

7. Deep Generative Models

המודלים שהוצגו בפרקים הקודמים הינם מודלים דיסקרימנטיביים, קרי הם מוציאים פלט על בסיס מידע נתון, אך לא יכולים ליצור מידע חדש בעצמם. בניגוד אליהם ישנם מודלים גנרטיביים, שלא רק לומדים להכליל את הדאטא הנלמד גם עבור דוגמאות חדשות, אלא יכולים גם להבין את מה שהם ראו וליצור מידע חדש על בסיס הדוגמאות שנלמדו. ישנם שני סוגים עיקריים מודלים גנרטיביים – מודלים המוצאים באופן מפורש את פונקציית הפילוג של הדאטא הנתון ובעזרת הפילוג מייצרות דוגמאות חדשות, ומודלים שלא יודעים לחשב בפירוש את הפילוג אלא מייצרים דוגמאות חדשות בדרכים אחרות. בפרק זה נדון באריכות בשני המודלים הפופולריים בתחום – VAE ו-GANs ונעמוד על ההבדלים ביניהם, ולבסוף גם נסקור בקצרה שיטות נוספות.

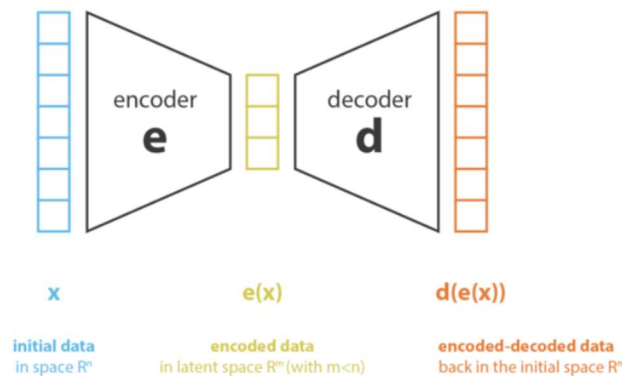
7.1 Variational AutoEncoder (VAE)

המודל הראשון הינו VAE, וכדי להבין אותו היטב יש להסביר קודם מהו Autoencoders, כיצד הוא עובד ומה החסרונות שלו.

7.1.1 Dimensionality Reduction

הרבה פעמים יש דאטא ממימד גבוה התלוי תלוי בהמון פרמטרים, כאשר לא כל הפרמטרים משפיעים בצורה זהה. לדוגמא – מחיר מניה של חברה מסוימת מושפע מהמון גורמים, אך ככל הנראה סכום ההכנסות של החברה משפיע על המניה הרבה יותר מאשר הגיל הממוצע של העובדים. כיוון שקשה לנתח דאטא ממימד גבוה ולבנות מודלים בעזרת דאטא כזה, הרבה פעמים מנסים להוריד את המימד של הדאטא תוך איבוד מינימלי של מידע. בתהליך הורדת המימד מנסים לקבל ייצוג חדש של הדאטא ממימד יותר נמוך, כאשר הייצוג הזה נבנה על ידי הפרמטרים הכי משמעותיים, מתוך שאיפה שהוא ידמה כמה שיותר לדאטא המקורי. יש מגוון שיטות להורדת המימד של הדאטא, ורובן פועלות בשני שלבים – ראשית מעבירים את הדאטא לייצוג ממימד נמוך יותר (מימד זה נקרא גם המרחב הלטנטי), ולאחר מכן מחזירים אותו למימד המקורי עם פחות פרמטרים.

התהליך הדו-שלבי נראה כך: דאטא $x \in \mathbb{R}^n$ נכנס למערכת ועובר דרך encoder, ומתקבל $e(x) \in \mathbb{R}^m$, $(m < n)$. לאחר מכן התוצאה עוברת ב-decoder על מנת להחזיר את התוצאה למימד המקורי, ומתקבל $d(e(x)) \in \mathbb{R}^n$. אם לאחר התהליך מתקיים $x = d(e(x))$ אז למעשה לא נאבד שום מידע בתהליך, ואם $x \neq d(e(x))$ אז מידע מסוים אבד עקב הורדת המימד ולא היה ניתן לשחזר אותו בפענוח.



