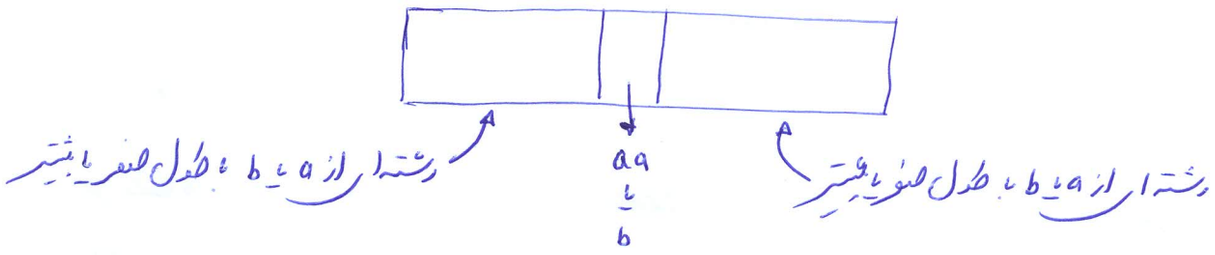
01001110 ✓

01001110 ✓

01001110 ✓

01 001110 ✓

تعداد رشته‌های با طول حداکثر ۳ در $L((a+b)^*(aa+b)(a+b)^*)$ چیست؟

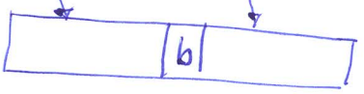


طول	تعداد	رشته‌ها
0	0	
1	1	b
2	4	aa, ba, bb, ab, ~~bb~~
3	8	aaa, baa, ~~aaa~~, aab ~~baa~~, bab, bbb, bba ~~aab~~ abb ~~bbb~~ ~~bab~~, aba, ~~abb~~, ~~bba~~, ~~bbb~~

13

- عبارت منظم زیر چند رشته به طول کمتر از ۴ را نمایندگی می‌کند؟

$$R = (a+b)^* b (a+ab)^*$$

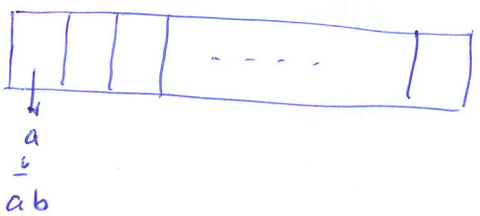


طول	تعداد	رشته‌ها
0	0	
1	1	b
2	3	ab , bb , ba
3	7	aba , bba , abb , bab , aab , bbb baa , bab

11

- عبارت منظم زیر چند رشته به طول کمتر از ۴ را نمایندگی می‌کند؟

$$R = (a+ab)^*$$




```
while (needed) do
  select
    ab
  or
    a
```

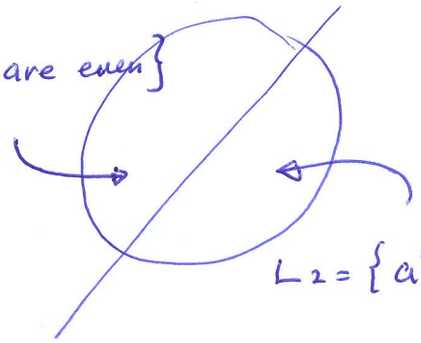
طول	تعداد	رشته‌ها
0	1	Λ
1	1	a
2	2	aa , ab
3	3	aaa , aab , aba

7

- یک عبارت منظم برای زبان زیر طراحی کنید.

$$\boxed{L = \{ a^n b^m \mid n+m \text{ is even} \}}$$

$L_1 = \{ a^n b^m \mid n \underset{\text{and}}{\wedge} m \text{ are even} \}$



$L_2 = \{ a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are odd} \}$

$$L = L_1 \cup L_2$$

$$R_1 = (aa)^*(bb)^* \qquad R_2 = a(aa)^* b(bb)^*$$

$$R = R_1 + R_2$$

$$\boxed{R = (aa)^*(bb)^* + \underline{a(aa)^*} b(bb)^*}$$

$$a(aa)^* \equiv \underline{(aa)^* a}$$

$$R = (aa)^*(bb)^* + \underline{(aa)^* a}\, b(bb)^*$$

$$b(bb)^* \equiv \underline{(bb)^* b}$$

$$R = (aa)^*(bb)^* + (aa)^* a\, \underline{(bb)^* b}$$

تعریف

دو عبارت منظم R_1 و R_2 معادل هستند ($R_1 \equiv R_2$)

اگر

$$L(R_1) = L(R_2)$$

$L(R_1) \subset L(R_2)$

$x \in L(R_1) \Rightarrow x \in L(R_2)$

هر رشته ای که توسط R_1 نمایندگی می‌شود توسط R_2 هم نمایندگی می‌شود.

$L(R_2) \subset L(R_1)$

$x \in L(R_2) \Rightarrow x \in L(R_1)$

هر رشته ای که توسط R_2 نمایندگی می‌شود توسط R_1 هم نمایندگی می‌شود

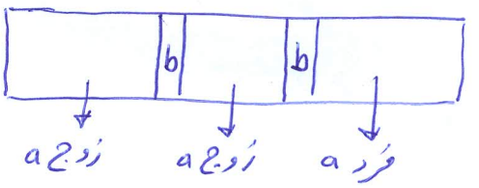
$$(a+b)^*(a+b) \equiv (a+b)(a+b)^*$$

$$(aa)^*(bb)^* + (aa)^*a(bb)^*b \equiv (aa)^*(bb)^* + a(aa)^*b(bb)^*$$

$$(a+b)^* \not\equiv (a+b)^*(a+b)$$

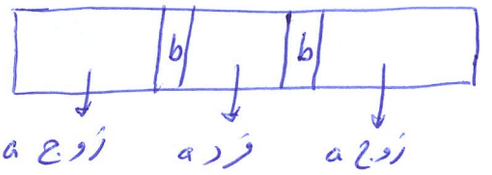
یک عبارت منظم برای مجموعه همه رشته‌های با طول فرد که دقیقاً دارای دو b می‌باشند به دست آورید.

I.



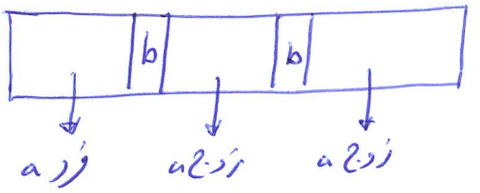
$$R_{I} = (aa)^{*} b (aa)^{*} b (aa)^{+} a$$

II.



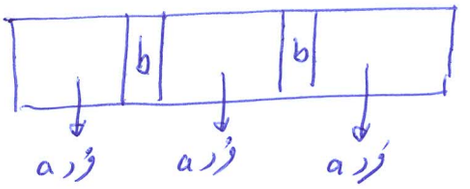
$$R_{II} = (aa)^{*} b (aa)^{*} a b (aa)^{*}$$

III



$$R_{III} = (aa)^{*} a b (aa)^{*} b (aa)^{*}$$

IV.



$$R_{IV} = (aa)^{*} a b (aa)^{*} a b (aa)^{*} a$$

$$R = R_{I} + R_{II} + R_{III} + R_{IV}$$

✓ - یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید:

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 4, m \leq 3\}$$

$$R = aaaaa^*(\lambda + b + bb + bbb)$$

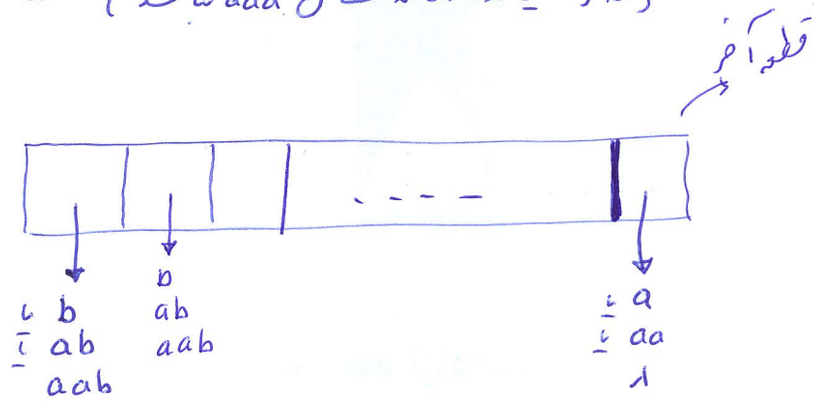
✓ - یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید:

$$L = \{a^n b^m \mid n < 4, m \leq 3\}$$

$$R = (\lambda + a + aa + aaa)(\lambda + b + bb + bbb)$$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$L = \{$ همه رشته‌هایی از a و b که شامل aaa نباشند $\}$



$$R = (b+ab+aab)^*(a+aa+\lambda)$$

- کدام یک از عبارات منظم زبان L را می‌پذیرد؟

$L = \{$ همه رشته‌هایی از a و b که شامل aaa نباشند $\}$

الف: $(a+aa+\lambda)(ab+b+aab)^*$

ب: $(b+ab+aab)^*(a+aa+\lambda)$

ج: $(baa+b+ab)^*(a+aa+\lambda)$

د: $(a+aa+\lambda)(aab+b+ba)^*$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید:

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1,\ m \geq 1,\ nm \geq 3\}$$

$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 3\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 3, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 2\}$$

$$R = aa^*bbbb^* + aaaa^*bb^* + aaa^*bbb^*$$

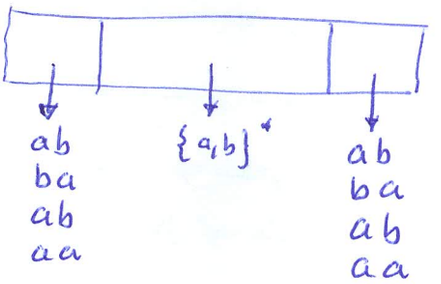
$$L = \{a^n b^m \mid n \geq 1, m \geq 3\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 3, m \geq 1\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 2\} \cup \{a^n b^m \mid n \geq 2, m \geq 3\}$$

$$R = aa^*bbbb^* + aaaa^*bb^* + aaa^*bbb^* + aaa^*bbbb^*$$

- ۲ عبارت منظم دیگر برای زبان فوق بدست آورید.

یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ uwv \mid u, w, v \in \{a,b\}^*,\ |u| = |v| = 2 \}$$



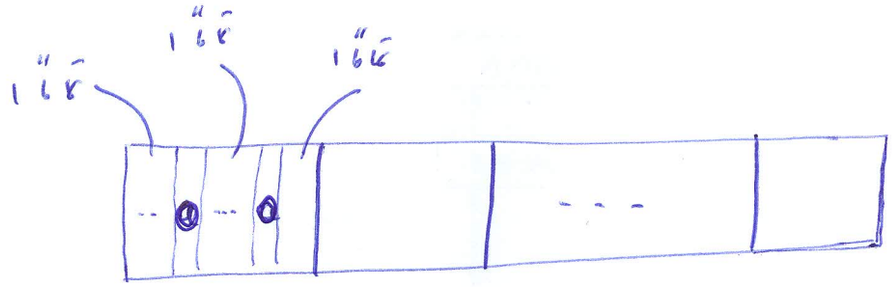
$$R = (ab + ba + bb + aa)(a+b)^*(ab + ba + bb + aa)$$

یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ uwu \mid u, w \in \{a,b\}^*,\ |u| = 2 \}$$

$$\begin{aligned} R = {} & ab(a+b)^*ab + \\ & ba(a+b)^*ba + \\ & bb(a+b)^*bb + \\ & aa(a+b)^*aa \end{aligned}$$

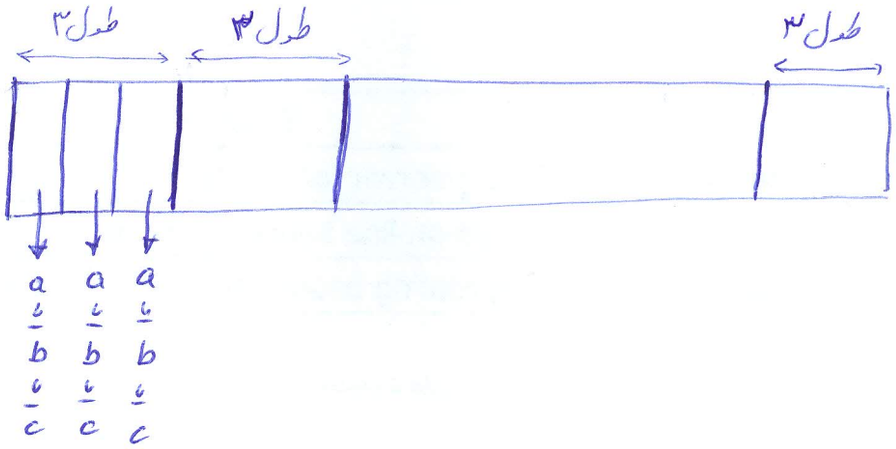
- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{0,1\}$ که دارای تعداد زوج ۰ باشد.



$$R = (1^* 0 1^* 0 1^*)^* + 1^*$$

- یک عبارت منظم برای زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, \ |w| \bmod 3 = 0 \}$$



$$R = ((a+b+c)(a+b+c)(a+b+c))^*$$

- عبارت های منظم برای زبان های زیر بدست آورید.

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \ n_a(w) \bmod 3 = 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, \ n_a(w) \bmod 3 = 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*, \ n_a(w) \bmod 5 > 0 \}$$

$$L = \{ w \mid w \in \{a, b, c\}^*, \ n_a(w) \bmod 5 > 0 \}$$

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{a,b\}$ که بیشتر از ۳ تا a نداشته باشد بدست آورید

$$\boxed{R = b^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*}$$

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma=\{a,b,c\}$ که دارای حداقل یک a، حداقل یک b و حداقل یک c داشته باشد.

$$R = (a+b+c)^*a(a+b+c)^*b(a+b+c)^*c(a+b+c)^* + (a+b+c)^*a(a+b+c)^*c(a+b+c)^*b(a+b+c)^* +$$

b	a	c
b	c	a
c	a	b
c	b	a

- کدام یک از عبارت‌های منظم زیر تمام رشته‌های متشکل از صفر و یک که دقیقاً یک زیررشتهٔ 000 را دارد توصیف می‌کند.

الف: $(1+01)^*000(10+1)^*$

ب: $(1+01+001)^*000(100+10+1)^*$

ج: $(0+1)^*000(0+1)^*$

د: $(\lambda+0+00)+(1+01)^*000(10+1)^*$

توضیحات: گزینهٔ د رشتهٔ 0 را تولید می‌کند که شامل زیررشتهٔ 000 نیست. گزینهٔ ج حداقل یک زیررشتهٔ 000 را تولید می‌کند. گزینهٔ الف تمام چنین رشته‌هایی را توصیف نمی‌کند. گزینهٔ ب تمام چنین رشته‌هایی را تولید می‌کند

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma = \{0,1\}$ که به 01 ختم می‌شوند بدست آورید.

- یک عبارت منظم برای مجموعه تمام رشته‌های روی $\Sigma = \{0,1\}$ که به 01 ختم نشود بدست آورید

- یک عبارت منظم برای متمم زبان زیر بدست آورید.

$$L = \{ a^n b^m \mid n \geq 4,\ m \leq 3 \}$$

رشته‌های بفرم $a^n b^m$ با $n<4$

$$R = (\lambda + a + aa + aaa)\, b^* +$$

$$a^* bbbbb^* +$$

$$(a+b)^* ba (a+b)^*$$

رشته‌های بفرم $a^n b^m$ با $m>3$

رشته‌هایی که در هر کدام از آنها یک b توسط یک a دنبال شده است.

یادآوری

گرامرهای منظم (نوع سوم)

- یک گرامر گرامر منظم است اگر شکل قواعد آن به یکی از دو شکل زیر باشد

خطی راست
$$\begin{cases} A \longrightarrow xB \\ A \longrightarrow x \end{cases} \qquad A, B \in V, \ x \in T^*$$

یا

خطی چپ
$$\begin{cases} A \longrightarrow Bx \\ A \longrightarrow x \end{cases} \qquad A, B \in V, \ x \in T^*$$

- گرامر زیر یک گرامر منظم است.

$$\boxed{S \longrightarrow aS \mid bS \mid a \mid b}$$

$$L = \{a, b\}^+$$

- قواعد به شکل خطی راست است.

$$S \Rightarrow aS \Rightarrow abS \Rightarrow abbS \Rightarrow abbb$$

اشتقاق رشته abbb

یک گرامر منظم (خطی از سمت چپ) زیر را در نظر بگیرید:

G_1:

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to abA \\ A &\to baB \\ B &\to aA \mid bb \end{aligned}}$$

چند گرامر منظم (خطی از سمت چپ) دیگر برای زبان گرامر فوق بدست آورید.

$$S \Rightarrow abA \Rightarrow abbaB \Rightarrow abbaaA \Rightarrow$$
$$abbaabaB \Rightarrow$$
$$abbaabaaA \Rightarrow$$
$$\vdots$$
$$\Rightarrow ab\,baa\,baa\,baa\,baa\,baa\,baa\,babb$$

G_2:

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to abbA \\ A &\to aaB \mid abb \\ B &\to bA \end{aligned}}$$

G_3:

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to abbaA \\ A &\to abB \\ B &\to aA \mid bb \end{aligned}}$$

$$R_1 = ab(baa)^* babb$$

$$R_2 = abb(aab)^* abb$$

$$R_3 = abba(aba)^* bb$$

- چند گرامر منظم (خطی از سمت راست) معادل گرامر منظم (خطی از سمت چپ) زیر را بدست آورید:

G_1:

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to abA \\ A &\to baB \\ B &\to aA \mid bb \end{aligned}}$$

خطی از سمت راست

$A \to Bx$

$A \to x$

$A, B \in V$

$x \in T^+$

$$S \Rightarrow abA \Rightarrow abbaB \Rightarrow abbaaA \Rightarrow \dots$$

$$\Rightarrow abbaabaabaabaabaabaabaabaabb$$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to Abb \\ A &\to Bba \mid abba \\ B &\to Aa \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to Ababb \\ A &\to Baa \mid ab \\ B &\to Ab \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} S &\to Aabb \\ A &\to Bab \mid abb \\ B &\to Aa \end{aligned}}$$

معادلات برای عبارات منظم

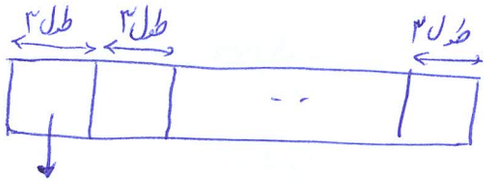
- فرض کنید α و β و γ عبارات منظم باشند. در این صورت:

۱. $\boxed{\alpha+\beta=\beta+\alpha}$

۲. $\boxed{\begin{array}{l}\alpha(\beta+\gamma)=\alpha\beta+\alpha\gamma\\(\beta+\gamma)\alpha=\beta\alpha+\gamma\alpha\end{array}}$

