Université Libre de Bruxelles

Synthèse

Électricité appliquée
ELEC-H-3001

Auteur :
Nicolas Englebert

Année 2015 - 2016

Appel à contribution

Synthèse OpenSource

Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Jean-Claude Maun à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue ! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

`https://github.com/nenglebert/Syntheses`

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site ! Vous avez vu une petite faute ? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire !

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer LaTeX, mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi le `README` contient de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet !

Merci !

Chapitre 1

Le triphasé

1.1 Notations - Conventions

1.1.1 Conventions

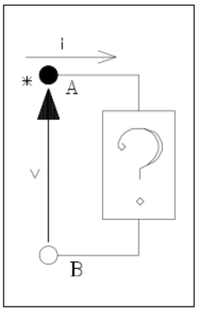

FIGURE 1.1

La convention *récepteur* sera celle utilisée : la puissance sera positive lorsqu'elle sera absorbée par la machine. Pour une source de tension v, c'est le contraire : le courant - défini par les charges positives -sera dans le sens de la flèche.

L'astérisque marque ainsi la borne d'entrée d'un dipôle ou un cercle plein.

Dernière convention : la flèche de tension désigne la borne à laquelle il faut appliquer une tension positive pour faire circuler un courant positif.

1.1.2 Notations

$a = a(t)$	: valeur instantanée
$\underline{a}(t)$	: valeur instantanée complexe ; vecteur tournant dont la projection sur un axe de référence fournit la valeur instantanée d'une grandeur sinusoïdale de pulsation ω ; $a(t) = \Re(\underline{a}(t))$
$\underline{A} = A\angle\alpha$	: nombre complexe de module A et d'argument α.
A_M	: valeur de crête ou maximale dans le temps : $A_M = a\sqrt{2}$
$\overline{A}$	: vecteur spatial de module A
A^M	: valeur maximale d'une grandeur variant dans l'espace
i_{ab}	: courant circulant de A vers B ($A \to B$)
$v_{ba} = v_a - v_b$	: potentiel de A par rapport à B ($B \to A$)

1.2 Rappel de quelques notions relatives aux courants alternatifs

1.2.1 Représentation des fonctions sinusoïdale du temps

Un telle grandeur, de pulsation ω est représentée par :

$$\begin{aligned} v &= V_M \cos(\omega t + \xi_v) && \text{où } V_M \text{ est la valeur de crete} \\ &= V\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_v) && \text{où } V \text{ est la valeur efficace} \end{aligned} \tag{1.1}$$

Ceci peut s'écrire

$$\begin{aligned} v &= \Re(V\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_v) + jV\sqrt{2}\sin(\omega t + \xi_v)) \\ &= \Re(V\sqrt{2}e^{j(\omega t + \xi_v}) \end{aligned} \tag{1.2}$$

La **valeur instantannée complexe** $\overline{v}$ est définie par

$$\begin{aligned} \overline{v} &= V\sqrt{2}e^{j(\omega t + \xi_V)} \\ &= Ve^{j\xi_V}\sqrt{2}e^{j\omega t} \end{aligned} \tag{1.3}$$

où le **phaseur** $\underline{V}$ est

$$\underline{V} = Ve^{j\xi_V} \tag{1.4}$$

Dans le plan de Gauss $\overline{V}$ a un module valant la valeur efficace de la grandeur et un argument valant ξ_V, c'est un vecteur FIXE. La valeur instantanée complexe $\underline{v}$ a un module $V\sqrt{2}$ et est décalée de $V\sqrt{2}$ par rapport à $\overline{V}$: c'est un vecteur TOURNANT (à ω). On obtient la valeur instantanée en projetant la valeur instantanée complexe sur l'axe réel : $v = \Re(\underline{v})$.

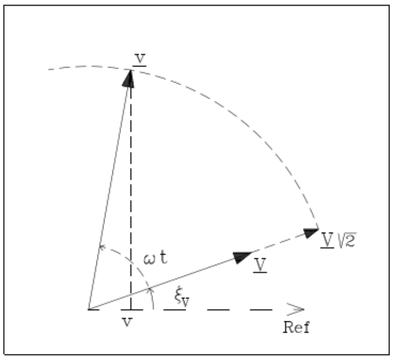

FIGURE 1.2

Les déphasages entre grandeurs sont constants : on considère comme référence un courant $\underline{I}$ et on définit l'argument de la tension par rapport à celui-ci à l'aide de l'**angle de charge** φ.

