

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий

институт

Кафедра «Информатика»

кафедра

**ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3**

«Автоматы с магазинной памятью, контекстно-свободные грамматики и языки»

тема

Вариант 15, 15, 10, 15

Преподаватель

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

А.С. Кузнецов  
инициалы, фамилия

Студент КИ18-17/26  
номер группы

\_\_\_\_\_  
подпись, дата

А.С. Ядров  
инициалы, фамилия

Красноярск 2021

## 1 Цель работы

Исследование автоматов с магазинной памятью, контекстно-свободных грамматик и свойств контекстно-свободных языков, а также доказательство принадлежности языков к классу контекстно-свободных.

## 2 Задание

Для выполнения данной практической работы необходимо выполнить следующие задания:

– необходимо с использованием системы JFLAP, построить МПА, предназначенный для распознавания заданного языка, либо формально доказать невозможность этого. Если не оговорено особо, то алфавитом является набор  $\{a, b, c\}$ . Запись  $ns(w)$  означает количество символов  $s$  в цепочке  $w$ . Предложить программную реализацию МПА;

– необходимо с использованием системы JFLAP, построить контекстно-свободную грамматику, описывающую заданный язык, который может быть распознан алгоритмом перебора или управляемым пользователем, или формально доказать невозможность этого;

– необходимо доказать контекстно-свободность либо ее отсутствие для предложенных системой JFLAP языков с применением леммы о разрастании контекстно-свободных языков. Привести пошаговое выполнение доказательства;

– доказать формально контекстно-свободность либо ее отсутствие заданных языков. Для доказательства рекомендуется использовать лемму о разрастании контекстно-свободных языков.

Для заданий были взяты следующие варианты:

Задание №1:

15) Язык  $L_{15} = \{a^n b^m a^n : n \geq 0\}$

Задание №2:

15) Язык  $L_{31} = \{a^n b^m c^k : n \geq 0, m \geq 0, k \geq 3\}$

Задание №4:

15) Язык  $L_{47} = \{a^n b^j a^k b^l : n + j \leq k + l\}$  на алфавите  $\{a, b\}$

### Часть 1.

Полученный МПА для языка  $L_{15} = \{a^n b^m a^n : n \geq 0\}$  представлен на рисунке 1.0. Далее протестируем автомат. Результаты пошагового выполнения процесса распознавания нескольких тестовых цепочек представлены на рисунках 1.1-1.14.

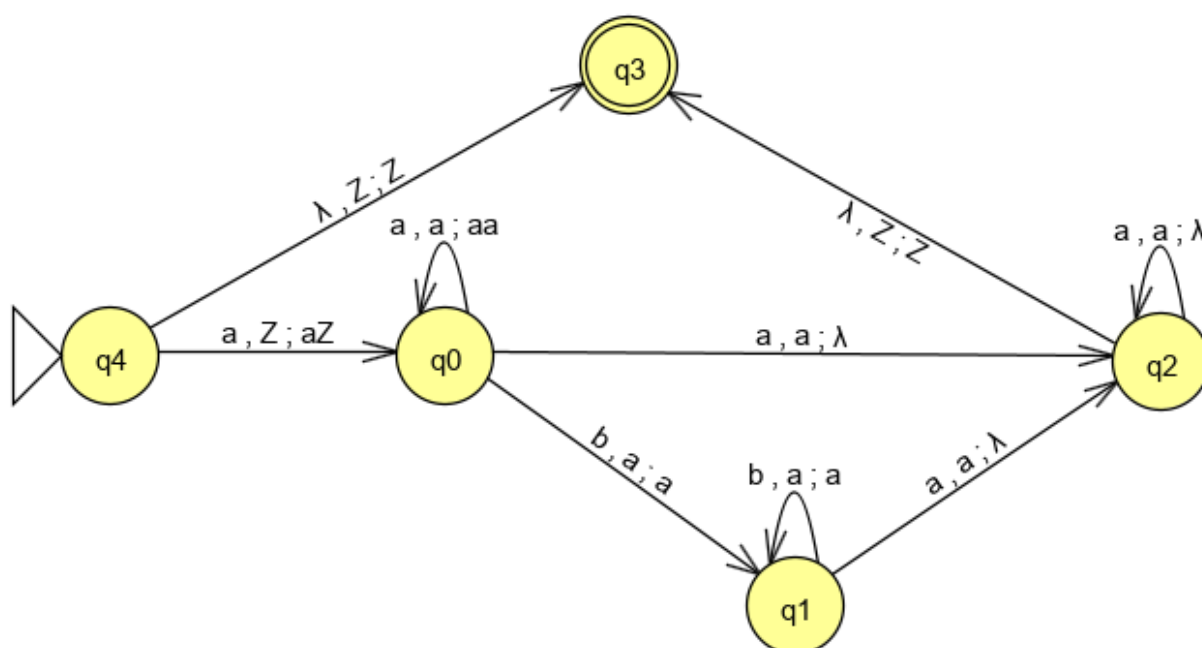


Рисунок 1.0 – Полученный МПА

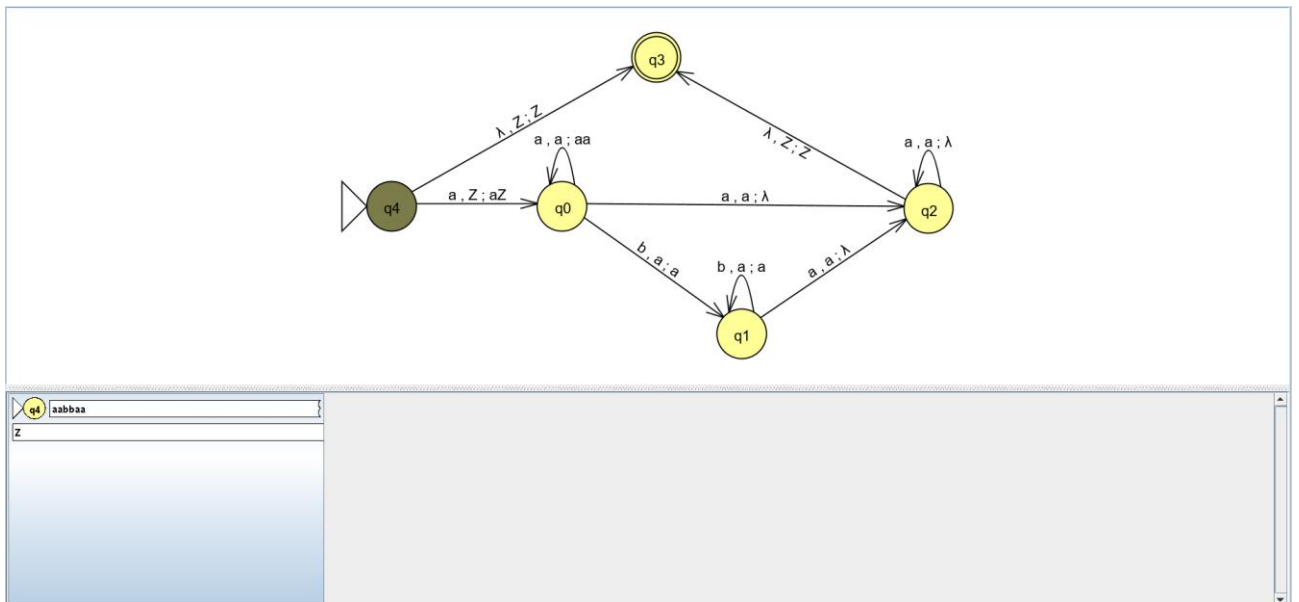


Рисунок 1.1 – Цепочка «aabbbaa», префикс ««»