برای زبان زیر یک عبارت منظم بدست آورید:

$$L=\{w \mid w\in\{a,b\}^*,\ |w| \bmod 2=0\}$$

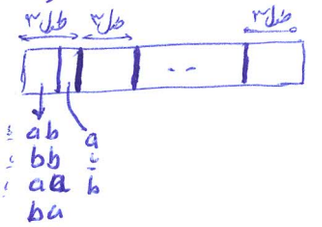


baa aaa
bab aab
bba aba
bbb abb

$$R=(aaa+aab+aba+abb+baa+bab+bba+bbb)^*$$

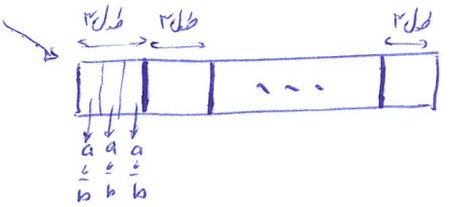
$$=(aa(a+b)+ab(a+b)+ba(a+b)+bb(a+b))^*$$

$$=((aa+ab+ba+bb)(a+b))^* \checkmark$$



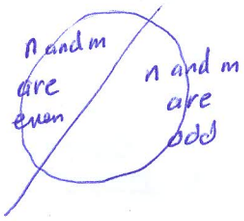
$$=((a(a+b)+b(a+b))(a+b))^*$$

$$=((a+b)(a+b)(a+b))^* \checkmark$$



برای زبان زیر یک عبارت منظم بدست آورید

$$L = \{ a^n b^m \mid n+m \text{ is even} \}$$

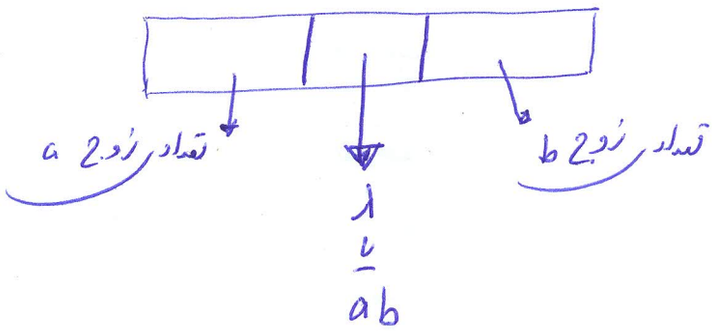
$L_1 = \{ a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are even} \} \rightarrow$ 

$\leftarrow L_2 = \{ a^n b^m \mid n \text{ and } m \text{ are odd} \}$

$$R = (aa)^*(bb)^* + \underline{a(aa)^*}\, b\,(bb)^*$$

$$= (aa)^*(bb)^* + \underline{(aa)^* a}\, b\,(bb)^*$$

$$= (aa)^*(\lambda + ab)(bb)^*$$



ادامهٔ معادلات :

٣. ✓

$$\boxed{\alpha\alpha^* + \lambda = \alpha}$$

$$L(\alpha^*) = \{\lambda, \alpha, \alpha\alpha, \alpha\alpha\alpha, \ldots\}$$

$$L(\alpha\alpha^*) = \{\alpha, \alpha\alpha, \alpha\alpha\alpha, \ldots\}$$

٤. ✓

$$\boxed{(\alpha^*)^* = \alpha^*}$$

$$\boxed{\left(\left((\alpha^*)^*\right)^{\cdots}\right)^* = \alpha^*}$$

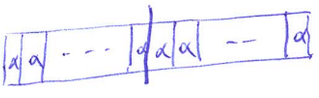
$$(\alpha^*)^* = \alpha^*$$

while (needed) do
while (needed) do
select α

while (needed) do
select α

٥. ✓

$$\boxed{\alpha^*\alpha^* = \alpha^*}$$



$$\boxed{\alpha^*\alpha^* \cdots \alpha^* = \alpha^*}$$

$$\alpha^*\alpha^* = \alpha^*$$

while (needed) do
select α
while (needed) do
select α

while (needed) do
select α

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* + \beta)^*}$$. ٤ ✓

while (needed) do
Select α or β

while (needed) do
<u>Select</u>
while (needed) do
select α

<u>or</u>
select β

$\underline{\alpha}\ \beta\beta\ \underline{\alpha\alpha\alpha}\ \beta\ \underline{\alpha}\ \beta\beta\ \underline{\alpha\alpha}\ \beta$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)^*}$$

while (needed) do
<u>select</u>
while (needed) do
select α

<u>or</u>
while (needed) do
select β

$\underline{\alpha}\ \underline{\beta\beta}\ \underline{\alpha\alpha\alpha\beta}\ \underline{\alpha\beta\beta\alpha\alpha}\ \underline{\beta}$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha+\beta)^*}$$

while (needed) do
select α
while (needed) do
select α or β

$\underline{\alpha\alpha\alpha}\,\beta\alpha\beta\beta\alpha\alpha\beta\alpha\beta\beta\alpha\beta$

$$(\alpha+\beta)^* = (\alpha+\beta)^*\beta^*$$

$$(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha+\beta)^*\beta^*$$

$$(\alpha+\beta)^* = \beta^*(\alpha+\beta)^*\alpha^*$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*+\beta^*)^*\beta^*$$

6 + 7 →

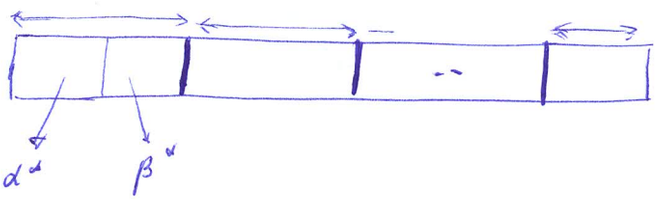
$$(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\alpha^*+\beta)^*\beta^*$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^{\alpha} = (\alpha^{\alpha}\beta^{\alpha})^{\alpha}}$$

. ٨

while (needed) do
  while (needed) do
    select α
  while (needed) do
    select β



$\underline{\alpha\alpha\beta}\ \underline{\alpha\beta\beta\beta}\ \underline{\alpha\alpha\beta\beta}\ \underline{\alpha\beta}\ \underline{\alpha}$

$$(\alpha+\beta)^{\alpha} = \frac{\dfrac{\alpha^{\alpha}\beta^{\alpha}\dfrac{(\alpha^{\alpha}\beta^{\alpha})^{\alpha}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}\ \dfrac{\dfrac{(\alpha^{\alpha}+\beta)^{\alpha}\beta^{\alpha}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}\ \dfrac{(\alpha+\beta^{\alpha})^{\alpha}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}}{(\alpha+\beta)^{\alpha}}$$

$$\boxed{\beta(\alpha\beta)^* = (\beta\alpha)^*\beta}$$

.9 ✓

$\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta$

$$\boxed{(\alpha\beta+\alpha)^*\alpha = \alpha(\beta\alpha+\alpha)^*}$$

$\alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\alpha\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha\beta\ \alpha$

$$\beta(\alpha\beta+\alpha)^* \neq (\beta\alpha+\alpha)^*\beta$$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = \alpha^*(\beta\alpha^*)^*}$$

.I. ✓

$\alpha\,\alpha\,\beta\alpha\alpha\beta\alpha\beta\alpha\alpha\alpha\,\beta$

$$\boxed{\alpha^*(\beta\alpha^*)^* = (\alpha^*\beta)^*\alpha^*}$$

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta)^*\alpha^*}$$

$\alpha\alpha\,\beta\alpha\alpha\beta\alpha\beta\alpha\alpha\alpha\,\beta\,\alpha\alpha$

```
while (needed) do
  Select
    [ while (needed) do
        Select α
    [ Select β
while (needed) do
  Select α
```

$$\boxed{(\alpha+\beta)^* = (\alpha^*\beta)^* + (\beta^*\alpha)^*}$$

.II ✓

α	α	β	α	α	β	β	α	α	α	β	

α	α	β	α	α	β	β	α	α	α	α	α

<u>Select</u>

```
while (needed) do
  [ Select
      while (needed) do
          Select α
  [ Select β
```

<u>or</u>

```
while (needed) do
  [ Select
      while (needed) do
          Select β
  [ Select α
```

کدام یک از تساوی های زیر درست نیست؟

الف: $(\alpha^* + \beta)^* = (\alpha^* \beta^* \alpha^*)^*$

ب: $(\alpha^* \beta)^* \alpha^* = \beta^* (\alpha \beta^*)^*$

ج: $(\alpha^* \beta \alpha^*)^* + \alpha^* = (\beta^* \alpha^*)^*$

د: $\alpha + \phi = \alpha, \quad \alpha + \lambda = \alpha$

توضیحات: در گزینه د $\alpha + \phi = \alpha$ درست است ولی $\alpha + \lambda$ لزوماً برابر α نیست.

گزینه ب: $(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* \beta)^* \alpha^* = \beta^* (\alpha \beta^*)^*$

گزینه ج: $(\alpha+\beta)^* = (\beta^* \alpha^*)^* = (\alpha^* \beta \alpha^*)^* + \alpha^*$

گزینه الف: $(\alpha+\beta)^* = (\alpha^* + \beta)^* = (\alpha^* \beta^* \alpha^*)^*$

نشان دهید که عبارات منظم زیر مجموعه تمامی رشته‌های متشکل از الفبای $\Sigma=\{a,b\}$ که حداقل یک a داشته باشد را توصیف می‌کنند.

$$R_1 = (a+b)^* a (a+b)^*$$

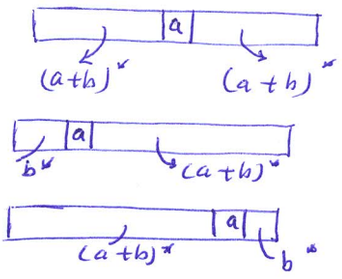
$$R_2 = b^* a (a+b)^*$$

$$R_3 = (a+b)^* a b^*$$

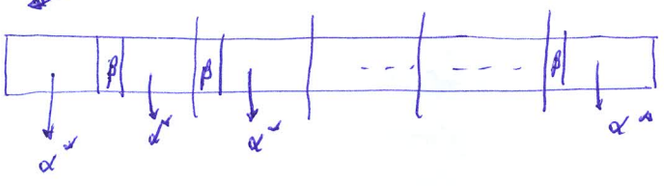
$$R_4 = (b^* a b^*)(b^* a b^*)^*$$

$$R_5 = (b^* a a^* b^*)(b^* a a^* b^*)^*$$

$$R_6 = a^* (b a^*)^* a b^*$$



$$\alpha^* (\beta \alpha^*)^* = (\alpha+\beta)^*$$



$$\Downarrow$$

$$a^* (b a^*)^* a b^* = \underbrace{(a+b)^* a b^*}_{R_3}$$

- کدام یک از عبارت منظم روی $\Sigma=\{0,1\}$ توصیف کننده همه رشته هایی است که به 01 ختم نمی شوند؟

الف: $(0+1)^*(10+11+00)+\lambda$

ب: $(0+1)^*(0+11)+1+\lambda$

ج: $(0+1)^*(10+11+00)$

د: $(0+1)^*(0+11)+0+\lambda$

توضیحات: عبارات منظم الف، ج و د رشته 1 را توصیف نمی کنند.