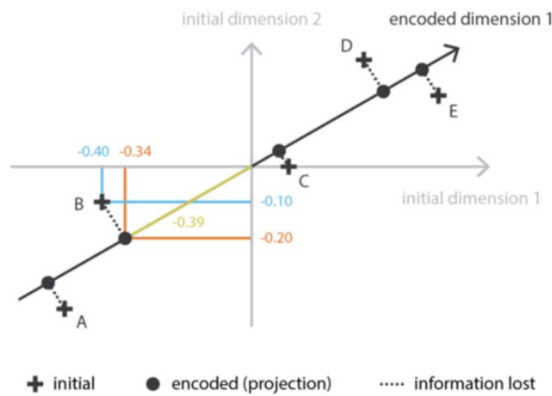
איור 7.1 ארכיטקטורת encoder ו-decoder.

המטרה העיקרית של כל השיטות להורדת מימד היא למצוא את זוג ה-encoders-decoders השומרים על מקסימום מידע בעת הקידוד, וממילא מביאים למינימום של שגיאת שחזור בעת הפענוח. אם נסמן בהתאמה E ו-D את כל הזוגות של encoders-decoders האפשריים, ניתן לכתוב את בעיית הורדת המימד באופן הבא:

$$(e^*, d^*) = \arg \min_{(e, d) \in E \times D} \epsilon(x, d(e(x)))$$

כאשר $\epsilon(x, d(e(x)))$ הוא ההפרש בין הדאטא המקורי לבין הדאטא המשוחזר.

אחת השיטות השימושיות להורדת מימד שאפשר להסתכל עליה בצורה הזו היא Principal components analysis (PCA). בשיטה זו מטילים דאטא ממימד n למימד m על ידי מציאת בסיס אורתוגונלי במימד החדש בו המרחק בין הדאטא המקורי לדאטא בייצוג החדש הוא מינימלי.



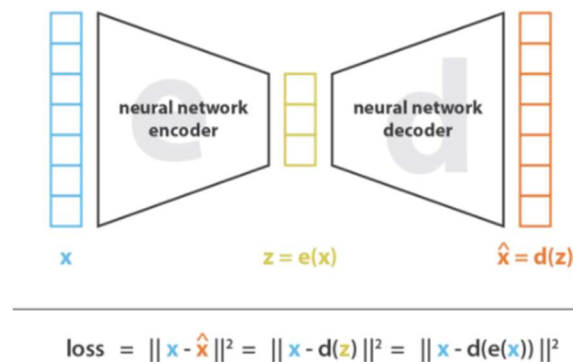
Point	Initial	Encoded	Decoded
A	(-0.50, -0.40)	-0.63	(-0.54, -0.33)
B	(-0.40, -0.10)	-0.39	(-0.34, -0.20)
C	(0.10, 0.00)	0.09	(0.07, 0.04)
D	(0.30, 0.30)	0.41	(0.35, 0.21)
E	(0.50, 0.20)	0.53	(0.46, 0.27)

איור 7.2 דוגמא להורדת מימד בשיטת PCA.

במונחים של encoders-decoders, אלגוריתם PCA מחפש את ה-encoder שמבצע טרנספורמציה לינארית על הדאטא לבסיס אורתוגונלי במימד נמוך יותר, שיחד עם decoder מתאים יביא לשגיאה מינימלית. ניתן להוכיח שה-encoder האופטימלי קשור לזווקטורים העצמיים של מטריצת ה-covariance של הדאטא, וה-decoder הוא השחלוף של ה-encoder.

