

太阳影子定位

摘要

对于问题一，根据物体所处的位置(经度、纬度以及测量的时间)，建立了物体影子长度随时间变化的数学模型。根据模型，绘制了2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场北纬39度54分26秒,东经116度23分29秒) 3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线，图形显示北京时间上午9点直杆的影子最长，在7.25米左右，影子最短长度为3.7米左右，下午15点影子长度为6.1米左右。图形不对称是因为北京的时间与北京时间相差3.6个经度。

对于问题二，由于问题一所建模型反推难度较大，我们把2015年4月18日北京时间15点左右地球上为白天的区域按照经度和纬度进行了分割构成了一个大的网格（分割的细度为1度）。对于附件1的数据，我们很容易求得直杆影长的变化率。由于网格的格点处经度和纬度已知，根据问题一中所建模型，求所有格点处按照北京时间14点42到15点42一根任意长度的直杆的影子长度的变化率，把所得的变化率数据与实际影长的变化率求方差，方差最小的格点即为直杆所处的位置。利用MATLAB软件编程求得直杆所处的位置在北纬19度，东经109度或者是南纬4度，东经104度。

针对问题三，在实际的求解过程中只需要在问题二解决的基础上对时间进行分割搜索。搜索的结果显示附件2给出的数据可能是在北纬39度，东经79或者是0度，东经79度测量的；附件3给出的数据可能是在北纬31度，东经109度，或者南纬2度，东经109度。

对于问题四，所给出的视频，我们利用tracker软件对视频进行了处理，每隔4分钟测量在所给坐标系中直杆影子的变化情况，根据相机的成像原理建立一个图像中影子长度与真实的影子长度之间的换算函数，得到了真实的直杆影子变化。再根据问题一中的模型求出在其他区域相应时间直杆影子的变化情况，再和视频给出的直杆影子的变化情况做比较，误差最小的一个就是视频的拍摄地点。利用MATLAB软件编程确定视频的拍摄地点在北纬40度，东经110度附近。

关键词：影子定位；视频处理；分割搜索算法

1. 问题重述

如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期是视频数据分析的重要方面，太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频的地点和日期的一种方法。

(1) 由于太阳光下影子的长度是随着相关因素的变化而变化的，因此建立影子长度变化规律，然后分析影子长度关于各个参数的变化规律，建立影子变化的模型后，将2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场（北纬39度54分26秒，东经116度23分29秒）3米高的直杆这些条件带到建立的模型里后再画出太阳影子长度的变化曲线。

(2) 如果一个杆子在水平地面上经太阳照射后的影子坐标和日期给出，然后建立数学模型确定那根杆子所处的地点。这个模型可以拿附件一里的数据做验证，然后去确定所有满足条件的可能地点。

(3) 如果一个杆子在水平面上经太阳光照射在地面上影子顶点坐标给出，然后建立数学模型确定那根杆子的所处地点和日期。然后用附件2和附件3的影子顶点坐标来应用与模型中一次确定所有可能的地点和日期。

(4) 根据附件4给出的视频里太阳影子的变化，如果已经通过各种某种方式估计出直杆的高度后，建立一个能确定这个视频拍摄的地点的数学模型，然后用建立的模型去确定若干个可能的拍摄地点。如果拍摄日期未知时，再考虑能否根据视频确定出拍摄地点和日期。

2. 问题分析

2.1. 问题一

因为影子长度的变化与太阳高度角有关，因此影响太阳高度角的因素即为影响影长的因素。根据几何和地理学的相关知识推出的太阳高度角计算公式可知，影响它的因素有观测地的纬度、观测时的日期以及观测时的时间。影子和地面以及杆子三者构成的三角形里由三角关系可以求出影子的长度公式，最后将上面推出的太阳高度角的计算公式带入影子长度计算公式中，就得到所要求解的影子长度变化规律的函数，最后用MATLAB 编制关于影子长度变化规律的函数的程序，将问题一给出2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场（北纬39度54分26秒，东经116度23分29秒）3米高的直杆相关参数带入程序中便可以绘制出所求的太阳影子的变化规律曲线图

2.2. 问题二

问题二采用穷举筛选的思想。将北京时间14:42-15:42这个时间段内全球处于白天的区域找出，然后将这个区域分解成若干个子区域，取每个子区域某一点的经纬度作为各个子区域的经纬度。根据相关地理知识可以求出其他子区域的经纬度，以及附件一中给出的时间点在每个小区域所对应的时间。再根据问题一建立的影长模型求出各个子区间的在相应时间点所对应的影长，得到一个影长数组。然后再对每个子区域的影长数组里相邻影长做比值，得到一个比值数组。同样对附件一里的数据用坐标求出影长数组后做同样处理，最终每个子区域包括附加一里的观测地都将得到一个的影长比值数组，最后将各个子区域的影长比值数组分别于附件一里影长比值数组做比较，误差较小的几个区域便是观测地所在的地址。

2.3. 问题三

对问题三的分析采用和问题二类似的思想，这里就是在问题二的基础上再多考虑一下时间的划分，问题二中是将一块处于白天的区域进行经纬度等分割，由于地球的公转是周期性的因此这里在处理时间的方法是取一年这个时间段然后等分割成365天。下面的任务就是将每一天的日期带入到第二问的模型中，算出每一天所有子区域的影长比值数组与附件给定的数据得到的比值数组之间的方差，然后在这些方差中找到较小的几个，那么其对应的日期和观测地就是附件数据可能的日期和观测地

2.4. 问题四

问题四给出了一个拍摄的视频，其中包括了拍摄的时间和日期等信息，现在要利用这些条件分析视频拍摄的地点。将整个拍摄的视频按等间段分割，每隔一个几分钟取一帧，得到了与不同时刻对应的图片，然后用MATLAB软件对这些图片进行处理，读取每张图片杆子在地面上的影子长度，根据透视原理算出每张图片对应的真实影长，得到一个影长序列。接下来利用视频中给出的拍摄时间段确定整个地球处于白天的区域，然后对我们得到的区域进行划分，再用问题一的模型求出每个子区域里同样一根杆子在视频里对应时间点的影子长度，然后与视频拍摄点的杆子的影子长度做方差。方差最小的那个子区域就是视频可能的拍摄地点。