- عبارت منظم $11^*(0+10)0$ با کدام یک از عبارات زیر معادل است؟

الف: $1^*(00^*1)(00^*1)$

ب: $1^*(000^*1)$

ج: $1^*(1^*10)$

د: $1^*(0^*11)(0^*11)$

توضیحات: کوتاه‌ترین رشته‌ای که توسط عبارت منظم داده شده قابل توصیف است رشتهٔ 011 است. این رشته عضو زبان عبارت گزینه‌های ج و د نیست؛ پس این گزینه‌ها نادرست هستند.

: عبارت منظم گزینه ب رشتهٔ 1 را شامل می‌شود در حالی که عبارت منظم داده شده این رشته را شامل نمی‌شود

- فرض کنید:

$$R_1 = b^*(\lambda + ab^*ab^*)(\lambda + ab^*)$$

$$R_2 = (\lambda + b^*a)(\lambda + b^*ab^*a)b^*$$

$$R_3 = b^*(ab^*(\lambda + ab^*a) + b^*ab^*ab^*a)$$

کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف: $R_1 = R_2,\ R_3 = R_2$

ب: $R_1 \neq R_2,\ R_3 = R_2$

ج: $R_1 \neq R_2,\ R_3 = R_1$

د: $R_1 = R_2,\ R_3 \neq R_2$

توضیحات: با به کارگیری خاصیت پخش‌پذیری الحاق نسبت به اجتماع (انتخاب) روی عبارات منظم R_1 و R_2 داریم

$$R_1 = R_2 = b^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*$$

: عبارت منظم R_3 رشته‌های با الگوی b^* را تولید نمی‌کند در حالی که توسط R_1 تولید می‌شوند؛ پس گزینه د صحیح است.

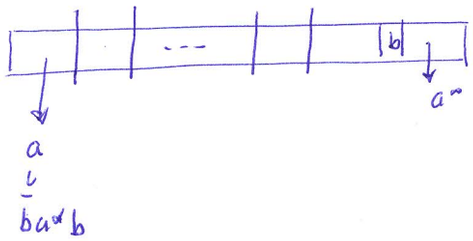
- کدامیک از عبارات زیر بطوری که تمام رشته‌های متشکل از a و b که دارای تعدادی فرد b می‌باشند را توصیف می‌کند؟

الف: $ba^*(a+ba^*b)^*$

ب: $ab^*(ab^*ab^*)^*$

ج: $a^*b(a^*ba^*b)^*$

د: $(a+ba^*b)^*ba^*$ →



توضیحات: رشته‌های توصیف شده توسط عبارت منظم الف همواره با b شروع می‌شوند.

: در عبارت منظم ب b های زوج نیز قابل توصیف نیستند و رشته‌ها با a شروع می‌شوند

: در عبارت منظم ج رشته‌ها به b ختم می‌شوند

- عبارات منظم زیر را در نظر بگیرید:

$$R_1 = b^* a (a+b)^*$$

$$R_2 = (a+b)^* a (a+b)^*$$

$$R_3 = (a^* b^*)^* a b^* \longrightarrow (a+b)^* a b^*$$

$$R_4 = (a+b)^* a b^*$$

کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

الف: $R_1 \neq R_2$, $R_1 = R_2$

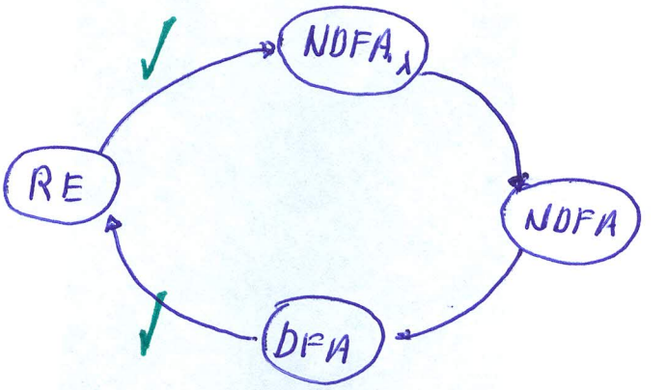
ب: $R_1 \neq R_4$, $R_1 = R_2$

ج: $R_2 = R_3$, $R_1 = R_4$

د: $R_2 = R_3$, $R_3 \neq R_4$

توضیحات: تمامی عبارات منظم داده شده معادلند و همگی تمامی رشته های متشکل از a و b که لااقل یک a را شامل می شوند را توصیف می کنند.

ادامه بحث در بارهٔ تئوری زبانهای منظم (نوع سوّم)



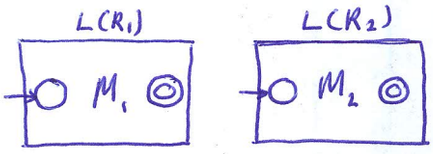
- رویه تبدیل RE به NDFAλ

1. ϕ :

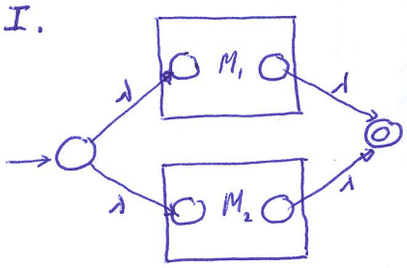
2. λ :

3. $a \in \Sigma$:

4.

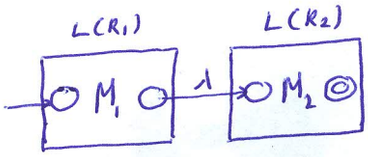


I.



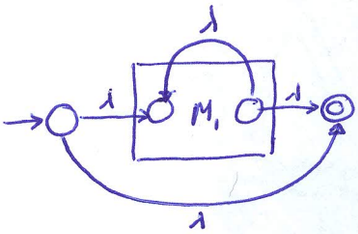
$$L(R_1+R_2) = L(R_1) \cup L(R_2)$$
$$= \{x \mid x \in L(R_1) \text{ or } x \in L(R_2)\}$$

II.



$$L(R_1 R_2) = L(R_1) L(R_2)$$
$$= \{xy \mid x \in L(R_1), y \in L(R_2)\}$$

III.



$$L(R_1^*) = L(R_1)^*$$
$$= \{x \mid x = x_1 x_2 \cdots x_i,\ i \geq 0,\ x_i \in L(R_1)\}$$

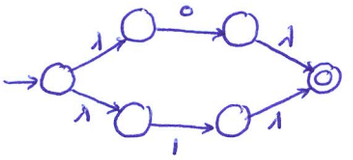
- یک $NDFA_\lambda$ برای عبارت منظم زیر بدست آورید:

$$R = (0+1)^*(11+0)$$

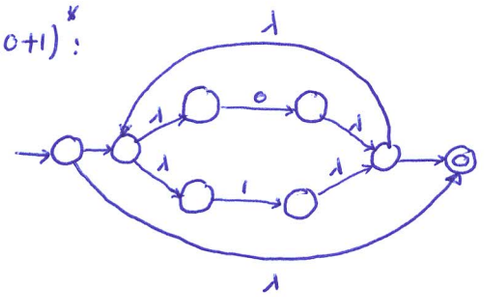
0 :

1 :

$(0+1)$:

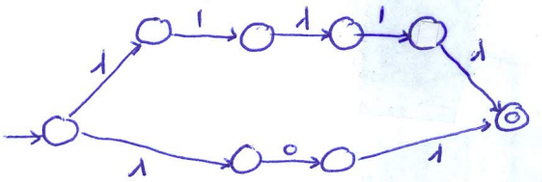


$(0+1)^*$:

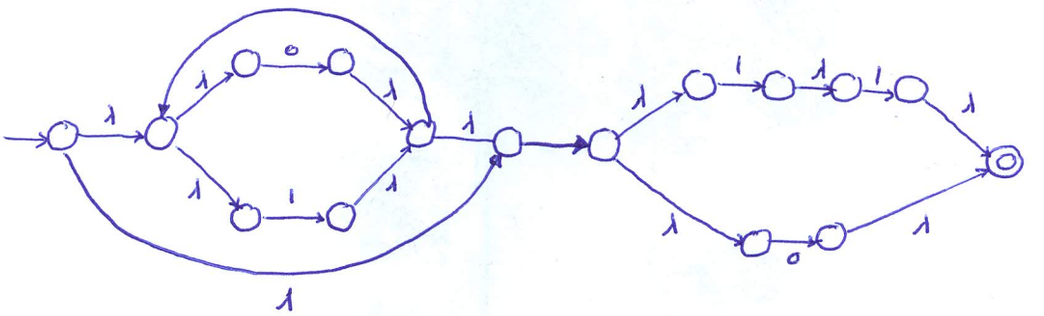


11 :

$(11+0)$:



$(0+1)^*(11+0)$:



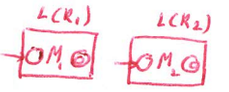
روش تبدیل $NDFA_\lambda \sim RE$

1. ϕ :

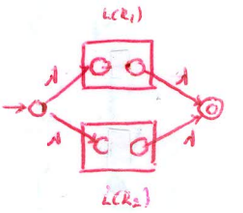
2. λ :

3. $a \in \Sigma$:

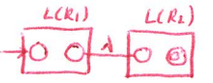
4.