7.1.2 Autoencoders (AE)

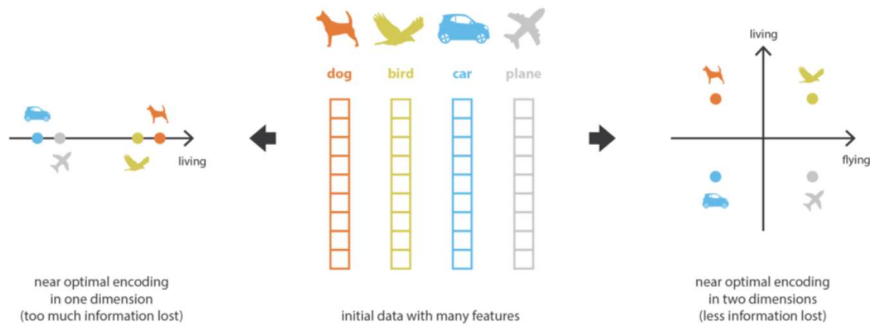
ניתן לקחת את המבנה של ה-encoder-decoder ולהשתמש ברשת נוירונים עבור קביעת הייצוג החדש ועבור השחזור. מבנה זה נראה Autoencoder:



איור 7.3 Autoencoder – שימוש ברשתות נוירונים עבור הורדת המימד והשחזור.

באופן הזה, הארכיטקטורה יוצרת צוואר בקבוק לדאטא שמבטיח שרק הפרמטרים העיקריים של הדאטא ייצגו את המידע במרחב הלטנטי ובעזרתם יתבצע השחזור. במקרה הפשוט בו בכל רשת יש רק שכבה חבויה אחת שאינה משתמשת שאקטיבציה לא לינארית, אז הורדת המימד תתבצע באופן לינארי, כלומר הרשת תחפש טרנספורמציה לינארית על הדאטא כך שיתקבל הייצוג הכי טוב ממימד נמוך יותר. בדומה ל-PCA, גם רשת כזו עובדת באופן לינארי, אך היא אינה בהכרח תייצג את הדאטא על ידי בסיס אורתוגונלי, בו הפרמטרים הם בלתי תלויים.

כעת נניח שהרשתות הן עמוקות ומשתמשות באקטיבציות לא לינאריות. במקרה כזה, ככל שהארכיטקטורה מורכבת יותר, כך הרשת יכולה להוריד יותר מימדים תוך יכולת לבצע שחזור ללא איבוד מידע. באופן תיאורטי, אם ל-encoder ול-decoder יש מספיק דרגות חופש, ניתן להפחית כל מימד לחד-מימד ללא איבוד מידע. עם זאת, הפחתת מימד דרסטית שכזו יכולה לגרום לדאטא המשוחזר לאבד את המבנה שלו. לכן יש חשיבות גדולה בבחירת מספר המימדים שבתהליך, כך שמצד אחד אכן יתבצע ניפוי של פרמטרים פחות משמעותיים ומצד שני המידע עדיין יהיה בעל משמעות. ניקח לדוגמא מערכת שמקבלת כלב, ציפור, מכונית ומטוס ומנסה למצוא את הפרמטרים העיקריים המבחינים ביניהם:



איור 7.4 דוגמא לשימוש ב-Autoencoder.

לפריטים אלו יש הרבה פיצ'רים, וקשה לבנות מודל שמבחין ביניהם על סמך כל הפיצ'רים. מעבר ברשת נוירונים יכול להביא לייצוג של כל הדוגמאות על קו ישר, כך שכל שפרט מסוים נמצא יותר ימינה, כך הוא יותר "חי". באופן הזה אמנם מתקבל ייצוג חד-מימדי, אבל הוא גורם לאיבוד המבנה של הדוגמאות ולא באמת ניתן להבין את ההפרדה ביניהן. לעומת זאת ניתן להוריד את המימד לדו-מימד ולהתייחס רק לפרמטרים "חי" ו"עף", וכך לקבל הבחנה יותר ברורה בין הדוגמאות, וכמובן שהפרדה זו היא הרבה יותר פשוטה מאשר הסתכלות על כל הפרמטרים של הדוגמאות. דוגמא זו מראה את החשיבות שיש בבחירת המימדים של ה-encoder.

