



ECOLE
POLYTECHNIQUE
DE BRUXELLES

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

SYNTHÈSE

Électricité appliquée ELEC-H-3001

Auteur :
Nicolas ENGLEBERT

Année 2015 - 2016

Appel à contribution

Synthèse OpenSource



Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Jean-Claude Maun à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue! En effet, il y a toujours moyen de

l'améliorer surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

<https://github.com/nenglebert/Syntheses>

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site! Vous avez vu une petite faute? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire!

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer \LaTeX , mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi le README contient de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet!

Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : *Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)*. Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte- tenu de trois choses :



1. *Attribution* ; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
2. *Non Commercial* ; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
3. *Share alike* ; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Merci !

Chapitre 1

Le triphasé

1.1 Notations - Conventions

1.1.1 Conventions

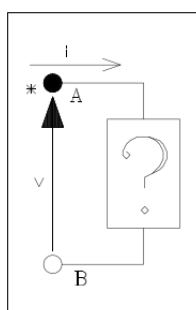


FIGURE 1.1

La convention *récepteur* sera celle utilisée : la puissance sera positive lorsqu'elle sera absorbée par la machine. Pour une source de tension v , c'est le contraire : le courant - défini par les charges positives - sera dans le sens de la flèche.

L'astérisque marque ainsi la borne d'entrée d'un dipôle ou un cercle plein.

Dernière convention : la flèche de tension désigne la borne à laquelle il faut appliquer une tension positive pour faire circuler un courant positif.

1.1.2 Notations

$a = a(t)$: valeur instantanée
$\underline{a}(t)$: valeur instantanée complexe ; vecteur tournant dont la projection sur un axe de référence fournit la valeur instantanée d'une grandeur sinusoïdale de pulsation ω ; $a(t) = \Re(\underline{a}(t))$
$\underline{A} = A \angle \alpha$: nombre complexe de module A et d'argument α .
A_M	: valeur de crête ou maximale dans le temps : $A_M = a\sqrt{2}$
\overline{A}	: vecteur spatial de module A
A^M	: valeur maximale d'une grandeur variant dans l'espace
i_{ab}	: courant circulant de A vers B ($A \rightarrow B$)
$v_{ba} = v_a - v_b$: potentiel de A par rapport à B ($B \rightarrow A$)

1.2 Rappel de quelques notions relatives aux courants alternatifs

1.2.1 Représentation des fonctions sinusoïdale du temps

Un telle grandeur, de pulsation ω est représentée par :

$$\begin{aligned} v &= V_M \cos(\omega t + \xi_v) && \text{où } V_M \text{ est la valeur de crete} \\ &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \xi_v) && \text{où } V \text{ est la valeur efficace} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Ceci peut s'écrire

$$\begin{aligned} v &= \Re(V\sqrt{2}\cos(\omega t + \xi_v) + jV\sqrt{2}\sin(\omega t + \xi_v)) \\ &= \Re(V\sqrt{2}e^{j(\omega t + \xi_v)}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

La **valeur instantannée complexe** \bar{v} est définie par

$$\begin{aligned} \bar{v} &= V\sqrt{2}e^{j(\omega t + \xi_v)} \\ &= V e^{j\xi_v} \sqrt{2}e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (1.3)$$

où le **phaseur** \underline{V} est

$$\underline{V} = V e^{j\xi_v} \quad (1.4)$$

Dans le plan de Gauss \bar{V} a un module valant la valeur efficace de la grandeur et un argument valant ξ_V , c'est un vecteur **FIXE**. La valeur instantannée complexe \bar{v} a un module $V\sqrt{2}$ et est décalée de $V\sqrt{2}$ par rapport à \bar{V} : c'est un vecteur **TOURNANT** (à ω). On obtient la valeur instantannée en projetant la valeur instantannée complexe sur l'axe réel : $v = \Re(\bar{v})$.

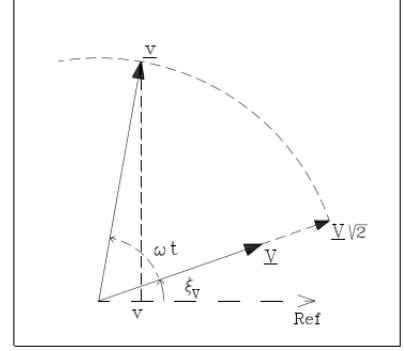


FIGURE 1.2

Les déphasages entre grandeurs sont constants : on considère comme référence un courant \underline{I} et on définit l'argument de la tension par rapport à celui-ci à l'aide de l'**angle de charge** φ .

