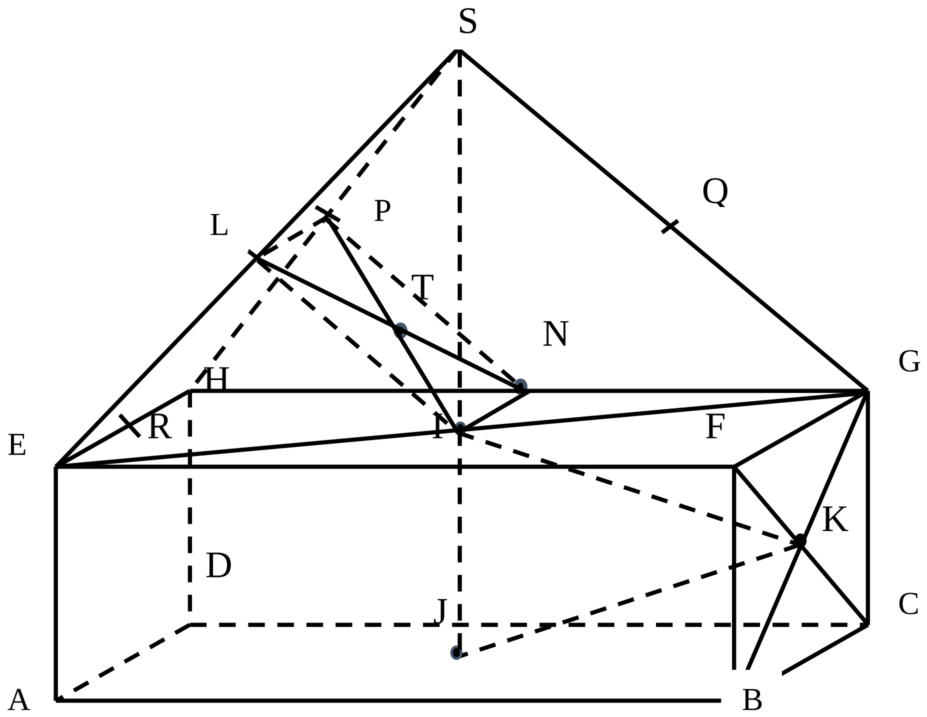
COLLEGE ROGER LAFIA **Année scolaire : 2022-2023**

TRAVAUX DIRIGES DE MATHEMATIQUES **1ère D**

Contexte : Un poulailler

L'oncle AGOSSOU désire créer des compartiments dans son poulailler qui a la forme d'un pavé droit ABCDEFGH surmonté d'un tétraèdre SEGH de sommet S tel que SE = GH, SG = EH, SH = EG, et AB = AD = 2AE = 6m comme indique la figure ci-dessous



Aux points L, I, N, P, Q et R milieux respectifs des segments [SE], [EG], [GH], [HS], [SG] et [EH] sont fixées des poutres. Le point J centre de la face ABCD est tel que $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{EA}$. Au point T, centre commun des quadrilatères LINP, QPRI et QLRN est placé un sac contenant des matériels de premiers soins réservés aux volailles. Par ailleurs, la poutre [RT] est faite d'objet métallique.

Impressionné par le poulailler de son père, CODJO, élève en classe de première scientifique décide d'étudier la position relative des plans de séparations, et des poutres utilisées.

Il veut aussi connaître la longueur de la poutre métallique et évaluer le nombre de pointes et d'agrafes utilisés par son père.

Tâche : Tu se invité à aider CODJO en résolvant les problèmes suivants.

Problème 1

1) a) Démontre que les droites (BF) et (LQ) sont orthogonales.
   b) Démontre que les quadrilatères LINP, QPRI et QLRN sont des losanges.
2) Démontre que les plans (IPS) et (LNQ) sont perpendiculaires.
3) Démontre que la longueur de la poutre métallique vaut 3m.

Problème 2

Afin d'étudier les positions relatives de droites et plans, CODJO définit le point O de l'espace tel que $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ et considère le repère orthonormé $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ où $\vec{\imath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

a) Justifie que $\overrightarrow{OB} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} - 2\vec{k}$.

b) Détermine les coordonnées des points A, C, F, S, H et G dans le repère $\left(O\,; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

4) On définit les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ par $\vec{u} = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$, $\vec{v} = 6\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}$ et $\vec{w} = 2\vec{\imath} - \vec{k}$.
5) Démontre que le triplet $\overrightarrow{(u, \vec{v}, \vec{w})}$ est une base.

Problème 3

En réalité, le nombre $\propto$ de pointes et β d'agrafes à utiliser sont tel que $\propto + \beta = 47$ et $\propto \beta = 480$. Les coûts des matériaux utilisé sont exprimés par $C_m(\mathrm{x}) = (m+2)x^2 - 2mx + 1$ où x est le nombre des matériaux de chaque type et m est un paramètre réel.

6) Détermine $\propto et \beta$ sachant qu'il faut plus de pointes que d'agrafes.
7) Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation $C_m(x) = 0$ admet deux solutions distinctes positives.