7.1.3 Variational AutoEncoders (VAE)

ניתן לקחת את ה-AE ולהפוך אותו למודל גנרטיבי, כלומר מודל שמסוגל לייצר בעצמו דוגמאות חדשות. לשם כך יש לעמוד על המגבלות שלו וכיצד ניתן להתגבר עליהן. הרשתות של ה-AE מאומנות לייצג את הדאטא במימד נמוך שלוקח בחשבון את הפרמטרים העיקריים, ולאחר מכן לשחזר את התוצאה למימד המקורי, אך הן אינן מתייחסות לאופן בו הדאטא מיוצג במרחב הלטנטי. אם תוגרל נקודה כלשהו מהמרחב הלטנטי – קרוב לוודאי שהיא תהיה חסרת משמעות, כיוון שאמנם התקבל ייצוג אחר לדאטא, אך אין משמעות לייצוג הזה ללא השחזור. כדי לטפל במרחב הלטנטי, יש להשתמש ב-Variational AutoEncoders (VAE). בשונה מ-AE שלוקח דאטא ובונה לו ייצוג ממימד נמוך, VAE מנסה למצוא במרחב הלטנטי התפלגות שמתאימה לדאטא המקורי. לאחר מכן נדגמת נקודה מההתפלגות הנלמדת, ועליה מתבצע השחזור. באופן הזה, הלמידה דואגת לא רק להורדת המימד, אלא גם להתפלגות תחת המרחב הלטנטי. כאשר ההתפלגות טובה, ניתן בעזרתה גם ליצור דוגמאות חדשות, ובעצם מתקבל מודל גנרטיבי.

בפועל, ה-encoder מנסה לייצג את הדאטא המקורי באמצעות התפלגות נורמלית במימד נמוך יותר בעל תוחלת ומטריצת covariances: $e(x) \sim N(\mu_x, \sigma_x)$. התפלגות בעלת תוחלת ושונות דואגת לרגולריזציה של המרחב הלטנטי, כיוון שהתוחלת מפזרת את הדוגמאות סביב הממוצע ומזעור השונות דואג שלא יהיו במרחב החדש דוגמאות חסרות משמעות עקב שונות גדולה. באופן הזה המרחב הלטנטי מתאים לא רק לדוגמאות הנלמדות אלא יודע גם ליצור דוגמאות חדשות בעלות משמעות.

לאחר שהוצג המבנה הכללי של VAE, ניתן לתאר את תהליך הלמידה, ולשם כך נפריד בשלב זה בין שני החלקים של ה-VAE. נסתכל על ה-decoder כרשת שמקבלת המון דגימות מהסתברות מסוימת, לומדת את התוחלת והשונות ומייצרת דוגמא חדשה. ה-encoder מבצע את הפעולה ההפוכה – לומד תוחלת ושונות על בסיס הרבה דגימות. כעת נסמן את המרחב הלטנטי ב- z את הפרמטרים ה-decoder ב- θ , ואת הפרמטרים של ה-decoder ב- λ . כדי למצוא את הפרמטרים האופטימליים של הרשתות, נשתמש ב-log likelihood עבור פונקציית המחיר:

$$L(\theta) = \log \sum_i p(x_i; \theta)$$

אם נביא למקסימום את הביטוי הזה, נקבל את ה- θ האופטימלי, וכדי לעשות זאת יש להשתמש בקירוב הבא:

$$\log \sum_i p(x, z_i; \theta) = \log \sum_i q(z_i|x; \lambda) \frac{p(x, z_i; \theta)}{q(z_i|x; \lambda)} \geq \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log \frac{p(x, z_i; \theta)}{q(z_i|x; \lambda)}$$

כאשר אי השוויון נובע [מאי-שוויון ינסן](#), והביטוי הימני נקרא Evidence Lower Bound ($ELBO(\theta, \lambda)$). ההפרש בין שני הביטויים הוא המרחק בין שתי ההתפלגויות p, q והוא נקרא Kullback-Leibler divergence, ומסומן ב- \mathcal{D}_{KL} :

$$\log p(x; \theta) = ELBO(\theta, \lambda) + \mathcal{D}_{KL}(q(z|x; \lambda) || p(z|x; \theta))$$

אם שתי ההתפלגויות שוות, אזי המרחק הוא 0 ומקבל שוויון: $\log p(x; \theta) = ELBO(\theta, \lambda)$. כזכור, מחפשים מקסימום לפונקציית המחיר $\log \sum_i p(x_i; \theta)$, וכעת בעזרת הקירוב ניתן לרשום:

$$L(\theta) = \log \sum_i p(x_i; \theta) \geq \sum_i ELBO(x_i, \theta, \lambda) = ELBO(\theta, \lambda)$$

$$L(\theta_{ML}) = \max_{\theta} L(\theta) \geq \max_{\theta} \max_{\lambda} ELBO(\theta, \lambda)$$