3. 问题假设与符号说明

3.1. 问题假设

假设 1: 太阳光为平行光;

假设 2: 忽略大气层对太阳光的折射;

假设 3: 忽略海拔、地形等地理因素的影响;

假设 4: 假定在一定的区域范围内影子的变化规律近似相同;

3.2. 符号说明

- L 影子长度
- H 杆子的高度
- φ 太阳光与影子的夹角
- R 地球半径
- α B点的纬度
- β A地与太阳直射点B点的经度差
- γ A地的纬度
- T_1, T_2 北京时间13:09和14: 09
- x_i, y_i 影子端点的坐标
- L_i 影子长度向量组中第*i*个数
- S_i 影子比值数组中第*i*个数
- A_1, A_2 起始端和终端的经度
- T_m 一个经度相差的时间
- B_1, B_2 起始端和终端的纬度
- d 经纬度划分的间隔为 1°
- Δt 时间间隔

- α_i 一个经度代表的时间
- W_{pq} 经度为p纬度为q的子区域
- T_m 每个经度表示的时间差距
- $t_{pq}(1), t_{pq}(2)$ 子区域的起始时间
- $L_{pq}(i)$ 子区域第*i*个时间点的影子长度
- K_{ij} 影长比值
- n, y, r 表示年，月，日
- $D_{(ij)}(ny)$ 某个时期（n y）的影长比值差异
- λ 图片的比例尺
- δ 太阳赤纬
- η 太阳高度角

4. 模型的建立

4.1. 问题一模型的建立

为了得到影子长度关于各个参数的变化规律，考虑太阳光线的变化，如图下图所示

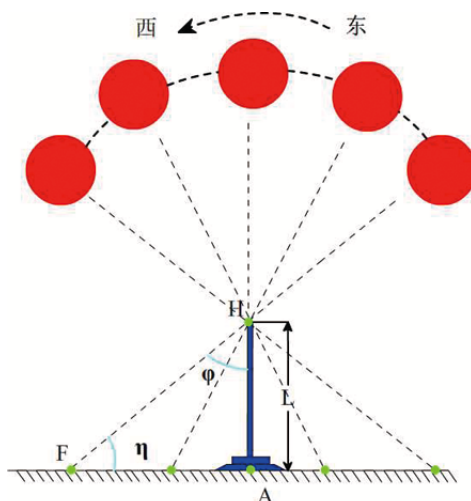


图 1 太阳照射杆子的图形

太阳光线、杆子以及地面构成一个直角三角形，那么影子长度的公式为 $L = H \tan \varphi$ 。

要知道影长的变化规律，只要知道 φ 的变化规律。而 φ 可以通过太阳高度角 η 确定。画出太阳光照射地球的三维图.以 O 点为圆心， OD 所在直线为 X 轴，过地心的轴线 OM 为 Z 轴建立空间直角坐标系,如图；

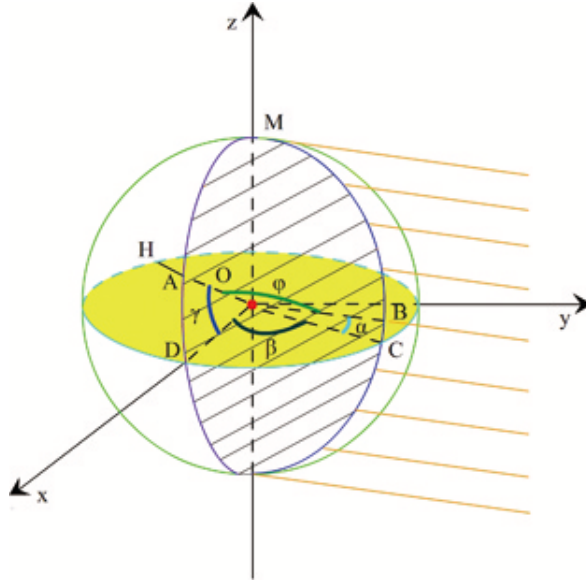


图 2 太阳照射地球的三维图

由于太阳光是平行光，那么根据平行关系可以得到如下平面图：

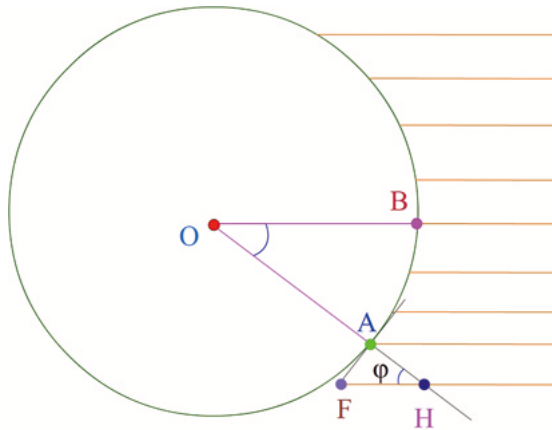


图 3 平面图

从图中可以看出 $\angle AOB$ 等于太阳高度角。A、B点的坐标分别为 $(R \cos \gamma, 0, R \sin \gamma)$, $(R \cos \alpha \cos \beta, R \cos \alpha \sin \beta, R \sin \alpha)$ 求出 OA, OB, AB 的长度，由余弦定理计算得到 $\angle AOB$ OA的长度：

$$OA = \sqrt{(R \cos \gamma)^2 + (R \sin \gamma)^2} \quad (1)$$

OB的长度:

$$OB = \sqrt{(R \cos \gamma \cos \beta)^2 + (R \cos \gamma \cos \beta)^2 + (R \sin \gamma)^2} \quad (2)$$

AB的长度:

$$AB = \sqrt{(R \cos \gamma \cos \beta - R \cos \gamma)^2 + (R \cos \gamma \cos \beta)^2 + (R \sin \gamma - R \sin \gamma)^2} \quad (3)$$

$\angle AOB$ 的公式:

$$\angle AOB = \arccos \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2OA \cdot OB} \quad (4)$$

那么太阳高度角为:

$$\sin \eta = \sin \varphi' \sin \delta' + \cos \varphi' \cos \delta' \cos \gamma' \quad (5)$$

