# 第四章　串

- **4.1 串的基本概念**
- **4.2 串的存储结构**
  - 顺序存储结构
  - 链式存储结构
- **4.3 串的操作算法**

串和线性表的区别:

1. 串的数据对象约束为字符集。

2. 线性表的基本操作大多以“单个元素”为操作对象，而串的基本操作通常以“串的整体”作为操作对象。

如：在串中查找某个子串、求取一个子串、在串的某个位置上插入一个子串以及删除一个子串等。

# 4.1 串的基本概念

- 串：是由零个或多个字符组成的有限序列，一般记为

$$s = "a_1a_2\ldots a_n" \quad (n\geq 0)$$

其中：串中字符的个数n称为串的长度。

长度为0的串称为空串。

注意区分空串与空格串的区别。

- 串的相关概念：

- 子串：串中任意个连续的字符组成的子序列。
- 主串：包含子串的串相应地称为主串。
- 位置：字符在序列中的序号。子串在主串中的位置则以子串的第一个字符在主串中的位置来表示。
- 串相等：仅当两个串的长度相等，并且对应位置的字符都相等。

# 对于串可以定义以下运算：

**1. 串赋值：StrAssign(&T ，chars);**

**2. 串比较：StrCompare(S，T);**

**3. 求串长：StrLength( S );**

**4. 串联接：Concat( &T，S1，S2 );**

**5. 求子串：SubString( &Sub，S，pos, len )**

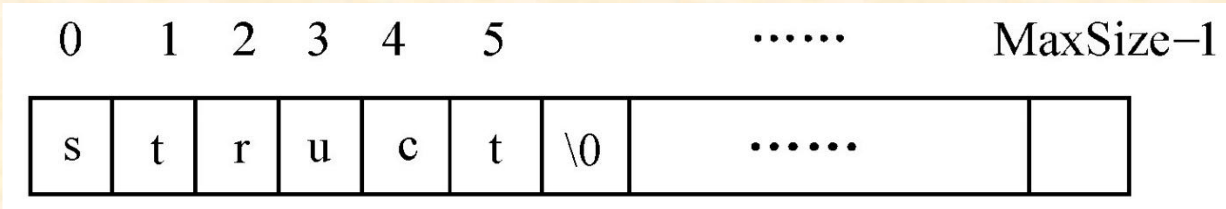
# 4.2 串的存储结构

## 1. 顺序存储结构

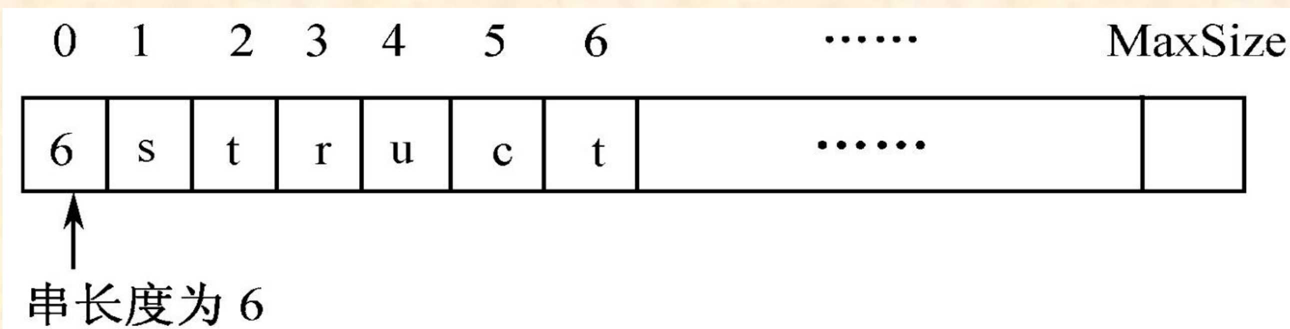
用定长的字符数组来描述串的定长顺序存储结构。

- 串长的表示方法：
  - 在串尾加一个结束标记（不计入长度）
  - 在下标为0的数组分量中存放串的长度值
  - 定义一个含有两个成员的结构体类型

(1) 在串尾加一个结束标记（不计入长度）




(2) 在下标为**0**的数组分量中存放串的长度值



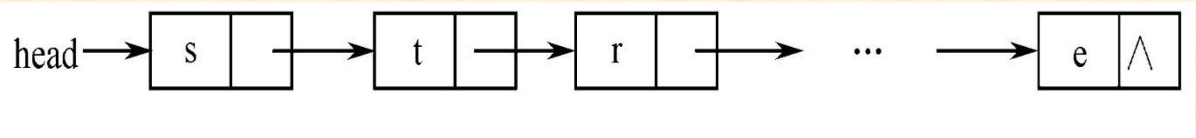
## (3) 定义一个含有两个成员的结构体类型

```
const int MaxSize=1000    //串允许的最大字符个数
struct SeqString{
      char  data[MaxSize];
      int   length;         //串的长度
 };
```

# 4.2 串的存储结构

## 2. 链式存储结构

- 顺序串上的插入和删除操作不方便，需要移动大量的字符。因此，我们可用单链表方式来存储串值，串的这种链式存储结构简称为链串。




- 这种结构便于进行插入和删除运算，但存储空间利用率低。

- 为了提高存储密度，可使每个结点存放多个字符。通常将结点数据域存放的字符个数定义为结点的大小。

串的块链存储表示：

```
const int  CHUNKSIZE=4     // 可由用户定义的块大小
struct Chunk {
  char data[CHUNKSIZE];
  Chunk *next;
} ;
struct LString {
   Chunk *head, *tail;       // 串的头和尾指针
   int  curlen;              // 串的当前长度
};
```

# 串的压缩存储结构的应用

- 在编辑系统中，整个文本编辑区可以看成是一个文本串，每一行是一个子串，构成一个结点。即: 同一行的串用定长结构(80个字符), 行和行之间用指针相联接。

# 4.3 串的操作算法

- 4.3.1 串的基本操作算法
- 4.3.2 串的模式匹配