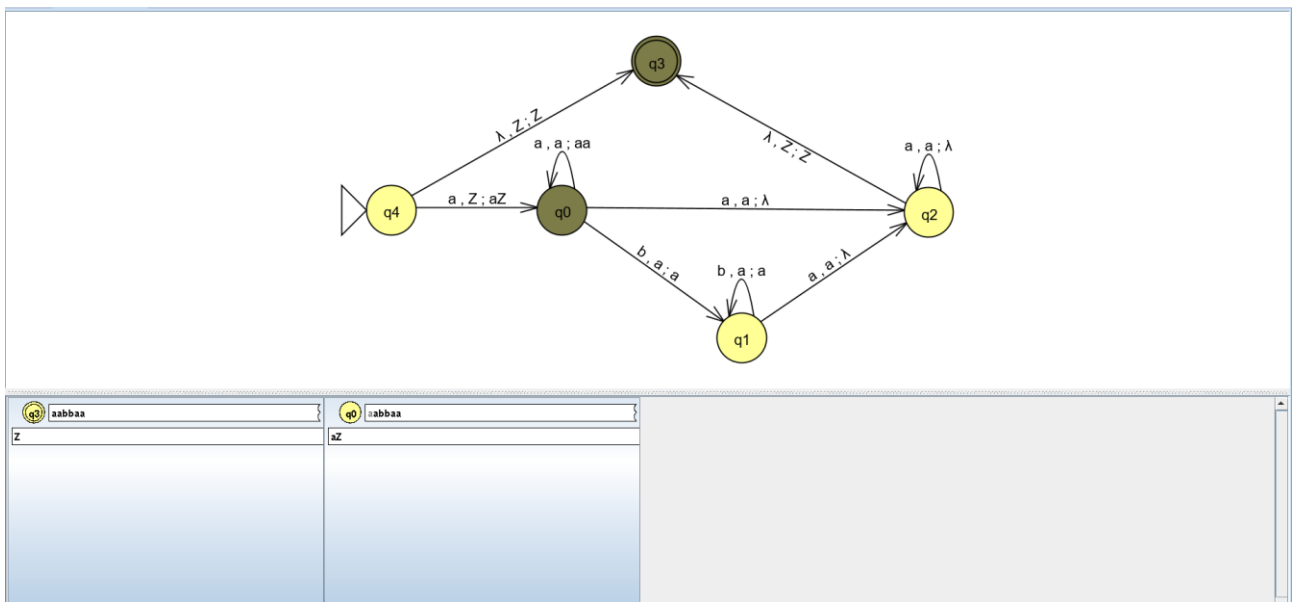


Рисунок 1.2 – Цепочка «aabbbaa», префикс «a»

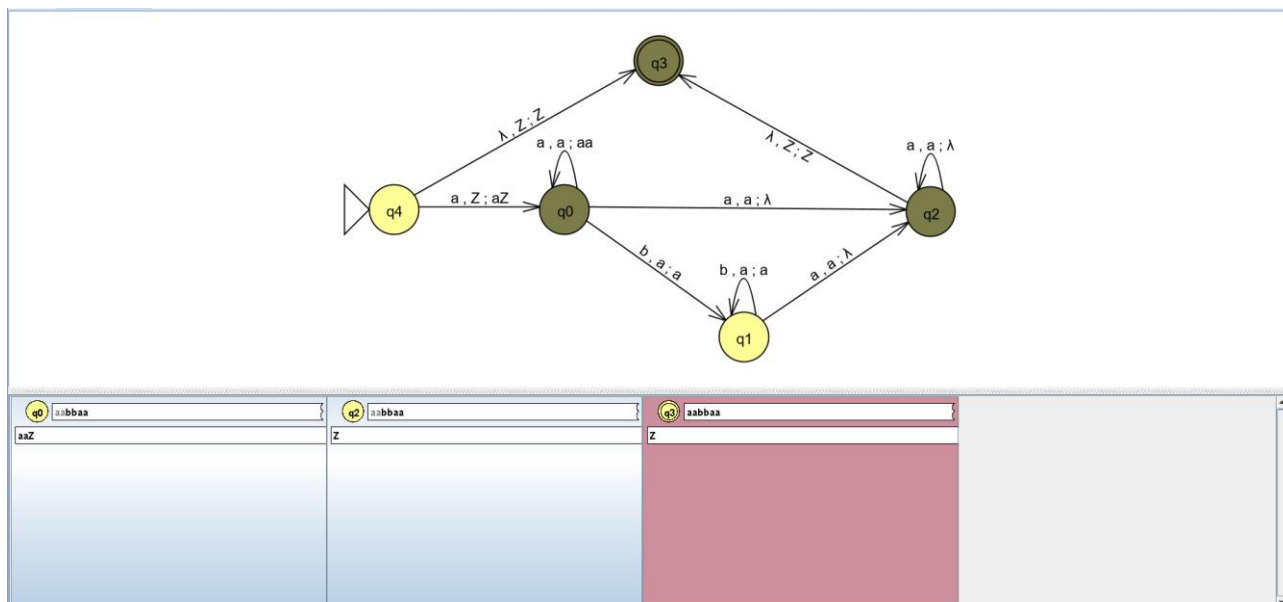


Рисунок 1.3 – Цепочка «aabbaa», префикс «aa»