将(1)式与(5)式结合求出影子长度关于各个参数的函数因此影子长度的变化规律得出,

$$L = H \times \frac{\sin \eta}{\sqrt{1 - \sin \eta^2}} \quad (6)$$

4.2. 问题二模型的建立

(1)假设对某地的一根杆子在北京时间(T_1, T_2)这个时间段内的影子长度进行测量, 得到 N 个时间点的影子端点坐标。 $(x_i, y_i), (i=1, 2, 3 \dots N)$,

根据勾股定理: $x_i^2 + y_i^2 = L_i^2, (i=1, 2, 3 \dots N)$

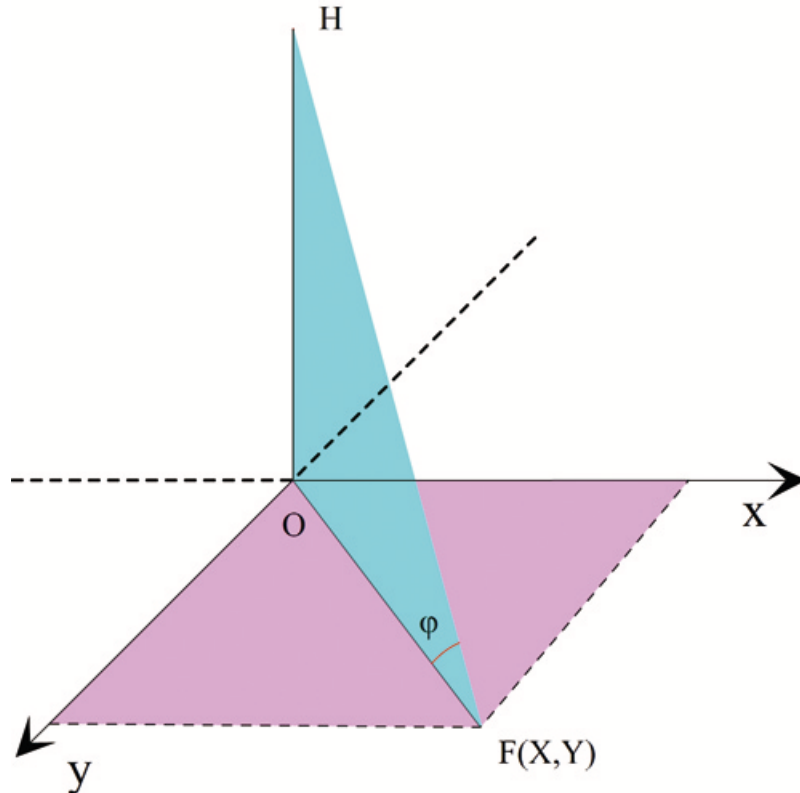


图 4 坐标系

因此得到各个时间点的影长数组 $L = (L_1, L_2 \dots L_N)$ 再将影长数组 L 中分别用后一个影长比前一个影长得得到 $N - 1$ 个影长比值的数组 $S = (S_1, S_2 \dots S_{N-1})$ 。然后求出全球在 (T_1, T_2) 这个时间段处于白天的区域范围：