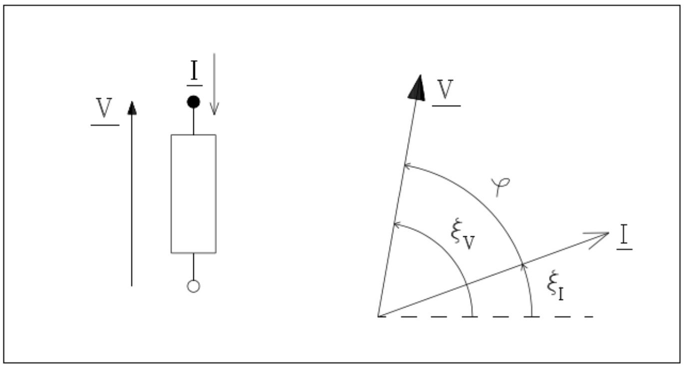

FIGURE 1.3

Si l'on applique la tension $\underline{V} = V\angle\xi_V$ à une impédance $\underline{Z} = R + jX = Z\angle\xi$, le courant vaut

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{V}{Z}\angle\xi_V - \xi \tag{1.5}$$

On remarque avec l'argument du courant qu'une impédance inductive $(X > 0, \xi < 0)$ déphase le courant en arrière par rapport à la tension et l'inverse pour une impédance capacitive.

1.2.2 Représentation de la puissance

Puissance active

Cherchons à calculer la puissance de A vers B au point X. Nous avons $v = V_M\cos(\omega t + \xi_V)$ et $i = I_M\cos(\omega t + \xi_I)$. La valeur instantanée de la puissance vaut :

$$\begin{aligned} p &= v\ i \\ &= V_M I_M \cos(\omega t + \xi_V)\cos(\omega t + \xi_I) \\ &= \tfrac{V_M I_M}{2}(\cos(\xi_V - \xi_I) + \cos(2\omega t + \xi_V + \xi_I)) \\ &= \underbrace{VI\cos\varphi}_{1} + \underbrace{VI\cos(2\omega t + \xi_V + \xi_I)}_{2} \end{aligned} \tag{1.6}$$

Cette expression contient deux termes :

1. La puissance active, c'est la valeur moyenne de p.
2. Un terme pouvant causer des vibrations indésirables.

La **puissance utile** est celle correspondant à un travail effectué :

$$P = VI\cos\varphi \tag{1.7}$$

Puissance apparente

Par définition

$$\begin{aligned} \underline{S} &\equiv \underline{VI^*} \\ &= VI\angle\xi_V - \xi_I \\ &= VI\angle\varphi \end{aligned} \tag{1.8}$$

Si la tension est constante, la puissance apparente est proportionnelle au courant.

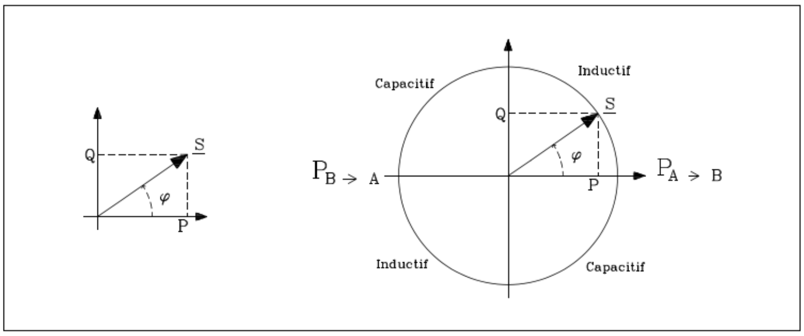

Figure 1.4

Puissance réactive

Dans l'expression $P = VI\cos\varphi = \Re(\underline{S})$, on définit la **puissance réactive** :

$$Q = VI\sin\varphi = \Im(\underline{S}) \tag{1.9}$$

tel que $\underline{S} = P + jQ$.
Si $P > 0, Q > 0$ si $\varphi > 0$ c'est à dire que la charge est inductive.
Si $P > 0, Q < 0$ si $\varphi < 0$ c'est à dire que la charge est capacitive.