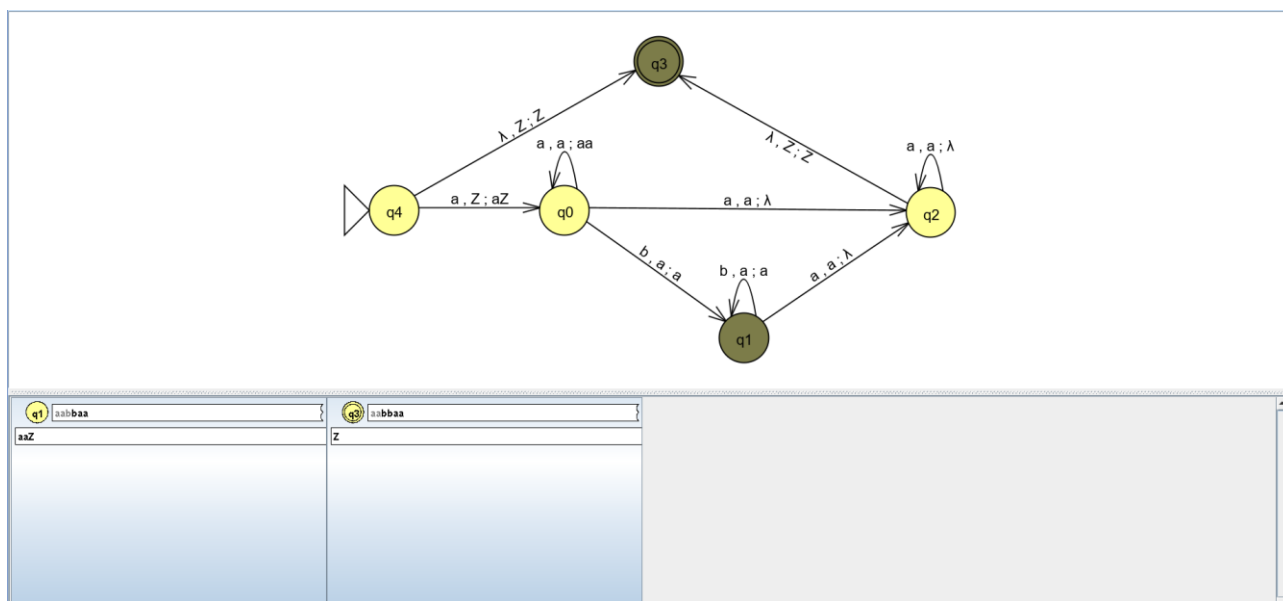


Рисунок 1.4 – Цепочка «aabbaa», префикс «aab»

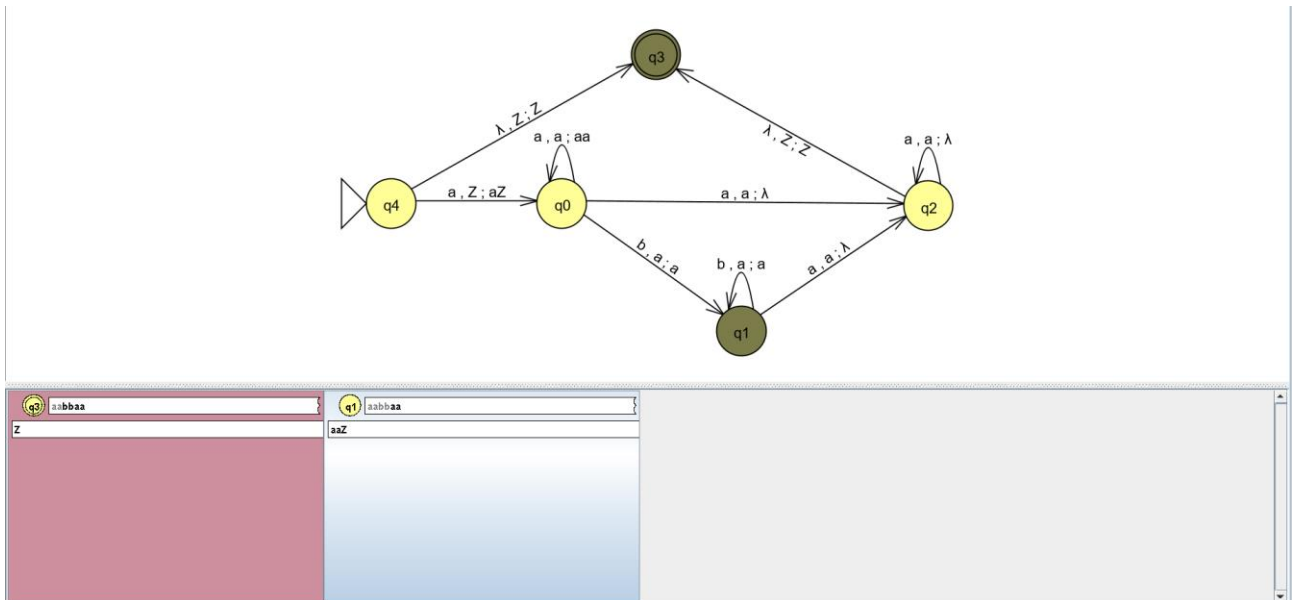


Рисунок 1.5 – Цепочка «aabbaa», префикс «aabbb»

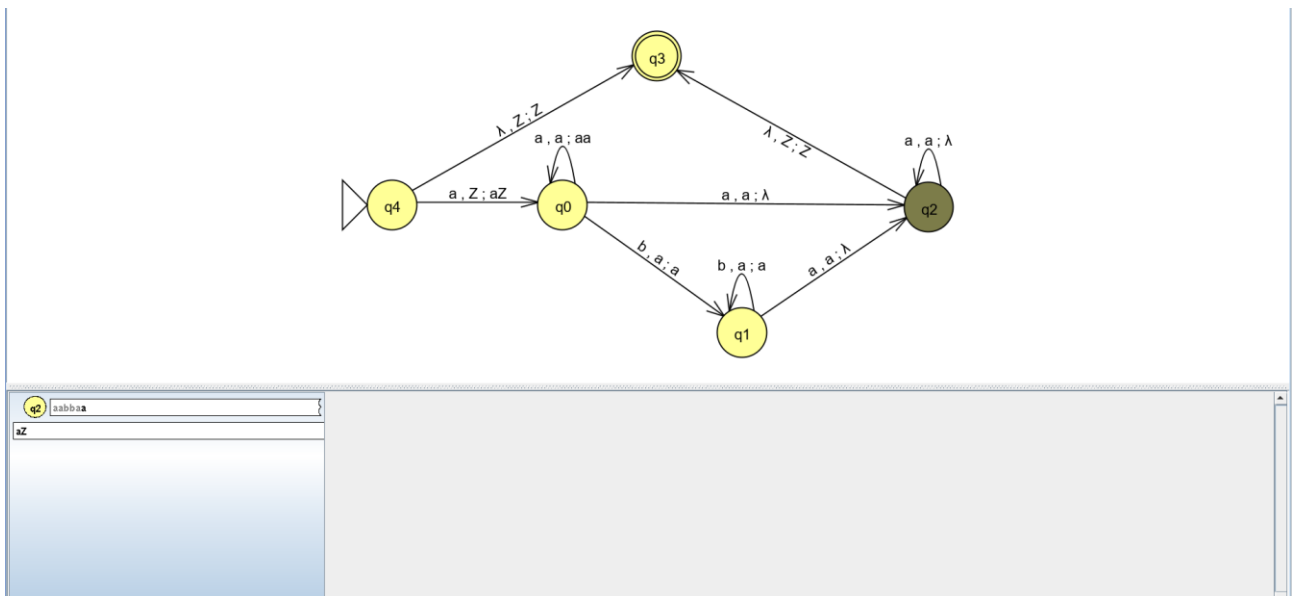


Рисунок 1.6 – Цепочка «aabbaa», префикс «aabba»

