SF1546, Numeriska Metoder för COPEN, CELTE, CINTE, CITEH & CL, VT25
Lab3 – Projektet – Version 1.0

Ni skall välja **en** av uppgifterna nedan. Det finns XX exemplar av vardera. Om alla XX redan är tagna måste du välja en annan uppgift. Vid den muntliga redovsiningen (som tar en timme) är det tänkt att ni är fyra grupper som presenterar under samma pass, helst en grupp från vardera uppgiften.

Info om hur ni bokar en uppgift kommer.

Utförande

1. Först skall ni göra en plan över vilka metoder ni planerar att använda för att lösa uppgiften. Till exempel hur ni delar upp uppgiften i mindre delar, vilka numeriska metoder ni planerar att använda och (grovt) vilka delar ni tänker dela upp ert program i (vilka funktioner?) och vilka data som behöver föras över från en del till nästa.

2. De numeriska metoder ni sedan använder skall programmeras av er själva. Exempel: Om ni behöver beräkna en integral så får ni inte använda Matlabs `integral` eller `trapz` utan ni måste själva implementera en metod, tex trapetsregeln. Ni får dock använda "vanliga" standard-funktioner som tex `cos`, `exp` och `abs` liksom grundläggande "vektor-funktioner" som tex `norm`, `abs`, `max`, `min` och `length` (men alltså inte mer avancerade funktioner som tex `find`) eller `roots`).

3. Ni skall också visa hur noggrannt ni löst uppgiften. Bedömningen skall göras i två steg. I det första antas alla givna värden vara exakta, så att ni kan visa hur noggrann er beräkning med era valda metoder är. Skatta en gräns för felet som orsakas av er implementering av era valda numeriska metoder. Därefter ska ni också visa hur en liten osäkerhet i de givna värdena kan påverka ert resultat Ansätt felgränsen till 1 procent på alla givna indata. Skatta en gräns för felet som orsakas av era osäkra indata i ert program. Beräkna sedan en total felgräns för era svar.

Ni behöver också undersöka att er kod verkar fungera som tänkt. Några anser att det är en del av programmeringen, andra att det ingår i felskattningen.

4. Om projektet skall räknas som utvidgat ("avancerat") och därmed betygshöjande skall ni **dessutom göra en ny version av uppgiften** där ni tvärtom använder Matlabs färdiga rutiner för alla våra numeriska metoder ni använder som till exempel `fzero`, `polyfit`, `integral` och `ode45`. Även detta lösningssätt av projektuppgiften (inkl felskattning) ska då beskrivas i rapporten.

Det är när ni lämnar in er första version av rapporten som ni behöver bestämma om ert projekt är basnivå eller utvidgat. Det ska tydligt framgå på förstasidan om ni gör ett utvidgat projekt eller ett basprojekt. Om det är otydligt kommer projektet klassas som ett basprojekt. Om det är ett utvidgat projekt ska båda versionerna vara klara och finnas med i rapporten när den lämnas in.

5. Rapporten ska vara kort (cirka 5-8 sidor), men det ska tydligt framgå för läsaren hur ni har löst uppgiften och ha med så mycket detaljer att läsaren kan (om den vill) upprepa ert arbete. Eftersom det är en laborations-redovisning ska Matlab-koden till ert projekt ska finnas med som bilaga i er rapport, men rapporten ska gå att läsa och förstå utan att man ska behöva titta i kod-bilagan. För mer info om rapporten se kravsidan i Canvas om rapporten. (Matlab-koden ska också laddas upp separat i Canvas).

Ni ska använda de effektiva metoder kursen lär ut. Dagens datorer är mycket snabba och vissa resultat i våra projekt kan därför fås fram även med mycket ineffektiva metoder (som tex linjär sökning). Det räcker inte till godkänt. För våra (små) projekt här går det få fram svar med ineffektiva metoder men verkliga, större utmaningar behöver de effektivare metoderna, även med morgondagens ännu snabbare datorer. Ert projekt ska därför visa att ni behärskar de effektiva metoderna. Att ni visar att ni vet hur man gör för att på ett effektivt sätt få fram lösningen med godtycklig noggrannhet är en del av projekt-uppgiften. Projektet är en laboration i en kurs i numeriska metoder. Era resultat ska typiskt ha minst 6-8 säkra siffror, lite beroende på delfråga.

