

2017-2018 数值分析试题

1. x_1, x_2 分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{2}$ 的近似值, 计算 $89\sqrt{3}-109\sqrt{2}$ 的两种方法:

① $89\sqrt{3}-109\sqrt{2} \approx 89x_1-109x_2$

② $89\sqrt{3}-109\sqrt{2} = \frac{1}{89\sqrt{3}+109\sqrt{2}} \approx \frac{1}{89x_1+109x_2}$

要使两种方法至少有四位有效数, 则 n 应取多少?

2. 方程 $ax^3+bx+c=0$.

(1) 证明: 有唯一解 $x^* \in (-\frac{c}{b}, 0)$.

(2) 给出 Newton 迭代格式, 并证明在 $[-\frac{c}{b}, 0]$ 上收敛.

3. 列主元高斯消去法 (略).

4. Jacobi, G-S 迭代格式及收敛性证明 (略).

5. 已知 $x \in (a, b)$. 证明: 对任意 $\alpha \in \mathbb{R}$ 有 $\max |x - \alpha| \geq \frac{(b-a)^2}{8}$

6. 求 Hermite 3 次多项式. 满足 $H(a)=f(a)$ $H'(a)=f'(a)$ $H(b)=f(b)$ $H'(b)=f'(b)$

7. 已知求积公式 $Q(f) = f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{1}{\sqrt{3}})$.

① 求截断误差表达式 求代数精度

② 利用上述求积公式构造发化求积公式 $Q_n(f)$. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I(f) - Q_n(f)}{h^4}$

8. $y_{i+1} = y_i + Ahf(x_i, y_i) + Bhf(x_i + \frac{2}{3}h, y_i) + Chf(x_i, y_{i+1})$

求 A, B, C 使其具有尽可能高的精度, 求截断误差及阶数.

9. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} = f(x, t)$

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi(x) & \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \psi(x) \\ u(0, t) = \alpha(t) & u(1, t) = \beta(t) \end{cases}$$

已知 $\varphi \in C^2, h$.

① 写出隐格式 ② 写出显格式

精度 $O(\tau^2 + h^2)$ 求截断误差