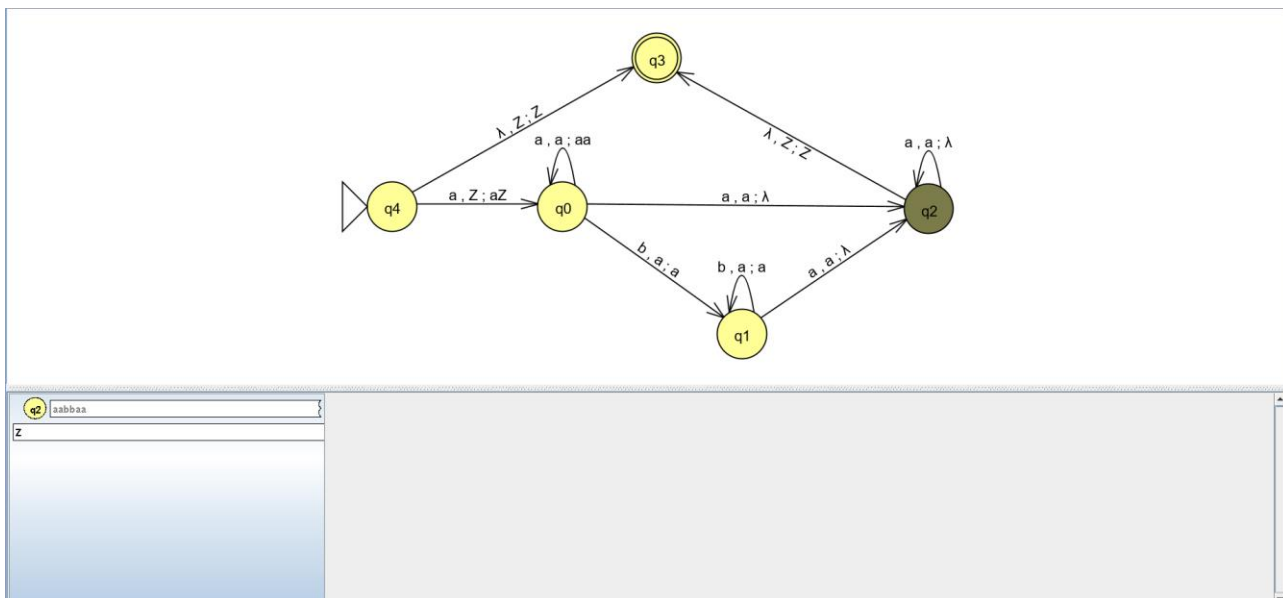


Рисунок 1.7 – Цепочка «aabbaa», префикс «aabbaa»

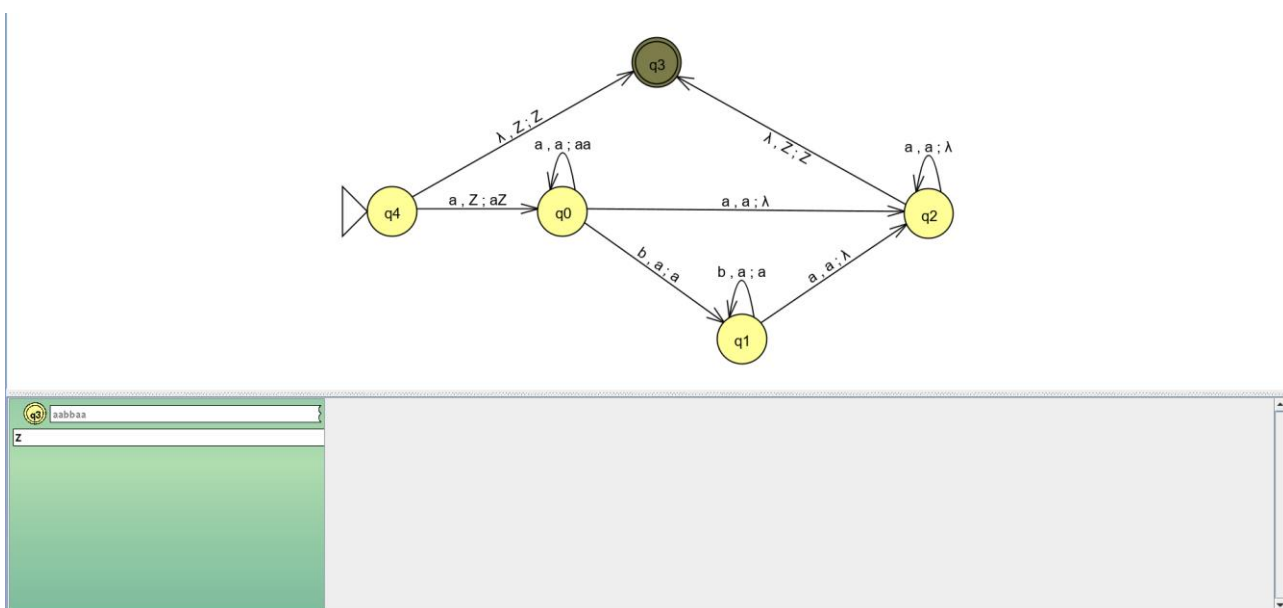


Рисунок 1.8 – Цепочка «aabbaa», префикс «aabbaa»

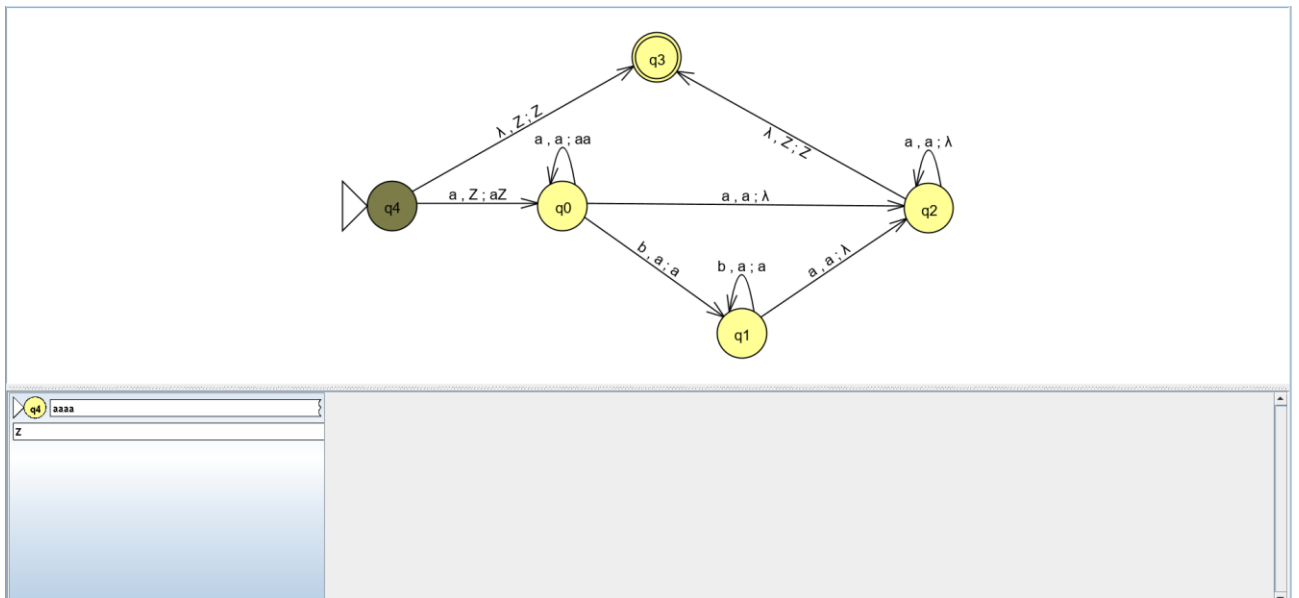


Рисунок 1.9 – Цепочка «aaaa», префикс «<»