För att ni ska få enklare uppgifter antas normalt i dessa projekt att kulor, rör, bollar med mera liksom de ställen de ska träffa är punktformiga, helt utan utbredning, vilket förstås inte är en korrekt beskrivning av verkligheten. Men det gör att vi får mycket enklare differentialekvationer och är ett mycket vanligt arbetssätt när man vill få en första uppskattning av lösningen till sitt komplexa problem. Det betyder också att beräkningarna kan och ska göras till godtycklig begärd noggrannhet på ett effektivt sätt.

Det är således inte godkänt att ert program är ineffektivt och/eller bara kan uppnå en viss låg noggrannhet, tex millimeter-noggrannhet, med motivering att bollen ändå är flera centimeter i diameter eller liknande. I verkligheten är diffekvationerna flerdimensionella. Man bör också ta med att bollen kan rotera, osv, vilket gör ekvationerna än mer komplicerade. Då blir det ännu viktigare att programmet är effektivt och noggrannt.

De förenklade differentialekvationerna och konstanterna gör också att resultaten ibland blir lite annorlunda än vanligt, tex att en kula kanske rullar ovanligt långsamt eller att en raket inte flyger så högt. Bedöm era erhållna resultat utifrån den matematiska modell ni fått och jobbat med.

Redovisning

För att bli godkänd på ert bokade projekt skall det redovisas i tre steg:

1. Ni skall lämna in en projekt-plan. *(senast XX/4)*
2. Ni skall boka och hålla en muntlig presentation av ert projekt. *(i april eller maj)*
3. Ni skall skriva och lämna in en rapport om ert projekt och ladda upp er kod *(april (reserv maj))*

För exakta datum: se kursplanen. För mer detaljer om projektplanen, presentationen och rapporten: se Canvas och kursplanen.

Hjälp och stöd?

1. Utnyttja våra schemalagda terminalövningar. Då är lärarna på plats och svarar på era frågor. Kö-listan ligger i Stay-a-while, (SF1546).

2. Utnyttja "Allmänhandledningen". Varje vardag 11-13 och 17-20. Även den använder kö-systemet Stay-a-while. Men de kan inte våra projekt på samma sätt som kursens lärare kan.

3. **Prata med varandra!** Hjälp varandra! Diskutera ideer, metoder, angreppssätt och felsökning, **men aldrig, aldrig skicka eller skriva kod eller text åt varandra!!!** Att använda eller skriva av någon annans kod räknas som fusk, oavsett om ni hittat den på nätet, fått den av någon eller annat sätt. Men att fråga om tips och råd för att kunna förstå bättre och göra ett bättre eget arbete, det är klokt!

Ni ska i rapporten intyga att arbetet ni lämnar in är gjort av er själva. Har ni fått mycket hjälp av någon eller något så redovisa vad och källan i rapporten. Det är inte tillåtet att använda generativ AI för att generera kod eller text till rapporten för projektet. Ni rekommenderas som vanligt att vara två i labbgruppen men båda ska ändå kunna redovisa individuellt.

Varning för skrivfel i projekten. Texten i projekten är bitvis ganska nyskriven. Fråga om något verkar konstigt eller alltför svårt!!! Projektet innehåller inget helt nytt, det övar problemuppdelning och att kombinera numera välkända metoder!

Generellt för alla kursens labbar: Har ni suttit fast på en fråga i mer än 15 minuter - släpp den och gå vidare och fråga efter hjälp vid nästa labbpass eller frågestund!

Projekt A. Bordsfyrverkeri

En liten raket står på ett bord och ska göra en flygtur.

Flygturen beskrivs av diffekvationssystemet

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x} &= F\cos(\phi) - k_x\dot{x}V \\
m\ddot{y} &= F\sin(\phi) - k_y\dot{y}V - mg \\
V &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}
\end{aligned}
$$

där y är höjden och x är i sidled. Prickarna betyder tidsderivator, gravitationskonstanten är $g = 9.82N/kg$ och ϕ är raketens vinkel mot plana marken: $\phi = arctan(\dot{y}/\dot{x})$ och $k_x = k_y = 0.001$

Raketens massa avtar allteftersom krutet i den brinner upp. $m(t) = m_0 - kt$ tills dess att allt krut brunnit upp vid $t = 0.08$ sekunder, där $m_0 = 0.050$ och $k = 0.08$ Den startar med starthastigheten 21 m/s från bordet(!) och vinkeln 81 grader mot bordsplanet. Så länge krutet brinner är $F = 1$ därefter är $F = 0$.

a) Vilken är maximala höjden raketen kommer upp i?

b) Hur långt har raketen kommit i sidled när den landar? (dvs x-värdet. Bordsytan antas horisontell).

c) För att inte skada bordet så vill man att raketen ska landa i $x = 8.5$. Vi vill justera värdet på F för att åstadkomma detta. Vilket värde måste då F ha när krutet brinner?

d) Vi vill nu också ha en viss maxhöjd. Justera och bestäm värden på F och startvinkeln så att raketens högsta höjd blir 15 och den landar i 7.45 meter.