כעת ניתן בעזרת שיטת GD למצוא את האופטימום של הביטוי, וממנו לדעת את הפרמטרים האופטימליים של ה-encoder ול-decoder. נפתח יותר את ה- $ELBO(\theta, \lambda)$ עבור VAE.

$$ELBO(\theta, \lambda) = \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log p(x, z_i; \theta) - \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log q(z_i|x; \lambda)$$

את הביטוי $\log p(x, z_i; \theta)$ ניתן לפתוח לפי בייס $p(x, z_i) = p(x|z_i) \cdot p(z_i)$:

$$= \sum_i q(z_i|x; \lambda) (\log p(x|z_i; \theta) + \log p(z_i; \theta)) - \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log q(z_i|x; \lambda)$$

$$= \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log p(x|z_i; \theta) - \sum_i q(z_i|x; \lambda) (\log q(z_i|x; \lambda) - \log p(z_i; \theta))$$

$$= \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log p(x|z_i; \theta) - \sum_i q(z_i|x; \lambda) \frac{\log q(z_i|x; \lambda)}{\log p(z_i; \theta)}$$

הביטוי השני לפי הגדרה שווה ל- $\mathcal{D}_{KL}(q(z_i|x; \lambda) \| p(z_i; \theta))$, לכן מתקבל:

$$= \sum_i q(z_i|x; \lambda) \log p(x|z_i; \theta) - \mathcal{D}_{KL}(q(z_i|x; \lambda) \| p(z_i; \theta))$$

הביטוי הראשון הוא בדיוק התוחלת של $\log p(x|z_i; \theta)$. תחת ההנחה ש- z מתפלג נורמלית, ניתן לרשום:

$$= E_{q(z|x; \lambda)} \log N(x; \mu_{\theta}(z), \sigma_{\theta}(z)) - \mathcal{D}_{KL}(N(\mu_{\lambda}(x), \sigma_{\lambda}(x)) \| N(0, I))$$

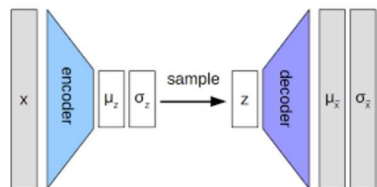
כדי לחשב את התוחלת ניתן פשוט לדגום דוגמאות מההתפלגות $z|x \sim N(\mu_{\theta}(x), \sigma_{\theta}(x))$ ולקבל:

$$E_{q(z|x; \lambda)} \log N(x; \mu_{\theta}(z), \sigma_{\theta}(z)) \approx \log N(x; \mu_{\theta}(z), \sigma_{\theta}(z))$$

ועבור הביטוי השני יש נוסחה סגורה:

$$\mathcal{D}_{KL}(N(\mu, \sigma^2) \| N(0, I)) = \frac{1}{2} (\mu^2 + \sigma^2 - \log \sigma^2)$$

כעת משיש בידינו נוסחה לחישוב פונקציית המחיר, נוכל לבצע את תהליך הלמידה.



$$x_t \rightarrow \mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t) \rightarrow z_t \sim N(\mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t)) \rightarrow \mu_{\theta}(z_t), \Sigma_{\theta}(z_t)$$

$$ELBO = \sum_t \log N(x_t; \mu_{\theta}(z_t), \Sigma_{\theta}(z_t)) - D(N(\mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t)) \| N(0, I))$$

איור 7.5 תהליך הלמידה של VAE.

