

# Курсовая 4 семестр

---

## Приложения комплексных чисел к решению геометрических задач

Задачи из первых 10 параграфов:

**Задачи:**

**Длины отрезков:**

Задача 1. Точка  $\hat{D}$  симметрична центру описанной около треугольника  $ABC$  окружности относительно прямой  $AB$ . Доказать, что расстояние  $CD$  выражается формулой

$$CD^2 = R^2 + AC^2 + BC^2 - AB^2,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

(стр. 13)

Задача 2. Точка  $M$  — середина дуги  $AB$  окружности. Доказать, что для произвольной точки  $N$  этой окружности имеет место равенство

$$|AM^2 - MN^2| = AN \cdot BN.$$

(стр. 13)

**1.12.** Докажите, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

(стр. 14)

**Признаки коллинеарности:**

**1.26.** Даны треугольник  $ABC$  и точка  $M$ . Через точку  $M$  проведены прямые, перпендикулярные к  $MA$ ,  $MB$ ,  $MC$ . Докажите, что точки их пересечения соответственно с прямыми  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  коллинеарны.

(стр. 18)

**6.2. Теорема Гаусса.** Если некоторая прямая пересекает прямые, содержащие стороны  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  треугольника  $ABC$ , в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  соответственно, то середины отрезков  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  коллинеарны (рис. 13).

(стр. 27)

**Признаки параллельности:**

**1.18.** Докажите, что если диагонали вписанного в окружность четырёхугольника перпендикулярны, то расстояние от центра окружности до любой стороны четырёхугольника равно половине длины соответствующей противоположной стороны.

**1.25.** Даны окружность с центром  $O$  и точка  $M$ . Докажите, что сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до концов хорды, параллельной прямой  $OM$ , не зависит от выбора хорды.

(стр. 18)

**Признаки перпендикулярности:**

**1.20.** Докажите, что диагонали вписанного в окружность четырёхугольника перпендикулярны, тогда и только тогда, когда сумма квадратов его противоположных сторон равна квадрату диаметра описанной окружности.

**1.21.** Докажите, что если средние линии четырёхугольника равны, то его диагонали перпендикулярны, и обратно.

(стр. 18)

---

**Ключевые слова:** комплексные числа, геометрия, вычислительная геометрия. complex numbers, geometry, computational geometry

☒ Треугольники Наполеона

☒ Задачи на коллинеарность

Нужно писать комменты для функций и сложных участков кода

☐ Написать программы для 3 задач

☐ Разобрать решения для 3 задач

☐ Написать выводы для каждой из задач

☐ Написать вывод по курсовой

Список литературы -

1. [Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ.](#) — изд. 13-е. — М.: Наука, 1985. — 544 с.

Статьи:

1. A review on geometric constraint solving (<https://arxiv.org/pdf/2202.13795>)
2. Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics (<https://www.mdpi.com/2227-7390/10/3/398/pdf>)
3. On the Minimum-Area Parallelogram Annulus Problem (<https://www.mdpi.com/2073-8994/14/2/359/pdf>)

Tools: SJR (<https://www.scimagojr.com/journalrank.php>)