Projekt B. Vattenkran

En vackert böjd guldskimrande vattenkran sitter på ett handfat. Sett från sidan så sitter kranen fast i bakkant av handfatet i origo på en liten höjd, $y(0) = 0.1$ och startar med lutningen uppåt 46 grader mot horisontalplanet. Sedan kröker kranen vackert enligt diffekvationssystemet

$$\begin{aligned} y'' &= -K(x)y(x)(1 + (y'(x))^2)^{3/2} \\ K(x) &= K_0 - K_1 x \end{aligned}$$

där y' och y'' betecknar derivering med avseende på variabeln x som mäter avståndet i sidled (när kranen ses från sidan).

a) Bestäm hur kranen ser ut om $K_0 = 11$ och $K_1 = 0.2$ och den slutar i $x = 0.5$ Vilken höjd y slutar den på?

b) Vi vill att vattnet när det kommer ut ut kranen ska komma i en viss vinkel och justerar krökningen. Bestäm ett nytt värde på K_0 så att lutningen i slutet blir -0.51 (dvs $y' = -0.51$ i slutet).

c) Hur hög är kranen vid dess högsta punkt i uppgift b?

d) Vi vill att kranen ska få plats under spegeln så vi vill att maxhöjden ska vara 0.255 och att lutningen i slutet är -0.51 Justera och bestäm K_0 och startlutningen så att båda kraven uppfylls.

Projekt C. Bordtennis

Vi ska räkna på en godkänd serv i bordtennis.

För att en serv i bordtennis ska bli godkänd så ska den först studsa i den egna bordshalvan, sedan gå över nätet utan att nudda nätet och därefter studsa i motståndarens bordshalva.

Vi förenklar serven till en tvådimensionell bana där x-axeln ligger längs bordsytan rakt mot motståndaren och y mäter höjden över bordet.

Varje bordshalva är 1.21 m lång och nätet är 0.119 m högt.

Serven beskrivs av diffekvationssystemet

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -k_x \dot{x} V \\ m\ddot{y} &= -k_y \dot{y} V - mg \\ V &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \end{aligned}$$

Prickarna betyder tidsderivator och gravitationskonstanten är $g = 9.82N/kg$. Vi har $k_x = k_y = 0.005$ och $m = 0.01$ i samma enheter.

Bollen slås från höjden 0.31 ovanför bordsytan precis vid egna bordskanten.

När bollen studsar i bordet så bromsas den inte, men hastigheten i y-led byter riktning.

a) Om bollen slås rakt horisontellt med hastigheten 4 m/s, blir det en godkänd serv? Var på bordet hamnar de två första studsarna?

b) Om bollen slås rakt horisontellt och studsar en gång i egen bordshalva, vid vilken eller vilka starthastigheter kommer bollen att precis nudda nätkanten?

c) Bestäm en startvinkel (mot bordsytan) så att bollen med starthastigheten 10 träffar med andra studsen precis i bakkant av motståndarens bordshalva.

d) Hur lång tid tog kantbolls-serven i förra uppgiften (dvs från det att den slogs tills den studsat andra gången)?

Projekt D. Rullande kula

En kula som låg stilla i origo kommer loss och börjar rulla ner längs en rak linje. Kulans position som funktion av tiden beskrivs av följande differentialekvation

$$\ddot{y} = -3 + 0.1(\dot{y})^2$$

a) Hur långt har kulan rullat vid tiden $t = 0.89$?

b) En liten robot som stod i punkten $x = -4.98$ och $y = 0$ reagerar direkt och börjar röra sig för att fånga kulan. Roboten har konstant hastighet $v = 5$ och siktar hela tiden exakt mot den rullande kulan. När hinner roboten ifatt kulan? Hur långt har kulan rullat då?

c) I punkten $x = 4.99$ och $y = 0$ stod en smartare programmerad robot. Den visste vilken diffekvation som styrde kulans rörelse och räknade direkt ut exakt vilken position den kunde fånga kulan genom att åka i en rät linje direkt till fångstpunkten. Den åker med samma hastighet som den andra roboten. Var hinner den smarta roboten ifatt kulan?

d) Hur mycket tid sparade den smarta roboten jämfört med den långsammare roboten?

Tips till deluppgift b:
Vad händer om man räknar på en för lång tid?
Vad händer om roboten springer förbi kulan?

$\mathcal{NC}$–2025.