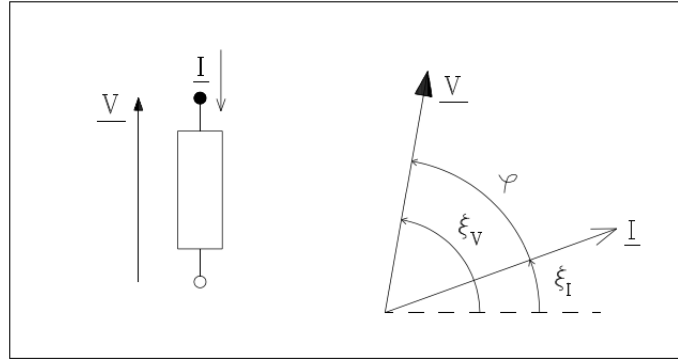


FIGURE 1.3

Si l'on applique la tension $\underline{V} = V\angle\xi_V$ à une impédance $\underline{Z} = R + jX = Z\angle\xi$, le courant vaut

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} = \frac{V}{Z}\angle\xi_V - \xi \quad (1.5)$$

On remarque avec l'argument du courant qu'une impédance inductive ($X > 0, \xi < 0$) déphase le courant en arrière par rapport à la tension et l'inverse pour une impédance capacitive.

1.2.2 Représentation de la puissance

Puissance active

Cherchons à calculer la puissance de A vers B au point X. Nous avons $v = V_M \cos(\omega t + \xi_V)$ et $i = I_M \cos(\omega t + \xi_I)$. La valeur instantannée de la puissance vaut :

$$\begin{aligned} p &= v i \\ &= V_M I_M \cos(\omega t + \xi_V) \cos(\omega t + \xi_I) \\ &= \frac{V_M I_M}{2} (\cos(\xi_V - \xi_I) + \cos(2\omega t + \xi_V + \xi_I)) \\ &= \underbrace{VI \cos \varphi}_1 + \underbrace{VI \cos(2\omega t + \xi_V + \xi_I)}_2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Cette expression contient deux termes :

1. La puissance active, c'est la valeur moyenne de p .
2. Un terme pouvant causer des vibrations indésirables.

La **puissance utile** est celle correspondant à un travail effectué :

$$P = VI \cos \varphi \quad (1.7)$$

Puissance apparente

Par définition

$$\begin{aligned} \underline{S} &\equiv \underline{VI}^* \\ &= VI \angle \xi_V - \xi_I \\ &= VI \angle \varphi \end{aligned} \quad (1.8)$$

Si la tension est constante, la puissance apparente est proportionnelle au courant.

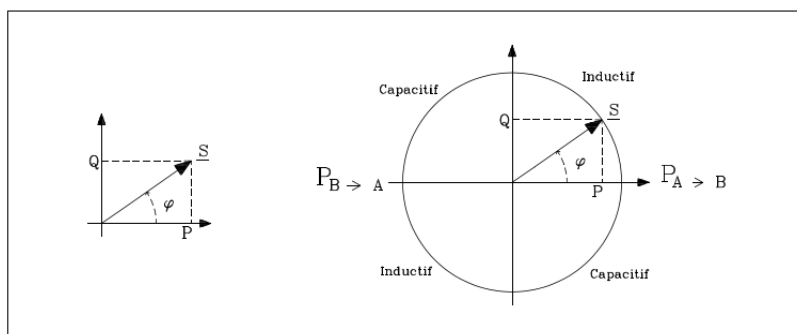


FIGURE 1.4

Puissance réactive

Dans l'expression $P = VI \cos \varphi = \Re(\underline{S})$, on définit la **puissance réactive** :

$$Q = VI \sin \varphi = \Im(\underline{S}) \quad (1.9)$$

tel que $\underline{S} = P + jQ$.

Si $P > 0, Q > 0$ si $\varphi > 0$ c'est à dire que la charge est inductive.

Si $P > 0, Q < 0$ si $\varphi < 0$ c'est à dire que la charge est capacitive.

La puissance réactive ne correspond à aucun travail effectif et est une notion difficile à saisir. Retenons juste que sa circulation amène des pertes et des chutes de tension. Cette puissance n'apparaît que si la charge est réactive, c'est-à-dire peut stocker de l'énergie¹.