晨线经度：

$$A_1 = 116 - (7 - T_1)\alpha_i \quad (7)$$

昏线经度：

$$A_2 = 116 - (18 - T_2)\alpha_i \quad (8)$$

那么 (T_1, T_2) 这个时间段全球处于白天区域的经度范围是 (A_1, A_2) 纬度范围是 $((B_1, B_2))$ ，因此白天的区域如下图所示，

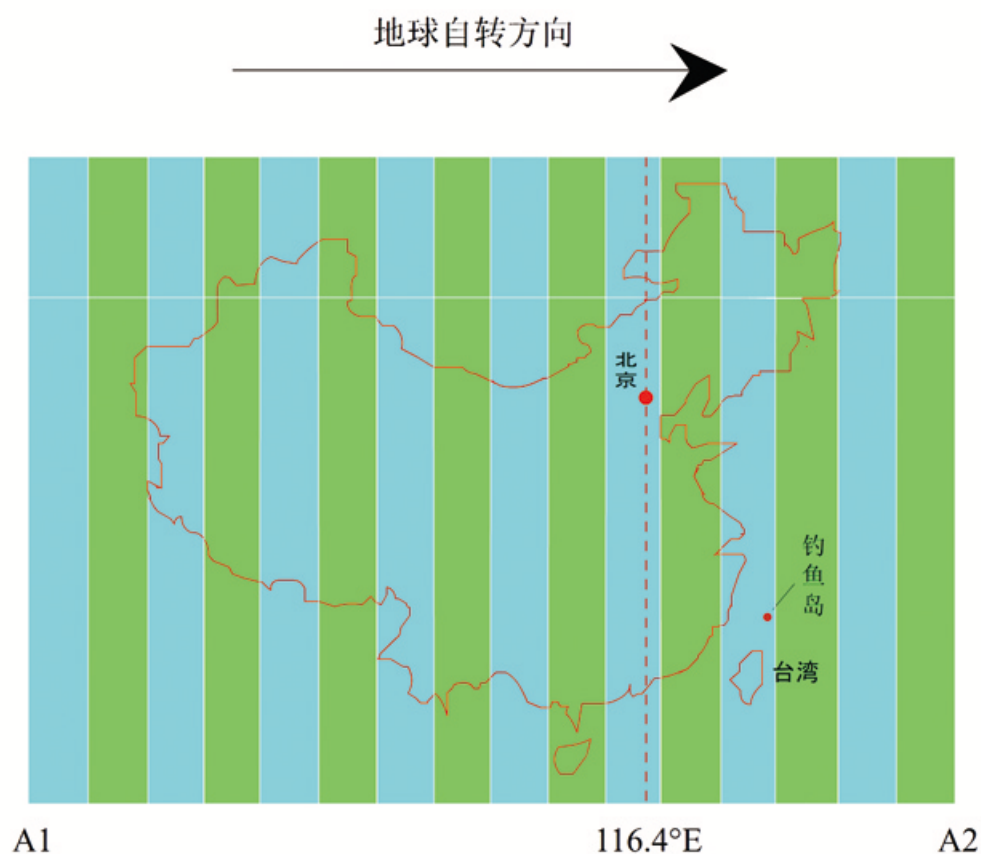


图 5 处于白天的区域图

然后以北京为起始点，经度和纬度都按照公差为 d 以东经 120° 为中心，划分上述时区图，在时区图上画出等间隔的横线和竖线，得到如下网格图；

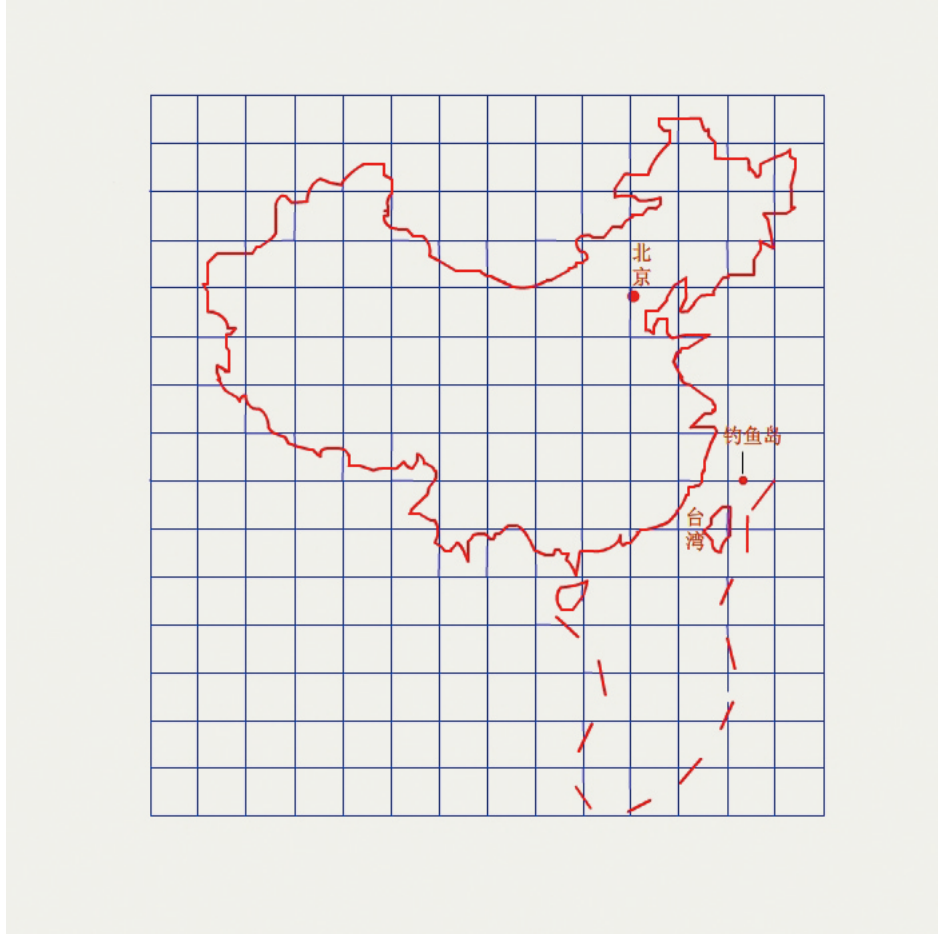


图 6 划分子区域的网格图

图中每个小网格代表的区域的经纬度用网格中的一个点的经纬度表示，并认为每个小网格内影子长度的比值不变，然后根据时间和经度的关系可以求出北京时间(T_1, T_2) 时间段内每个小区域 W_{pq} 所对应的时间段，

求时间段公式：

$$t_{pq}(1) = (p - A_1)T_m + 7; \quad (9)$$

$$t_{pq}(2) = (q - A_1)T_m + 7 + (T_2 - T_1) \quad (10)$$

其中， T_m 表示相差一个经度的时间差

从区域 W_{pq} 的 $t_{pq}(1)$ 时刻开始每隔 δ 分钟利用问题一中的模型求出影子长度，第 ϵ 时刻的时间为

$$t = t_{pq}(1) + (\epsilon - 1)\delta \quad (11)$$

影子长度为：

$$L = F(q, n, y, r, t, H) \quad (12)$$

$$L_{pq}(i) = L \tan \varphi_i \quad (13)$$

因此得到每个子区间里 N 个时刻的影长组:

$$L_{pq} = (L \tan \varphi_1, L \tan \varphi_2 \dots L \tan \varphi_N) \quad (14)$$

再将 L_{pq} 向量组中分别用后一个元素比前一个元素,

$$K = \frac{L \tan \varphi_{i+1}}{L \tan \varphi_i} \quad (15)$$

得到一个 $N - 1$ 维的比值数组

$$K = (K_1, K_2 \dots K_{N-1}) \quad (16)$$

定义求得的比值向量为每个区域的”特征”，再通过比较每个小区域的”特征”与观测地的”特征”差异，确定可能的观测地点。

将每个小区域的比值向量与观测地的比值向量做方差得：

$$D_{ij} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N-1} (k_i - S_i)^2} \quad (17)$$

D_{ij} 定义为子区域与观测地点的差异；找到 D_{ij} 的最小值；

$$D_{\phi\psi} = \min D_{ij} \quad (18)$$

最后根据以上方法求出各个子区间和观测地的方差 D_{ij} 其中方差最小的那个区域就是观测地所在的位置。

观测地的经度为：

$$p = A_1 + \phi - 1 \quad (19)$$

观测地的纬度为：

$$q = 90 - \psi \quad (20)$$

4.3. 问题三模型的建立

问题三的解题思路与问题二类似，只要在问题二模型的基础上对日期进行筛选，确定出观测点的精确日期：假设可能的日期范围是 $(D1D2)$ 。以 T_0 为单位将这个日期范围分割得到如下一个日期序列数组

$$D = (d1, d2, d3, \dots, ds), s = 1, 2, 3 \dots n \quad (21)$$

再将每个日期带入到问题一中的模型函数中 $L = F(a, n, y, r, t, H)$, 然后再通过问题二建立的模型求出在各个日期每个子区域的差异,其中差异最小的一个为:

$$D_{\phi_1 \varphi_2 ds} = \min D_{ij ds}, s = 1, 2, 3 \dots n \quad (22)$$

因此此问题的观测地经度:

$$P_1 = A_1 + \phi_1 - 1 \quad (23)$$

观测地纬度

$$Q_1 = 90 - \psi_2 \quad (24)$$

4.4. 问题四模型的建立

对于问题四，首先假设相机和杆子的位置如图所示:

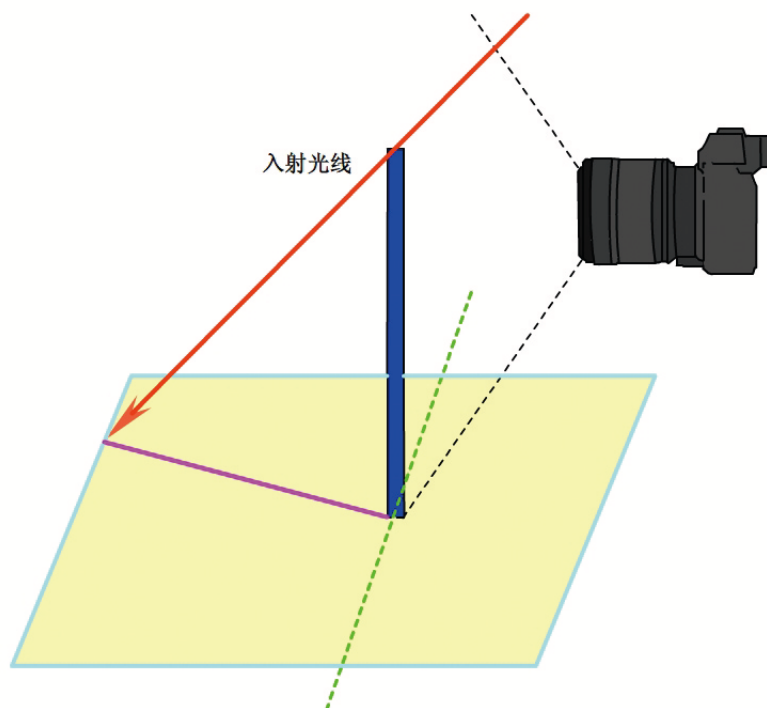


图 7 相机个杆子的位置图

相机镜头所在平面与杆子的夹角为 γ'_0 如图:

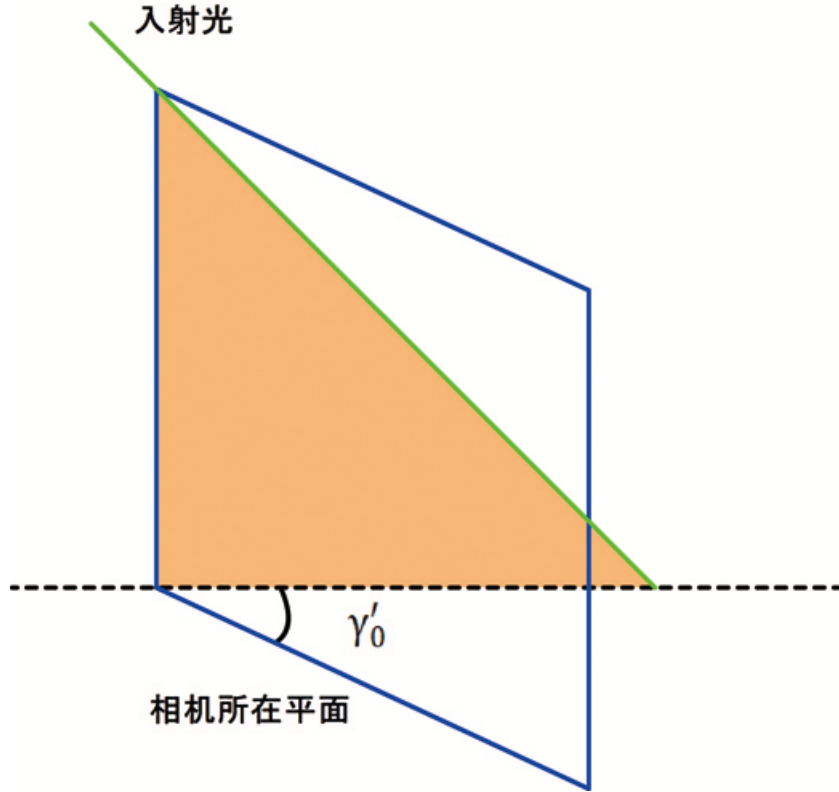


图 8 机镜头所在平面与杆子的夹角示意图

(1) 通过相关软件处理图片知道图片中影子长度为 L'_0 ,杆子的长度为 S' ,而已知杆子的真实长度为 S ,那么图片中的长度与显示中的长度的比例 $\lambda = \frac{S'}{S}$

从图片中读取的影子长度就是上图中影子在与摄像机镜头平行的直线上的投影OE的长度,即 $OE = l'_0$,因此OE的实际长度为:

$$l_0 = \lambda l'_0 \quad (25)$$

再假设影子与OE的夹角为 γ'_0 那么真实的影子的长度公式为:

$$L_0 = \lambda l'_0 \tan \gamma'_0 \quad (26)$$

因此求出 t_0 时刻影子长度为 L_0

(2)由于地球的运动,影子的端点也会发生改变, t_i 时刻的影子如图:

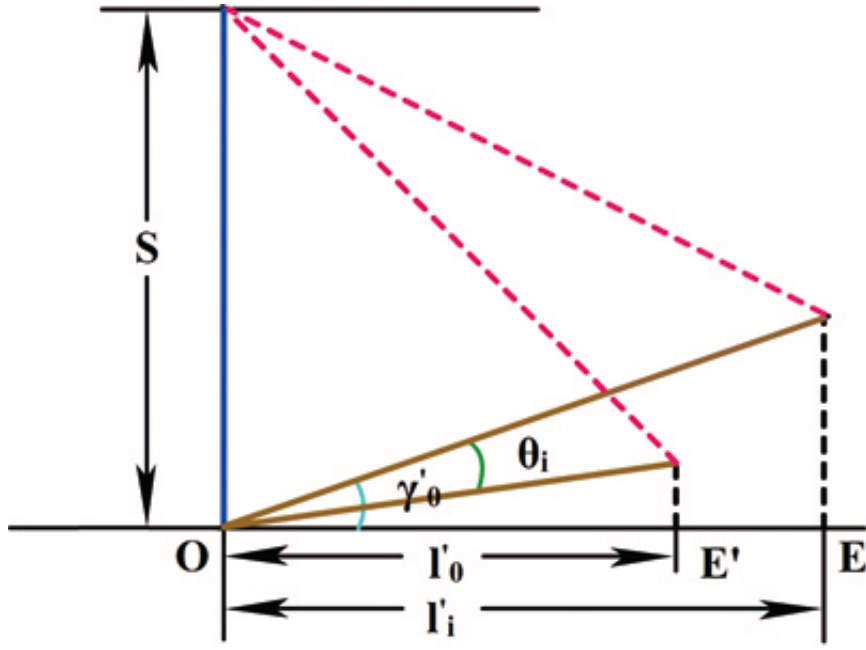


图 9 机镜头所在平面与杆子的夹角示意图

由图片可得到 OE' 的图像长度 l'_i ，因此 OE' 实际长度为 $l_i = \lambda l'_i$ 图中 θ_i 就是太阳在 $t_i - t_0$ 这个时间段内太阳方位角的变化，其计算公式为：