# 4.3.1 串的基本操作算法

## 1． 串连接

在串s1的后面连接串s2，s1改变，s2不改变。

```
void StrCat (char *s1, char *s2){
        len1=strlen(s1);
        len2=strlen(s2);
        if  (len1+len2>MaxSize-1)
        { cerr<<"超长";  exit(1); }
        i=0;
        while(s2[i]!='\0') {
                s1[len1+i]=s2[i];
                i++;
        }
        s1[i+len1]='\0';
}
```

## 2. 串比较

```
int StrCmp(char *s1, char *s2) {
  i=0;
  while (s1[i]==s2[i] && s1[i]!='\0')
     i++;
  return (s1[i]-s2[i]);
}
```

## 3. 串复制

```
void StrCpy(char *s1, char *s2)
{
    int len=strlen(s2);
    if ( len>MaxSize-1 )
    {cerr<<"超长"; exit(1);}
    while (*s1++ = *s2++);
}
```

## 4.3.2 串的模式匹配算法

• **模式匹配：** 子串（又称*模式串*）在主串（*目标串*）中的定位操作。

**int Index ( char *S, char *T )**
**初始条件：串S和T存在，T是非空串**
**操作结果：若主串S中存在和串T值相同的子串，**
**则返回它在主串S中第一次出现的位置;**
**否则函数值为-1。**

• 模式匹配是串的一种重要操作，很多软件，若有“编辑”菜单项的话，则其中必有“查找”子菜单项。

# Example

```
              ↓ i=3
第1趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  b
       a  b  c
              ↑ j=3

           ↓ i=2
第2趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  b
          a
          ↑ j=1

                          ↓ i=7
第3趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  b
             a  b  c  a  c
                          ↑ j=5

                 ↓ i=4
第4趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  b
                 a
                 ↑ j=1

                    ↓ i=5
第5趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  b
                    a
                    ↑ j=1

                                   ↓
第6趟  a  b  a  b  c  a  b  c  a  c  c
                       a  b  c  a  c
                                   ↑
```

