第2章

△ 输入输出、传递函数与状态空间模型

○ $$\begin{cases} \dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}u \\ y=[1\ 0\ \cdots\ 0]x \end{cases}$$

○ $$\begin{cases} \beta_0=b_0 \\ \beta_1=b_1-a_1\beta_0 \\ \beta_2=b_2-a_2\beta_0-a_1\beta_1 \\ \beta_3=b_3-a_3\beta_0-a_2\beta_1-a_1\beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n=b_n-a_1\beta_{n-1}-\cdots-a_n\beta_0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1=y-\beta_0 u \\ x_2=\dot{y}-\beta_1 u-\beta_0\dot{u} \\ x_3=\ddot{y}-\beta_2 u-\beta_1\dot{u}-\beta_0\ddot{u} \\ \vdots \\ x_n=y^{(n-1)}-\beta_{n-1}u-\cdots-\beta_0 u^{(n-1)} \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix}u \\ y=[1\ 0\ \cdots\ 0]x \end{cases}$$

○ $k_i=[G(s)(s-s_i)]\big|_{s=s_i}\ (i=1,2,\cdots,n)$

$G(s)$分式并联分解成各个一阶惯性输出

$$\begin{cases} \dot{x}=\begin{bmatrix} s_1 & & & \\ & s_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & s_n \end{bmatrix}x+\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}u \\ y=[k_1\ k_2\ \cdots\ k_n]x \end{cases}$$

○ $k_i=\frac{1}{(j-1)!}\frac{d^{j-1}}{ds^{j-1}}[G(s)(s-s_i)^{l_i}]\big|_{s=s_i}$ ($i=1,2,\cdots,l_i$，l_i为s_i的重数)

$G(s)$分式串并联分解成各个一阶惯性输出

$$\begin{cases} \dot{x}=\left[\begin{array}{cc:c:c} s_1 & 1 & & \\ & s_1 & & \\ \hdashline & & s_2 & \\ \hdashline & & & \ddots \ s_n \end{array}\right]x+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \hdashline 1 \\ \hdashline 1 \end{bmatrix}u \\ y=[k_{11}\ k_{12}\ \vdots\ k_{21}\ \vdots\ k_{n1}\ k_{n2}]x \end{cases}$$

△ 转为约旦规范型

○ $x=P\bar{x}$，$\bar{x}=P^{-1}x$，$\bar{A}=P^{-1}AP$，$\bar{B}=P^{-1}B$，$\bar{C}=CP$，$\bar{D}=D$

○ 代数重数 为特征值重数

几何重数 为重特征值 线性无关特征向量数

几何重数 < 代数重数，该特征值某个独立特征向量有广义特征向量

$$\begin{cases} v_{j,1}=v_j \\ (\lambda_i I-A)v_{j,k}=-v_{j,k-1}\ (k=2,3,\cdots) \end{cases}$$

○ $\dot{x}=Ax+Bu\Rightarrow|\lambda I-A|=0\Rightarrow\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n\Rightarrow P=[p_1\ p_2\cdots p_n]\Rightarrow\dot{\bar{x}}=\bar{A}\bar{x}+\bar{B}u$

$\Rightarrow p_1,p_2,\cdots,p_n$

友矩阵 $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}$，$p_1=\begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_1^n \end{bmatrix}$，$p_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_2 & \vdots \\ \lambda_2^n & n\lambda_2 \end{bmatrix}$ $\quad p_1=\begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_1^2 \end{bmatrix}$，$p_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_2 & 1 \\ \lambda_2^2 & 2\lambda_2 \end{bmatrix}$

第3章

△ 状态方程的解

$x(t)=e^{At}x_0$

○ $(sI-A)^{-1}=\frac{\mathrm{adj}(sI-A)}{|sI-A|}$，$e^{At}=\mathcal{L}^{-1}[(sI-A)^{-1}]$，$\frac{1}{s}\Rightarrow 1$，$\frac{1}{s+a}\Rightarrow e^{-at}$，$\frac{1}{(s+a)^2}=t\cdot e^{-at}$