La puissance réactive ne correspond à aucun travail effectif et est une notion difficile à saisir. Retenons juste que sa circulation amène des pertes et des chutes de tension. Cette puissance n'apparaît que si la charge est réactive, c'est-à-dire peut stocker de l'énergie [1].

1. Voir 1.2-14 du syllabus pour une image intuitive

1.3 Caractéristiques d'un système polyphasé

1.3.1 Modes de couplage des circuits polyphasés

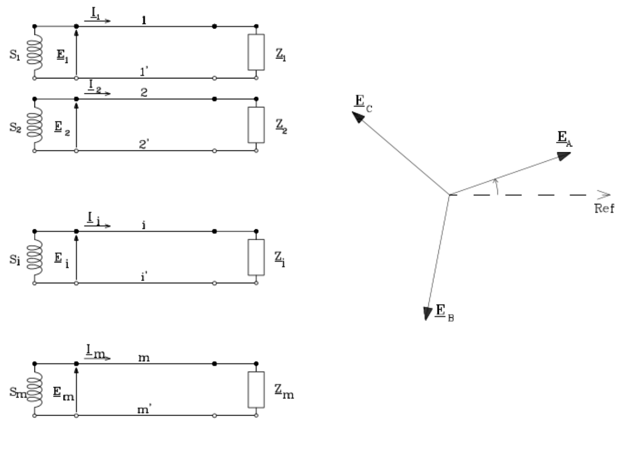

FIGURE 1.5

Soit m sources électrique indépendantes $S_1, S_2, \ldots, S_m$ dont les tensions ont la même valeur efficace et sont déphasé de $2\pi/m$: système $m-$phasé équilibre d'ordre direct :

$$\underline{E_i} = E_1 \langle -(i-1)\frac{2\pi}{m} \tag{1.10}$$

CONVENTION : la phase 2 est située en arrière de la phase 1 et la phase 3 en arrière de la phase 2 (en arrière signifie "[...] dans le temps").

Ci-dessus, un schéma de principe pour un tel système. Chacun des enroulements d' induit est raccordé par deux fils, il faudrait donc $2m$ conducteurs. Il existe deux moyens d'économiser le métal conducteur :

a. Couplage en étoile avec fil neutre

L'idée est d'utiliser un conducteur de retour commun à tous les circuits en réunissant les extrémités. On appelle O, le fil neutre parcouru par la somme des courants débités par toutes les sources. Nécessitant $m+1$ fil de ligne, il s'agit du couplage *étoilé avec fil neutre.*

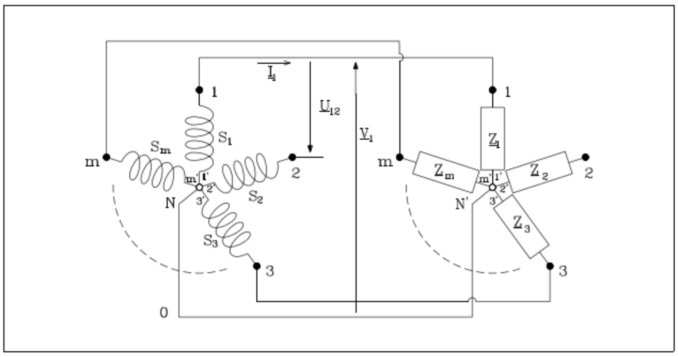

FIGURE 1.6

La **tension simple** (ou de **phase**) d'un conducteur est la différence de potentiel entre le conducteur et le neutre. Par exemple : $\underline{V_1} = \underline{V_1} - \underline{V_0}$. La **tension composée** (ou **entre phases**) est la différence de potentiel entre deux conducteurs. Par exemple : $\underline{U_{12}} = \underline{V_2} - \underline{V_1}$.

b. Couplage en étoile sans fil neutre

Si toutes les impédances sont identiques, le circuit est équilibre et la somme des courants de ligne est nulle : $\sum_{i=1}^{m} i_i = 0$. Comme le neutre n'est plus parcouru, on peut le supprimer. Le point N', neutre, possède le même potentiel que le point N par symétrie : N est un point neutre artificiel. Cette installation comporte m fils.