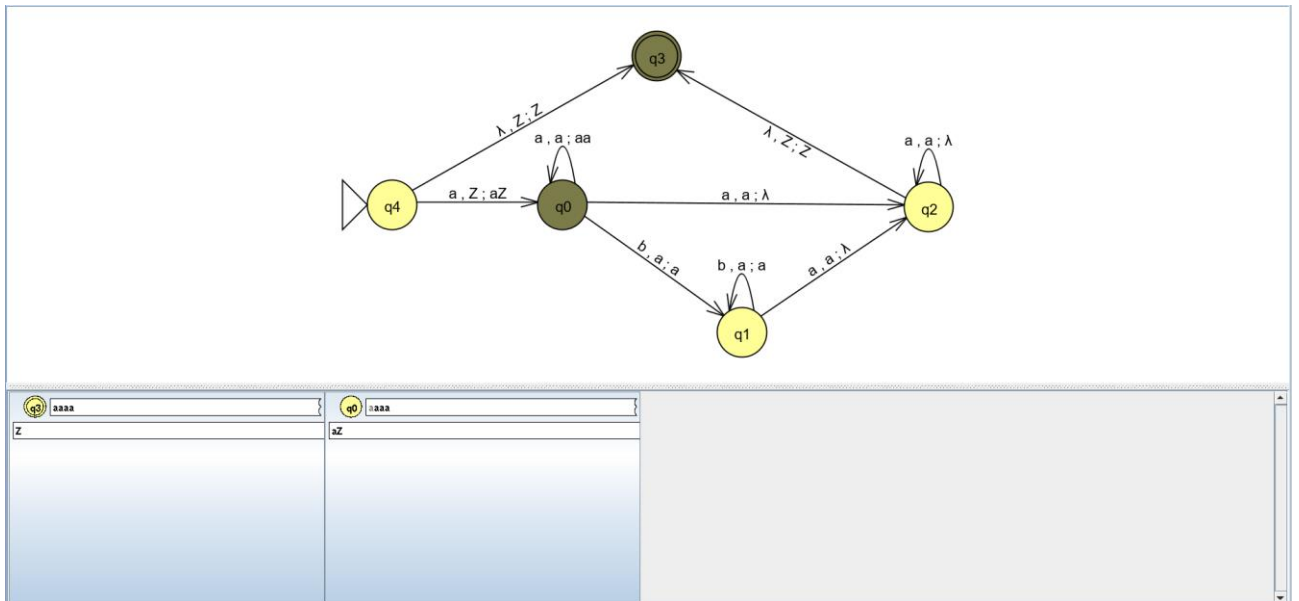


Рисунок 1.10 – Цепочка «aaaa», префикс «a»



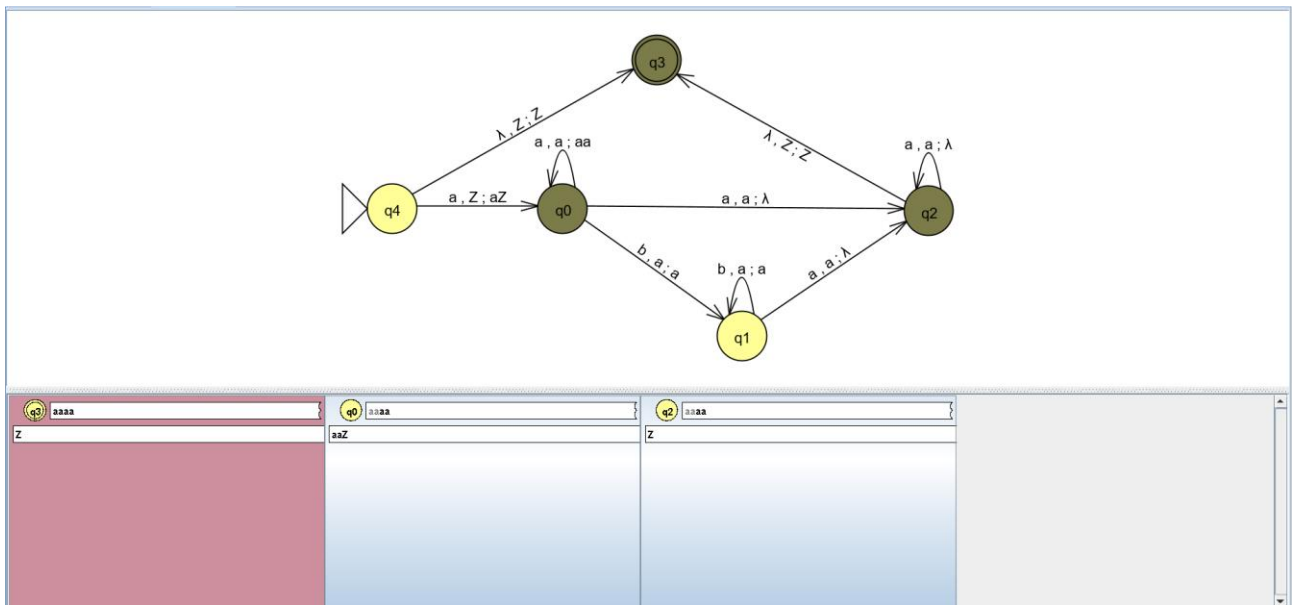


Рисунок 1.11 – Цепочка «aaaa», префикс «aa»

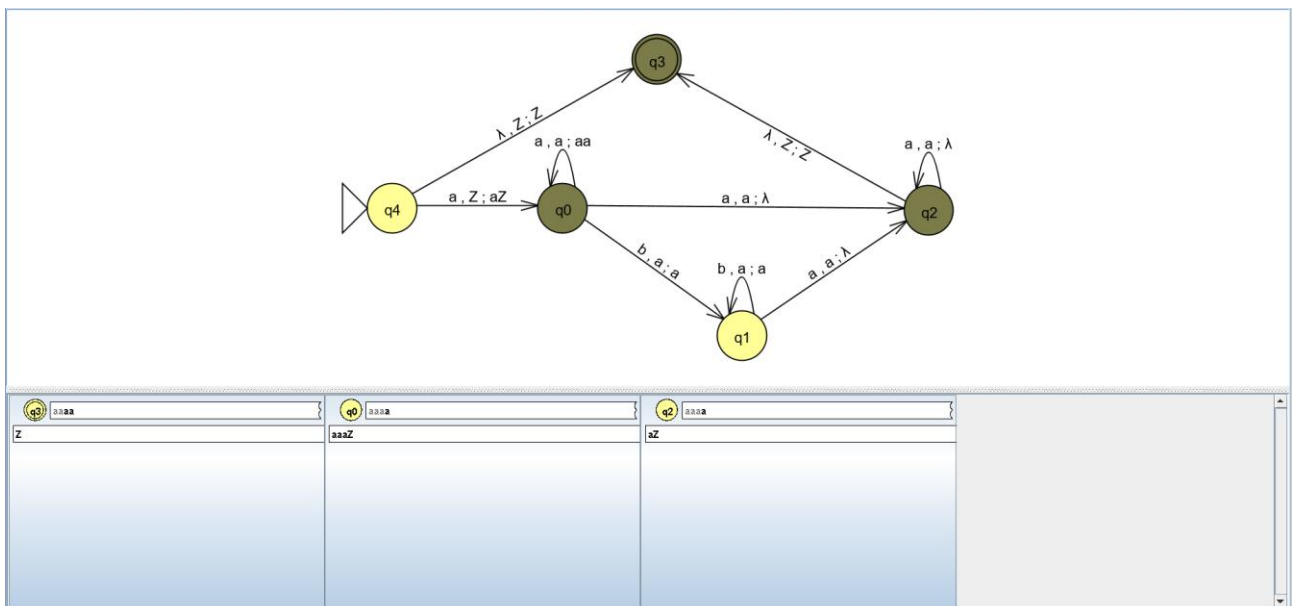


Рисунок 1.12 – Цепочка «aaaa», префикс «aaa»