○ 对角阵 $A=\begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots\ \lambda_n \end{bmatrix}$，$\Phi(t)=e^{At}=\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & \\ & e^{\lambda_2 t} & \\ & & \ddots\ e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}$，块对角阵 $A=\begin{bmatrix} A_1 & & \\ & A_2 & \\ & & \ddots\ A_l \end{bmatrix}$，$\Phi(t)=e^{At}=\begin{bmatrix} e^{A_1 t} & & \\ & e^{A_2 t} & \\ & & \ddots\ e^{A_l t} \end{bmatrix}$

约旦块阵 $A=\begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & & \\ & \lambda_i & 1 & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_i \end{bmatrix}_{m_i\times m_i}$ $\quad m_i=2$，$e^{A_i t}=\begin{bmatrix} e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} \\ 0 & e^{\lambda_i t} \end{bmatrix}$，$m_i=3$，$e^{A_i t}=\begin{bmatrix} e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} & \frac{t^2}{2}e^{\lambda_i t} \\ 0 & e^{\lambda_i t} & te^{\lambda_i t} \\ 0 & 0 & e^{\lambda_i t} \end{bmatrix}$

○ $\Phi^{-1}(-t)=\Phi(t)$ $\quad [\Phi(t)]^n=\Phi(nt)$ $\quad e^{A^T t}=[e^{At}]^T$

- $x(t)=e^{At}x_0+\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)\,d\tau$

△ 判断状态转移矩阵与求解A

- 状态转移矩阵满足 $\begin{cases}\dot{\Phi}(t)=A\Phi(t)\\ \Phi(0)=I\end{cases}$

- $A=\dot{\Phi}(0)$

第4章

△ 能控能观判断

- 代数判据 $\mathrm{rank}\,Q_c=[B\ AB\ \cdots\ A^{n-1}B]=n$ $\mathrm{rank}\,Q_o=\begin{bmatrix}C\\CA\\\vdots\\CA^{n-1}\end{bmatrix}=n$

- 模态判据 A特征值一个约旦块，对应B最后一行不全为0 A特征值一个约旦块，对应C第一列不全为0
  多个约旦块，……线性无关 多个——，……线性无关.

- 推论 单输入系统Σ(A,B)的约旦规范形系统矩阵特征值有多于一个约旦块，系统不完全能控。 单输入Σ(A,C)约旦形系统矩阵特征值有多于一个约旦块，系统不完全能观，

△ 能控能观分解

- $\mathrm{rank}\,Q_c<n$ 能控分解 $\mathrm{rank}\,Q_o<n$ 能观分解
  $P_c=\begin{bmatrix}|&|&\vdots\end{bmatrix}$ $Q_c=[B\ AB]$ $P_o^{-1}=\begin{bmatrix}=&\vdots\\\cdots&\end{bmatrix}$ $Q_o=\begin{bmatrix}C\\CA\end{bmatrix}$

△ 能控能观Ⅱ形

- $T_1=[0\ \ 1][B\ AB]^{-1}=[0\ \ 1]Q_c^{-1}$ $R_1=\begin{bmatrix}C\\CA\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=Q_o^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$
  $T_{c2}^{-1}=\begin{bmatrix}T_1\\T_1A\end{bmatrix}$, T_{c2} $T_{o2}=[R_1\ \ AR_1]$, T_{o2}^{-1}
  $\tilde{x}=T_{c2}^{-1}x$ $\tilde{x}=T_{o2}^{-1}x$

第5章

△ 李雅普诺夫第二法 相关定理

$\dot{x}=f(x,t)$ ，$x_e=0$ 为平衡态

V(x)	V'(x)	结论
>0	负定 <0	渐近稳定
>0	非正定 ≤0 且不恒为0	渐近稳定
>0	非正定 ≤0 且恒为0	稳定但非渐近
>0	正定 >0	不稳定
>0	非负定 ≥0 且不恒为0	不稳定