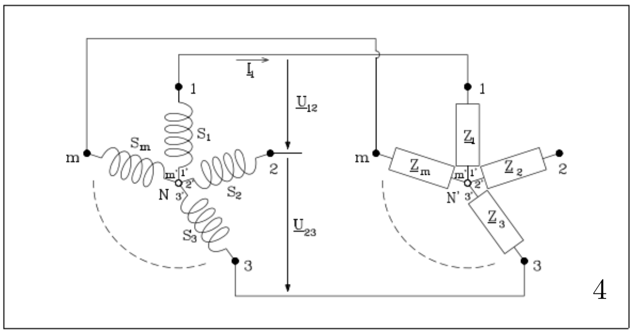

FIGURE 1.7

Spoil : si les charges sont déséquilibrée on peut conserver ce montage mais la tension de $N' \neq N$.Cherchons maintenant les relations liant tension et phase.
Soit $\underline{V_1}, \underline{V_2}$ les tensions mesurées entre neutre de phase consécutives 1 et 2. Par

symétries, elle sont égales en tension efficace mais déphasées de $2\pi/m$ radians. Si $\underline{V_1}$ est la référence :

$$\begin{aligned} \underline{V_1} &= V\angle 0 \\ \underline{V_2} &= V\angle -\tfrac{2\pi}{m} \end{aligned} \tag{1.11}$$

Le phaseur de la tension mesurée entre les phases 1 et 2 s'écrit

$$\underline{U}_{12} = \underline{V_2} - \underline{V_1} \tag{1.12}$$

On voit que [2]

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= 2\underline{V}_1 \sin\tfrac{\pi}{m} e^{-j\left(\frac{\pi}{m}+\frac{\pi}{2}\right)} \\ U_{12} &= 2V_1 \sin\tfrac{\pi}{m} \end{aligned} \tag{1.13}$$

La puissance transportée par une ligne équilibrée vaudra alors

$$P = \Re(m\underline{V}_1\underline{I_1}^* = mV_1 I_1 \cos\varphi \tag{1.14}$$

Si le point neutre n'est pas accessible, la seule tension mesurable est U_{12}. En remplaçant dans P, la valeur V_1 tirée de U_{12} :

$$P = \frac{m}{2\sin\frac{\pi}{m}} U_{12} I_1 \cos\varphi \tag{1.15}$$

Attention : φ est le déphasage entre tension simple et courant et rien d'autre !

c. Couplage en polygone

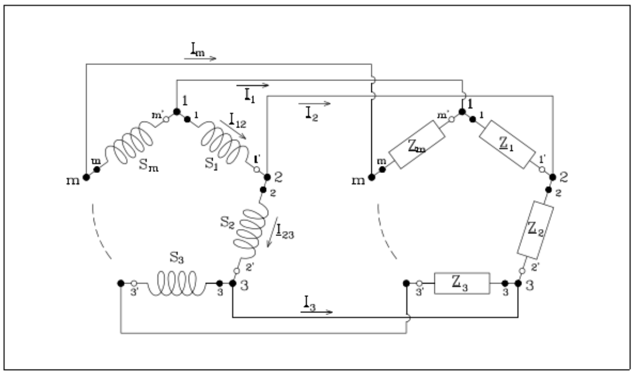

FIGURE 1.8

On peut connecter la sortir de chacune des phases du générateur à l'entrée de la phase contiguë et de même pour le récepteur. La somme des f.e.m. alternatives équilibrées engendrée dans les phases du générateurs étant nulles, on peut les connecter pour former un **polygone fermé** (le courant ne circulera pas). On aura pour ça besoin de m conducteurs distincts.

Soit $\underline{I}_{12}$ et $\underline{I}_{23}$ les courants qui circulent dans deux phases consécutives du générateur et $\underline{I}_2$, le courant traversant la ligne commune. Par Kirchoff :

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{23} \tag{1.16}$$

Or $\underline{I}_{12}$ et $\underline{I}_{23}$ sont égaux en grandeur et entre eux se trouve un angle de $2\pi/m$. Par les relations vectorielles :

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} \sin\frac{\pi}{m} e^{-j\left(\frac{\pi}{m}-\frac{\pi}{2}\right)} \tag{1.17}$$

d. Puissance électrique transportée par une ligne

Cette puissance s'exprime par

$$P = \Re(m\underline{U}_{12}\underline{I}_{12}^* = mU_{12}I_{12}\cos\varphi = \frac{m}{2\sin\frac{\pi}{m}} U_{12} I_1 \cos\varphi \tag{1.18}$$

La puissance transmise est bien indépendante du mode de couplage du générateur / récepteur.