$$\theta_i = \arcsin \frac{\cos \delta \cdot \sin \Delta \omega}{\cos \eta} \quad (27)$$

又太阳时角的计算公式为：

$$\omega = (t_i - t_0) \times \frac{15}{60} \quad (28)$$

t_i 影子的真实长度为：

$$L_i = l_i \tan(\gamma'_0 - \theta_i) = \lambda l'_i \tan(\gamma'_0 - \theta_i) = \lambda l'_i \tan(\gamma'_0 - \arcsin \frac{\cos \delta \cdot \sin((t_i - t_0) \times 15/60)}{\cos \eta}) \quad (29)$$

(2) 接下来的过程与问题二类似，求出处于白天的区域再将其分割成一个个的小区域，然后求出在不同的小区域长为S的杆子在相应时间点的影子长度：

$$T = (T_1, T_2, T_3 \dots T_n)$$

$$\text{观测地影子长度为: } L = (L_1, L_2, L_3 \dots L_n)$$

将 T 与 L 做方差得：

$$D_t = \sqrt{\sum_{t=1}^n (T_t - L_t)^2} \quad (30)$$

因此方差最小的就是可能的拍摄地。

5. 模型的求解

5.1. 问题一的求解

为了解决问题一的模型，由于问题一中影子长度受时间和日期，地点也就是经纬度、太阳高度角等众多因素影响，根据问题一建立的模型如果我们想计算影长的变化规律我们可以按如下步骤去求解

Step 1 : 计算出太阳高度角;

Step 2: 太阳高度角中需要用到赤纬，查阅相关文献^[5]得到赤纬的计算公式:

$$\delta' = 0.3723 + 23.2567 \sin \theta + 0.1149 \sin 2\theta - 0.1712 \sin 3\theta - 0.758 \cos \theta + 0.3656 \cos 2\theta + 0.0201 \cos 3\theta \quad (31)$$

上式中 θ 的计算如下:

$$\theta = \frac{2\pi t_1'}{365.2422} \quad (32)$$

t_1' 的求解公式为:

$$t_1' = N' - N_0 \quad (33)$$

表达式中的 N_0 的公式如下:

$$N_0 = 79.6764 + 0.2422 \times n - 1985 - (n - 1985 \times \frac{1}{4}) \quad (34)$$

太阳高度角的计算公式为:

$$\sin \eta = \sin \varphi' \sin \delta' + \cos \varphi' \cos \delta' \cos \gamma' \quad (35)$$

其中:

$$\gamma' = t - 12 \times 60 \times \frac{15}{60} \quad (36)$$

Step 3 : 将题目中所给的2015年10月22日北京时间9:00 – 15:00之间天安门广场（北纬39度54分26秒，东经116度23分29秒）3米高的直杆相关参数带到程序中便可以绘制出所求的太阳影子的变化规律曲线图如下

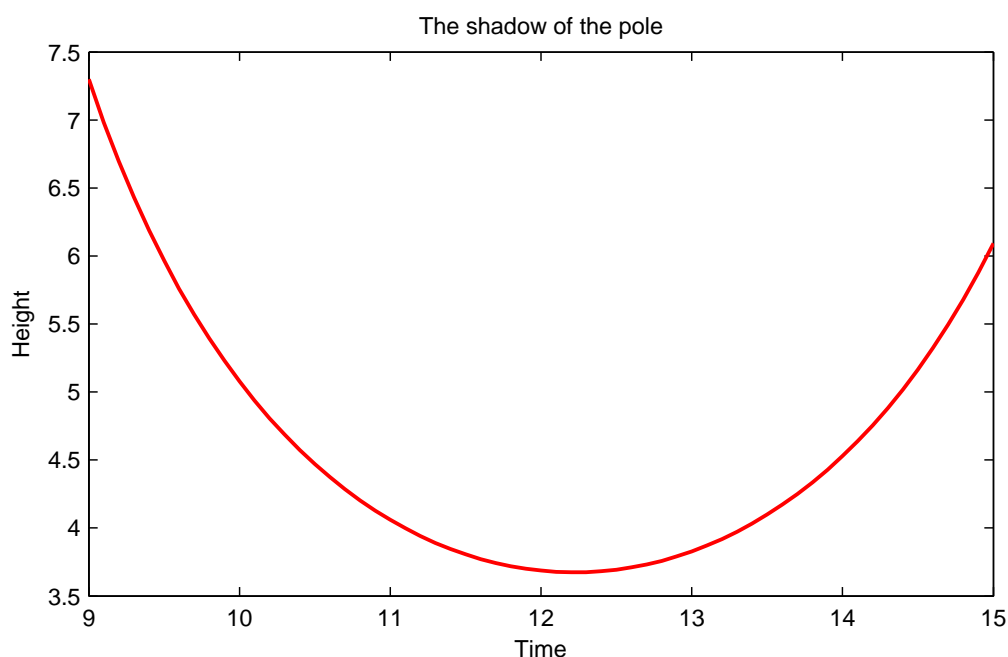


图 10 杆子影长的变化规律曲线图

图中的曲线不是关于12点对称，因为题中所说的北京时间是指东经120°这条经线上的时间，而北京天安门广场的经度是116°，因此由经度跟时间的关系可以推算出天安门广场和东经120°的时间差为 $\Delta t = 5 \times \frac{60}{15}$ ，因此北京时间9:00-15:00换算成天安门广场的时间然后能得到一个时间段，这个时间段为(9:00 - Δt , 15:00 - Δt)

因为天安门广场的时角是不对称的，因此太阳光在12:00之前照射天安门广场的时间大于12:00之后照射的时间，因此最终的影长图是左高右低，如上面的图像所示，图像的最低点在12:00左右。

相关的MATLAB程序见附录1.