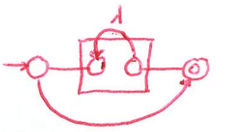
I.

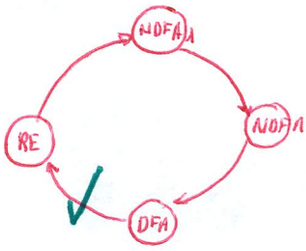


II.



III





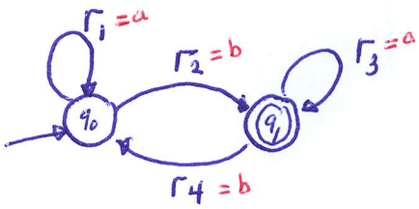
- تبدیل DFA به RE

- گراف انتقال : $p \xrightarrow{a \in \Sigma} q$ (Transition Graph)

- گراف انتقال تعمیم یافته (Generalized Transition Graph)

$p \xrightarrow{r} q$

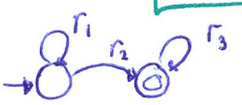
- یک عبارت منظم برای زبانی که ماشین زیر می‌پذیرد پیدا کنید.



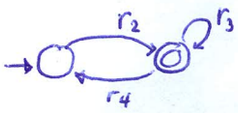
$R = a^*b(ba^*b + a)^*$

$$\boxed{R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2 + r_3)^*}$$

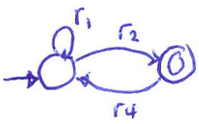
- حالات خاص



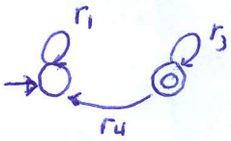
$R = r_1^* r_2 r_3^*$



$R = r_2 (r_4 r_2 + r_3)^*$

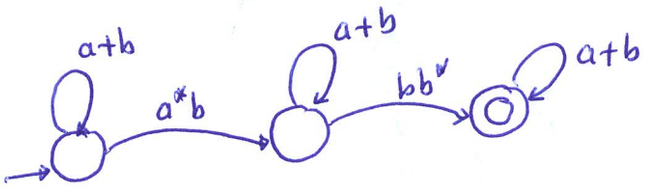


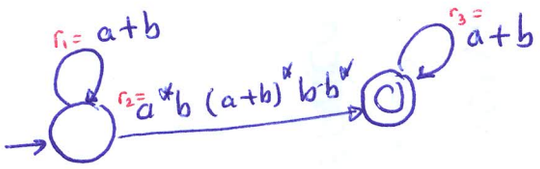
$R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2)^*$

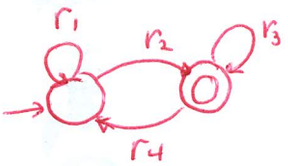


$R = \phi$

- یک عبارت منظم برای زبان ماشین زیر الت آورید :







$R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2 + r_3)^*$

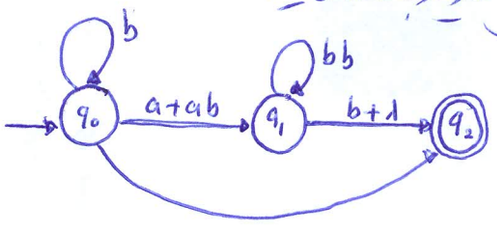
$R = r_1^* r_2 r_3^*$

$$R = (a+b)^* a^* b (a+b)^* b b^* (a+b)^*$$

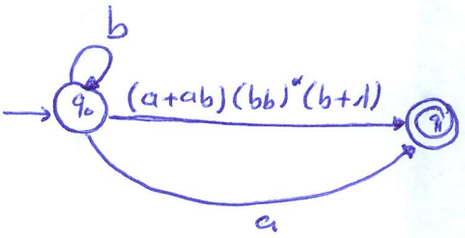
$$\Downarrow$$

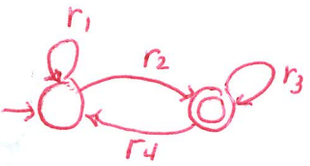
$$R = (a+b)^* b (a+b)^* b (a+b)^*$$

یک عبارت منظم برای ماشین متناهی زیر بدست آورید:

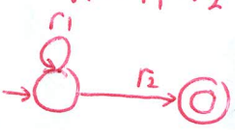


$\Downarrow$



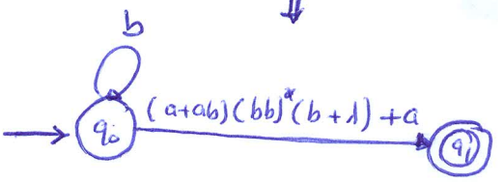


$R = r_1^* r_2 (r_4 r_1^* r_2 + r_3)^*$



$R = r_1^* r_2$

$\Downarrow$

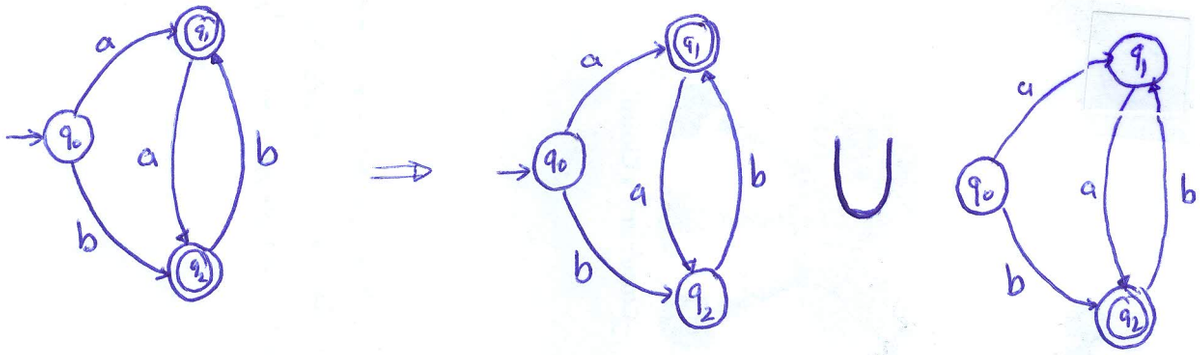


$\Downarrow$

$$\boxed{R = b^*((a+(a+ab)(bb)^*(b+\lambda))}$$

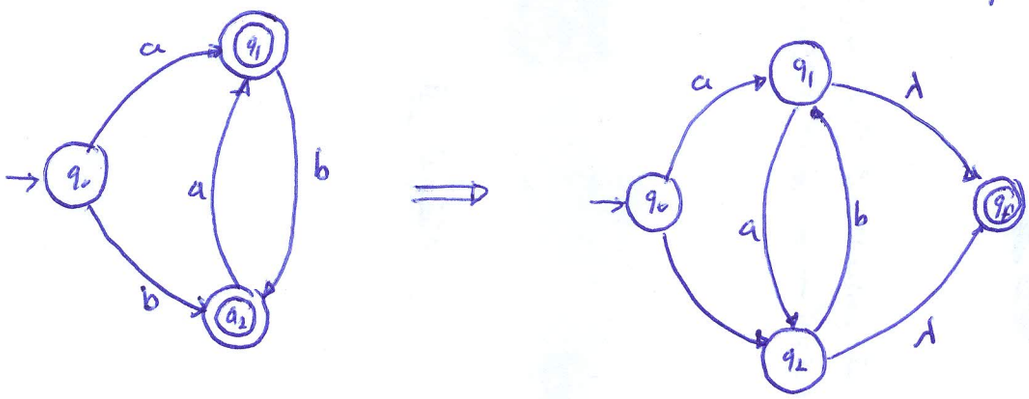
✓ - اگر ماشین شما بیش از یک حالت نهائی داشته باشد.

راه حل اول:

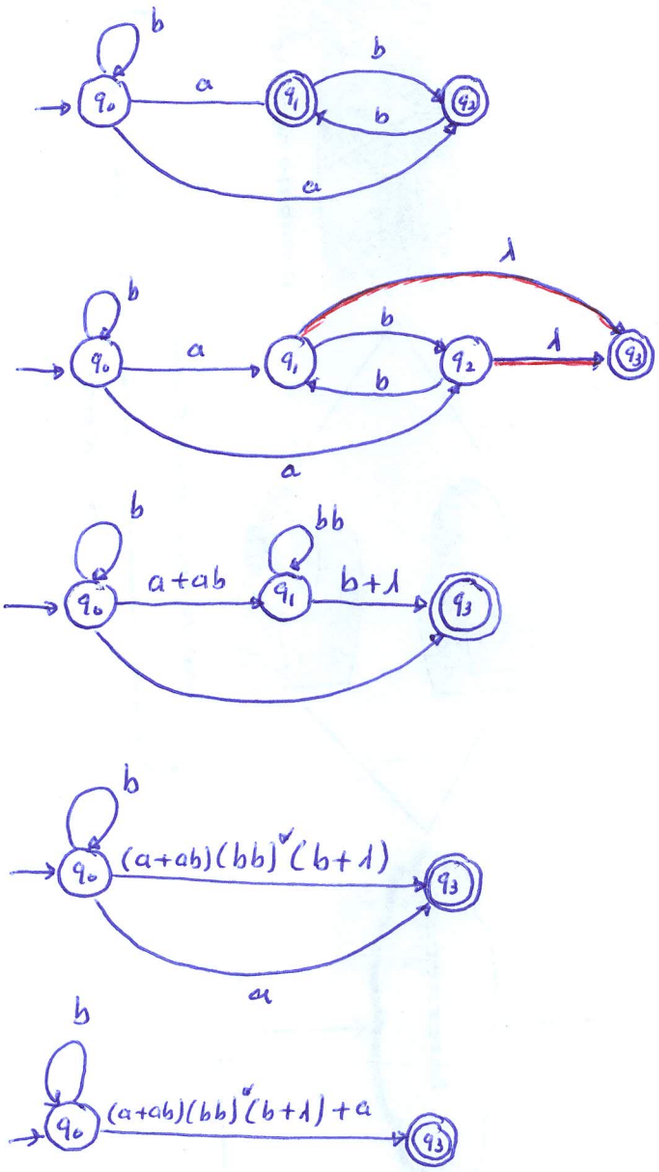


$$R = R_1 + R_2$$

راه حل دوم:



۱- یک عبارت منظم برای ماشین تناهی زیر بدست آورید:

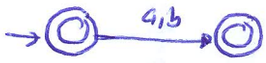


$$R = b^*\left(a + (a+ab)(bb)^*(b+\lambda)\right)$$

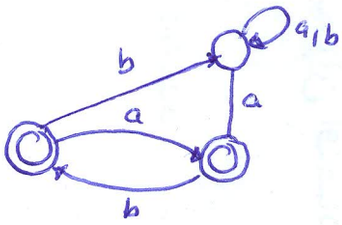
✓ ـ کدام یک از DFA های زیر زبان عبارت منظم $R = (a^*(b+\lambda)a^*)^*$ را می‌پذیرد؟

الف :

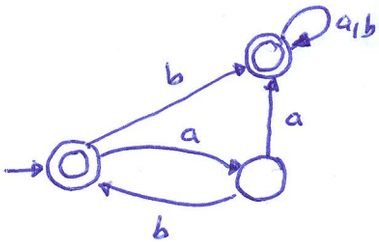
ب :



ج :



د :



توضیحات : ـ

$$
\begin{aligned}
R &= (a^*(b+\lambda)a^*)^* \\
&= (a^*ba^* + a^*a^*)^* \\
&= (a^*ba^* + a^*)^* \\
&= (a^*ba^* + a)^* \\
&= (a+b)^*
\end{aligned}
$$

ـ ماشین د ، رشتهٔ a را نمی‌پذیرد.

ـ ماشین ج ، رشتهٔ b را نمی‌پذیرد.

ـ ماشین ب ، رشته‌های با طول بزرگتر از یک را نمی‌پذیرد.

نکته

✓ نشان دهید برای هر زبان منظم که شامل رشته λ نباشد یک گرامر خطی راست وجود دارد که در آن قواعد بشکل زیر باشند:

$$\begin{cases} A \to aB \\ A \to a \end{cases} , \quad A, B \in V, \ a \in T$$

یک گرامر منظم (نوع سوم) است اگر قواعد شکل زیر باشند:

خطی راست: $\begin{cases} A \to xB \\ A \to x \end{cases}$ or خطی چپ: $\begin{cases} A \to Bx \\ A \to x \end{cases}$

$A, B \in V, \ x \in T^*$

$A \to a_1 a_2 \cdots a_n B$

$A \to a_1 X_1$
$X_1 \to a_2 X_2$
$X_2 \to a_3 X_3$
$\vdots$
$X_{n-1} \to a_n B$

$A \to abbB$

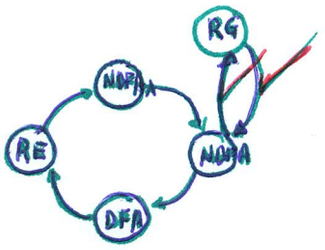
$A \to aX_1$
$X_1 \to bX_2$
$X_2 \to bB$

$A \to a_1 a_2 \cdots a_n$

$A \to a_1 X_1$
$X_1 \to a_2 X_2$
$X_2 \to a_3 X_3$
$\vdots$
$X_{n-1} \to a_n$

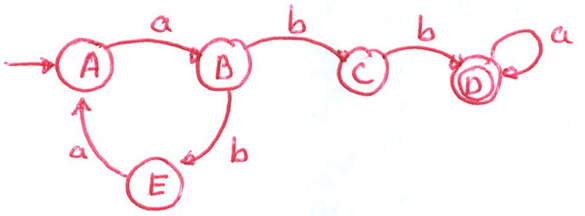
$A \to abb$

$A \to aX_1$
$X_1 \to bX_2$
$X_2 \to b$



تبدیل NDFA به RG

Given : $NDFA = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ accepting L



فرض: زبان شامل λ نمی باشد

Find : $RG = (V, T, P, S)$ Defining L

$V = Q = \{A, B, C, D, E\}$

$S = q_0 = A$

$T = \Sigma$

$P = ?$ "محدودهٔ قواعد از روی δ پیدا می شود"

- Add $p \to aq$ to P if $\delta(p, a) = q$ for $q \notin F$
- Add $p \to aq$ and $p \to a$ to P if $\delta(p, a) = q$ for $q \in F$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} A \to aB, \\ B \to bE \\ E \to aA \\ B \to aC \\ C \to bD, C \to b \\ D \to aD, D \to a \end{array} \right\}$$

- تبدیل RG به NDFA

Given: $RG = (V, T, P, S)$ Defining L

$$P = \{ A \to aB,\ B \to bE,\ E \to aA,\ B \to aC,\ C \to bD,\ C \to b,\ D \to aD,\ D \to a \}$$

$V = \{A, B, C, D, E\}$

$S = A$

$T = \{a, b\}$

توضیح: زبان شامل λ نمی باشد.

Find: $NDFA = (Q, T, \delta, q_0, F)$ accepting L

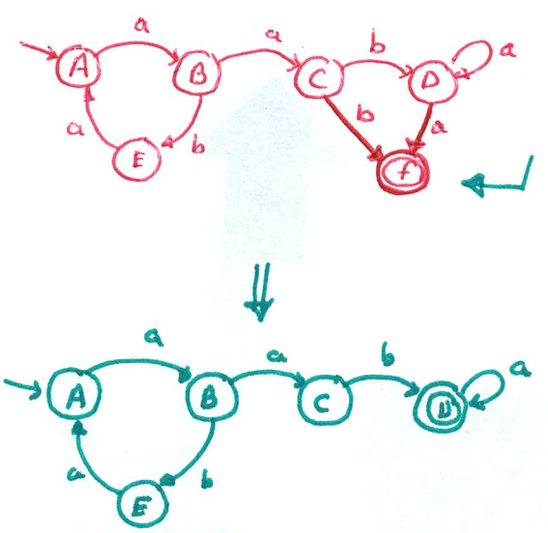
$Q = V \cup \{f\} = \{A, B, C, D, E, f\}$

$q_0 = S = A$

$T = \Sigma$

δ: "δ از روی قوانین قواعد بدست می آید"

- Create $\delta(q, a) = p$ if $q \to ap$ is in P
- Create $\delta(q, a) = f$ if $q \to a$ is in P



- یک گرامر منظم که معکوس زبان گرامر منظم زیر را توصیف می‌کند بدست آورید.

G:
$$S \longrightarrow abA$$
$$A \longrightarrow bbB$$
$$B \longrightarrow aaA \mid b$$

$$R = ab(bbaa)^{*}bbb$$

G:
$$\boxed{\begin{aligned} S &\longrightarrow Aba \\ A &\longrightarrow Bbb \\ B &\longrightarrow Aaa \mid b \end{aligned}}$$

$$R = bbb(aabb)^{*}ba$$

- این روش برای گرامرهای مستقل از متن هم کار می‌کند.

- گرامر خطی راست زیر را به گرامر خطی چپ معادل تبدیل کنید:

$$G: \boxed{\begin{aligned} S &\longrightarrow abA \\ A &\longrightarrow bbB \\ B &\longrightarrow aaA \mid b \end{aligned}}$$

خطی راست

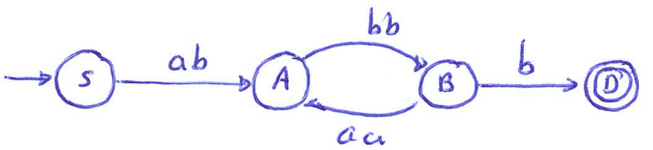
$$R = ab(bbaa)^{*}bbb$$

ab bbaabbaabbaabbaabbaabbaabbaabbb

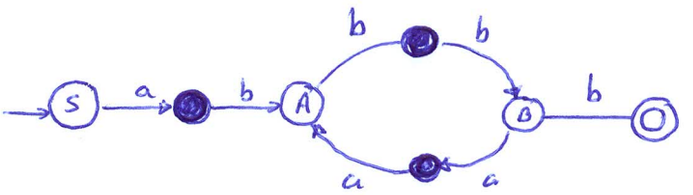
$$R = abbb(aabb)^{*}b$$

خطی چپ

$$G: \boxed{\begin{aligned} S &\longrightarrow Db \\ D &\longrightarrow Daabb \mid abbb \end{aligned}}$$



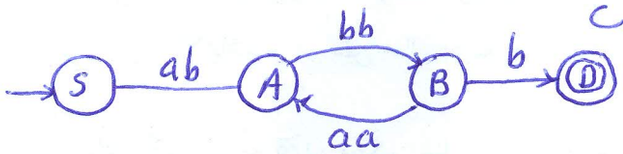
گراف انتقال تعمیم یافته



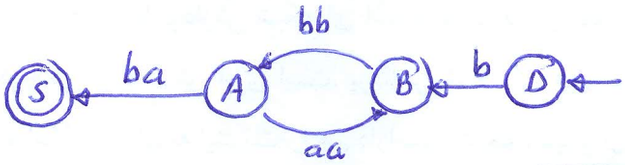
- گرامر خطی راست زیر را به گرامر خطی چپ معادل تبدیل کنید:

$S \longrightarrow abA$
$A \longrightarrow bbB$
$B \longrightarrow aaA \mid b$

- ماشین شناسی معادل



- ماشین شناسی که معکوس زبان گرامر فوق را می پذیرد:



- گرامر خطی راست که معکوس زبان گرامر فوق را می پذیرد:

$D \longrightarrow bB$
$B \longrightarrow bbA$
$A \longrightarrow aaB \mid baS$
$S \longrightarrow \lambda$

- گرامر خطی از چپ که معادل گرامر $S \longrightarrow abA,\ A \longrightarrow bbB,\ B \longrightarrow aaA$, $B \longrightarrow b$ می باشد.

$$\boxed{\begin{array}{l} D \longrightarrow Bb \\ B \longrightarrow Abb \\ A \longrightarrow Baa \mid Sab \\ S \longrightarrow \lambda \end{array}}$$

- نکات مهم

- برای هر عبارت منظم R یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(R)$ و بالعکس برای هر گرامر منظم G یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L(R)=L(M)$.