2. ? ?

1.3.2 Cas particulier de couplage : le système triphasé

Les trois tensions seront égales, mais décalées de $2\pi/3$. On pourra les exprimer :

$$\begin{aligned} e_A &= E\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_V) \\ e_B &= E\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_V - \tfrac{2\pi}{3}) \\ e_C &= E\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_V + \tfrac{2\pi}{3}) \end{aligned} \tag{1.19}$$

Définissions l'opérateur de déphasage $\underline{\alpha} = \angle\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ tel que $\underline{E_B} = \underline{\alpha}^2\underline{E_A}$ et $\underline{E_C} = \underline{\alpha}\underline{E_A}$. Des relations intéressantes sont reprises en (1.3-19). Notons juste que la somme des courants est bien nulle : $1 + \underline{\alpha} + \underline{\alpha}^2 = 0$.

Couplage en étoile

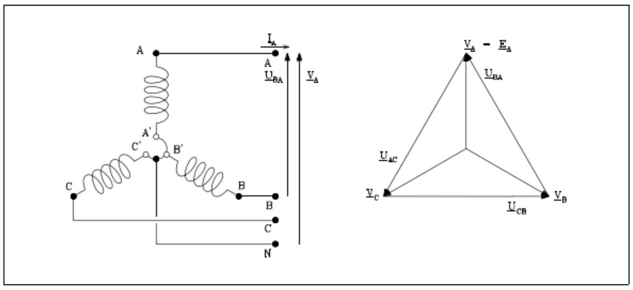

Figure 1.9

On peut relier A', B', C' en un point neutre N et A, B, C sont les sorties de l'alternateur raccordé aux fils de lignes. Les tensions sont égales aux f.e.m. engendrées et sont dès lors également un système triphasé équilibre. Pour les tensions composées, on les obtient par composition vectorielle :

$$\begin{aligned} \underline{U}_{BA} &= \underline{V}_A - \underline{V}_B &&= \underline{V}_A(1-\underline{\alpha}^2) &&= \underline{V_A}\sqrt{3}\angle\tfrac{\pi}{6} \\ \underline{U}_{CB} &= \underline{V}_B - \underline{V}_C &&= \underline{V}_A(\underline{\alpha}^2-\underline{\alpha}) &&= \underline{V_A}\sqrt{3}\angle-\tfrac{\pi}{2} \\ \underline{U}_{AC} &= \underline{V}_C - \underline{V}_A &&= \underline{V}_A(\underline{\alpha}-1) &&= \underline{V_A}\sqrt{3}\angle\tfrac{5\pi}{6} \end{aligned} \tag{1.20}$$

$\Longrightarrow U = V\sqrt{3}$. La puissance est donnée par $P = 3VI\cos\varphi$.

Couplage en triangle

La borne C' de la phase C est reliée à la borne A de la phase A de la ligne :

$$\underline{U}_{BA} = \underline{E_A}, \qquad \underline{U}_{CB} = \underline{E_B}, \qquad \underline{U}_{AC} = \underline{E_C}. \tag{1.21}$$

Le centre de gravité du triangle des tensions peut représenter le potentiel d'un neutre fictif N pour définir un système de tension simple. Pour les résultats, voir page 1.23.

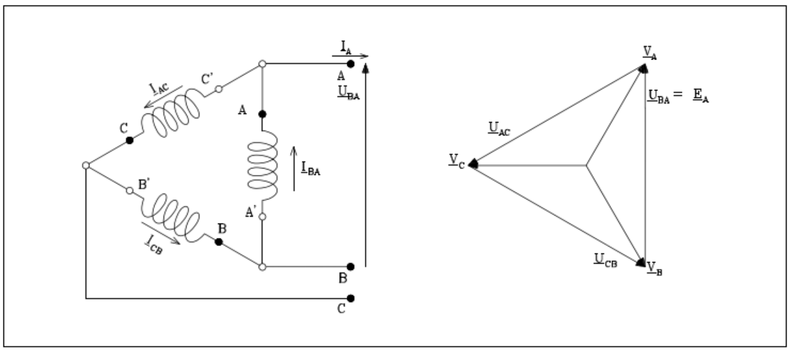

Figure 1.10

1.3.3 Influence des harmoniques dans les circuits polyphasés

Les tensions ne sont pas toujours sinusoïdale. On peut décomposer une courbe périodique par une somme de sinusoïde. Ici, les fonctions du temps présentent deux alternances identiques, c'est à dire que superposable par retournement :