## 朴素的模式匹配算法:

串长存放在0号单元

```
int BFmatching(char *s, char *t)
{
        i=1; j=1;
        n=s[0];  m=t[0];
        while(i<=n&&j<=m)
        {
                if(s[i]==t[j]) { i++; j++; }
                else { i=i-j+2; j=1; }
        }
        if (j>m) return i-j+1;
        else return 0;
}
```

朴素的模式匹配算法的时间复杂度分析：

- 该算法的思想简单，易于理解，但算法的效率不高，原因是回溯，分析如下：
  - 最好情况下： $O(n+m)$
  - 最坏情况下： $O(n*m)$

## 4.3.2 改进算法

由D.E.Knuth与J.H.Morris 和V.R.Pratt同时发现的。简称 KMP算法。

设主串S=“ababcabcacbab”, 模式串T=“abcac”。则朴素算法的匹配过程如下：

## 未改进时的匹配情况：

第一趟匹配

↓ i=3

a b a b c a b c a c b a b

a b c a c

第二趟匹配

↓ i=2

a b a b c a b c a c b a b

  a b c a c

第三趟匹配

↓ i=7

a b a b c a b c a c b a b

    a b c a c

第四趟匹配

↓ i=4

a b a b c a b c a c b a b

      a b c a c

第五趟匹配

↓ i=5

a b a b c a b c a c b a b

        a b c a c

第六趟匹配

↓ i=11

a b a b c a b c a c b a b

          a b c a c

# 改进后的匹配情况：

第一趟匹配 a b a b c a b c a c b a b

a b c a c

保持主串指针位置不动,而模式串向右滑动若干个字符

第二趟匹配 a b a b c a b c a c b a b

a b c a c

保持主串指针位置不动,而模式串向右滑动若干个字符

第三趟匹配 a b a b c a b c a c b a b

(a)b c a c

## 改进算法的一般情况：

设主串为“$s_1s_2\ldots s_n$”，模式串为“$t_1t_2\ldots t_m$”,当在某一趟匹配过程中出现“失配”情况时，即当

$$\begin{cases} s_i \neq t_j \\ \text{“}s_{i-j+1}s_{i-j+2}\ldots s_{i-1}\text{”} = \text{“}t_1t_2\ldots t_{j-1}\text{”} \end{cases}$$

要能立即确定模式右移的位数，即确定 $s_i$（i指针不回溯）应与模式串的哪一个字符继续进行比较？

假设此时 $s_i$ 应与模式串的第 k（k<j）个字符$t_k$比较，则应有如下关系式存在：

$$\text{“}t_1t_2\ldots t_{k-1}\text{”} = \text{“}t_{j-k+1}t_{j-k+2}\ldots t_{j-1}\text{”}$$

由于“失配”时，存在下列关系：

$$\text{“}t_{j-k+1}t_{j-k+2}\ldots t_{j-1}\text{”} = \text{“}s_{i-k+1}s_{i-k+2}\ldots s_{i-1}\text{”}$$

于是有：

$$\text{“}t_1t_2\ldots t_{k-1}\text{”} = \text{“}s_{i-k+1}s_{i-k+2}\ldots s_{i-1}\text{”}$$

当主串中第 i 个字符与模式串中第 j 个字符不等时，将模式串向右滑动至第k个字符和主串中第i个字符比较。

失配时的位置：

$$s_1\ s_2 \ldots\ s_{i-k+1} s_{i-k+2} \ldots s_{i-1}\ s_i$$

$$t_1\ t_2 \ldots t_{k-1} t_k \ldots t_{j-1} t_j$$

应滑动的位置：

$$s_1 s_2 \ldots s_{i-k+1} s_{i-k+2} \ldots s_{i-1}\ s_i$$

$$t_1\ t_2\ \ldots\ t_{k-1} t_k \ldots t_{j-1} t_j$$

- 若令next[j] = k, 则next[j]表明当模式中第j个字符与主串中相应字符“失配”时，在模式串中需重新和主串中该字符进行比较的字符的位置。由此可以得出next函数的定义：

$$
next[j]=\begin{cases} 0 & \text{当} j=1 \text{时} \\ \mathrm{Max}\{k \mid 1<k<j \text{ 且 } 't_1t_2\cdots t_{k-1}'='t_{j-k+1}\cdots t_{j-1}'\} & \\ 1 & \text{其它情况} \end{cases}
$$