1.3 Caractéristiques d'un système polyphasé

1.3.1 Modes de couplage des circuits polyphasés

Soit m sources électrique indépendantes S_1, S_2, \dots, S_m dont les tensions ont la même valeur efficace et sont déphasé de $2\pi/m$: système m -phasé équilibre d'ordre direct :

$$\underline{E}_i = E_1 \angle -(i-1) \frac{2\pi}{m} \quad (1.10)$$

1. Voir 1.2-14 du syllabus pour une image intuitive

CONVENTION : la phase 2 est située en arrière de la phase 1 et la phase 3 en arrière de la phase 2 (en arrière signifie "[...] dans le temps").

Voici un schéma de principe pour un tel système. Chacun des enroulements d'induit est raccordé par deux fils, il faudrait donc $2m$ conducteurs. Il existe deux moyens d'économiser le métal conducteur :

a. Couplage en étoile avec fil neutre

L'idée est d'utiliser un conducteur de retour commun à tous les circuits en réunissant les extrémités. On appelle O , le fil neutre parcouru par la somme des courants débités par toutes les sources. Nécessitant $m + 1$ fil de ligne, il s'agit du couplage *étoilé avec fil neutre*.

La **tension simple** (ou de **phase**) d'un conducteur est la différence de potentiel entre le conducteur et le neutre. Par exemple : $\underline{V}_1 = \underline{V}_1 - \underline{V}_0$. La **tension composée** (ou **entre phases**) est la différence de potentiel entre deux conducteurs. Par exemple : $\underline{U}_{12} = \underline{V}_2 - \underline{V}_1$.

b. Couplage en étoile sans fil neutre

Si toutes les impédances sont identiques, le circuit est équilibré et la somme des courants de ligne est nulle : $\sum_{i=1}^m i_i = 0$. Comme le neutre n'est plus parcouru, on peut le supprimer. Le point N' , neutre, possède le même potentiel que le point N par symétrie : N est un point neutre artificiel. Cette installation comporte m fils.

Spoil : si les charges sont déséquilibrées on peut conserver ce montage mais la tension de $N' \neq N$. Cherchons maintenant les relations liant tension et phase.

Soit $\underline{V}_1, \underline{V}_2$ les tensions mesurées entre neutre de phase consécutives 1 et 2. Par symétries, elle sont égales en tension efficace mais déphasées de $2\pi/m$ radians. Si \underline{V}_1 est la référence :

$$\begin{aligned}\underline{V}_1 &= V \angle 0 \\ \underline{V}_2 &= V \angle -\frac{2\pi}{m}\end{aligned}\quad (1.11)$$

Le phaseur de la tension mesurée entre les phases 1 et 2 s'écrit

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_2 - \underline{V}_1 \quad (1.12)$$

On voit que²

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= 2V_1 \sin \frac{\pi}{m} e^{-j(\frac{\pi}{m} + \frac{\pi}{2})} \\ U_{12} &= 2V_1 \sin \frac{\pi}{m}\end{aligned}\quad (1.13)$$

La puissance transportée par une ligne équilibrée vaudra alors

$$P = \Re(m \underline{V}_1 \underline{I}_1^*) = m V_1 I_1 \cos \varphi \quad (1.14)$$

Si le point neutre n'est pas accessible, la seule tension mesurable est U_{12} . En remplaçant dans P , la valeur V_1 tirée de U_{12} :

$$P = \frac{m}{2 \sin \frac{\pi}{m}} U_{12} I_1 \cos \varphi \quad (1.15)$$

Attention : φ est le déphasage entre tension simple et courant et rien d'autre !

2. ??

c. Couplage en polygone

On peut connecter la sortie de chacune des phases du générateur à l'entrée de la phase contiguë et de même pour le récepteur. La somme des f.e.m. alternatives équilibrées engendrée dans les phases du générateurs étant nulles, on peut les connecter pour former un **polygone fermé** (le courant ne circulera pas). On aura pour ça besoin de m conducteurs distincts.

Soit \underline{I}_{12} et \underline{I}_{23} les courants qui circulent dans deux phases consécutives du générateur et \underline{I}_2 , le courant traversant la ligne commune. Par Kirchhoff :

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{23} \quad (1.16)$$

Or \underline{I}_{12} et \underline{I}_{23} sont égaux en grandeur et entre eux se trouve un angle de $2\pi/m$. Par les relations vectorielles :

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{12} \sin \frac{\pi}{m} e^{-j(\frac{\pi}{m} - \frac{\pi}{2})} \quad (1.17)$$

d. Puissance électrique transportée par une ligne

Cette puissance s'exprime par

$$P = \Re(m \underline{U}_{12} \underline{I}_{12}^* = m U_{12} I_{12} \cos \varphi = \frac{m}{2 \sin \frac{\pi}{m}} U_{12} I_1 \cos \varphi \quad (1.18)$$