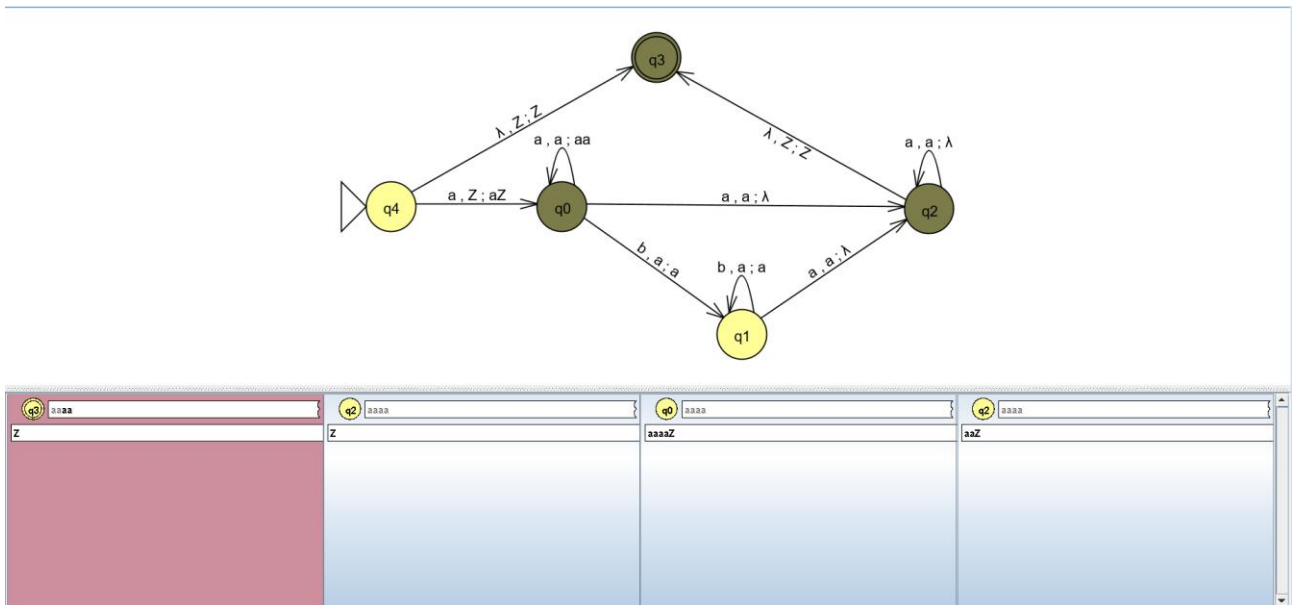


Рисунок 1.13 – Цепочка «aaaa», префикс «aaaa»

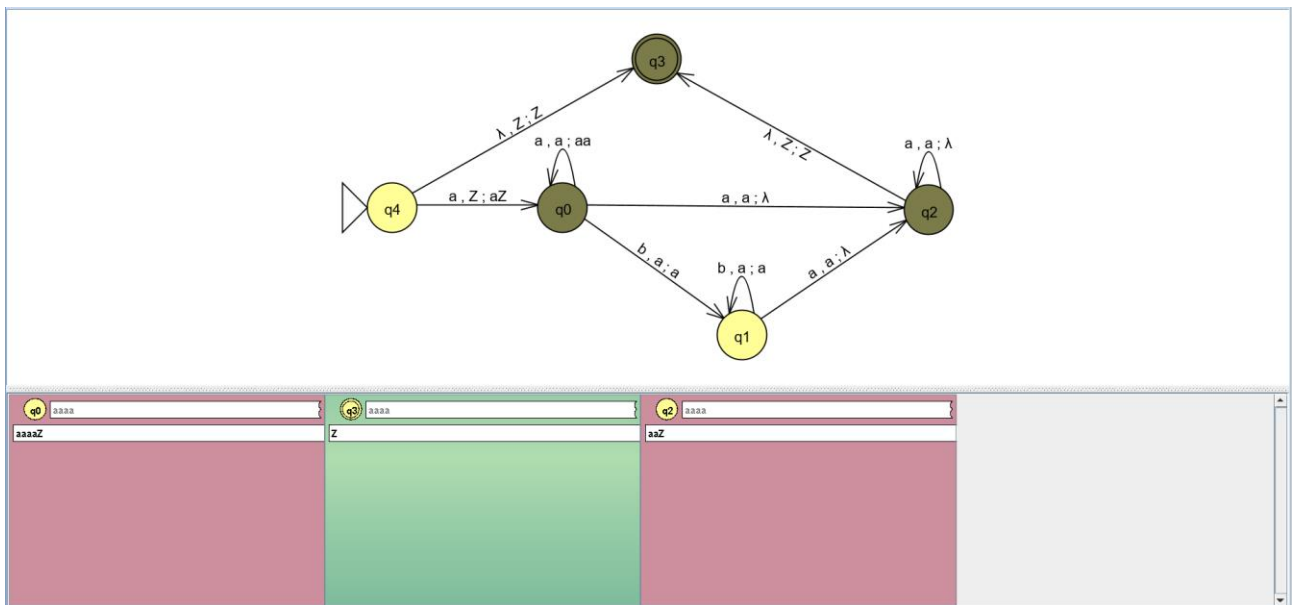


Рисунок 1.14 – Цепочка «aaaa», префикс «aaaa»