5.2. 问题二的求解

通过附录1中给出的时间，确定搜索的经度范围是：东经0度-东经165度;搜索的纬度范围是北纬0度-北纬90度；将经度和纬度都按照间隔为1度等距离分割这块区域，并通过经纬度的计算公式求出每个子区域的经纬度，再通过时间与经度的换算关系算出北京时间14:42-15:42这个时间段内，在各个小区域对应当地时间的时段，然后利用第一问建立的模型算出各个小区域在对应时间点的杆子长度然后求出影长的比值数组，对附件一给出的影子端点的坐标求出影长，然后对同样对相邻影长做比值得到一组比值数组，最后将每个区域的比值数组与附件给出的数据的比值数组求方差，通过MATLAB编程序(见附录2)，求得最优的区域如下：

表1 附件一可能的地点

经纬度	$19^{\circ}N,109^{\circ}E$	$4^{\circ}S,104^{\circ}E$
区域	海南岛附近	印度尼西亚

5.3. 问题三的求解

问题三与问题二类似，因此在求解问题三时，首先根据附件2和附件3给出的时间确定出搜索区域，并将得到的搜索区域进行划分，确定每个子区域的经纬度。将日期从1月1号至12月31号分别带入问题一建立的模型函数，求出每一个日期所有子区域的比值数组与附件的数据确定的比值数组的误差，然后比较所有日期的子区域的误差，最小的那个区域和日期就是拍摄地点可能的日期和拍摄地。通过MATLAB软件(见附录3)来计算得出如下结果：

表2 附件二可能的地点和日期

日期	地点1	地点2
5月19号	$39^{\circ}N,79^{\circ}E$	$0^{\circ},79^{\circ}E$
7月19号	$39^{\circ}N,79^{\circ}E$	$0^{\circ},79^{\circ}E$

表3 附件三可能的地点和日期

日期	地点1	地点2
1月6号	$31^{\circ}N,109^{\circ}E$	$2^{\circ}S,109^{\circ}E$
11月3号	$31^{\circ}N,109^{\circ}E$	$2^{\circ}S,109^{\circ}E$

之所以有两个时间是由于地球对称的关系，如图：

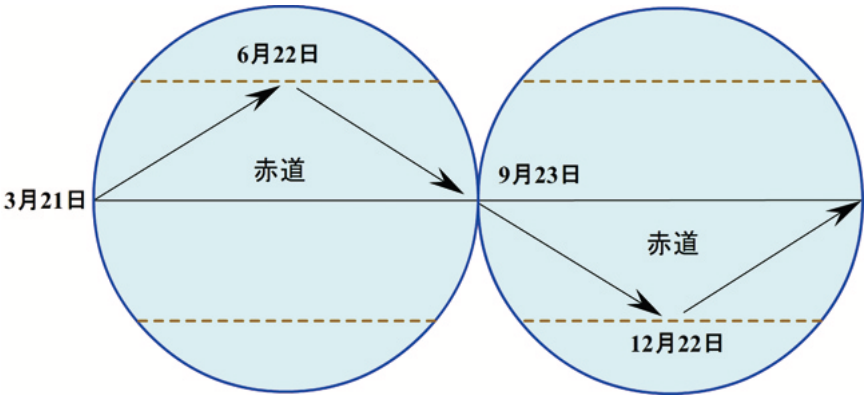


图 11 对称点示意图

5.4. 问题四的求解

5.4.1.

利用Tracker软件对视频进行处理，每隔3分钟测量一次影子定点长度，见下图

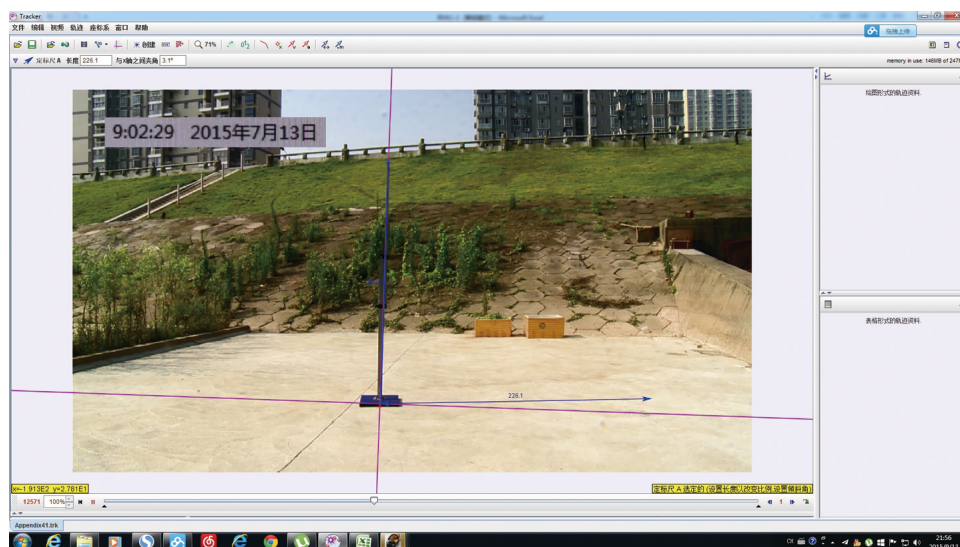


图 8 Tracker软件示意图

得到如下数据：

表4 视频中的时间和影长

时间	8 : 54	8:57	9:00	9:06	9:09	9:12
影长	2.378	2.334	2.28	2.245	2.211	2.168
时间	9:15	9:18	9:21	9:24	9:27	9:30
影长	2.123	2.069	2.035	2.009	1.959	1.896

再将时间和日期等数据带入问题二的程序中，求出每个子区域在对应时间点的影子长度并与L做方差，方差最小的那个区域就是视频拍摄点。通过MATLAB编程得到这个区域为： $40^{\circ}N, 110^{\circ}E$ 。