$$f(t+\frac{T}{2}) = -f(t) \tag{1.22}$$

Une fonction qui satisfait ceci n'a que des coefficients de Fourier impair dans son développement. Intéressons-nous au cas du triphasé.
Soit la f.e.m. e_A sous la forme d'une série de Fourier :

$$e_A = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\omega t + \xi_i) \tag{1.23}$$

avec i impair. Les f.e.m. développées par les phases e_B et e_C s' obtiennent en remplaçant ωt par $\omega t - 2\pi/3$ et $\omega t + 2\pi/3$.
Cas du couplage triangle et étoile vu en cours ? Passé ici.

1.3.4 Mesure de la puissance dans les circuits polyphasés

Méthode des m wattmètres - Circuit sans fil neutre

Soit un circuit polyphasé à m phases sans fil neutre disposé en étoile au neutre accessible. Pour mesurer la puissance, on introduit dans chaque ligne un wattmètre (connecté entre la phase et le neutre). La puissance totale est alors la somme des m mesures. Si le système est équilibre, tous les wattmètre indiqueront la même puissance. La puissance débitée vaut alors

$$p = \sum_{j=1}^{m} W_j = \sum_{j=1}^{m} (v_j - v_n) i_j = \sum_{1}^{m} v_j i_j - v_n \sum_{1}^{m} i_j \tag{1.24}$$

Si le neutre n'est pas connecté, la somme des courants est nulle et le potentiel de N peut être remplacé par celui d'un point quelconque. Les indications de chaque wattmètre seront modifiés, mais pas leur somme.

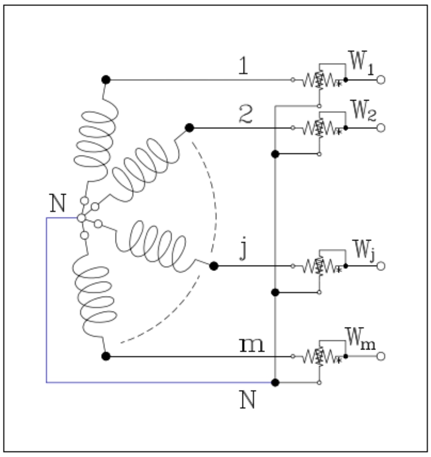

FIGURE 1.11

Méthode des $m-1$ wattmètres

Comme on peut choisir N' quelconque, portons le retour des Wattmètre sur la $m^{\text{ème}}$ phase. Le wattmètre m ne sert plus à rien car la tension à ses bornes est annulée : il ne faut plus que $m-1$ wattmètres.

1.3.5 Facteur de puissance

Il faut avant tout un équilibre des phases et dans ce cas, ce facteur n'est autre que $\cos\varphi$ de l'un des circuit :

$$P_A = V_A I_A \cos\varphi \tag{1.25}$$

La puissance totale débitée vaut alors $P = mP_A$. Quand les phases sont équilibrés, on peut toujours écrire

$$P = \sum_{1}^{m} V_j I_j \cos\varphi_j \tag{1.26}$$

Comme φ_j peut être différent dans chacune des phases : on ne peut plus définir un $\cos\varphi$ global mais un facteur de puissance :

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \tag{1.27}$$

Notons que $\tan\varphi = \frac{Q}{P}$.