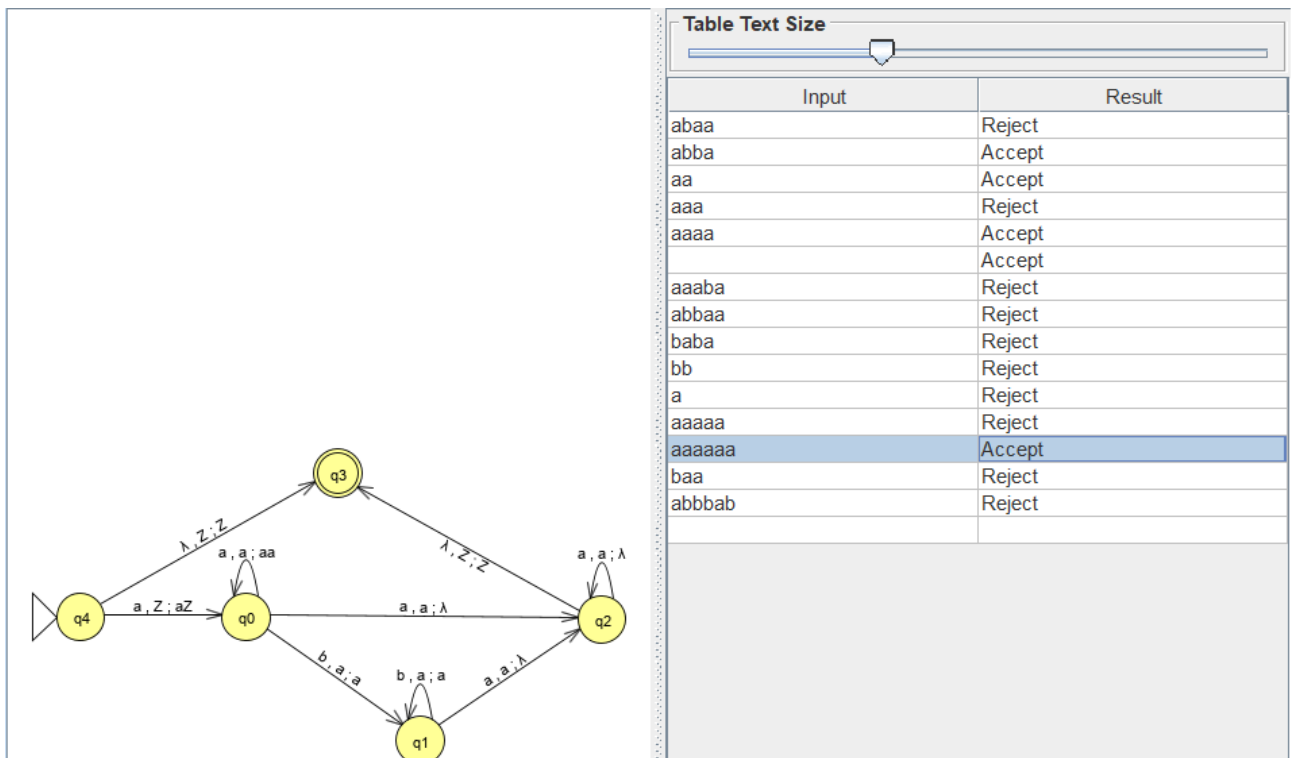


Рисунок 1.15 – Тесты МПА

## Часть 2.

Контекстно-свободная грамматика, описывающая заданный язык, представлена на рисунке 2.0. Преобразуем грамматику в МПА (рисунок 2.1) и протестируем его (рисунок 2.2).

LHS		
S	→	aCB
S	→	cAB
S	→	bHB
C	→	cAF
C	→	bHF
E	→	cDD
A	→	cED
H	→	cAG
D	→	cDD
C	→	aCF
H	→	bHG
F	→	$\lambda$
G	→	$\lambda$
D	→	$\lambda$
B	→	$\lambda$

Рисунок 2.0 - Контекстно-свободная грамматика

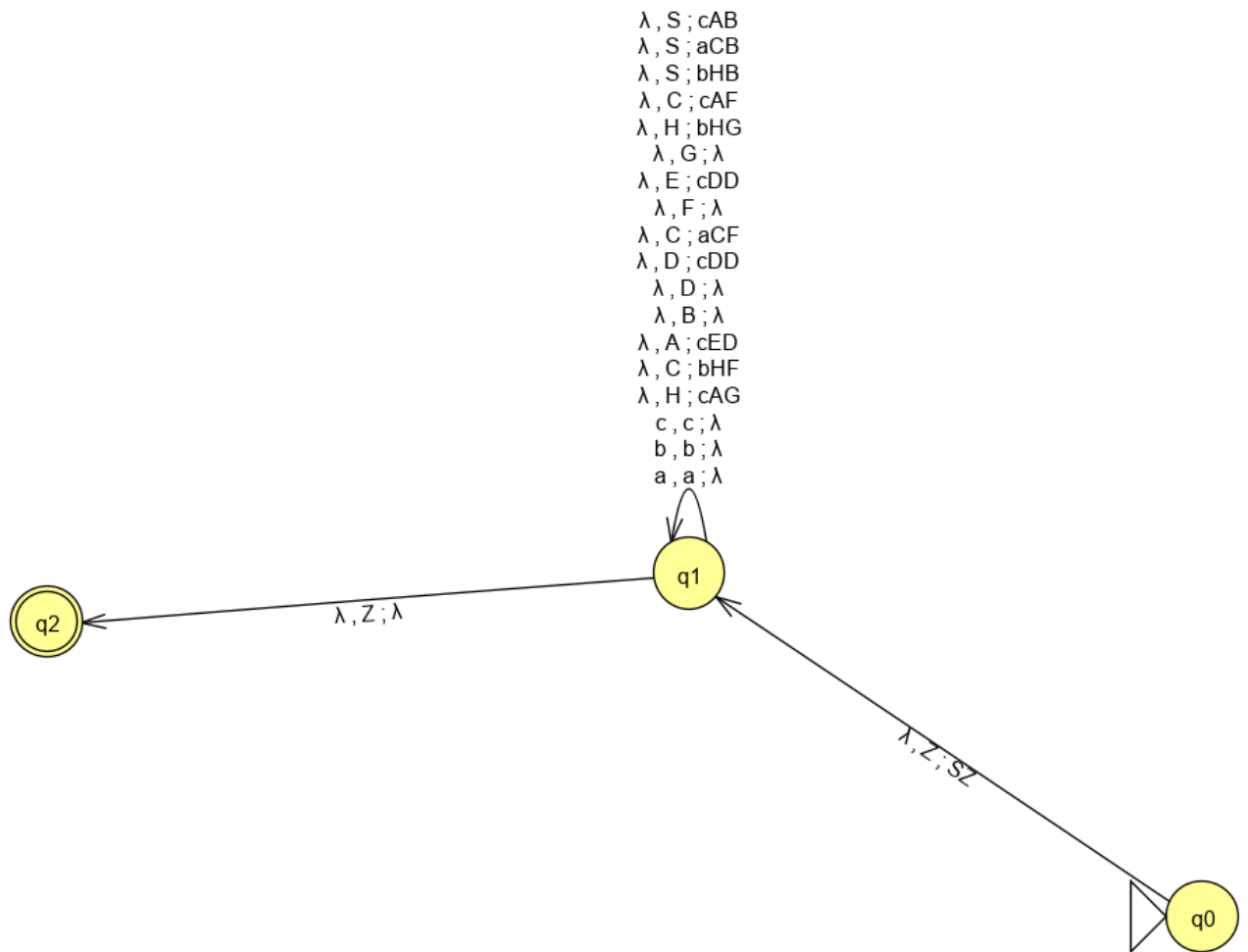


Рисунок 2.1 – Преобразованный МПА

$\lambda, S; cAB$   
 $\lambda, S; aCB$   
 $\lambda, S; bHB$   
 $\lambda, C; cAF$   
 $\lambda, H; bHG$   
 $\lambda, G; \lambda$   
 $\lambda, E; cDD$   
 $\lambda, F; \lambda$   
 $\lambda, C; aCF$   
 $\lambda, D; cDD$   
 $\lambda, D; \lambda$   
 $\lambda, B; \lambda$   
 $\lambda, A; cED$   
 $\lambda, C; bHF$   
 $\lambda, H; cAG$   
 $c, c; \lambda$   
 $b, b; \lambda$   
 $a, a; \lambda$

Input	Result
abc	Reject
aabbcc	Reject
abccc	Reject
ba	Reject
baccc	Reject
aaaccc	Accept
bccc	Accept
ccc	Accept
aaabbb	Reject
aabbcccc	Accept
bcc	Reject
bccccc	Accept

Рисунок 2.2 – Тесты для преобразованного МПА

### Часть 3.

$$L = \{ww_Iw^R : |w| = |w_I|, w \& w_I \in \{a, b\}^*\}$$

Согласно лемме «О разрастании КСЯ», если язык  $L$  – КСЯ, то существует такое число  $n$ , что если  $z$  – произвольная строка из  $L$ , длина которой не меньше  $n$ , то можно записать  $z = uvwxu$ , причем выполняются условия:

- $|vwx| \leq n$ ;
- $vx \neq \varepsilon$ ;
- $uv^iwx^iu$  принадлежит  $L$  для всех  $i \geq 0$ .