△ 确定李雅普诺夫方程

正定对称矩阵 P ． $PA+A^TP=-I$ ，系统大范围渐近稳定

$V(x)=x^TPx$ ． $V'(x)=-x^TQx=-x^TIx$ ．

第6章

△ 状态反馈的极点配置

$\Sigma(A,B)\rightarrow\Sigma(A-BK,B)$

$$\begin{cases}\dot{x}=(A-BK)x+Bv\\ y=Cx\end{cases}$$

- 判断系统的能控性

  $Q_c=[B\ \ AB]$

  $\mathrm{rank}\,Q_c=n$

- 求能控规范型

  $T_1=[0\ \ 1]Q_c^{-1}=[0\ \ 1][B\ \ AB]^{-1}$

  $T_{c2}^{-1}=\begin{bmatrix}T_1\\ T_1A\end{bmatrix}$

- 求反馈矩阵 K

  $K=\bar{K}T_{c2}^{-1}$

  $=[a_2^*-a_2\ \ a_1^*-a_1]T_{c2}^{-1}$

△ 全维渐近状态观测器

$\Sigma(A,B,C)\rightarrow\hat{\Sigma}(A-GC,B,C)$

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})\\ \hat{y}=C\hat{x}\end{cases}$$

- 转换为能观规范型

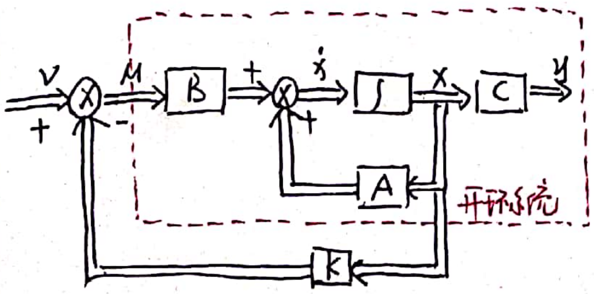
  $R_1=Q_o^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C\\cA\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$

  $T_{o2}=[R_1\ \ AR_1]$

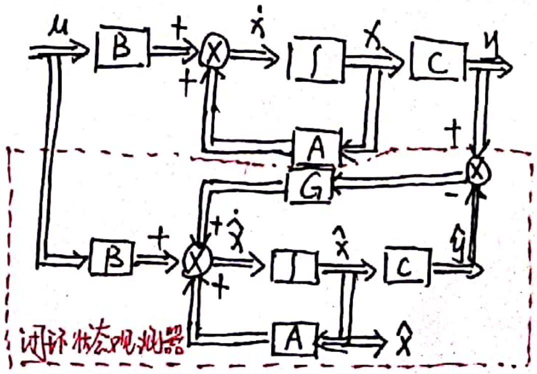
- 求反馈矩阵G

  $G=T_{o2}\bar{G}$

  $=T_{o2}[a_2^*-a_2^*\ \ a_1^*-a_1]^T$



状态反馈系统结构图



渐近状态观测器结构图

期末70%+平时30%　考勤 15%
汇报 15%

△ 7道大题　12月25日　9:30-11:30　1教212、211

√·第2章　建立系统状态空间模型

√2.3 系统的输入输出、传递函数的建模型　√例2-1、2-2、2-3、2-4　P30

√2.4 转换为约旦规范型　√例2-5、2-6、2-7、2-10、2-11　P41

√·第3章　系统的时域分析、求方程的解

√3.1 状态方程x的解　√例3-1、3-2、3-3　P86　√习题3-4、3-6　P129

√第4章　能控性 能观性

√能控能观判断　√ 代数判据　例4-1、4-2　P134　P146
模态判据　例4-3
PBH秩判据　例4-4

√能控能观分解　例4-17　P169

√能控Ⅰ、Ⅱ型、能观Ⅰ、Ⅱ型　√例4-19、4-20

√第5章　李雅普诺夫稳定性　(二)

√第二法　√定理5-4、5-5、5-6、√例5-3、5-4、5-5、5-6、5-7　P216

·第6章　状态观测器　(全维)

√极点配置　例6-2、6-3　P251

√全维状态观测器　√例6-10　P273

(渐近) 结构图