כאשר נתון סט דוגמאות x , ניתן להעביר כל דוגמא x_t ב-encoder ולקבל את $\mu_\lambda, \sigma_\lambda$. לאחר מכן דוגמים z מההתפלגות הנתונה, מעבירים אותו ב-decoder ומקבלים את $\mu_\theta, \sigma_\theta$. לאחר התהליך ניתן להציב את הפרמטרים המתקבלים ב-ELBO ולחשב את ה-Loss. ניתן לשים לב שה-ELBO מורכב משני איברים – האיבר הראשון מחשב את היחס בין הדוגמא שבכניסה לבין ההתפלגות שמתקבלת במוצא, והאיבר השני מבצע רגולריזציה להתפלגות המתקבלת במרחב הלטנטי. הרגולריזציה גורמת לכך שההתפלגות במרחב הלטנטי תהיה קרובה להתפלגות נורמלית ויתקבלו והדגימות ממרחב זה יהיו קרובות לתוחלת 0 ושונות 1, ובכך נמנעים מ-overfitting. אם ההתפלגות במרחב הלטנטי אכן טובה, אז ניתן בעזרת ה-decoder ליצור דוגמאות חדשות, ובמובן הזה ה-VAE הוא מודל גנרטיבי.

הדגימה של z מההתפלגות במרחב הלטנטי יוצרת קושי בחישוב הגרדיאנט של ה-ELBO, לכן בדרך כלל מבצעים Reparameterization trick – דוגמים z_0 מהתפלגות נורמלית, ואז כדי לקבל את z משתמשים בפרמטרים של ה-encoder: $z = z_0\sigma_\lambda(x) + \mu_\lambda(x)$. בגישה הזו כל התהליך נהיה דטרמיניסטי – מגרילים z_0 מראש ואז רק נשאר לחשב באופן סכמתי את ה-forward-backward.

IWAE

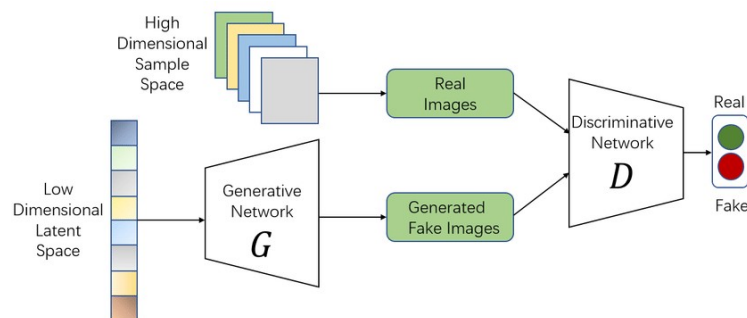
VaDE – מחליפים את ההתפלגות של z בהתפלגות MoG.

7.2 Generative Adversarial Networks (GANs)

מתודה אחרת של מודל גנרטיבי נקראת Generative Adversarial Networks או בקיצור GANs, ובשונה מ-VAE בגישה זו לא מוצאים התפלגות מפורשת של מרחב מסוים אלא יוצרים דאטא באופן אחר. הרעיון הוא לאמן שתי רשתות במקביל – רשת אחת שלומדת לייצר דאטא, ורשת שניה שלומדת להבחין בין דוגמא אמיתית לבין תמונה סינטטית. באופן הזה הרשת הראשונה היא למעשה מודל גנרטיבי, שלאחר שלב האימון היא מסוגלת לייצר דאטא סינטטי שלא ניתן להבחין בינו לבין דאטא אמיתי.

7.2.1 Generator and Discriminator

כאמור, רשתות GAN מבוססות על שני אלמנטים מרכזיים – רשת שיוצרת דאטא (generator) ורשת שמכריעה האם הדאטא הזה סינטטי או אמיתי (discriminator), כאשר האימון נעשה על שתי הרשתות יחד. ה-discriminator עובר תהליך אימון על דאטא אמיתי כדי לדעת להבחין בין דאטא אמיתי לבין דאטא סינטטי, וה-generator מייצר דוגמאות ומקבל פידבק מה-discriminator וכך לומד לייצר תמונות שנראות אמיתיות. נסמן את ה-generator ב-G ואת ה-discriminator ב-D, ונקבל את הסכמה הבאה:



איור 7.6 ארכיטקטורת GAN.