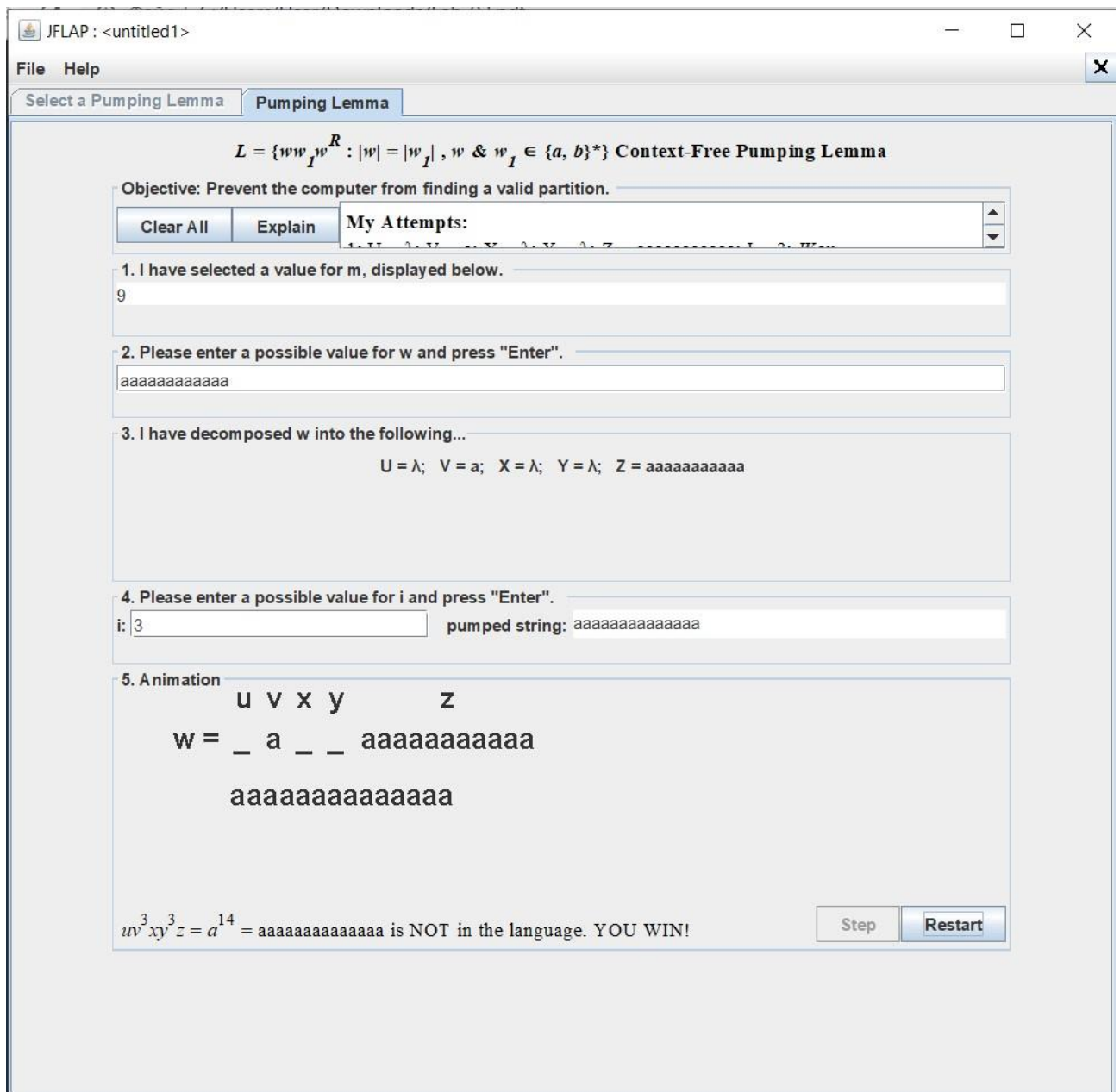


Рисунок 3.0 – Доказательство контекстно-свободности языка

В ходе «игры» выяснилось, что данный язык не является контекстно-свободным. Сам JFLAP приводит доказательство этого факта:

**«Unfortunately, no valid partition of  $w$  exists.**

For any  $m$  value, a possible value for  $w$  is " $a^m b^{m+1} a^{m+1}$ ". To be in the language with this example,  $v$  &  $y$  together cannot possess substrings that are from ' $w_1$ ', from  $b^n$ , and from ' $w_2$ '. Thus, if  $i = 0$ ,  $i = 2$ , or perhaps both, either  $v$  or  $y$  will violate one of the conditions, meaning there is no valid decomposition. Thus, this language is not context-free.

#### Часть 4.

Докажем, что язык  $L_{47} = \{a^n b^j a^k b^l : n + j \leq k + l\}$  на алфавите  $\{a, b\}$  является контекстно-свободным.

Согласно лемме «О разрастании КСЯ», если язык  $L$  – КСЯ, то существует такое число  $n$ , что если  $z$  – произвольная строка из  $L$ , длина которой не меньше  $n$ , то можно записать  $z = uvwxu$ , причем выполняются условия:

- $|vwx| \leq N$ ;
- $vx \neq \varepsilon$ ;
- $uv^iwx^i u$  принадлежит  $L$  для всех  $i \geq 0$ .

Возьмем  $N = 4$ . Подберем цепочку  $z = \text{«aabbbbaabbb»}$ , которая принадлежит заданному языку  $L$ , длина которой не меньше  $N$ . Разобьем  $z$  на  $uvwxu$ :  $u = aabb$ ,  $v = ba$ ,  $w = \varepsilon$ ,  $x = ab$ ,  $y = bb$ . Тогда, если язык  $L$  является КСЯ, то для  $i \geq 0$   $uv^iwx^i u$  тоже будет принадлежать  $L$ . Возьмем  $i = 2$  и получим строку  $z = \text{«aabbbabaababbb»}$ . Так как в полученной строке чередования  $a$  и  $b$  превышают возможные, то полученная строка не принадлежит  $L$ , и язык  $L$  не контекстно-свободный.

### 3 Вывод

В ходе лабораторной работы были исследованы автоматы с магазинной памятью, контекстно-свободные грамматики и свойства контекстно-свободных языков, а также доказательство принадлежности языков к классу контекстно-свободных.