# Example

- 【例】 设有模式串t= " abaabcac "， 则它的next数组值为

| *j* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 模式串 | a | b | a | a | b | c | a | c |
| next[*j*] | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 |

| *j* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 模式串 | a | b | a | a | b | c | a | c |
| next[*j*] | -1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |

# KMP 算法

```
int Index_KMP(char *s, char *t)
 {
     i = 1;   j = 1;
    n=s[0];  m=t[0];
    while (i <= n && j <= m) {
        if (j == 0 || s[i] == t[j])
        { ++i;  ++j; }              // 继续比较后继字符
        else  j = next[j];          // 模式串向右移动
     }
     if (j > m)  return  i-m;            // 匹配成功
     else return 0;
 }
```

# 模式串的next数组的生成?

- ✓ 从前面的讨论可知，next函数值仅取决于模式串本身，而与主串无关。
- ✓ next[j]的值等于在“$t_1 t_2 \ldots t_{k-1} t_{k \ldots} t_{j-1}$”这个模式串中，**相同的前缀子串和后缀子串的最大长度加1**。
- ✓ 因此要计算next[j]就要在“$t_1 t_2 \ldots t_{k-1} t_{k \ldots} t_{j-1}$”找出前缀和后缀相同的最大子串。这个查找过程实际上仍然是模式匹配，只是匹配的模式与目标在这里是同一个串t。

✓ 求next数组值可采用**递推**的方法，分析如下：

已知：next[1] = 0；

假设：next[j] = k，现在要求next[j+1]的值。这时有两种情况：

（1）若$t_k = t_j$, 则表明在模式串中有：

$$“t_1 t_2 \ldots t_{k-1} t_k” = “t_{j-k+1} t_{j-k+2} \ldots t_{j-1} t_j”$$

这时有next[j+1]=next[j]+1 = k+1

（2）若$t_k \neq t_j$，则表明在模式串中有

$$“t_1 t_2 \ldots t_{k-1} t_k” \neq “t_{j-k+1} t_{j-k+2} \ldots t_{j-1} t_j”$$

则需往前回溯，检查 t[j] = t[ ？ ]

。。。

# next数组的生成算法

```
void get_next(char *t, int next[])
 {
      j = 1; k = 0;
      m=t[0]
      next[1] = 0;
      while ( j < m ) {
          if ( k == 0 || t[j] == t[k] )
              { ++j;  ++k;  next[j] = k; }
          else  k = next[k];
      }
 }
```

# next 数组的缺陷?

| *j* | 1 2 3 4 5 |
|---|---|
| 模式t | a a a a b |
| next[*j*] | 0 1 2 3 4 |

- 利用模式的此next数组进行模式和主串匹配时，可能还会有多余的比较!

| *j* | 1 2 3 4 5 |
|---|---|
| 模式t | a a a a b |
| next[*j*] | 0 1 2 3 4 |
| nextval[*j*] | 0 0 0 0 4 |

# Next 数组的缺陷与改进?

| *j* | 1 2 3 4 5 |
|---|---|
| 模式t | a a a a b |
| next[*j*] | 0 1 2 3 4 |
| nextval[*j*] | 0 0 0 0 4 |

- 改进的方法是对next数组加以修正，在算法中求得next[*j*]=*k*后，要继续判断$t_k$和$t_j$是否相等，若相等还需使next[*j*]=next[*k*]。

# KMP算法的时间复杂度

- **KMP算法的时间复杂度是*O*(n+m)**
- **求next算法的时间复杂度为*O*(m)**
- **整体的时间复杂度为*O*(n+m)。**