ה-discriminator הוא למעשה מסווג בינארי ($y = 1$ עבור תמונה אמיתית, ו- $y = 0$ עבור תמונה סינטטית), ונסמן ב- $D(x)$ את ההסתברות לקבל במוצא דוגמא אמיתית. כדי לאמן את ה-discriminator נרצה להביא למינימום את ה-cross entropy עבור $y = 1$ (=למצוא את ה-discriminator שטועה כמה שפחות בזיהוי דאטא אמיתי):

$$\min_D \{-y \log D(x) - (1 - y) \log(1 - D(x))\} = \min_D \{-y \log D(x)\}$$

באופן דומה נרצה לאמן את ה-generator כך שהדאטא שהוא מייצר יהיה כמה שיותר דומה לאמיתי, ולכן נרצה להביא למקסימום את ה-cross entropy של ה-generator כאשר $y = 0$ (=למצוא את ה-generator שהכי פחות מזייף, כלומר מייצר דאטא כמה שיותר אמיתי):

$$\max_G \{-(1 - y) \log(1 - D(G(z)))\} = \max_G \{-\log(1 - D(G(z)))\}$$

אם מחברים את שני האילוצים האלה מקבלים את פונקציית המחיר של ה-GAN:

$$V(D, G) = \min_D \max_G -\mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x) - \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D(G(z)))$$

באופן שקול ניתן להפוך את האילוצים וביטול סימן המינוס:

$$V(D, G) = \min_D \max_G \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D(G(z)))$$

ה-discriminator מעוניין למקסם את פונקציית המחיר, כך ש- $D(x)$ יהיה כמה שיותר קרוב ל-1 ו- $D(G(z))$ יהיה כמה שיותר קרוב ל-0. ה-generator לעומת זאת רוצה להביא למינימום את פונקציית המחיר, כך ש- $D(G(z))$ יהיה כמה שיותר קרוב ל-1, כלומר ה-discriminator חושב ש- $G(z)$ הוא דאטא אמיתי.

כעת האימון נעשה באופן איטרטיבי, כאשר פעם אחת מקבעים את G ומאמנים את D , ופעם אחת מקבעים את D ומאמנים את G . אם מקבעים את G , אז למעשה מאמנים מסווג בינארי, כאשר מחפשים את האופטימום הבא:

$$\max_{\phi_d} \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D_{\phi_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D_{\phi_d}(G_{\theta_g}(z)))$$

אם מקבעים את D , אז האיבר הראשון של $V(D, G)$ קבוע, ונשאר רק לבדוק את הביטוי השני, שמחפש את ה-generator שמייצר הכי טוב דאטא שנראה אמיתי:

$$\min_{\theta_g} \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D_{\phi_d}(G_{\theta_g}(z)))$$

מציאת האופטימום נעשית בעזרת Gradient Descent/Gradient Ascent, במשך מספר מסוים של Epochs. דוגמים mini-batch בגודל m מהדאטא סט האמיתי (x_1, \dots, x_m) ו- m דגימות מרעש נורמלי (z_1, \dots, z_m) . הנגזרת של פונקציית המחיר לפי ה-generator היא:

$$\nabla_{\theta} V(G_{\theta}, D_{\phi}) = \frac{1}{m} \nabla_{\theta} \sum_{i=1}^m \log(1 - D_{\phi}(G_{\theta}(z_i)))$$

והנגזרת לפי ה-discriminator:

$$\nabla_{\phi} V(G_{\theta}, D_{\phi}) = \frac{1}{m} \nabla_{\phi} \sum_{i=1}^m \log D_{\phi}(x_i) + \log(1 - D_{\phi}(G_{\theta}(z_i)))$$

נהוג לבצע מודיפיקציה קטנה על הביטוי של ה-generator. כיוון שבהתחלה הדאטא שמיוצר הוא גרוע, הביטוי $D(G(z))$ שואף ל-0, וממילא גם הביטוי $\mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D(G(z)))$ שואף ל-0. עניין זה גורם לכך שהגרדיאנט גם יהיה מאוד קטן, ולכן כמעט ולא מתבצע שיפור ב-generator. לכן במקום לחפש מינימום על הביטוי $\mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(1 - D(G(z)))$ מחפשים מינימום לביטוי $-\mathbb{E}_{z \sim Noise} \log(D(G(z)))$. הביטויים לא שווים לגמרי, אך הביטוי החדש עובד יותר טוב נומרית ומצליח לשפר את ה-generator יותר טוב.