- برای هر ماشین تناهی (قطعی یا غیر قطعی) M یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L(R)=L(M)$ و بالعکس برای هر عبارت منظم R یک ماشین تناهی M وجود دارد به طوریکه $L(M)=L(R)$.

- برای هر گرامر منظم G یک ماشین تناهی (قطعی یا غیر قطعی) M وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(M)$ و بالعکس برای هر ماشین تناهی M یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L(G)=L(M)$.

- برای هر زبان منظم L یک گرامر منظم G وجود دارد بطوریکه $L=L(G)$،
- برای هر زبان منظم L یک عبارت منظم R وجود دارد بطوریکه $L=L(R)$.
- برای هر زبان منظم L یک ماشین تناهی (قطعی یا غیر قطعی) M وجود دارد بطوریکه $L=L(M)$.

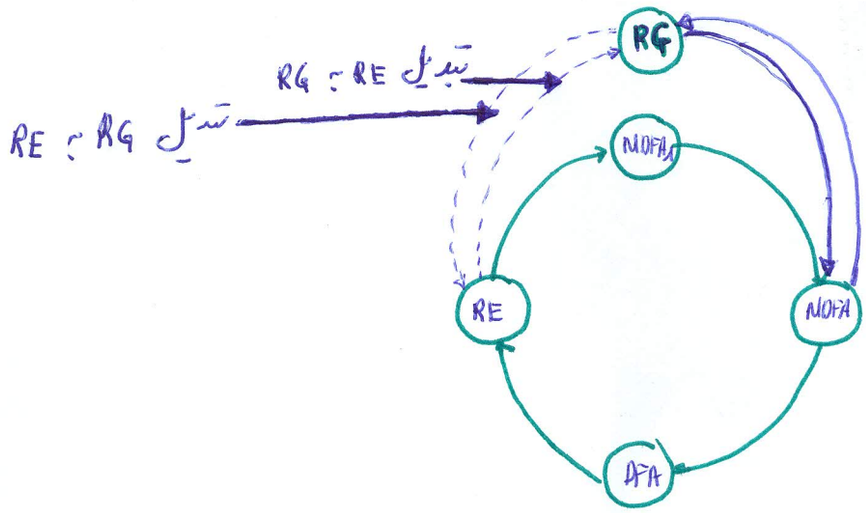
عبارات منظم، گرامرهای منظم و همچنین ماشین‌های تناهی، روش‌های توصیف رسمی (صوری) زبان‌های منظم هستند و دارای قدرت یکسانی می‌باشند

- ادامهٔ نکات مهم

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر بتوان آن را با استفاده از یک عبارت منظم توصیف کرد.

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر یک پذیرندهٔ متناهی برای آن وجود داشته باشد.

- زبان L منظم است اگر و تنها اگر بتوان آن را با استفاده از یک گرامر منظم توصیف کرد.



$R = (a+b)$

$$\boxed{S \to a \mid b}$$

$R = aa^*b$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \to aA \\ A \to aA \mid b \end{array}}$$

$R = a^*(a+b)$

$$\boxed{S \to aS \mid \cancel{a} \mid b}$$

$R = aa^* + a^*b(a+b)^*aa$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \to aS \mid a \mid bB \\ B \to aB \mid bB \mid aa \end{array}}$$

$R = aa^*bb^* + (aba)^*$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \to A \mid C \\ A \to aA \mid aB \\ B \to bB \mid b \\ C \to abaC \mid \lambda \end{array}}$$

$$R = a^*(baa^*)^*(b+\lambda)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \longrightarrow aS \mid A \\ A \longrightarrow baD \mid B \\ D \longrightarrow aD \mid A \\ B \longrightarrow b \mid \lambda \end{array}}$$

$$R = (a(a+b)^*)^*$$

$$\boxed{\begin{array}{l} S \longrightarrow aA \mid \lambda \\ A \longrightarrow aA \mid bA \mid \lambda \mid S \end{array}}$$

- عبارت منظم زبان گرامر زیر چیست؟

$S \rightarrow aB \mid cB$

$B \rightarrow abB \mid cbB \mid acB \mid \lambda$

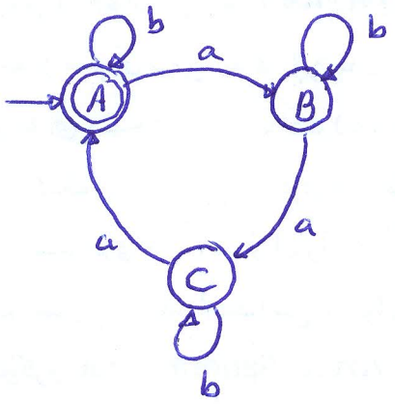
الف: $(a+c)(a+b+c)^*$

ب: $(aa^*+cc^*+b^*)^*$

ج: $(aa^*+cc^*+ab+cb+ac)^*$

د: $(a+c)(ab+cb+ac)^*$

- پذیرنده زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر توصیف کننده زبان این پذیرنده می‌باشد؟



الف:
$A \to bA \mid aB \mid \lambda$
$B \to bB \mid aC \mid \lambda$
$C \to bC \mid aA \mid a$

ب:
$A \to bA \mid aB$
$B \to bB \mid aC$
$C \to bC \mid aA \mid \lambda$

ج:
$A \to aBaCaA \mid b$
$B \to aCaAaB \mid b$
$C \to aAaBaC \mid b$

د:
$A \to bA \mid aB \mid \lambda$
$B \to bB \mid aC$
$C \to bC \mid aA$

- کدامیک از معادلات زیر برای عبارات منظم برقرار است؟

الف: $(r^*s^*)^* = (r+s)^*$

ب: $\emptyset^* = \lambda$

ج: $(rs+r)^*r = r(sr+r)^*$

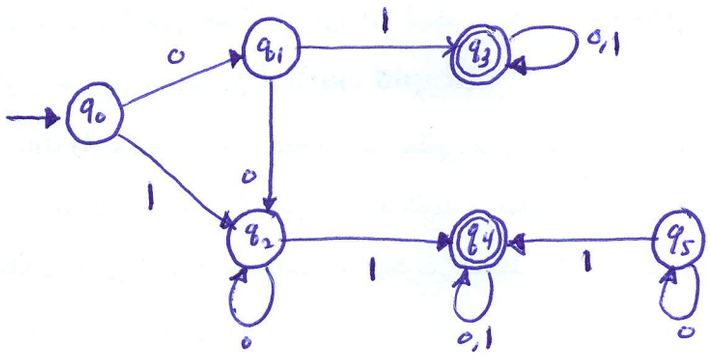
د: همه موارد

توضیحات:

ج:

rs rs r r r rs rs r r rs rs r

- زبان پذیرفته شده توسط ماشین تناهی زیر چیست؟



الف : $(0+1)(0+1)^*1(0+1)(0+1)^*$

ب : $(0+1)0^*1(0+1)^*$

ج : $01(0+1)^*+100^*1(0+1)^*$

د : $(0+1)011^*(0+1)^*$

توضیحات :

$$01(0+1)^*+(00+1)0^*1(0+1)^* \equiv$$
$$(0+000^*+10^*)1(0+1)^* \equiv$$
$$\boxed{(0+1)0^*1(0+1)^*}$$

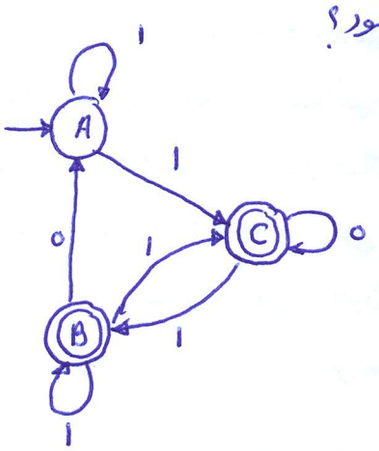
$$\boxed{(0+000^*+10^*) \equiv (0+1)0^*}$$

گرامر G را در نظر بگیرید:

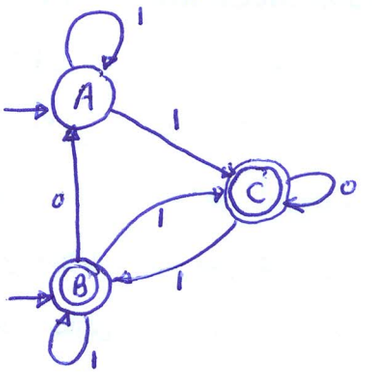
$$S \rightarrow 1 \mid A \mid B$$
$$A \rightarrow 1A \mid 1$$
$$B \rightarrow 1C \mid 0A \mid 1B \mid 1$$
$$C \rightarrow 1B \mid 0C \mid 0 \mid 1$$

L(G) توسط کدام یک از ماشین‌های زیر پذیرفته می‌شود؟

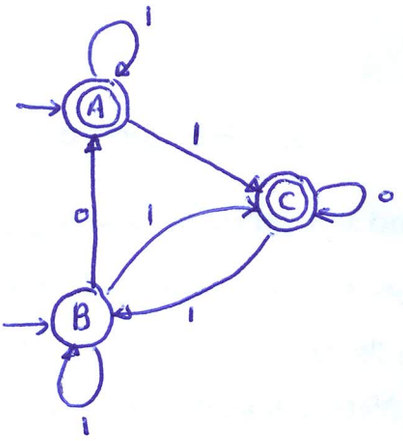
الف:



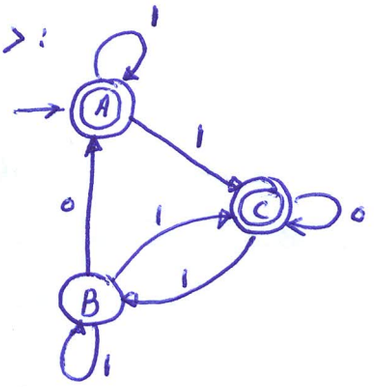
ب:



ج:



د:



توضیحات: گرامر داده شده رشته 1 را تولید می‌کند در حالی که ماشین گزینه الف این رشته را نمی‌پذیرد، پس گزینه الف رد می‌شود.