1.3.6 Mesure de la puissance dans les circuits triphasés

a. Circuit triphasé étoile avec fil neutre

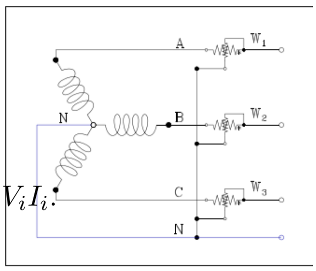

Figure 1.12

Soit un alternateur triphasé connecté en étoile avec un neutre N débitant sur un circuit triphasé étoile ou triangle. Quel que soit le déséquilibre, la puissance sera donné par la somme des valeurs des trois wattmètres. Le facteur de puissance est alors le rapport entre la puissance totale mesurée et la puissance apparente donnée par V_iI_i.

b. Circuit triphasé sans fil neutre

Cette fois-ci on n'a pas de neutre. On peut utiliser la méthode des trois wattmètres : la borne d'entrée de chaque wattmètre est connecté à chacun des fils de lignes et toutes les bornes de sorties sont connectées ensembles de façon à former un point neutre artificiel N'. Si les wattmètres sont identiques, alors $N' = N$. Sinon, le potentiel de N' est quelconque mais la puissance totale est la somme de tous les wattmètres. Si le circuit est équilibré, une seule mesure est suffisante.

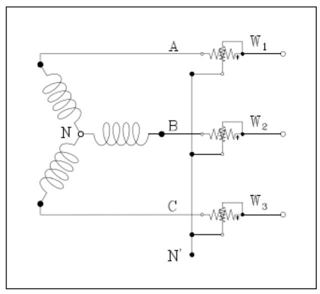

Figure 1.13

Méthode des deux wattmètres
On insère les wattmètres en A et B et leur sortie, commune en C.
Si le circuit est parfaitement équilibré d'ordre *direct*, la tension de la phase C retarde de $2\pi/3$ sur celle de B qui elle même retarde de $2\pi/3$ sur celle de A. On a alors

$$\begin{aligned}
\underline{V}_A &= V\angle 0 \\
\underline{V}_B &= V\angle -\tfrac{2\pi}{3} \\
\underline{V}_C &= V\angle \tfrac{2\pi}{3} \\
\underline{I}_A &= I\angle -\varphi \\
\underline{I}_B &= I\angle -\varphi - \tfrac{2\pi}{3} \\
\underline{I}_C &= I\angle -\varphi + \tfrac{2\pi}{3} \\
\underline{U}_{CA} &= \underline{V}_A - \underline{V}_C = V\sqrt{3}\angle -\tfrac{\pi}{6} \\
\underline{U}_{CB} &= \underline{V}_B - \underline{V}_C = V\sqrt{3}\angle -\tfrac{\pi}{2}
\end{aligned} \tag{1.28}$$

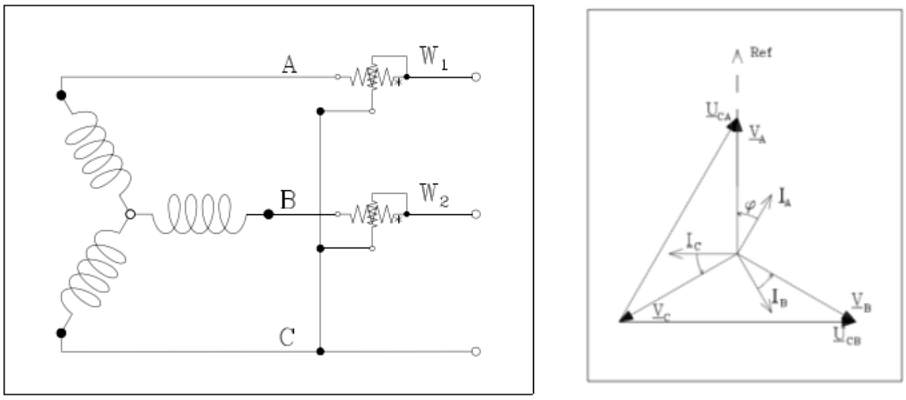

FIGURE 1.14

Les indications des deux wattmètres vaudront alors forcément

$$\begin{aligned} W_1 &= \Re(\underline{U}_{CA}\underline{I}_A^*) &&= UI\cos(-\tfrac{\pi}{6}+\varphi) \\ W_2 &= \Re(\underline{U}_{CB}\underline{I}_B^*) &&= UI\cos(-\tfrac{\pi}{2}+\varphi+\tfrac{2\pi}{3}) \\ & &&= UI\cos(\tfrac{\pi}{6}+\varphi) \end{aligned} \tag{1.29}$$

La puissance totale vaut évidemment

$$P = W_1 + W_2 = \sqrt{3}UI\cos\varphi \tag{1.30}$$