若拍摄日期未知，也可以确定拍摄的地点和日期。只要从1月1日至12月31日每一个日期都按照上述模型计算一次，与视频的数据最接近的就是拍摄的地点。

6. 模型的优缺点分析及评价

模型的优点：

- 每一个问题的结果都是通过MATLAB程序计算后的结果，建立的模型与实际情况比较吻合。
- 原创性很强，文章的模型及算法都是自行推导的结果。
- 对文章中出现的表格及图片进行了精心的处理，有较好的视觉效果

模型的缺点

- 忽略了地理因素以及大气对太阳光的折射效果，模型与实际情况有一定的偏差。
- 进行穷举筛选时划分的区域过大，最后确定的范围偏大，精度不够。
- 对于问题4中的视频处理时选取的间隔过大，最后模拟的效果不够好。

参考文献

- [1] 贺晓雷，于贺军，李建英，于蕾，太阳方位角的求解及其应用，太阳能学报，2008年，29卷（1期）：71-72
- [2] 汪和平，探究日影运动轨迹，中学数学月刊，2010年，第9期：29-30
- [3] http://wenku.baidu.com/link?url=YRU-5r-MZ9n05IIaSNzHyYR6UqL7DkwL_Bg3cez5uNJkjFsiXc3CJHGN
- [4] <http://baike.baidu.com/link?url=pcbkhGUCCwSaRJikRJbkHjC6wffahzOry1qgYNDHwT7cQJawHxcI76QJ>
- [5] <http://baike.baidu.com/view/86609.htm>

附录

附录1

```
N=295;      %N为积日
N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)-floor((2015-1985)/4);
t=N-N0;     %t为日角
a=2*pi*t/365.2422;
ED=0.3723+23.2567*sin(a)+0.1149*sin(2*a)-0.1712*sin(3*a)-0.758*cos(a)+
0.3656*cos(2*a)+0.0201*cos(3*a);
fai=39.9072;                                %当地纬度，化为弧
度制
th=9:0.1:15;
tt=15*(th-12-0.221);                        %计算时角
f=sin(fai*pi/180)*sin(ED*pi/180)+cos(fai*pi/180)*cos(ED*pi/180)*cos(tt*pi/180);
%太阳高度角的正弦值
h=asin(f);
s=3./tan(h);    %求出影长
figure
plot(th,s)                                       %画出影长随时间变
化的图像
title('The shadow of the pole')
xlabel('Time')
ylabel('Height')
```

附录2

```
clear all
clc
```

```

A1; %调用附件1的数据x坐标
B1; %调用附件1的数据y坐标
N=62+28+18;      %N为积日
N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)-floor((2015-1985)/4);
t=N-N0;      %t为日角
a=2*pi*t/365.2422;
ED=0.3723+23.2567*sin(a)+0.1149*sin(2*a)-0.1712*sin(3*a)-0.758*cos(a)+0
k=1;
for fai=-70:0% 纬度的循环
    for jingdu=0:165 % 经度的循环

th=(14.7-(120-jingdu)/15):0.05:(15.7-(120-jingdu)/15);

tt=15*(th-12);          %计算时角
f=sin(fai*pi/180)*sin(ED*pi/180)+cos(fai*pi/180)*cos(ED*pi/180)*cos(tt*
阳高度角的正弦值
h=asin(f);
s(k,:)=3./tan(h);      %求出影长
k=k+1;
    end
end
yc=sqrt(A.^2+B.^2); %计算附件1数据中的影长向量
ttt=size(yc);
for j=1:(ttt(1)-1)
    ycxin(j)=yc(j+1)/yc(j); %附件1数据中影长比值
end

```

```

ttt2=size(s);
for jj=1:(ttt2(2)-1)
    sxin(:,jj)=s(:,jj+1)./s(:,jj);
end
for jjj=1:ttt2(1)
    fangcha(jjj)=sqrt(sum((sxin(jjj,:)-ycxin).^2));
end
ggg=find(fangcha==min(fangcha)); %记录最小值的位置
wd=floor(ggg/length(0:165))
jd=ggg-wd*length(0:165)-1

```

附录3

```

clear all
clc
A=[-1.2352 -1.2081 -1.1813 -1.1546 -1.1281 -1.1018 -1.0756 -1.0496 -1.0
用附件1的数据x坐标
B=[0.173 0.189 0.2048 0.2203 0.2356 0.2505 0.2653 0.2798 0.294 0.308 0.
用附件1的数据y坐标
h1=3;
k=1;
h2=3;
h3=3;
for N=1:h1:200 %N积日循环
N0=79.6764+0.2422*(2015-1985)-floor((2015-1985)/4);
t=N-N0; %t为日角
a=2*pi*t/365.2422;

```

```

ED=0.3723+23.2567*sin(a)+0.1149*sin(2*a)-0.1712*sin(3*a)-0.758*cos(a)
+0.3656*cos(2*a)+0.0201*cos(3*a);
for fai=0:h2:60% 纬度的循环
    for jingdu=50:h2:167 % 经度的循环
        th=(14.7-(120-jingdu)/15):0.05:(15.7-(120-jingdu)/15);
        tt=15*(th-12); %计算时角
        f=sin(fai*pi/180)*sin(ED*pi/180)+cos(fai*pi/180)*cos(ED*pi/180)
        *cos(tt*pi/180); %太阳高度角的正弦值
        h=asin(f);
        s(k,:)=3./tan(h); %求出影长
        k=k+1;
    end
end
end
yc=sqrt(A.^2+B.^2); %计算附件1数据中的影长向量
ttt=size(yc');
for j=1:(ttt(1)-1)
    ycxin(j)=yc(j+1)/yc(j); %附件1数据中影长比值
end
ttt2=size(s);
for jj=1:(ttt2(2)-1)
    sxin(:,jj)=s(:,jj+1)./s(:,jj);
end
for jjj=1:ttt2(1)
    fangcha(jjj)=sqrt(sum((sxn(jjj,:)-ycxin).^2));
end

```

```
jieguo=find(fangcha==min(fangcha));  
riqi=(floor(jieguo/(length(0:h2:60)*length(50:h2:167))))*h1+1  
kkkk=jieguo-(floor(jieguo/(length(0:h2:60)*length(50:h2:167))))  
*length(0:h2:60)*length(50:h2:167);  
wd=floor(kkkk/length(50:h2:167))*h2
```