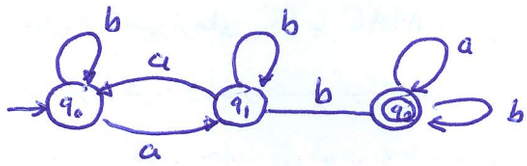
: ماشین گزینه ج رشته 0 را می‌پذیرد در حالی که این رشته از S مشتق نمی‌شود، پس گزینه ج نیز نادرست است.

: این گرامر رشته‌هایی که با 0 شروع می‌شوند را تولید می‌کند در حالی که گزینه د این قبیل رشته‌ها را نمی‌پذیرد، پس گزینه د نیز نادرست است.

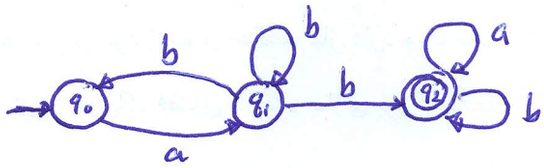
- کدام یک از ماشین‌های شناسایی زیر زبان عبارت منظم زیر را می‌پذیرد؟

$$R = (b + ab^*a)^* ab^* b (a+b)^*$$

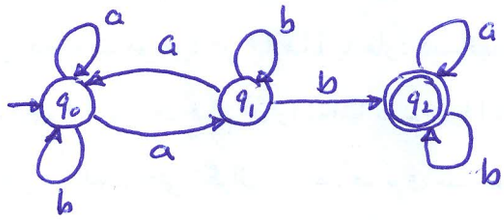
الف :



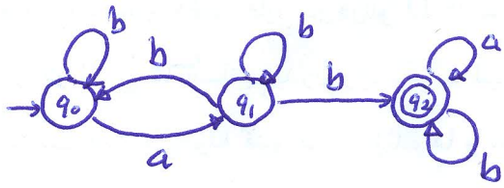
ب :



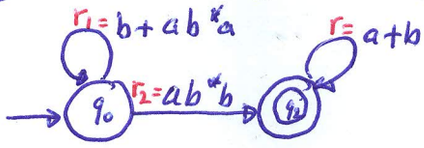
ج :

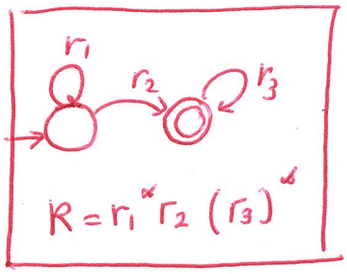


د :



توضیحات: گراف استفاده تعمیم یافته گزینه الف به شکل زیر است.





$$R = (b + ab^*a)^* ab^* b (a+b)^*$$

- نشان دهید برای هر زبان منظم می‌توان یک گرامر خطی راست به دست آورد که قواعد به شکل زیر باشند:

$$\begin{cases} A \longrightarrow aB \\ A \longrightarrow \lambda \end{cases} , \quad A, B \in V, \ a \in T$$

یک گرامر از نوع منظم (نوع سوم) است اگر قواعد شکل زیر باشند:

خطی راست

$$\begin{cases} A \longrightarrow xB \\ A \longrightarrow x \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} A \longrightarrow Bx \\ A \longrightarrow x \end{cases}$$

خطی چپ

$A, B \in V, \ x \in T^*$

$$\underline{A \longrightarrow abcB}$$

$$A \longrightarrow aX_1$$
$$X_1 \longrightarrow bX_2$$
$$X_2 \longrightarrow cB$$

$$\underline{A \longrightarrow abc}$$

$$A \longrightarrow aX_1$$
$$X_1 \longrightarrow bX_2$$
$$\boxed{X_2 \longrightarrow c}$$

$$\underline{A \longrightarrow a}$$

$$A \longrightarrow aF$$
$$\underline{F \longrightarrow \lambda}$$

تبدیل RG به NDFA (زبان شامل λ می‌باشد)

Given: $G = (V, T, P, S)$ defining L

$S \to baA \mid bB$
$A \to aA \mid bbB$
$B \to d$

$\Rightarrow$

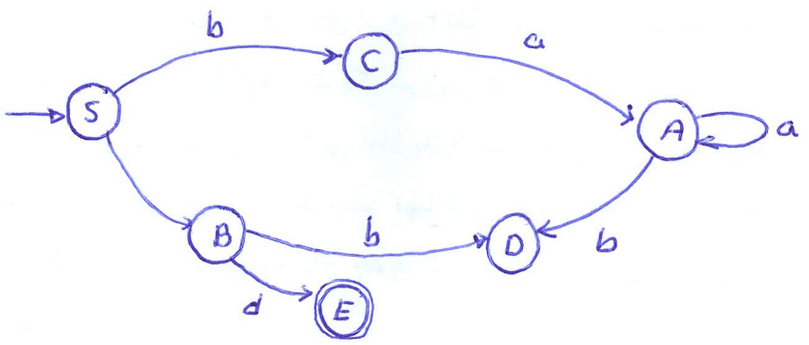
$S \to bC \mid bB$
$C \to aA$
$A \to aA \mid bD$
$D \to bB$
$B \to dE$
$E \to \lambda$

Find $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ accepting L

$Q = V$
$q_0 = S$
$\Sigma = T$

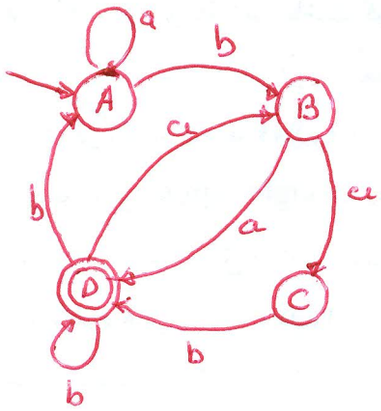
δ : ?

- create $\delta(A, a) = B$ if $A \to aB$ is in P
- Add A to F if $A \to d$ is in P
- Create $\delta(A, \lambda) = B$ if $A \to B$ is in P $(A \to \lambda B)$



- تبدیل NDFA به RG (فرض: زبان شامل λ می‌باشد)

Given: $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ accepting L



Find: $G = (V, T, P, S)$ defining L

$V = Q = \{A, B, C, D\}$

$T = \Sigma$

$S = q_0 = A$

$P = ?$

- Add $A \to aB$ to P if $\delta(A, a) = B$
- Add $A \to B$ to P if $\delta(A, \lambda) = B$
- For every $A \in F$, Add $A \to \lambda$ to P

G: $A \to aA \mid bB$

$B \to aC \mid aD$

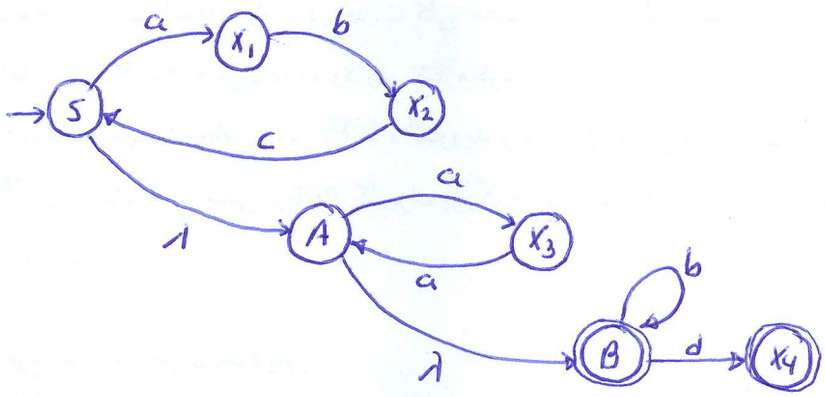
$C \to bD$

$D \to bA \mid aB \mid bD \mid \lambda$

گرامر منظم زیر را به NDFA تبدیل کنید:

$$G: \begin{aligned} S &\to abcS \mid A \\ A &\to aaA \mid B \\ B &\to bB \mid d \mid \lambda \end{aligned}$$

$$\hat{G}: \boxed{\begin{aligned} S &\to aX_1 \mid A \\ X_1 &\to bX_2 \\ X_2 &\to cS \\ A &\to aX_3 \mid B \\ X_3 &\to aA \\ B &\to bB \mid dX_4 \mid \lambda \\ X_4 &\to \lambda \end{aligned}}$$



- کدام عبارت منظم زبان گرامر زیر را تعریف می‌کند؟

$$\boxed{\begin{array}{l} S \rightarrow T \mid D \\ T \rightarrow aT \mid bD \\ D \rightarrow bD \mid aT \mid \lambda \end{array}}$$

الف: $(a^*b^*+\lambda)(b+aa^*b^*)^*$

ب: $a^*b(b^*+aa^*b)^*$

ج: $(a+b)^*$

د: $(a^*b+\lambda)b^*(aa^*bb^*)^*$